

Opakování

Počet částic dopadajících na jednotku plochy za jednotku času

$$\nu = \frac{1}{4} n v_a$$

Vztahy pro tlaku

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_e^2$$

$$p = nkT$$

koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [m^2 s^{-1}]$$

kde

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a, \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

Koeficient akomodace

$$d = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1}$$

kde T_1 je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou T_2 a

T_2' je teplota odražené molekuly

Úhlové rozdělení molekul plynu odražených, nebo startujících z povrchu

$$P(\vartheta) = P_0 \cos \vartheta$$

Koeficient viskozity plynu

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda v_a \quad [Nsm^{-2}]$$

Koeficient tepelne vodivosti plynu

$$\Lambda = \frac{1}{3} \rho v_a \lambda c_v \quad [Wm^{-1}K^{-1}]$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

c_v je měrné teplo plynu při stálém objemu

Proudění plynu

Proudění vzniká při rozdílu tlaků(koncentrací).

Typy proudění:

- **turbulentní (vířivé)**
- **laminární (viskozní)**
- **molekulární**

Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech.

Proudnice vytváří víry.

Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlost. plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

Rozdělení vakua

vakuum	nízké	střední	vysoké	extrémně vysoké
tlak [Pa]	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
koncentrace [cm^{-3}]	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
střední dráha λ [cm]	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
monovrstva τ [s]	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
typ proudění	viskózní	Knudsenovo	molekulární	molekulární

Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo R_e

$$R_e = \frac{D \rho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$ nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$ nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$ přechodová oblast

Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo K_n

$$K_n = \frac{D}{\lambda}$$

$K_n > 100$ nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n < 1$ nastává molekulární proudění

$1 \leq K_n \leq 100$ přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}, \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow K_n = \frac{pD\sqrt{2}\pi d^2}{kT}$$

$$T = 300 \text{ K}, \quad k = 1.38032 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$d = 3.75 \cdot 10^{-10} \text{ m (vzduch)}$$

$pD > 0.662$ nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6.62 \cdot 10^{-3}$ nastává molekulární proudění

$6.62 \cdot 10^{-3} \leq pD \leq 0.662$ přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

Proud plynu

Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [Pam^3s^{-1} = W]$$

**Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul ν' ,
které rocházejí daným průřezem za 1s**

$$m_0 \nu' = \frac{dm}{dt}, \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m T}{m_0 p}$$

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = kT \nu'$$

Specifický proud plynu

$$I_1 = \frac{I}{A}$$

Objemová rychlost proudění S

$$\left(\frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = S \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$I = p \left(\frac{dV}{dt} \right)_p = pS$$

Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu V s plynem o tlaku p , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V$$

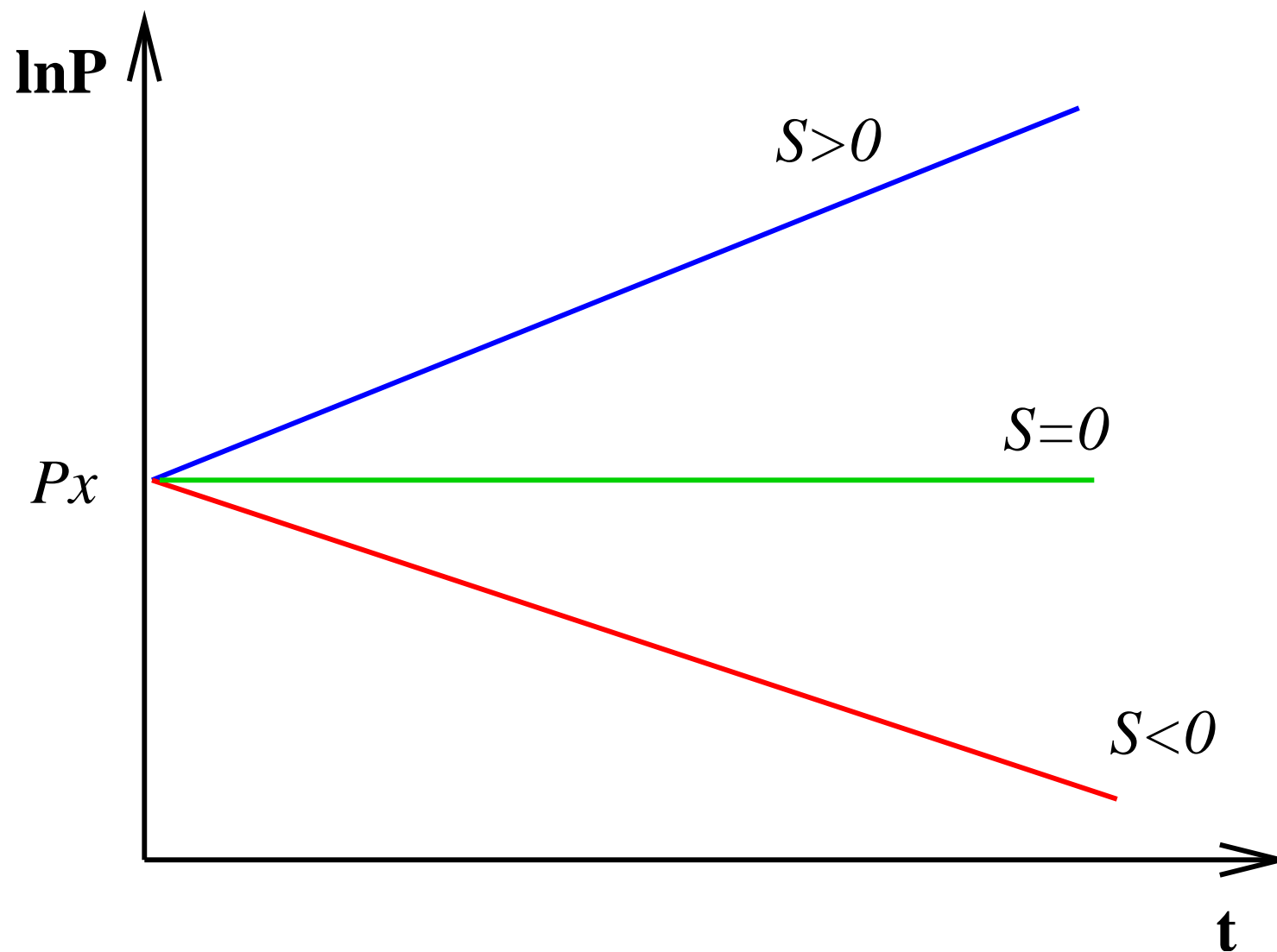
$$V \left(\frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

Závislost tlaku na čase



Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků $p_2 - p_1$ a proudu plynu I

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [m^3 s^{-1}]$$

Rychlost odčerpávání vak. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci

$$p = 0 Pa, G = S$$

Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [m^{-3} s]$$

Při paralelním spojení vakuových dílů

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Při seriovém spojení vakuových dílů

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

Objemová rychlost na výstupu z trubice

Mějme trubici s vodivostí G , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky p_1 , p_2 a objemové rychlosti S_1 , S_2 .

$$I = G(p_2 - p_1)$$

$$I = p_1 S_1$$

$$I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{I}{G}, \quad p_2 = \frac{I}{S_2}, \quad p_1 = \frac{I}{S_1}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \Rightarrow S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$

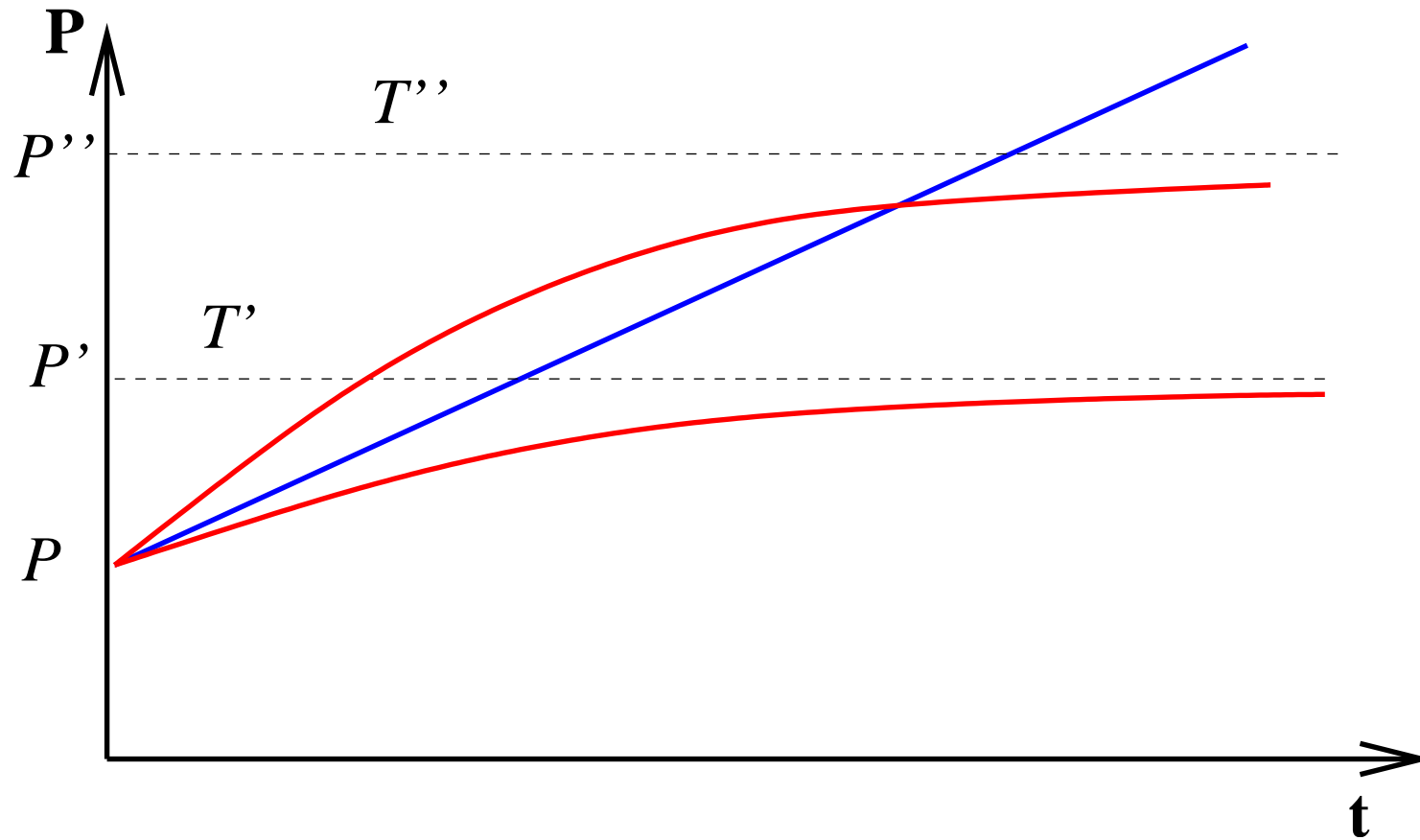
Vliv netěsností

1. skutečné netěsnosti (netěsné spoje, dirky, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N (p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

2. zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

Vliv netěsností



Mezní tlak

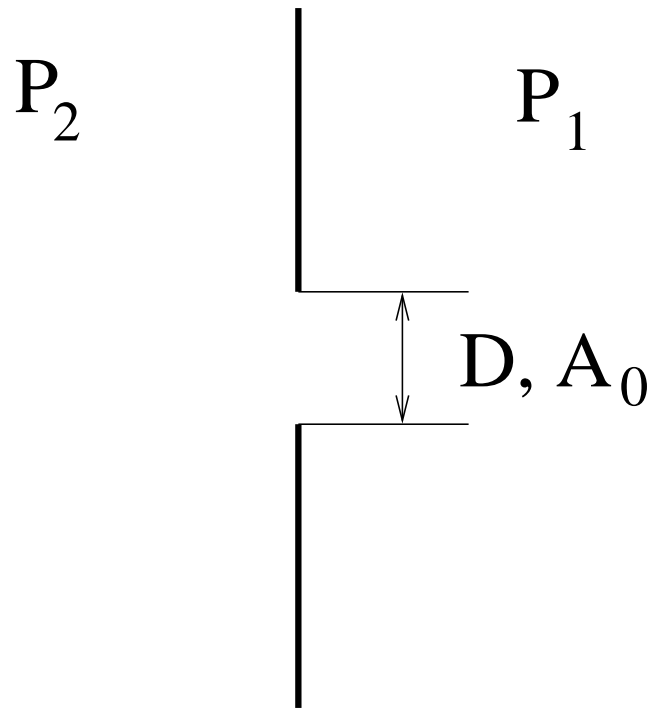
Při čerpání, objemová rychlost $S < 0$ by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že $p = p_0 = 0 \text{ Pa}$. Ve skutečnosti vždy platí $p_0 > 0$ (netěsnosti, zdroje plynu, ...).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$

Vodivost vakuových spojů

Vodivost otvorů



Molekulární proudění

$$\lambda > D$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_2}{kT} v_a$$

$$\nu_{1-2} = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_1}{kT} v_a$$

$$\nu'_1 = \nu_{2-1} - \nu_{1-2} = \frac{1}{4} \frac{v_a}{kT} (P_2 - P_1)$$

$$I = kT\nu' = \frac{1}{4}v_a A_0 (P_2 - P_1)$$

$$G = \frac{I}{P_2 - P_1} = \frac{1}{4}v_a A_0$$

$$T = 293 \text{ K}, M_0 = 29(\text{vzduch})$$

$$G = 115.6 A_0 \text{ [m}^3 \text{s}^{-1}\text{]}$$

Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny: A

Plocha otvoru: A_0

Plochu A_0 nahradíme efektivní plochou

$$A'_0 = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

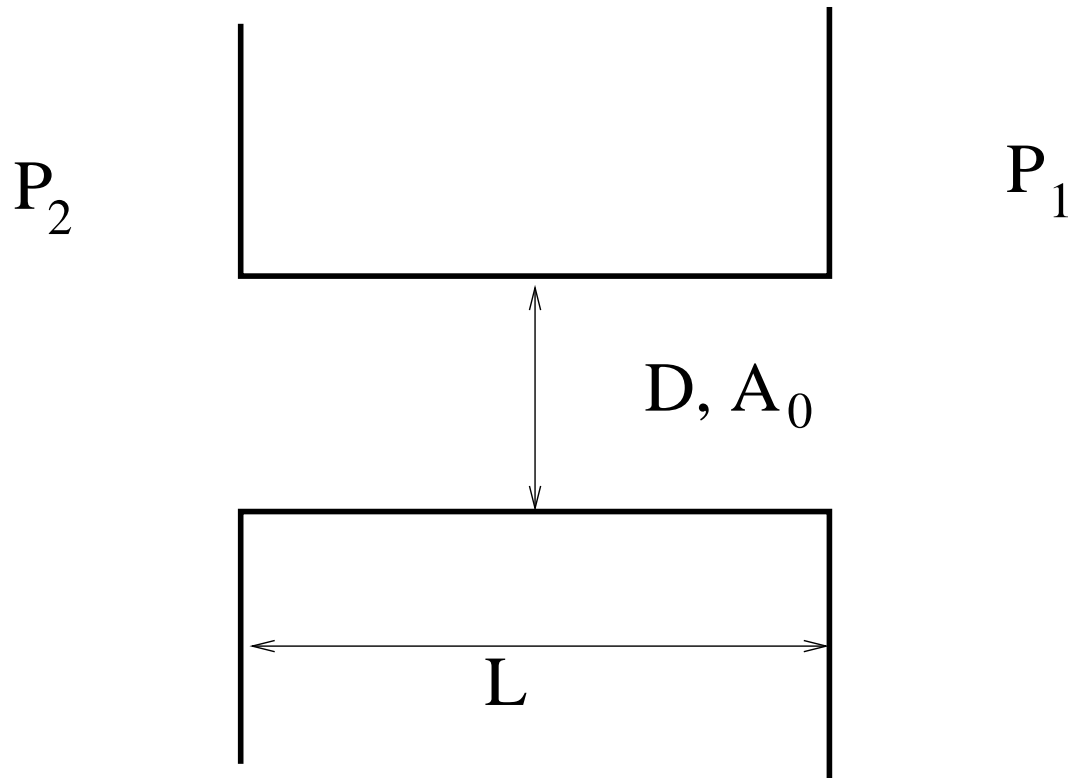
$$G'_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

Laminární proudění

$$G = A_0 \frac{1}{1 - \beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} (1 - \beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{m_0}{kT} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{P_1}{P_2}, \quad \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$

Vodivost trubic



Obecně platí

$$R = R_T + R_O = \frac{1}{G_T} + \frac{1}{G_O}$$
$$L \rightarrow 0 \Rightarrow R_T \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow R_O$$

Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D, \lambda \gg L$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad P = nkT$$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\omega = \nu_2 - \nu_1 = \frac{P_2 - P_1}{\sqrt{2\pi m_0 k T}}$$

$$I = kt\nu, \quad G = \frac{I}{P_2 - P_1}$$

$$I = CkT\omega \Rightarrow G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 k T}} = C \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

Pro vzduch, $T = 293 \text{ K}$

$$G = 121 \frac{D^3}{L} \text{ [m}^3 \text{s}^{-1}\text{]}$$