

## Plyny v dynamickém stavu

Jsou-li ve vakuovém systému různé teploty, nebo tlaky dochází k přenosu energie, nebo k proudění plynu.

### Difuze plynu

**Mechanismus difuze závisí na podmínkách:**

- molekulární  $\lambda \gg L$
- viskózně molekulární  $\lambda \approx L$
- viskózní  $\lambda \ll L$

## Molekulární režim

rychlost přenosu závisí pouze na rychlosti a hmotnosti molekul, molekuly se mezi sebou téměř nesráží

## Viskózní režim

vznikne gradient koncentrace

$$\frac{dn_a}{dt} = v'_1 = -D_{ab} \frac{dn_a}{dx}$$

$$\frac{dn_b}{dt} = v'_2 = -D_{ba} \frac{dn_b}{dx}$$

$$p = p_1 + p_2 = \textit{konst} \Rightarrow n = n_a + n_b = \textit{konst} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dn_a}{dx} = \frac{dn_b}{dx} \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D$$

## koeficient samodifuze

při difuzi molekul jednoho plynu

## koeficient vzájemné difuze

při difuzi dvou různých plynů

## koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [m^2 s^{-1}]$$

kde

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

$$p = nkT \Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda = \frac{kT}{3\sqrt{2}\pi d^2 p} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} =$$
$$= \frac{2 k^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{3 \pi^{\frac{3}{2}} d^2 p m_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow D \sim \frac{T^{\frac{3}{2}}}{d^2 p \sqrt{m_0}}$$

## koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a, \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

při stejných počátečních koncentracích

$$n_a = n_b = n \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D = \frac{1}{6} (\lambda_a v_{a(a)} + \lambda_b v_{a(b)})$$

$$T = 273 \text{ K}, p = 10^5 \text{ Pa}$$

koeficient samodifuze

plyn	$H_2$	$He$	$H_2O$	$N_2$	$CO_2$	$Hg$	$Xe$
$D[10^{-4}m^2s^{-1}]$	1.27	1.25	0.14	0.18	0.1	0.025	0.05

**koeficient vzájemné difuze**

<b>plyn</b>	<b><math>D_{ab}[10^{-4}m^2s^{-1}]</math> ve vzduchu</b>	<b><math>D_{ab}[10^{-4}m^2s^{-1}]</math> v <math>H_2</math></b>
<b><math>H_2</math></b>	<b>0.66</b>	<b>1.27</b>
<b><math>He</math></b>	<b>0.57</b>	<b>1.25</b>
<b>vzduch</b>	<b>0.18</b>	<b>0.66</b>
<b><math>CO</math></b>	<b>0.175</b>	<b>0.64</b>
<b><math>CO_2</math></b>	<b>0.135</b>	<b>0.54</b>



## Efúze plynu (termomolekulární proudění)

**Je-li v různých částech vakuového systému různá teplota, začnou proudit molekuly z části s vyšší teplotou do části s nižší teplotou.**

**Uzavřený systém rozdělený přepážkou s otvorem,  $T_2 > T_1$**

$$\nu_1 = \frac{1}{4}n_1v_{a1} \quad , \quad \nu_2 = \frac{1}{4}n_2v_{a2}$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4}(n_2v_{a2} - n_1v_{a1})$$

**proudění ustane, když  $n_2 v_{a2} = n_1 v_{a1}$**

$$p = nkT, \quad v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_{a1}}{v_{a2}} \Rightarrow \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

**spoj s velkou vodivostí a viskózní podmínky**

$$p \approx p_1 \approx p_2$$

$$p \approx kn_1T_1 \approx kn_2T_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

**spoj s velkou vodivostí a molekulární podmínky**  $n_1 \approx n_2$

## Koeficient akomodace

**Sdílení energie při dopadu molekuly na povrch je závislé na určitých podmínkách, které vyjadřuje koeficient akomodace.**

$$d = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1}$$

**kde  $T_1$  je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou  $T_2$  a**

**$T_2'$  je teplota odražené molekuly**

**Koeficient akomodace závisí na druhu plynu, na stavu a druhu povrchu a na teplotě. Změna koeficientu v závislosti na teplotě v mezích 100-500K pro různé plyny nepřekračuje 50%.**

## Úhlové rozdělení molekul plynu odražených, nebo startujících z povrchu

**Molekuly plynu dopadající na povrch se nemusí odrážet podle zákona zrcadlového odrazu.**

**Doba pobytu není nekonečně krátká,**

**povrch vzhledem k velikosti molekuly není dokonale hladká plocha.**

**Rozdělení pravděpodobností se řídí kosinovým zákonem (Knudsenovým)**

$$P(\vartheta) = P_0 \cos \vartheta$$

## Viskozita plynu (vnitřní tření)

viskózní podmínky  $\lambda \ll L$ , při proudění vzniká gradient rychlosti

$$F_t = -\eta \frac{du}{dx} \Delta S$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda v_a \quad [N \, s \, m^{-2}]$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}, \quad \rho = m_0 n, \quad p = nkT$$

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{kT m_0}{\pi^3}} \Rightarrow \eta \approx konst \sqrt{T}$$

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{T_\lambda}{T_0}}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

kde  $T_\lambda$  je Sutherlandova konstanta

## Přenos tepla plynem

Množství tepla procházející za 1 sekundu plochou  $1\text{m}^2$  kolmou ke směru maximálního gradientu teploty lze vyjádřit

$$W = -\Lambda \frac{dT}{dx}$$

viskózní podmínky

$$\Lambda = \frac{1}{3} \rho v_a \lambda c_v \quad [W m^{-1} K^{-1}]$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

$c_v$  je měrné teplo plynu při stálém objemu



**při molekulárních podmínkách se všechny molekuly podílejí na přenosu tepla,  
přenos tepla je úměrný koncentraci a tím i tlaku**

## Proudění plynu

**Proudění vzniká při rozdílu tlaků(koncentrací).**

**Typy proudění:**

- **turbulentní (vířivé)**
- **laminární (viskozní)**
- **molekulární**

## Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech.

Proudnice vytváří víry.

## Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlost. plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

## Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

**Rozdělení vakua**

<b>vakuum</b>	<b>nízké</b>	<b>střední</b>	<b>vysoké</b>	<b>extrémně vysoké</b>
<b>tlak [<math>Pa</math>]</b>	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
<b>koncentrace [<math>cm^{-3}</math>]</b>	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
<b>střední dráha <math>\lambda</math> [<math>cm</math>]</b>	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
<b>monovrstva <math>\tau</math> [<math>s</math>]</b>	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
<b>typ proudění</b>	<b>viskózní</b>	<b>Knudsenovo</b>	<b>molekulární</b>	<b>molekulární</b>

## Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo  $R_e$

$$R_e = \frac{D \rho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$  nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$  nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$  přechodová oblast

## Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo  $K_n$

$$K_n = \frac{D}{\lambda}$$

$K_n > 100$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n < 1$  nastává molekulární proudění

$1 \leq K_n \leq 100$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}, \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow K_n = \frac{pD\sqrt{2}\pi d^2}{kT}$$

$$T = 300 \text{ K}, \quad k = 1.38032 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$d = 3.75 \cdot 10^{-10} \text{ m (vzduch)}$$

$pD > 0.662$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6.62 \cdot 10^{-3}$  nastává molekulární proudění

$6.62 \cdot 10^{-3} \leq pD \leq 0.662$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

## Proud plynu

### Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

### Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [Pam^3s^{-1} = W]$$



**Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul  $\nu'$ ,  
které rocházejí daným průřezem za 1s**

$$m_0 \nu' = \frac{dm}{dt}, \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m T}{m_0 p}$$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = kT \nu'$$

## Specifický proud plynu

$$I_1 = \frac{I}{A}$$

## Objemová rychlost proudění $S$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = S \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_p = pS$$

## Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu  $V$  s plynem o tlaku  $p$ , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V$$

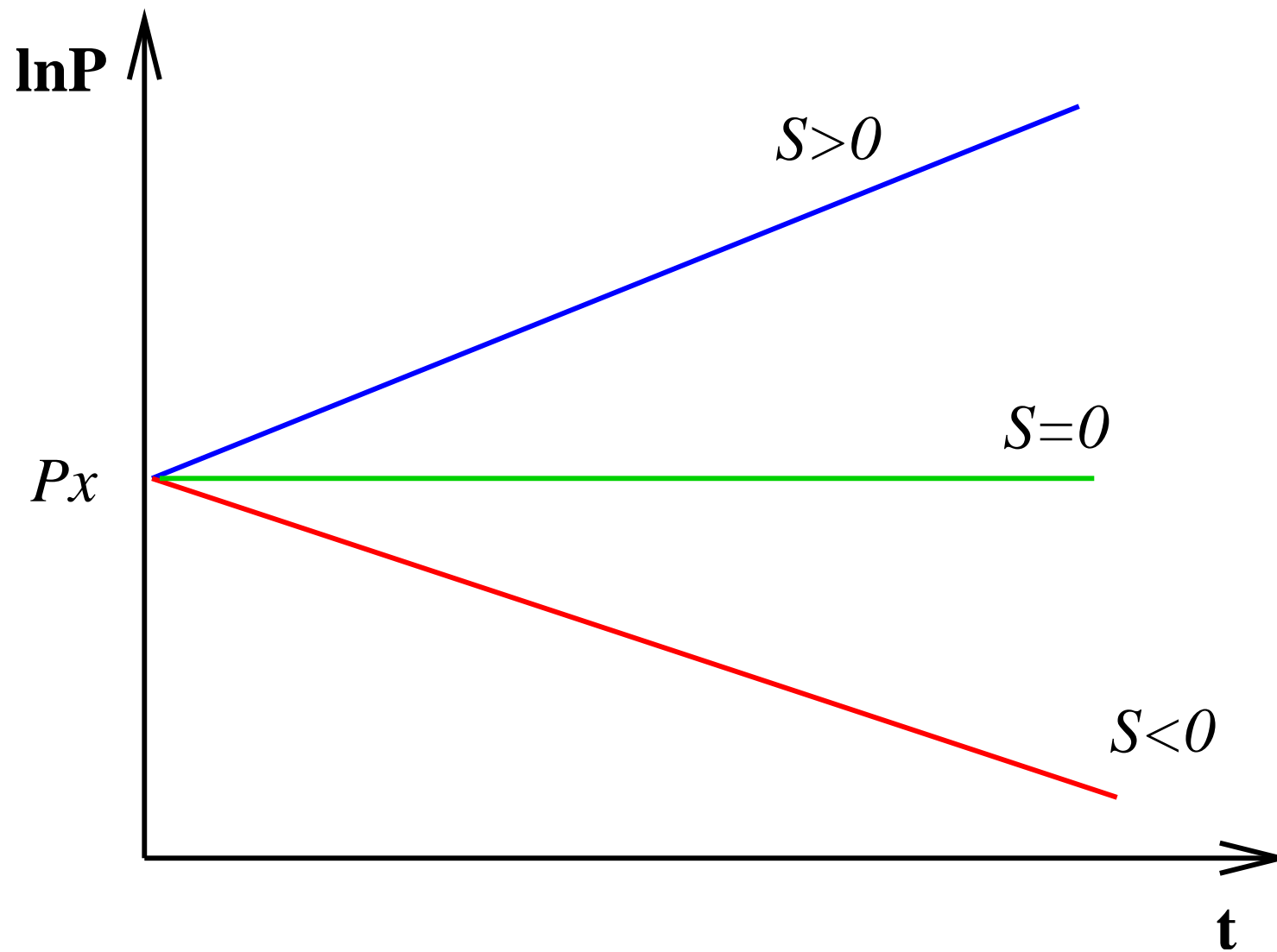
$$V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

## Závislost tlaku na čase



## Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků  $p_2 - p_1$  a proudu plynu  $I$

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [m^3 s^{-1}]$$

Rychlost odčerpávání vak. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci

$$p = 0 Pa, G = S$$

## Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [m^{-3} s]$$

**Při paralelním spojení vakuových dílů**

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

**Při seriovém spojení vakuových dílů**

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

## Objemová rychlost na výstupu z trubice

Mějme trubici s vodivostí  $G$ , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky  $p_1$ ,  $p_2$  a objemové rychlosti  $S_1$ ,  $S_2$ .

$$I = G(p_2 - p_1)$$

$$I = p_1 S_1$$

$$I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{I}{G}, \quad p_2 = \frac{I}{S_2}, \quad p_1 = \frac{I}{S_1}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \Rightarrow S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když  $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$



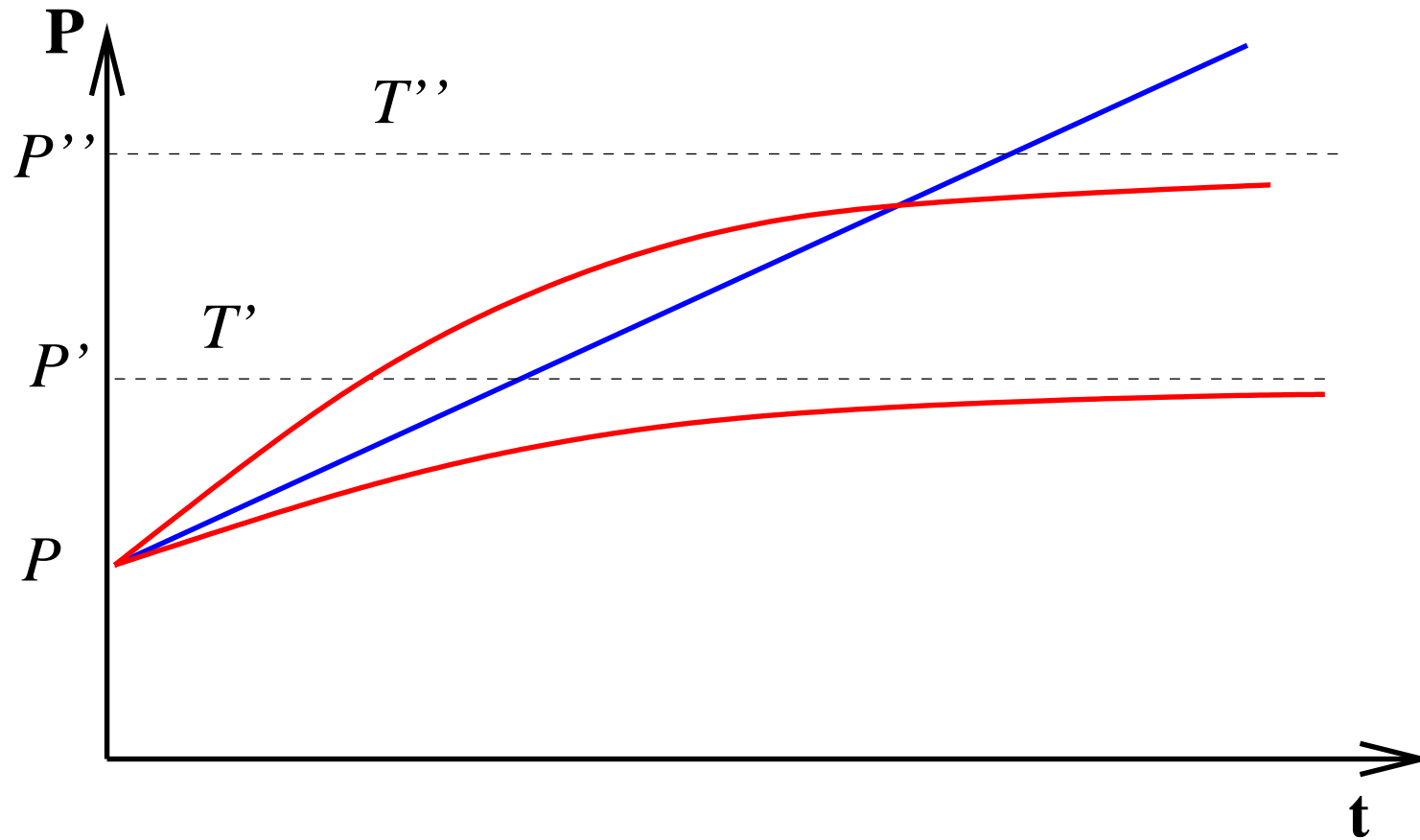
## Vliv netěsností

1. skutečné netěsnosti (netěsné spoje, dirky, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N (p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

2. zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

### Vliv netěsností



## Mezní tlak

Při čerpání, objemová rychlost  $S < 0$  by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že  $p = p_0 = 0 \text{ Pa}$ . Ve skutečnosti vždy platí  $p_0 > 0$  (netěsnosti, zdroje plynu, ...).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$