

Simulace Poissonova procesu

Zadání:

V sobotu v době od 8 do 20 h sledujeme provoz v klidné ulici ve vilové čtvrti města. V tomto období vjíždějí auta do této ulice v průměru každých 8 minut. Předpokládejme, že intervaly mezi příjezdy aut se řídí exponenciálním rozložením. Pomocí MATLABu simulujte vjezd 20 aut do této ulice.

- Zjistěte celkovou dobu simulace.
- Vypočtěte průměrnou, maximální a minimální délku intervalu mezi vjezdy dvou aut.
- Vypočtěte směrodatnou odchylku délek intervalů.
- Porovnejte tvar histogramu délek intervalů (volte 5 třídicích intervalů) s tvarem hustoty exponenciálního rozložení s příčinným parametrem.
- Znáznorněte nasimulovaný Poissonův proces graficky.

Návod:

Zavedeme Poissonův proces $\{X_t; t \in T\}$, kde $X_t = j$, když v intervalu $\langle 0, t \rangle$ vjede do ulice právě j aut, $j = 0, 1, 2, \dots$. Parametr $\lambda = \frac{1}{8}$.

Pomocí funkce `unifrnd` vygenerujeme 20 náhodných čísel z intervalu $(0,1)$:
`r = unifrnd(0,1,20,1);`

Proměnnou r transformujeme vztahem $x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-r)$:

`x = -8*log(1-r);`

V proměnné x jsou nyní uloženy délky intervalů mezi vjezdy aut.

Celková doba simulace:

`doba = sum(x)`

Průměrná délka intervalu:

`prumer = mean(x)`

Maximální délka intervalu:

`maximum = max(x)`

Minimální délka intervalu:

`minimum = min(x)`

Směrodatná odchylka délek intervalů:

`so = std(x)`

(Teoretická celková doba simulace by měla být $20 \cdot 8 = 160$ min, průměr = 8 min, směrodatná odchylka = 8 min.)

Histogram délek intervalů s pěti třídicími intervaly znázorníme příkazem `hist(x,5)`.

Znáznornění hustoty exponenciálního rozložení s parametrem 8:

`plot([0:0.01:maximum],expdf([0:0.01:maximum],8))`

Znáznornění nasimulovaného Poissonova procesu:

Do proměnné $pocet$ uložíme celkový počet aut:

`pocet = [1:20]'`;

Do proměnné t uložíme kumulované délky intervalů:

`t = cumsum(x);`

Pomocí funkce `stairs` znázorníme Poissonův proces:

`stairs(t,pocet)`

Celý postup můžeme zopakovat s větším počtem aut a sledovat, jak se zvyšujícím se počtem simulací se empirické charakteristiky procesu blíží teoretickým.