
Model SIRS

*Lekce v kursu M8115 inovovaném v rámci projektu
CZ.04.1.03/3.2.15.1/0151*

Zdeněk Pospíšil

Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta



Problém

Participace občanů na řešení problémů města
(bezprostřední motivace: brownfields, Vaňkovka)

Problém

Participace občanů na řešení problémů města
(bezprostřední motivace: brownfields, Vaňkovka)

Někdo má nápad. Nelze ho však realizovat bez pomoci (spoluúčasti) jiných. Aktivní jedinec oslovuje potenciální partnery. Lidé oslovení a nadšení pro věc mohou získávat další. Ovšem realizace vážne, přichází zklamání, jednotliví partneři odcházejí. Po čase může znechucení odeznít a lidé se mohou nechat znovu oslovit.

Problém

Participace občanů na řešení problémů města
(bezprostřední motivace: brownfields, Vaňkovka)

Otázky:

- Lze dosáhnout nějakého „nadkritického“ množství spolupracujících občanů?
- Bude množství spolupracujících občanů nějak stabilní nebo bude kolísat?
- Co zvětšuje množství spolupracujících občanů?
- ...

Prvky a vazby

oslovitelní

spolupracující

zklamání

Prvky a vazby

úbytek oslovitelných

oslovitelní

přírůstek oslovitelných

přírůstek spolupracujících

spolupracující

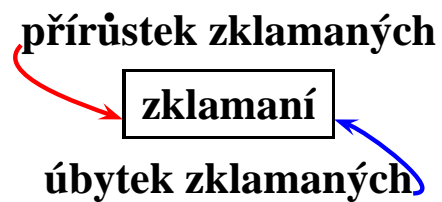
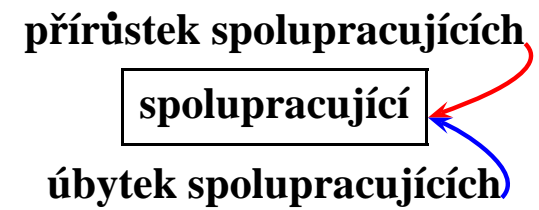
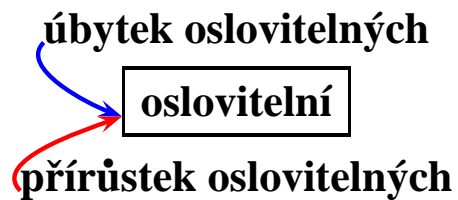
úbytek spolupracujících

přírůstek zklamaných

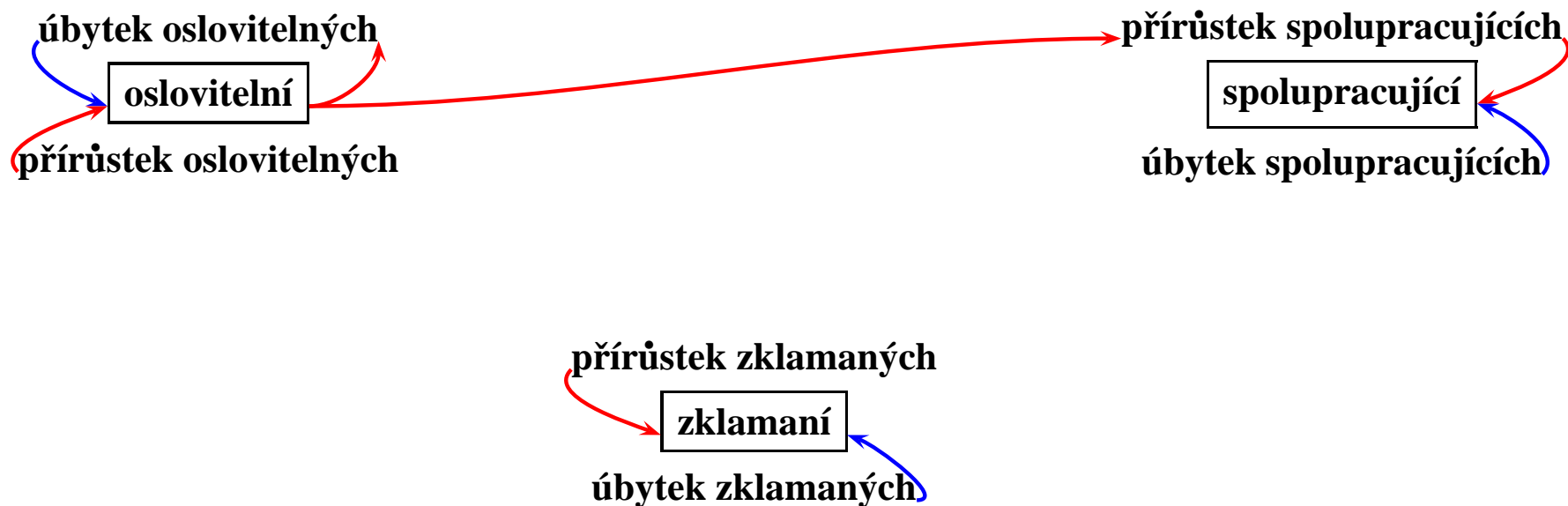
zklamání

úbytek zklamaných

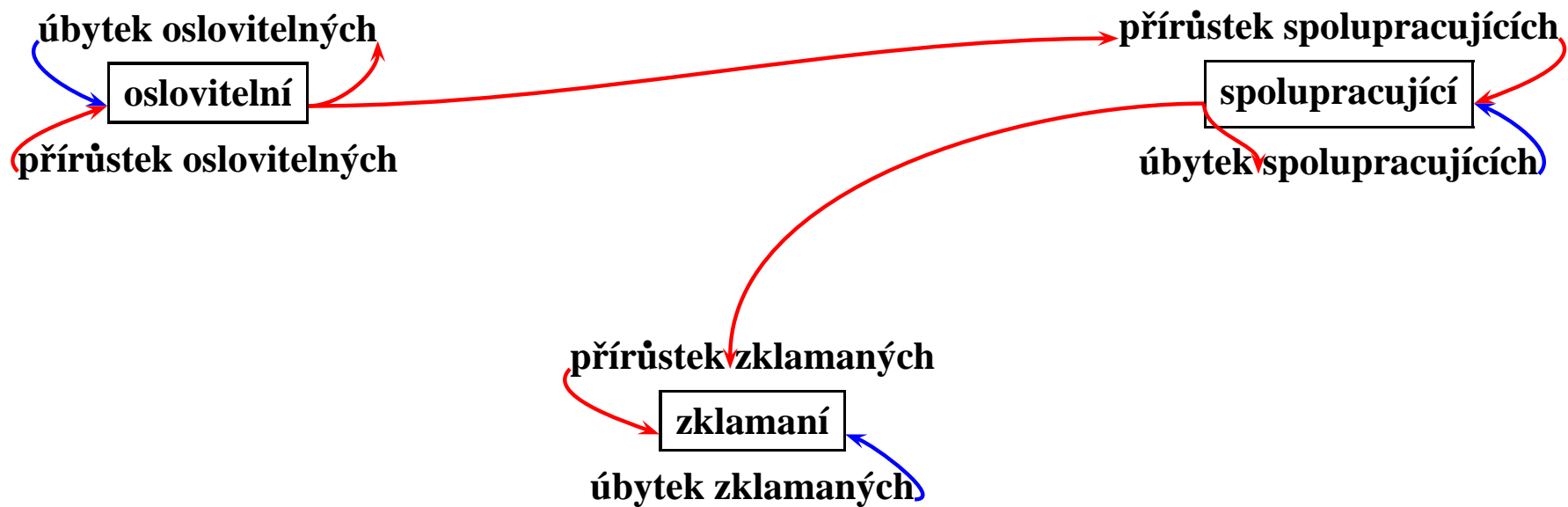
Prvky a vazby



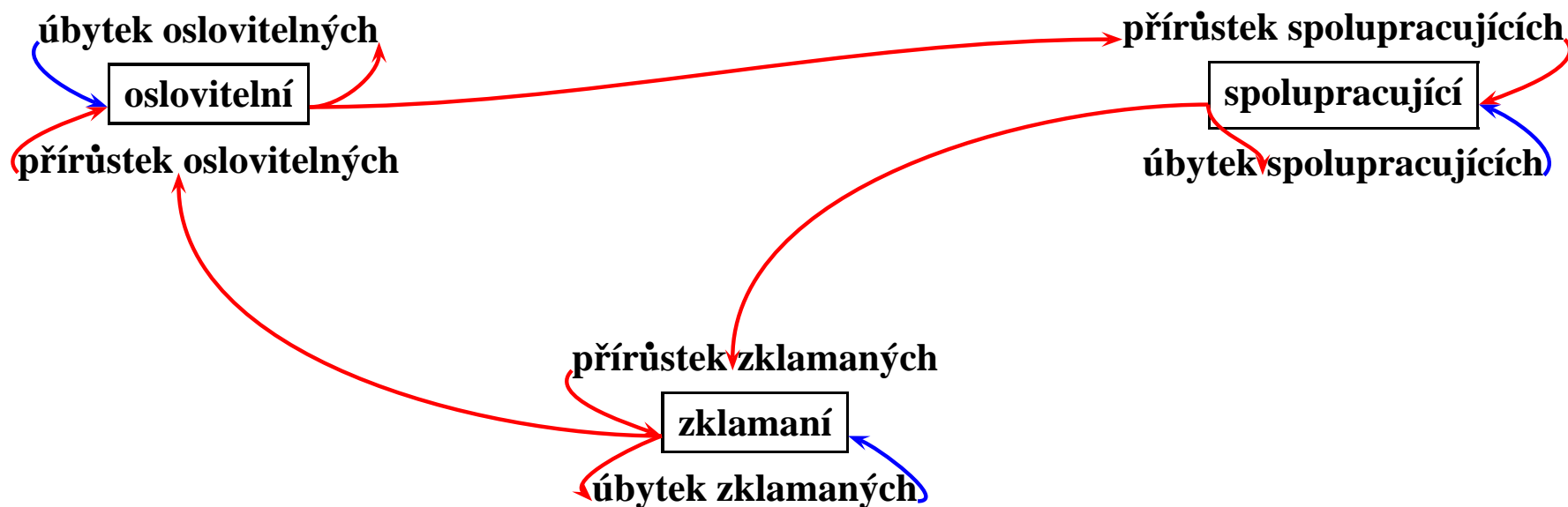
Prvky a vazby



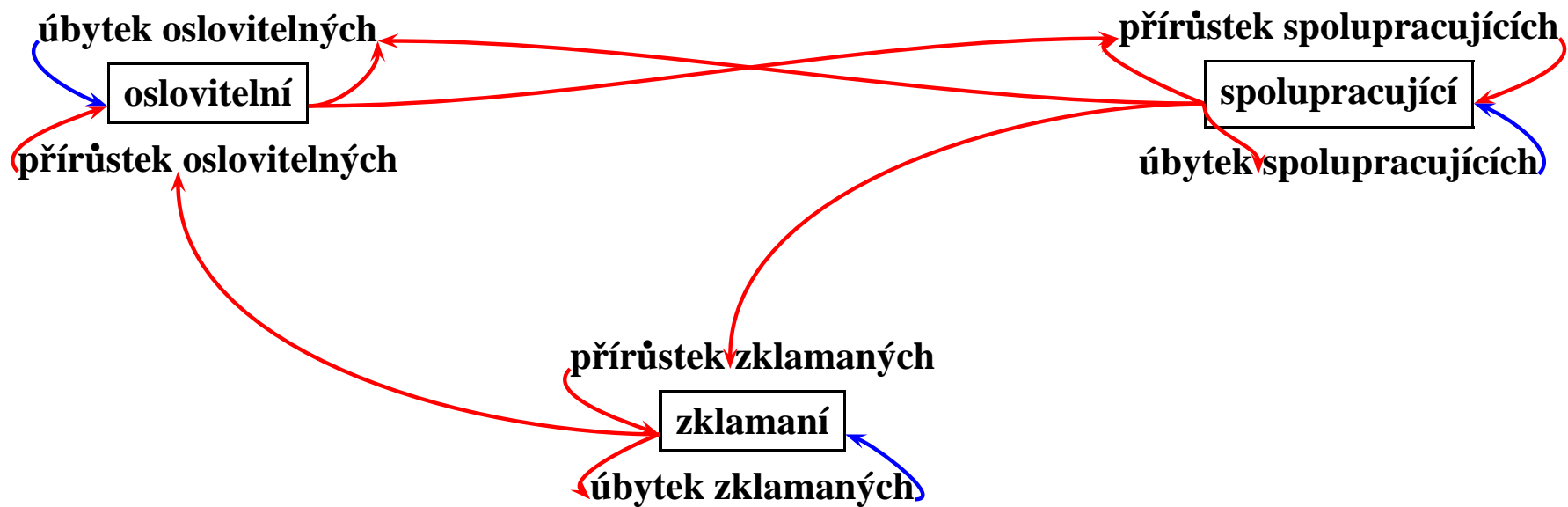
Prvky a vazby



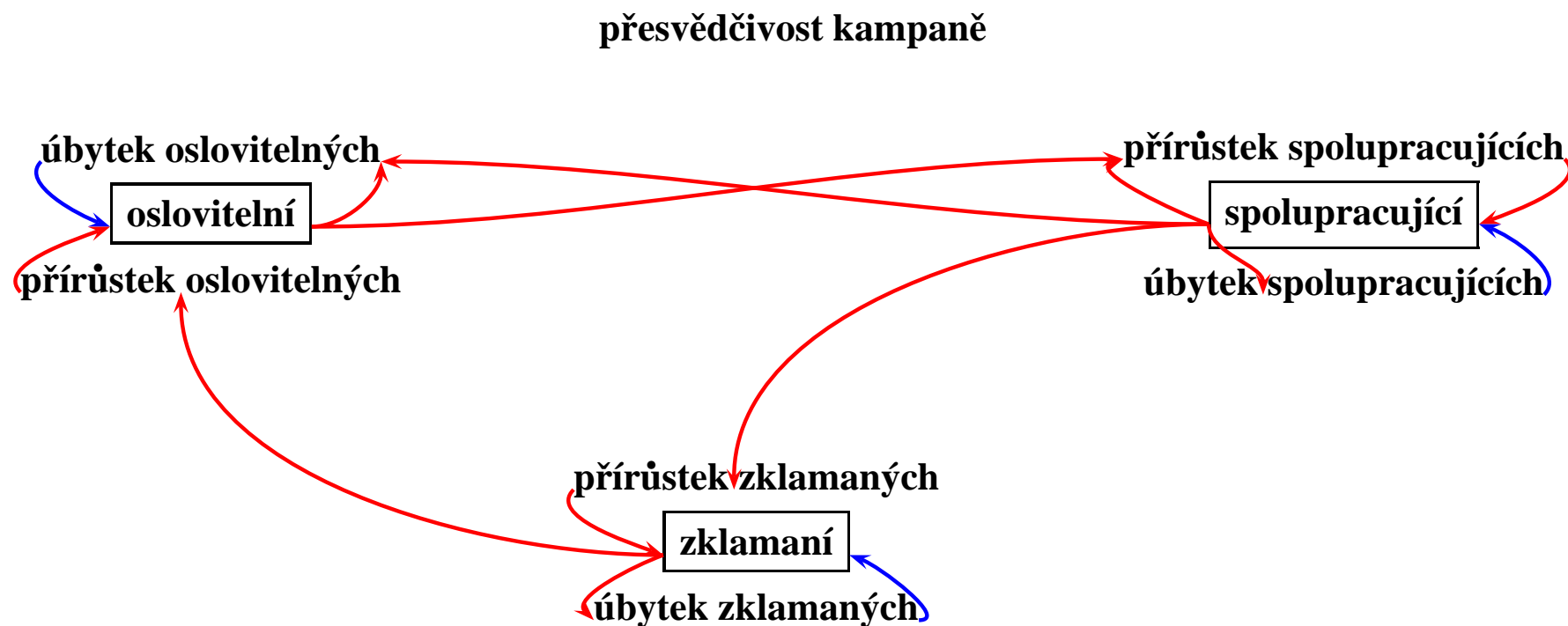
Prvky a vazby



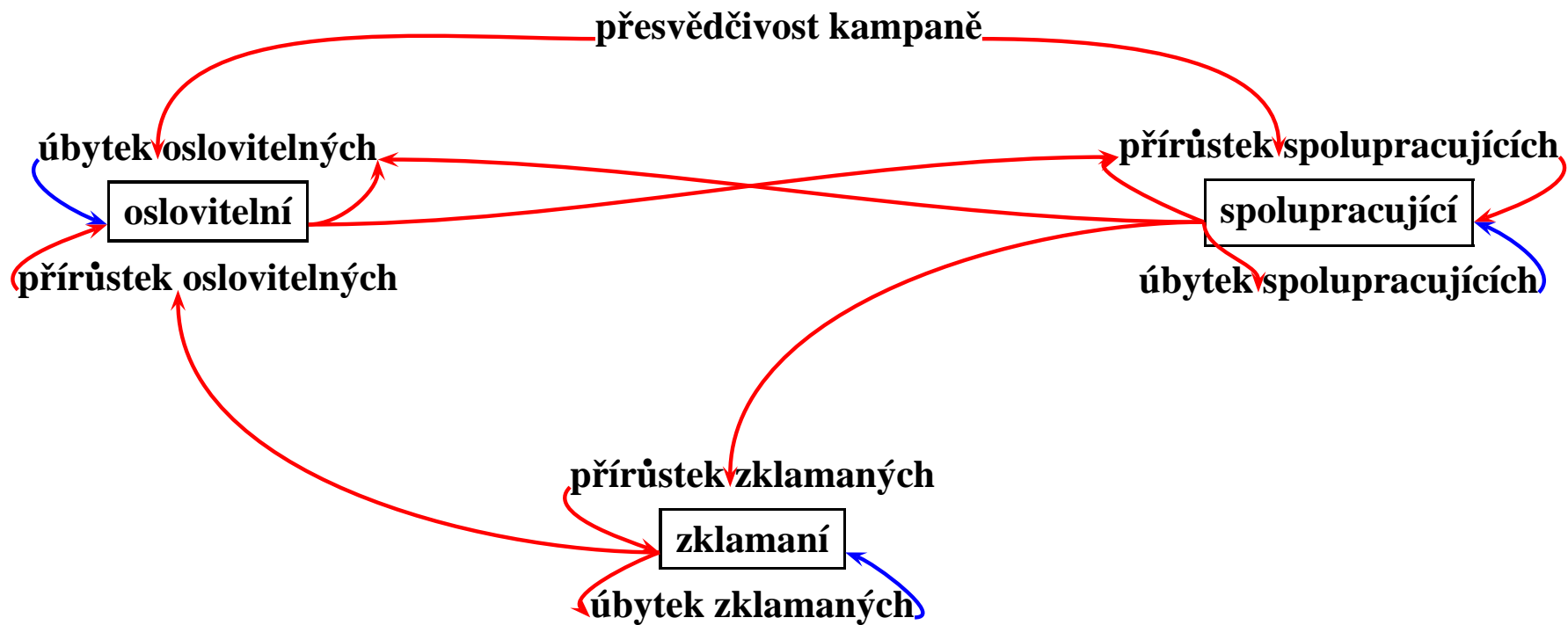
Prvky a vazby



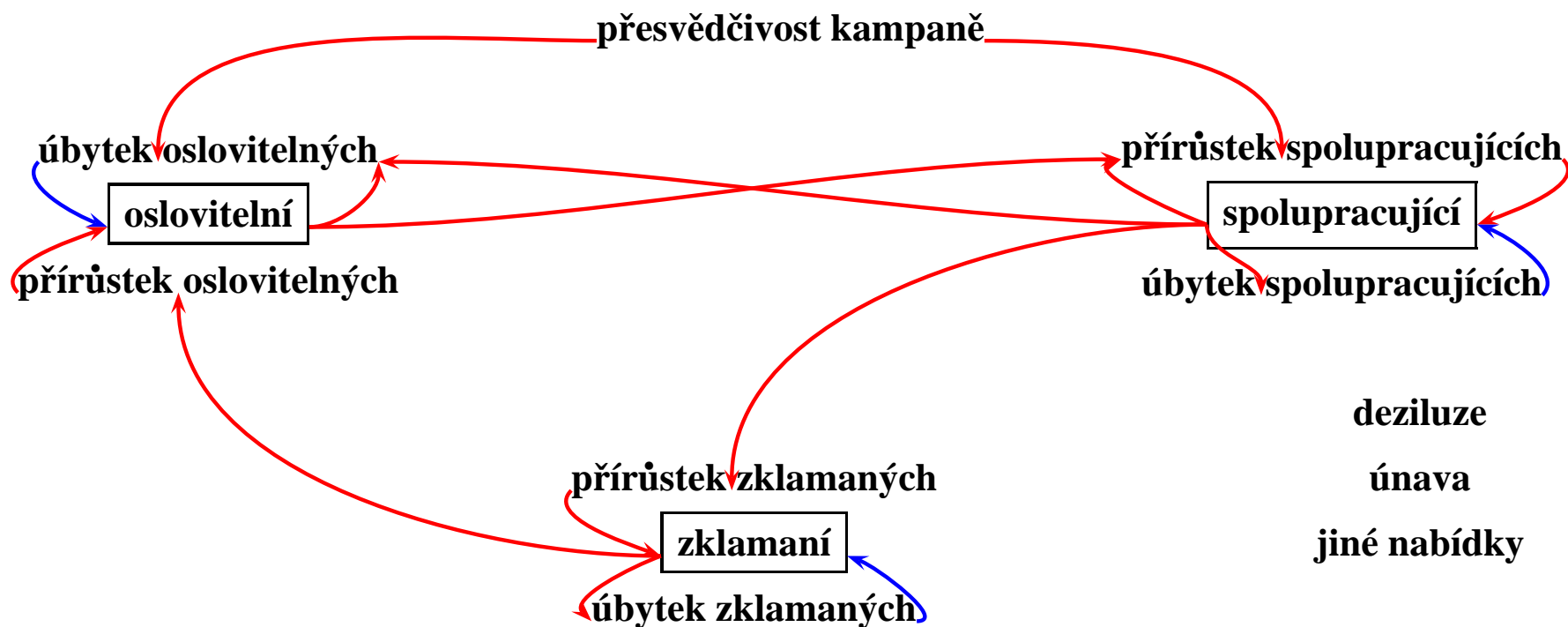
Prvky a vazby



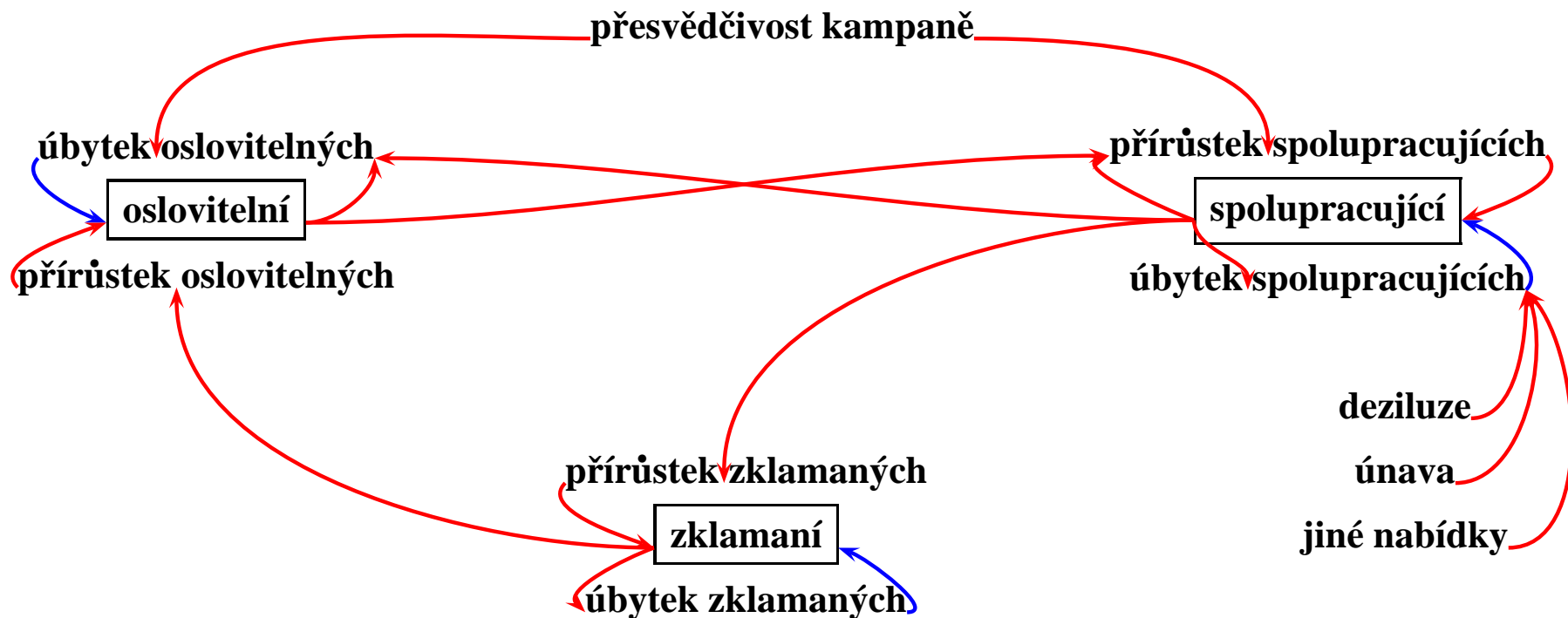
Prvky a vazby



Prvky a vazby

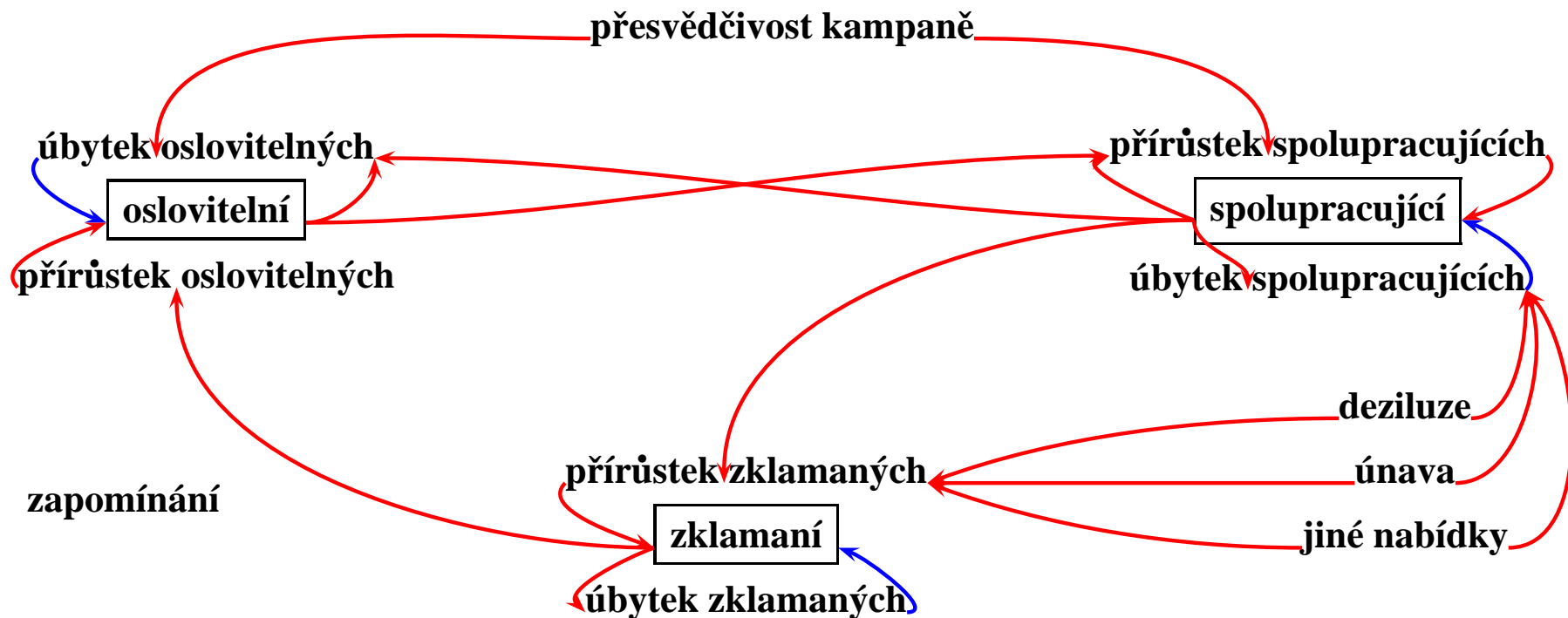


Prvky a vazby

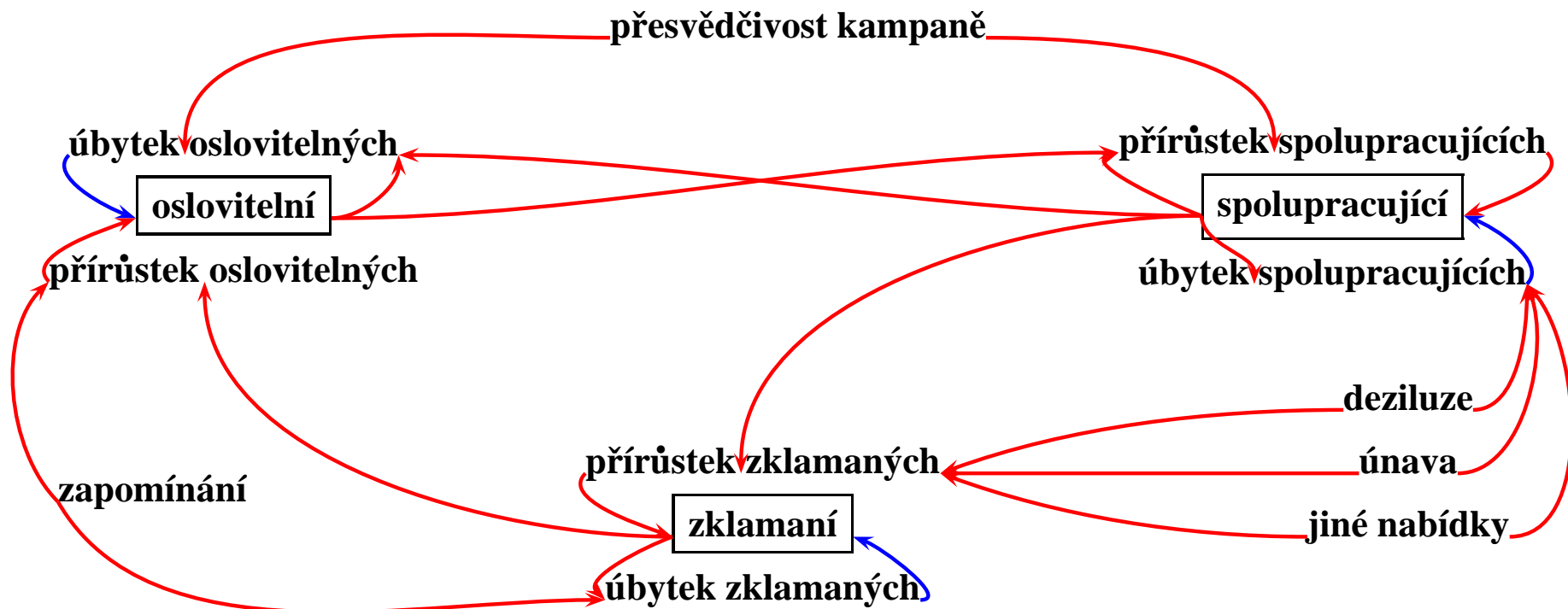




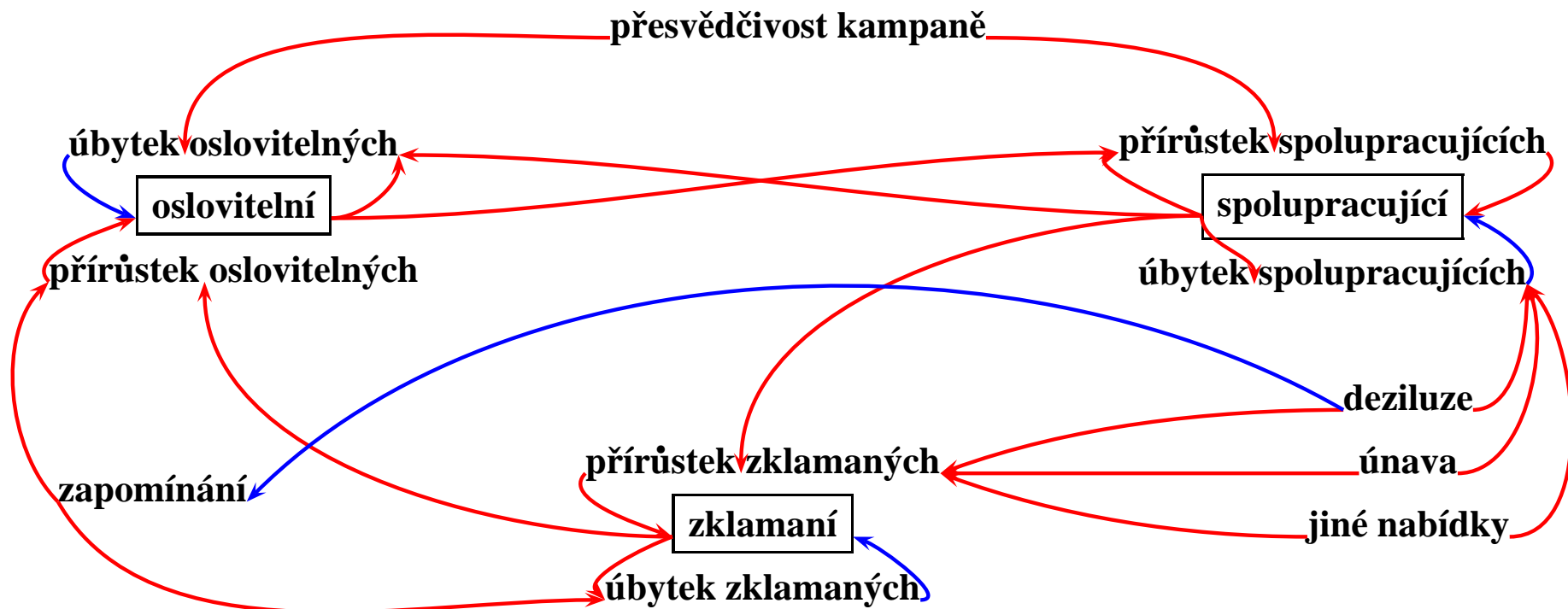
Prvky a vazby



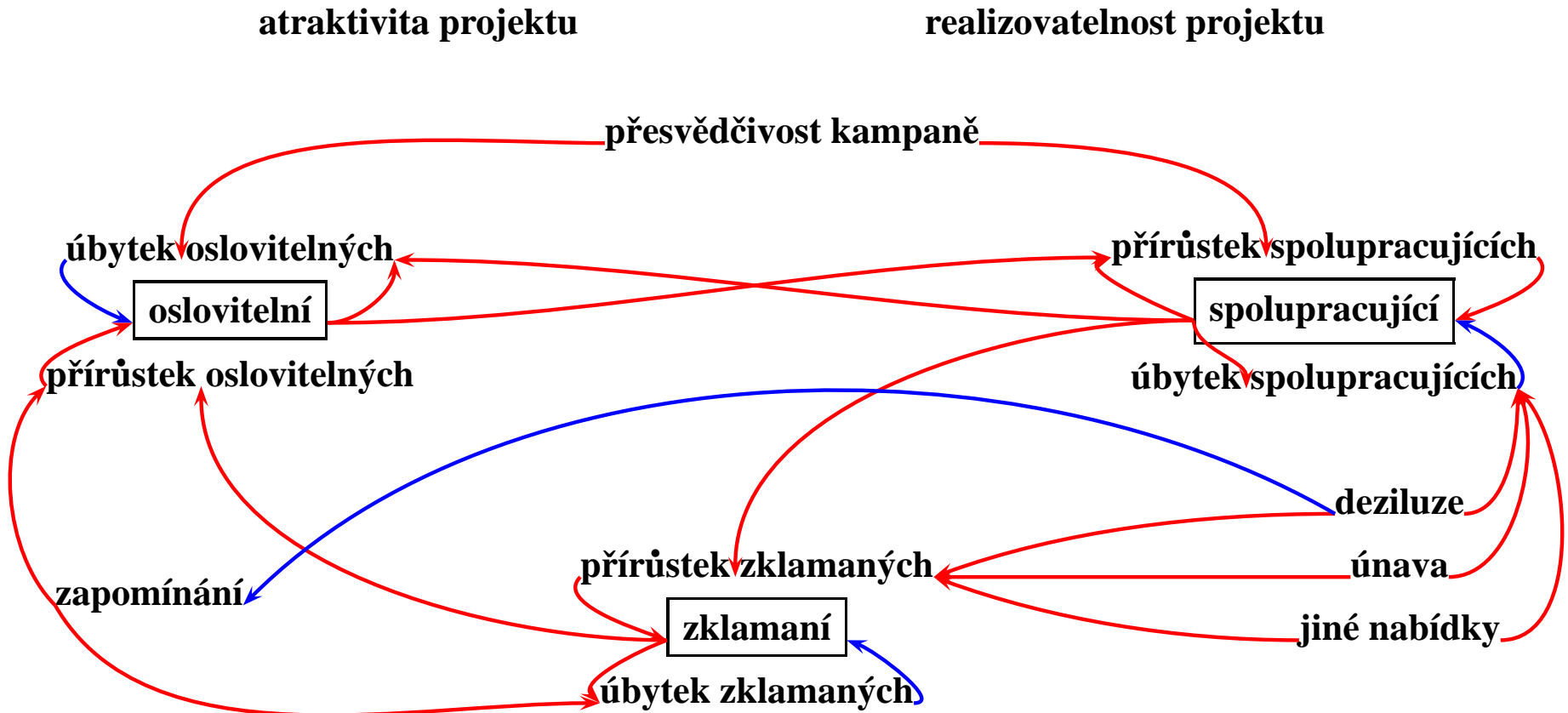
Prvky a vazby



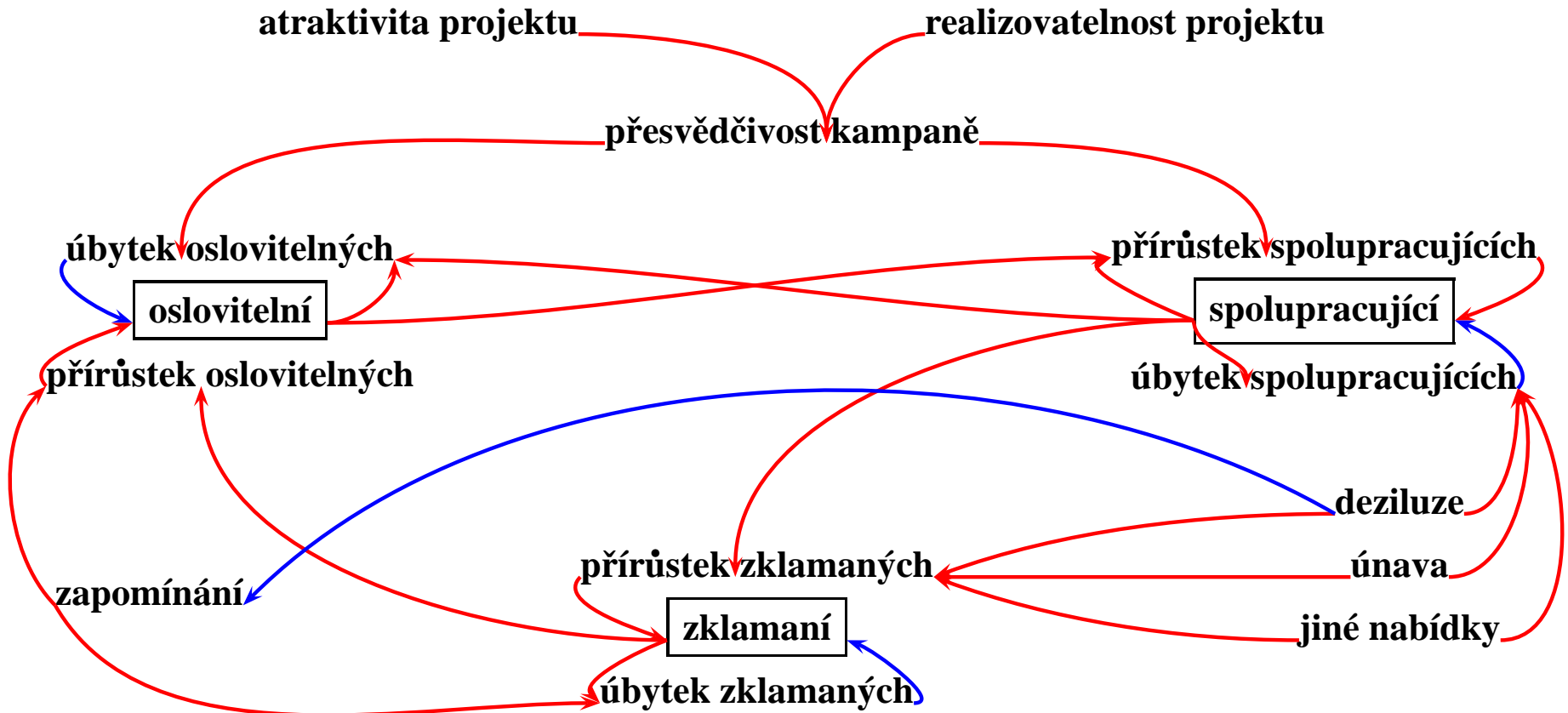
Prvky a vazby



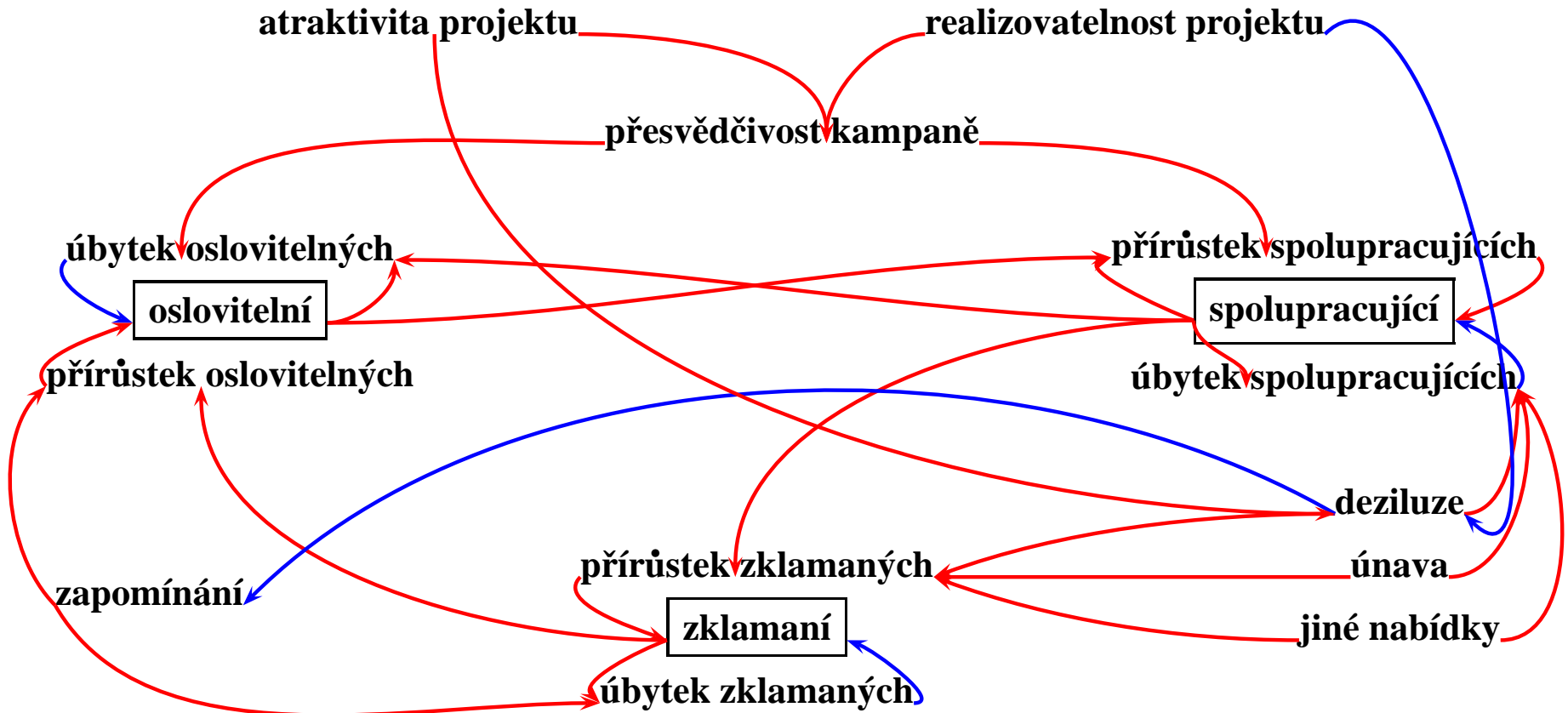
Prvky a vazby



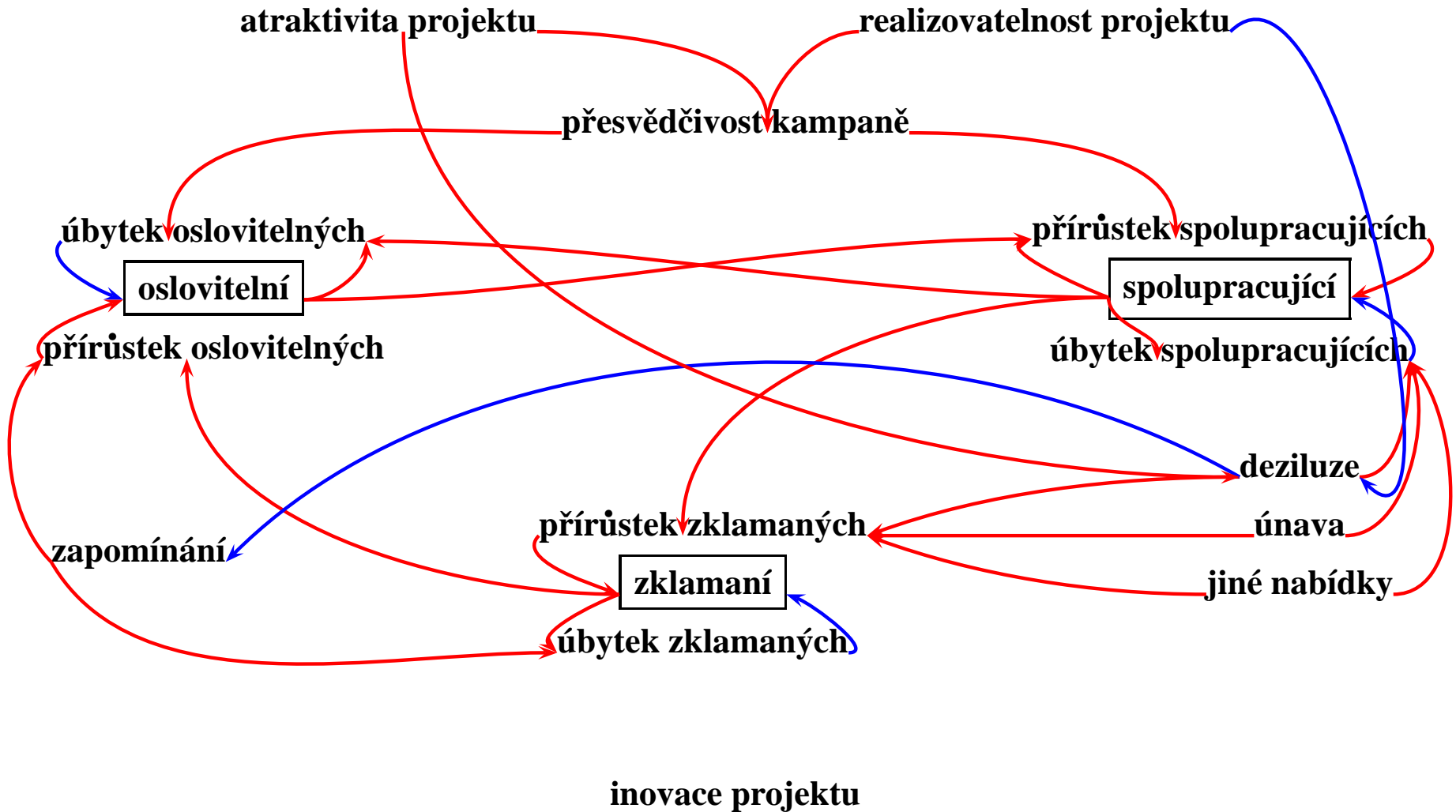
Prvky a vazby



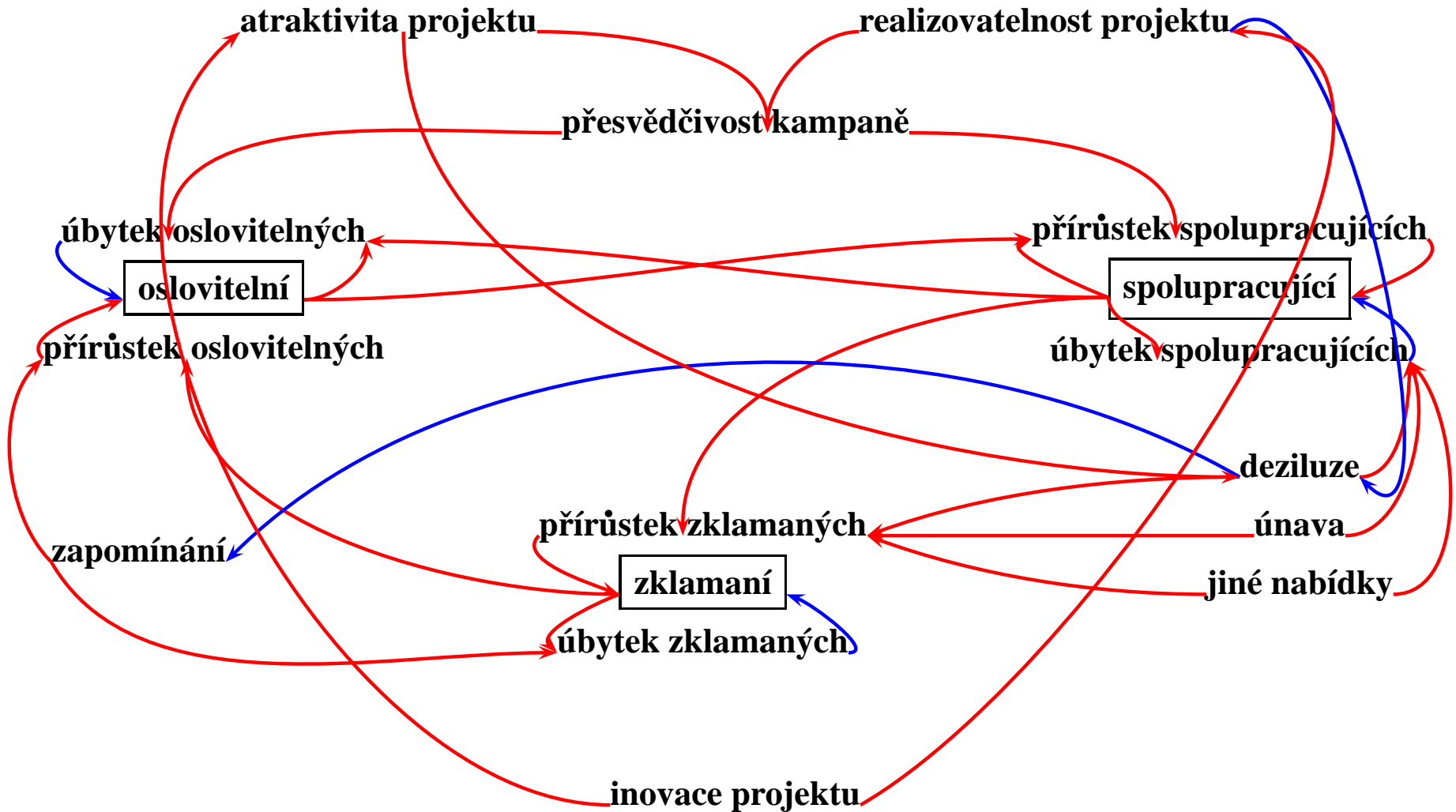
Prvky a vazby



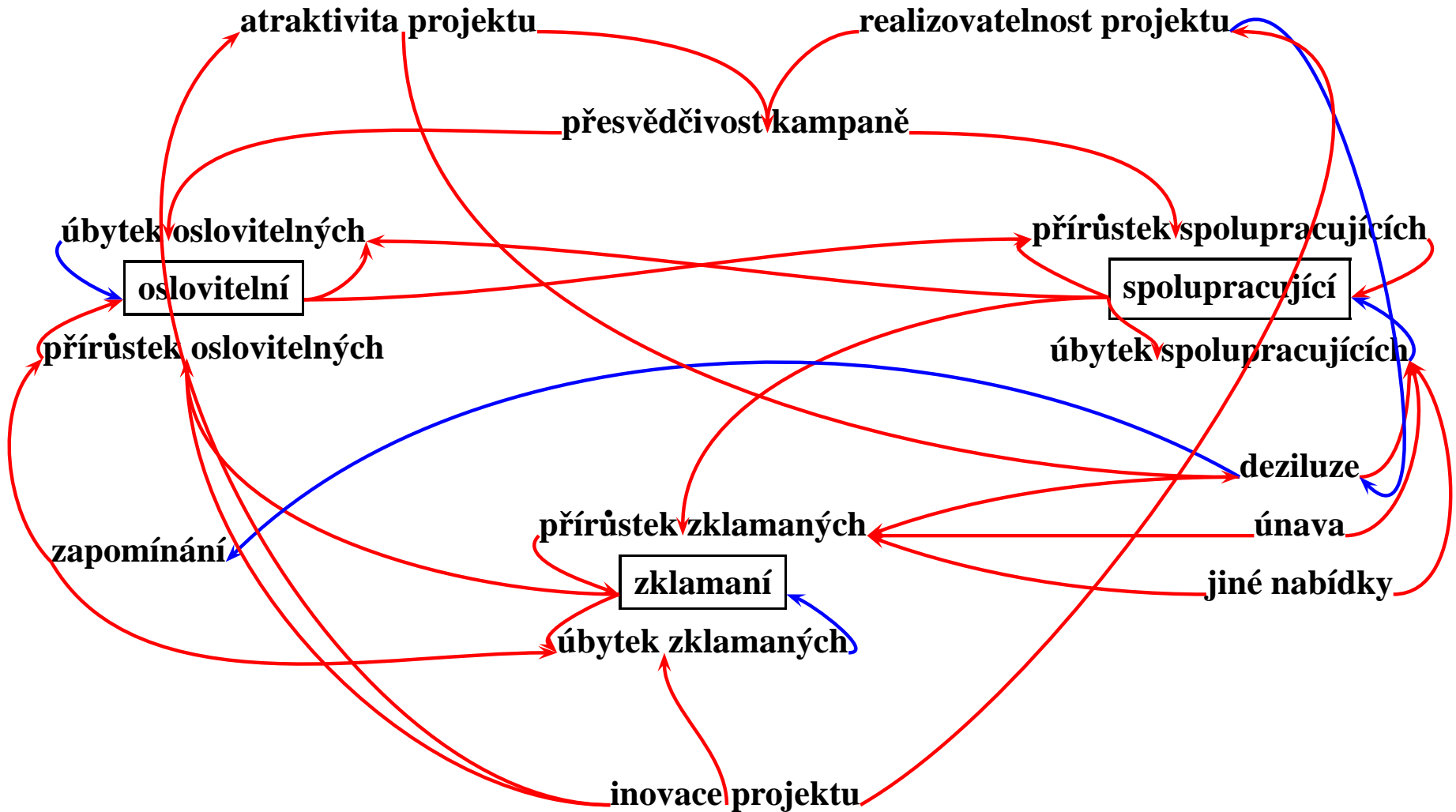
Prvky a vazby



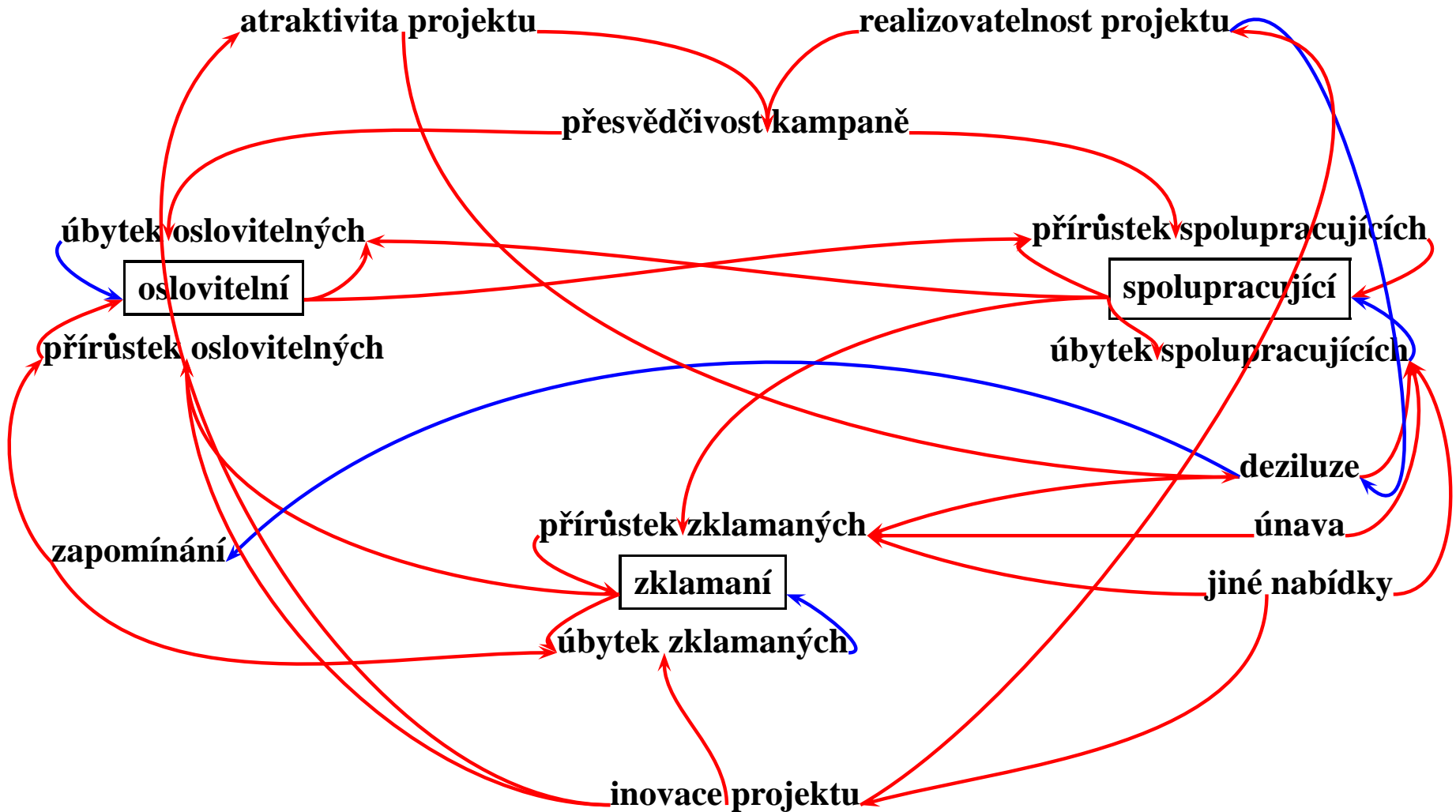
Prvky a vazby



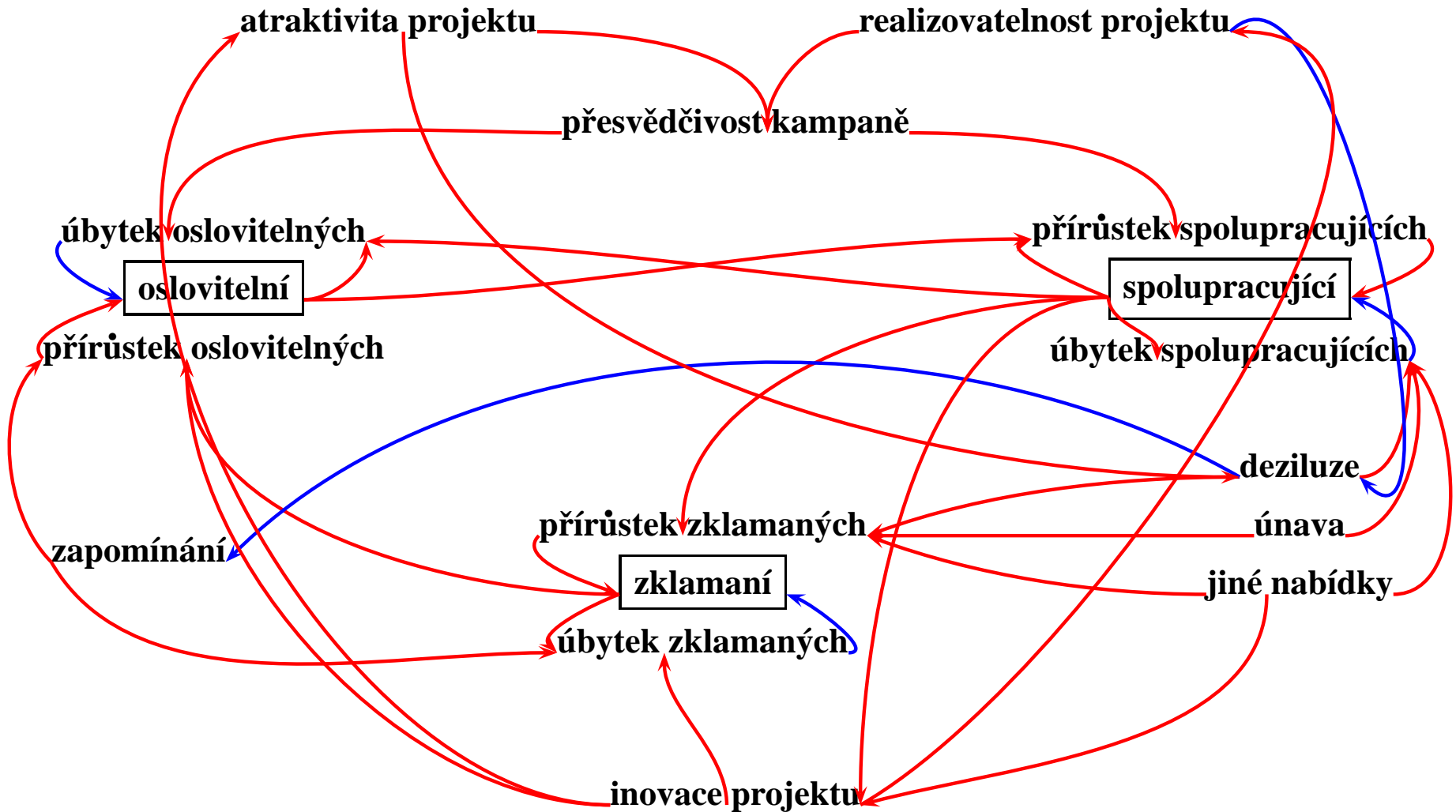
Prvky a vazby



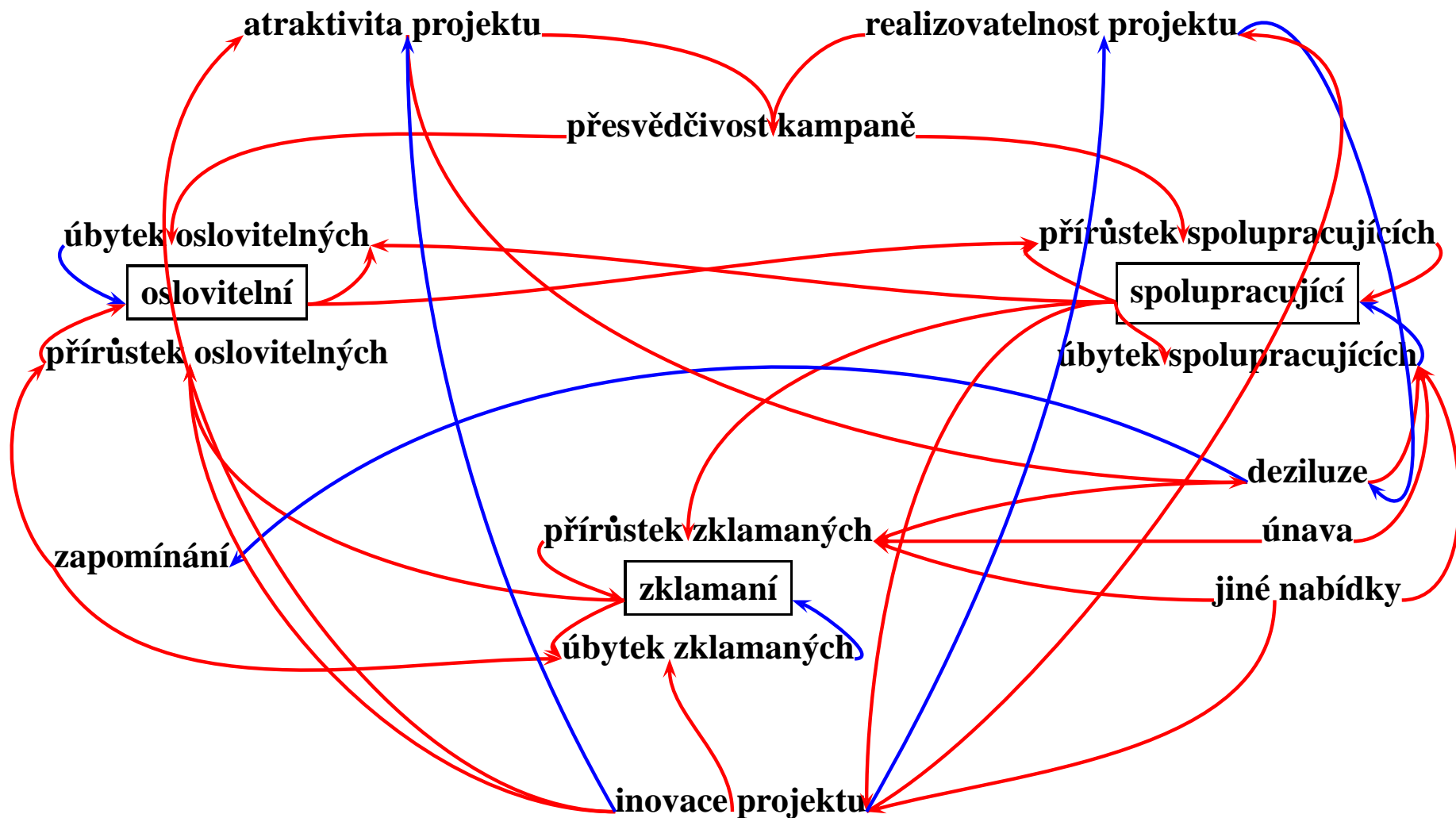
Prvky a vazby



Prvky a vazby



Prvky a vazby



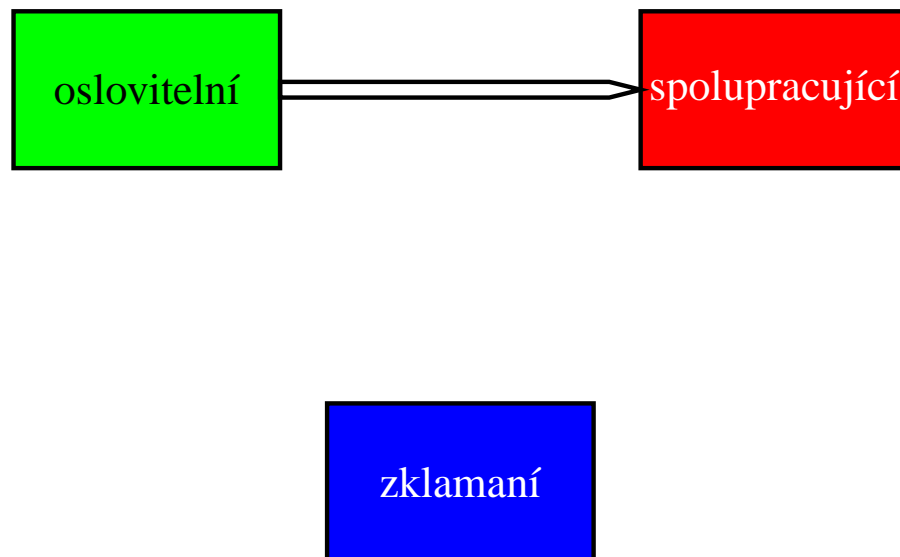
Předmodel

oslovitelní

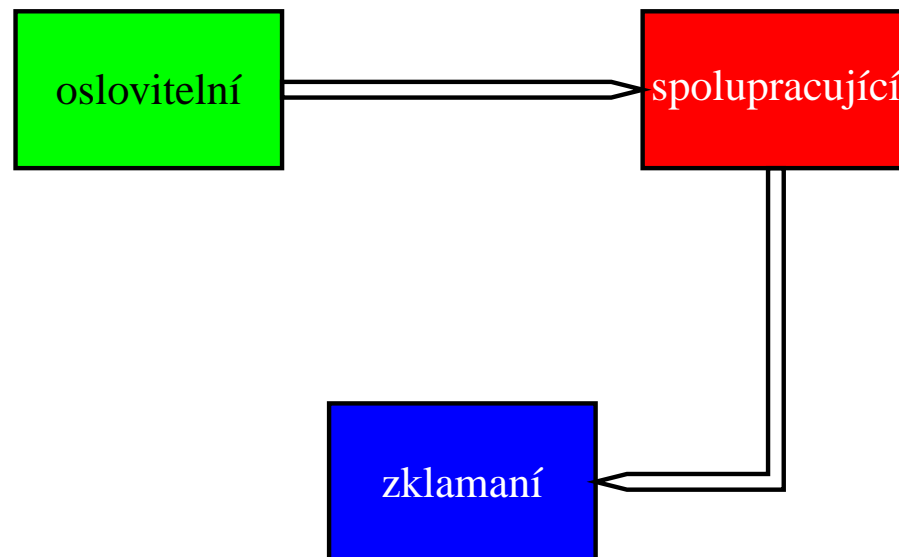
spolupracující

zklamaní

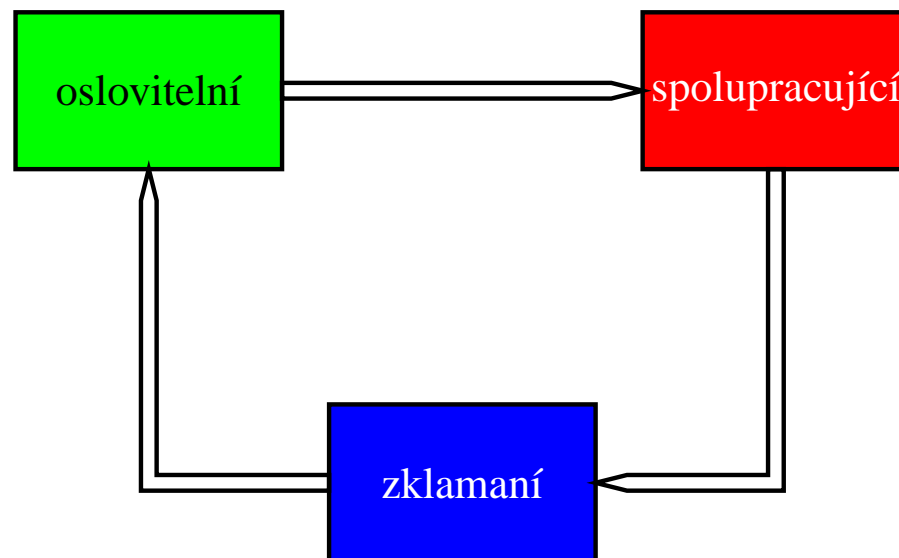
Předmodel



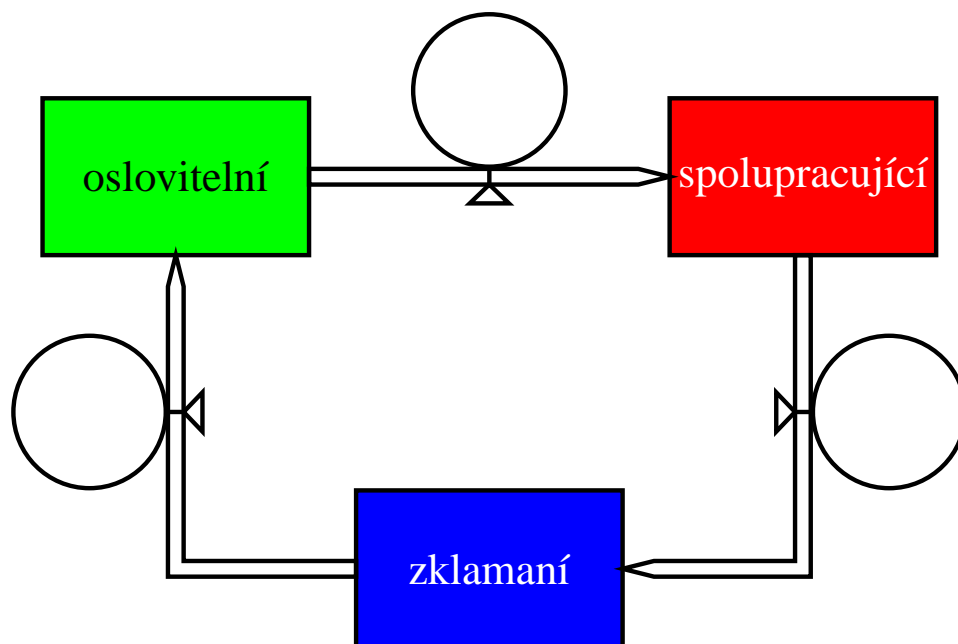
Předmodel



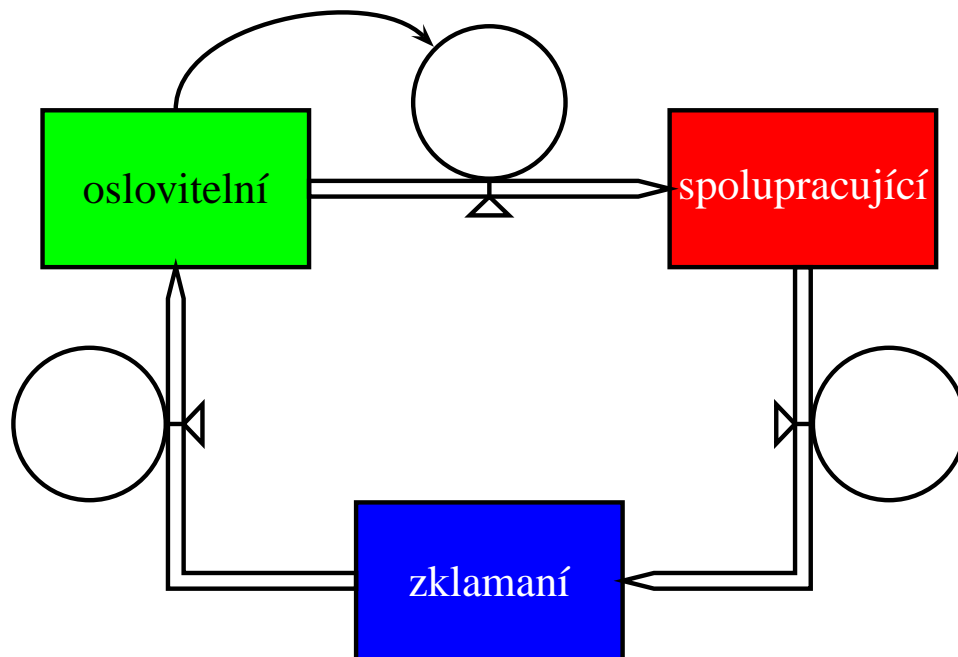
Předmodel



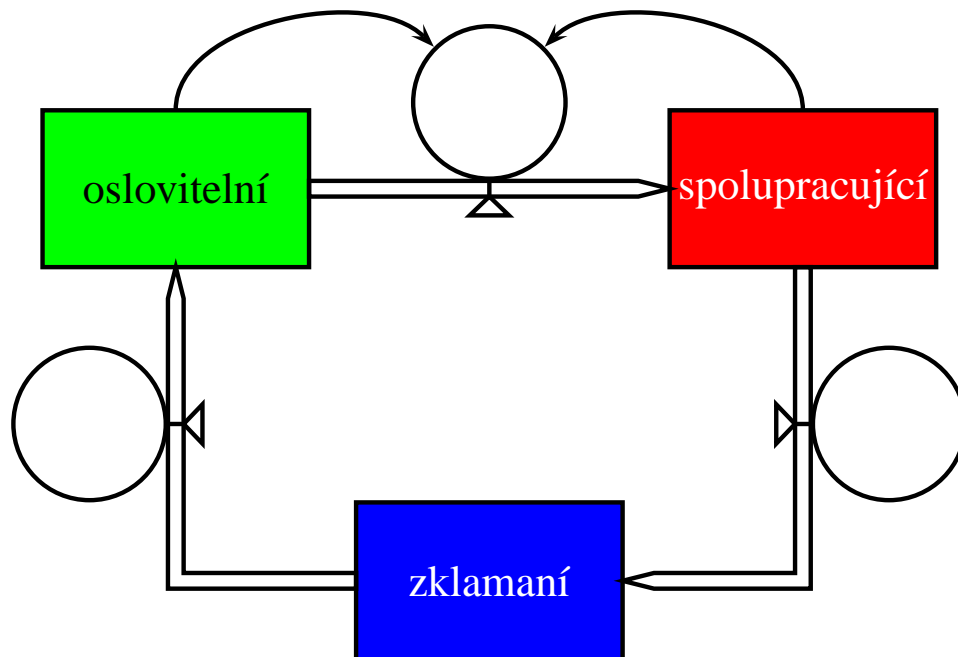
Předmodel



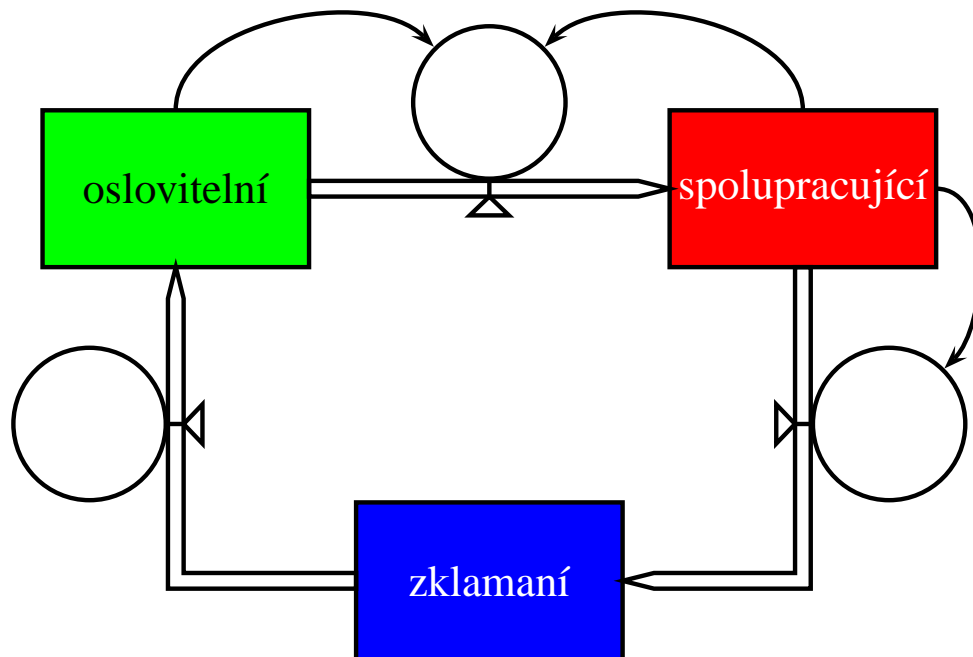
Předmodel



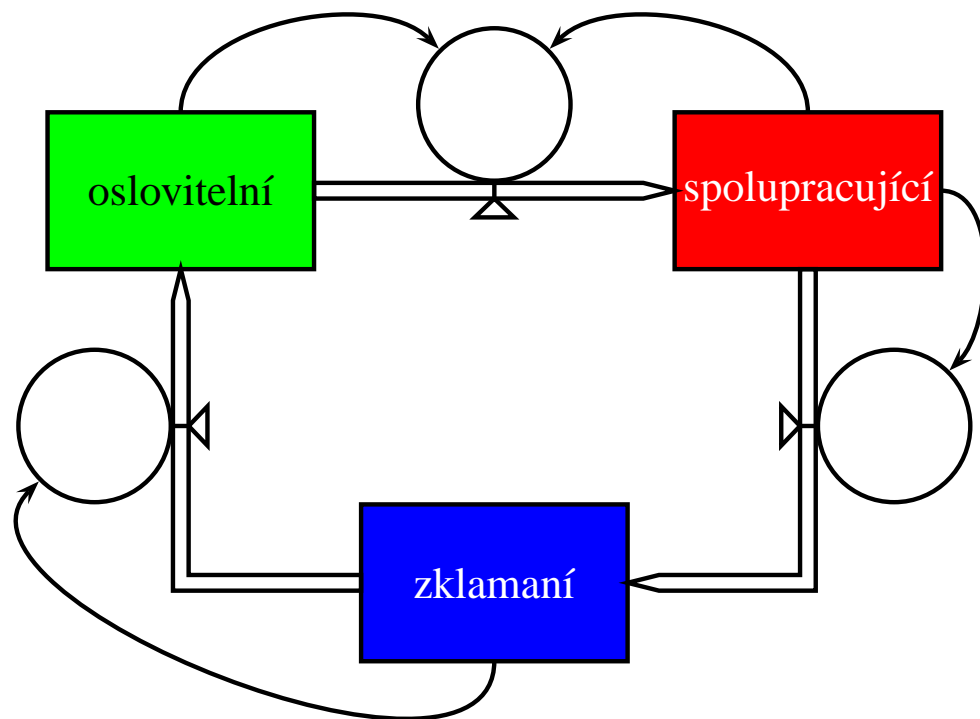
Předmodel



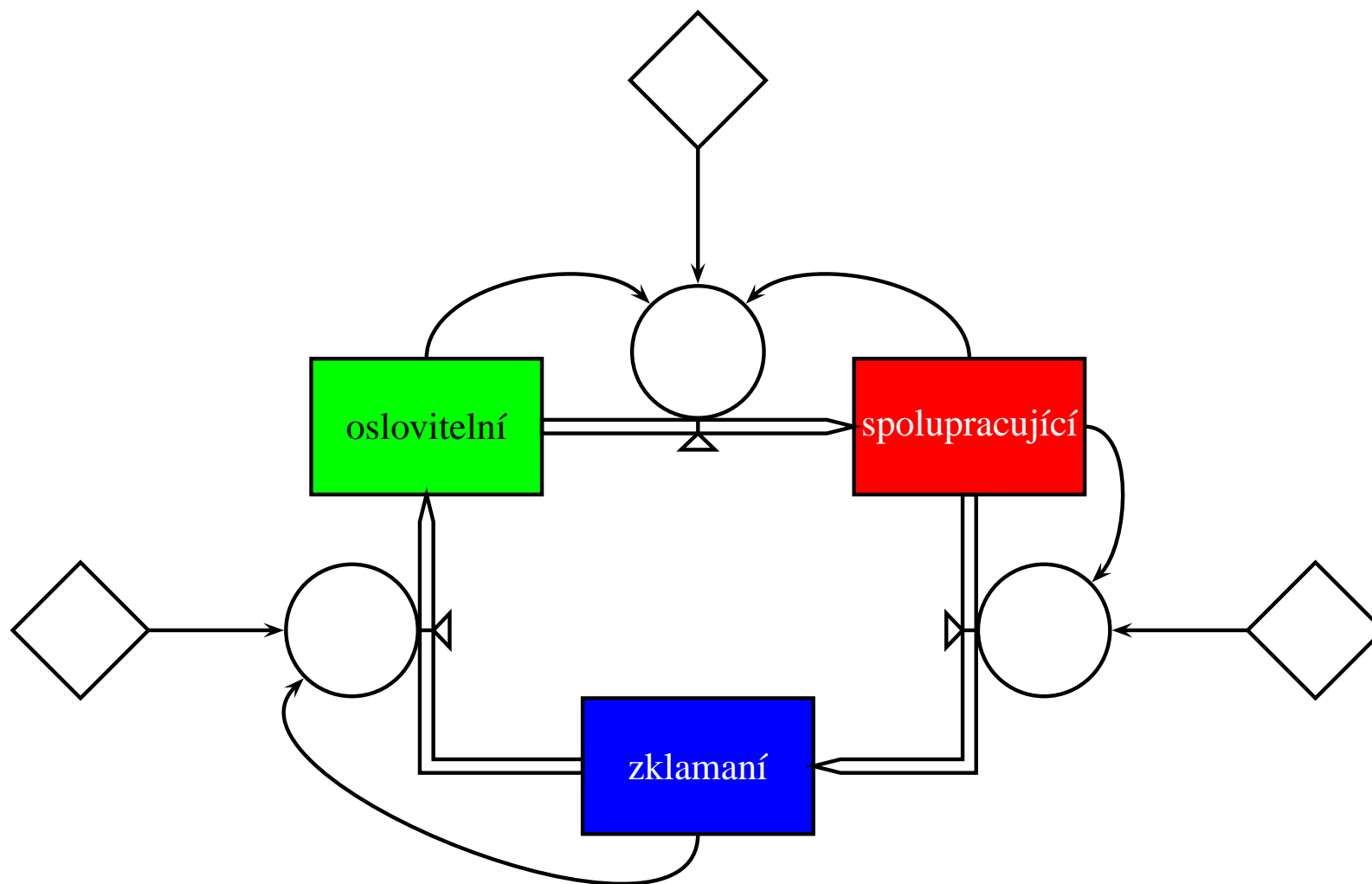
Předmodel



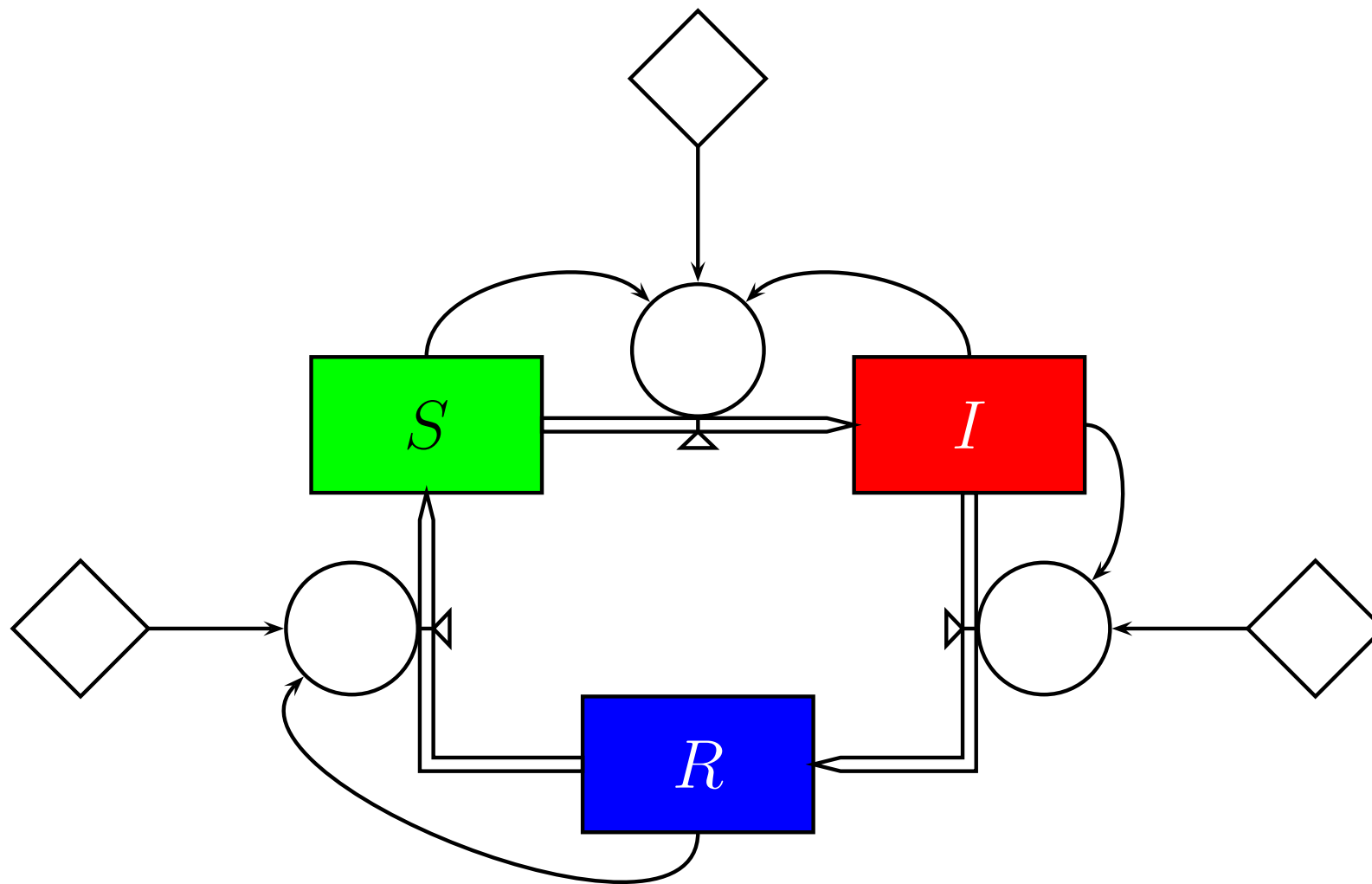
Předmodel



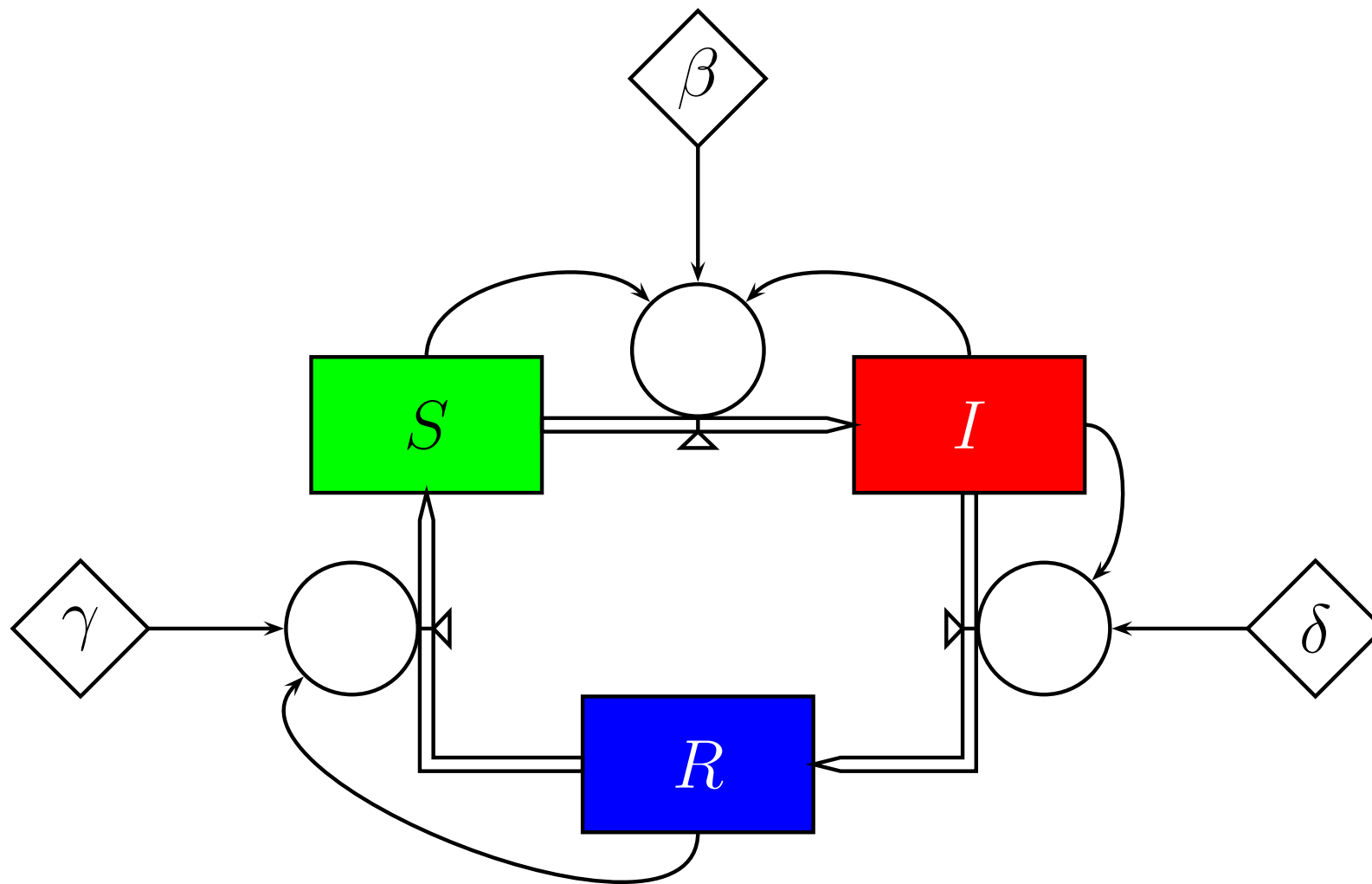
Předmodel



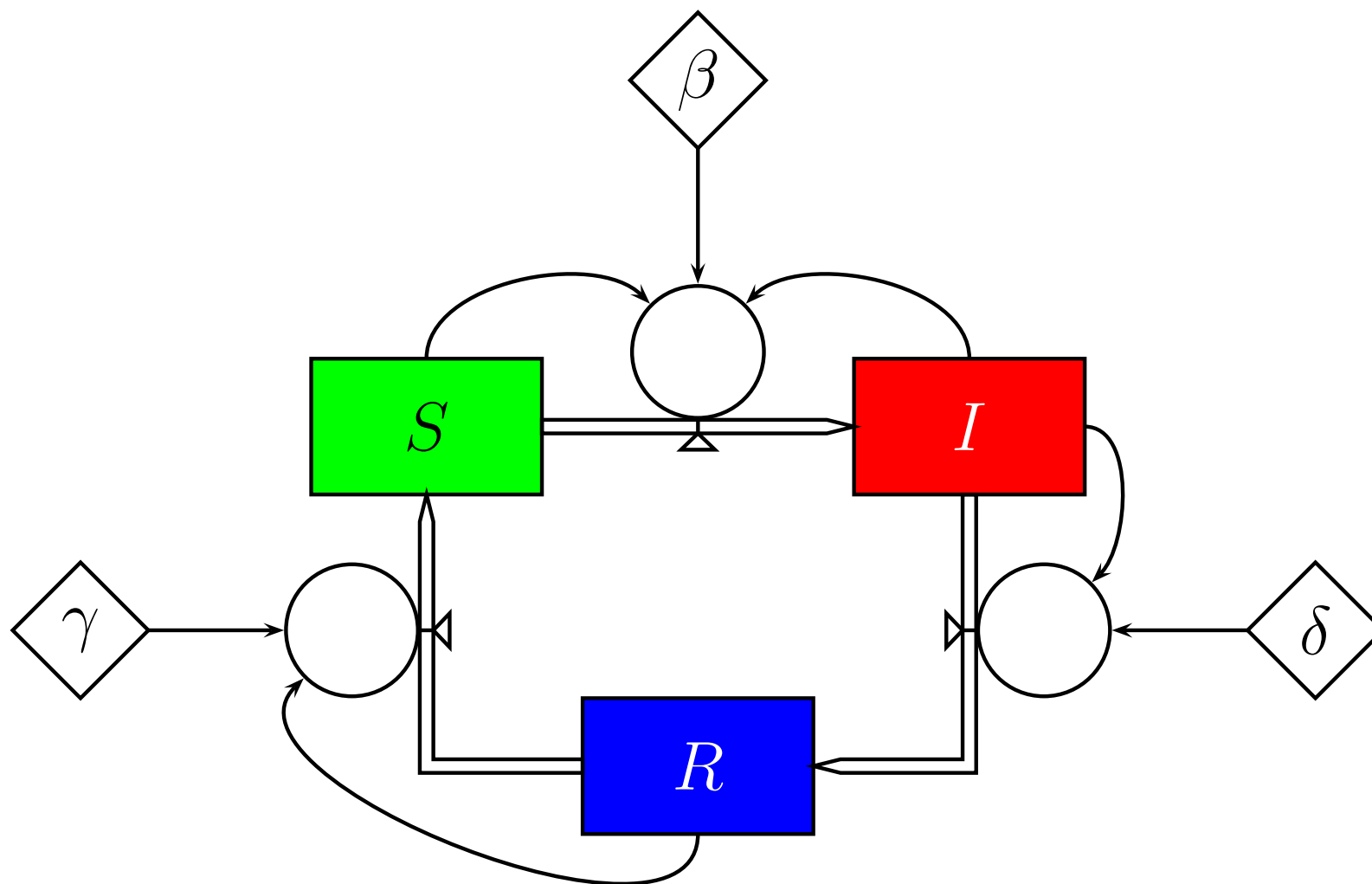
Předmodel



Předmodel

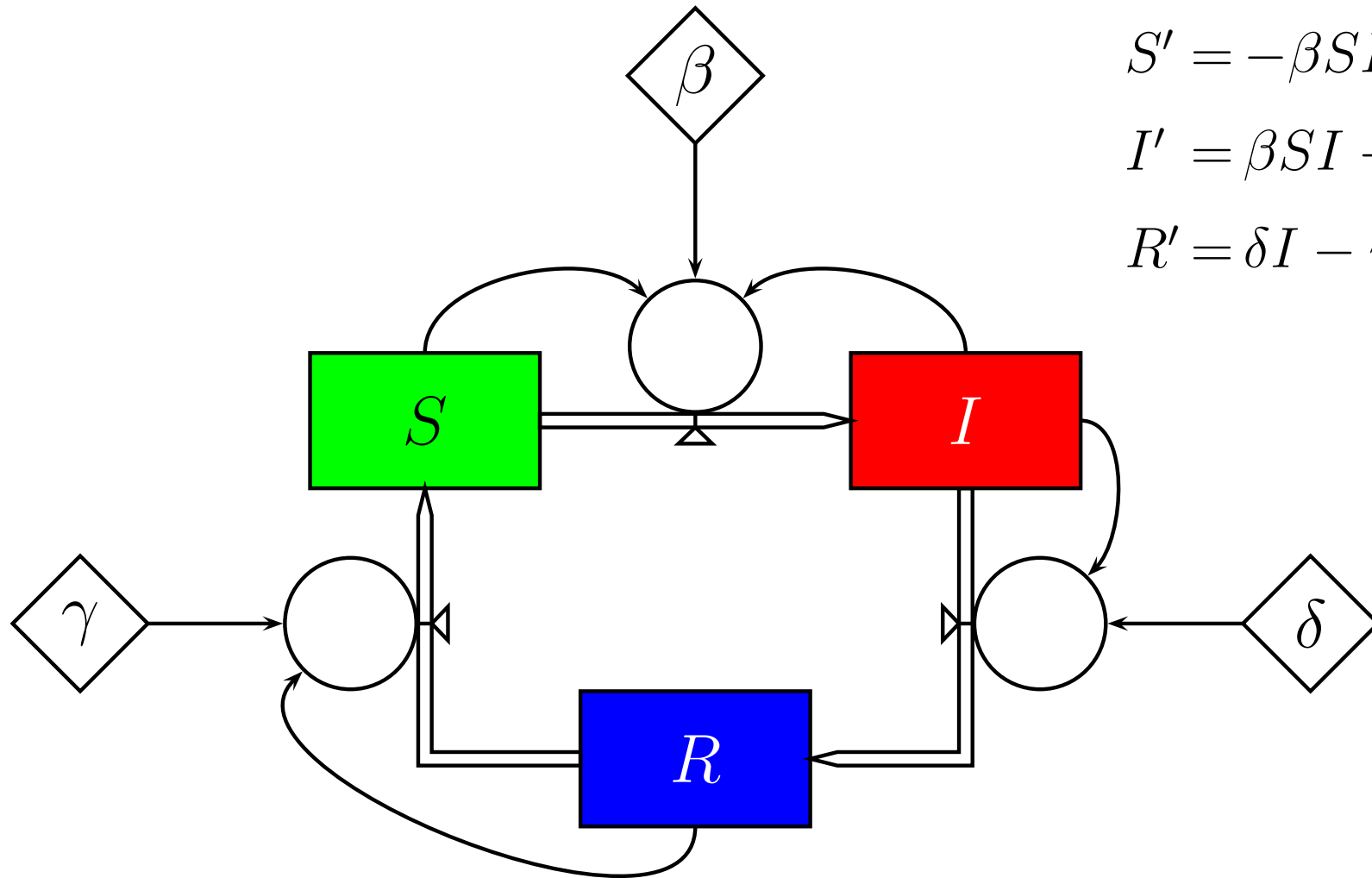


Předmodel



Všechny vztahy jsou přímé úměrnosti (součin vlivů)

Předmodel



$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R,$$

Všechny vztahy jsou přímé úměrnosti (součin vlivů)

Spojité dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R,$$

Spojité dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R, \quad S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0,$$

Spojitý dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R, \quad S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0,$$

přičemž platí $S_0 + I_0 + R_0 = N > 0$.

Spojité dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R, \quad S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0,$$

přičemž platí $S_0 + I_0 + R_0 = N > 0$.

Tři stavové proměnné S , I , R mají stejný rozměr.

Spojité dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R, \quad S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0,$$

přičemž platí $S_0 + I_0 + R_0 = N > 0$.

Tři stavové proměnné S, I, R mají stejný rozměr.

Čtyři parametry — β, γ, δ, N

Spojité dynamický model

$$S' = -\beta SI + \gamma R,$$

$$I' = \beta SI - \delta I,$$

$$R' = \delta I - \gamma R, \quad S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0,$$

přičemž platí $S_0 + I_0 + R_0 = N > 0$.

Tři stavové proměnné S, I, R mají stejný rozměr.

Čtyři parametry — β, γ, δ, N

Změnou měřítka stavových proměnných i nezávisle proměnné (času) lze počet parametrů zredukovat na dva.

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau}$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{d\left(\frac{\beta}{\delta}S\right)}{dt} \frac{dt}{d\tau}$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\beta}{\delta}S' \frac{1}{\delta}$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\beta}{\delta} (-\beta SI + \gamma R) \frac{1}{\delta}$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\beta}{\delta} \left(-\beta \frac{\delta}{\beta}x \frac{\delta}{\beta}y + \gamma \frac{\delta}{\beta}z \right) \frac{1}{\delta}$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + \frac{\gamma}{\delta}z$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + \frac{\gamma}{\delta}z$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S, y = \frac{\beta}{\delta}I, z = \frac{\beta}{\delta}R, \tau = \delta t.$

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}.$

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0;$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{\beta}{\delta}(S_0 + I_0 + R_0).$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S, y = \frac{\beta}{\delta}I, z = \frac{\beta}{\delta}R, \tau = \delta t.$

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}.$

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{\beta}{\delta}N.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$, $b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{\beta}{\delta}N.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$, $b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{b}{a}.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S, y = \frac{\beta}{\delta}I, z = \frac{\beta}{\delta}R, \tau = \delta t.$

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}, b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}.$

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{b}{a}.$$

$$\text{Platí: } \frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} + \frac{dz}{d\tau} = 0$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S, y = \frac{\beta}{\delta}I, z = \frac{\beta}{\delta}R, \tau = \delta t.$

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}, b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}.$

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{b}{a}.$$

$$\text{Platí: } \frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} + \frac{dz}{d\tau} = 0 = \frac{d(x + y + z)}{d\tau},$$

$$\text{tj. } x(\tau) + y(\tau) + z(\tau) = \frac{b}{a} \text{ pro všechna } \tau \geq 0.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$, $b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{b}{a}.$$

$$\text{Platí: } \frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} + \frac{dz}{d\tau} = 0 = \frac{d(x + y + z)}{d\tau},$$

$$\text{tj. } x(\tau) + y(\tau) + z(\tau) = \frac{b}{a} \text{ pro všechna } \tau \geq 0.$$

$$z = \frac{b}{a} - x - y.$$

ODR - redukce počtu parametrů

Transformace: $x = \frac{\beta}{\delta}S$, $y = \frac{\beta}{\delta}I$, $z = \frac{\beta}{\delta}R$, $\tau = \delta t$.

Označení: $a = \frac{\gamma}{\delta}$, $b = \frac{\beta\gamma N}{\delta^2}$.

$$\frac{dx}{d\tau} = -xy + az, \quad \frac{dy}{d\tau} = xy - y, \quad \frac{dz}{d\tau} = y - az.$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0; \quad x_0 + y_0 + z_0 = \frac{b}{a}.$$

$$\text{Platí: } \frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} + \frac{dz}{d\tau} = 0 = \frac{d(x + y + z)}{d\tau},$$

$$\text{tj. } x(\tau) + y(\tau) + z(\tau) = \frac{b}{a} \text{ pro všechna } \tau \geq 0.$$

$$z = \frac{b}{a} - x - y.$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a},$$

ODR — analýza systému

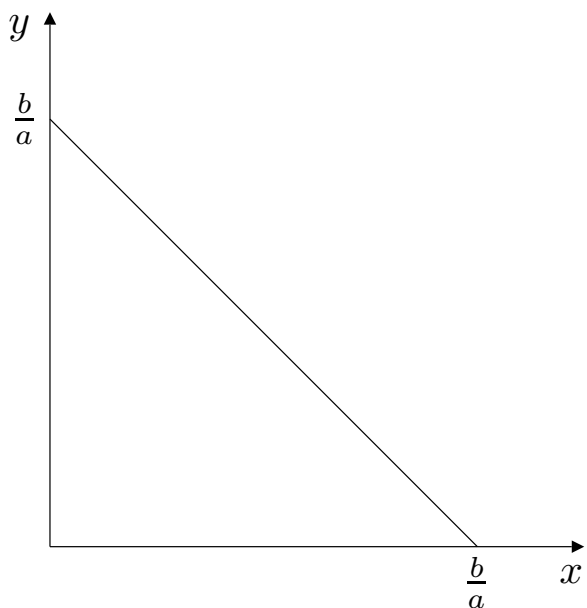
$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

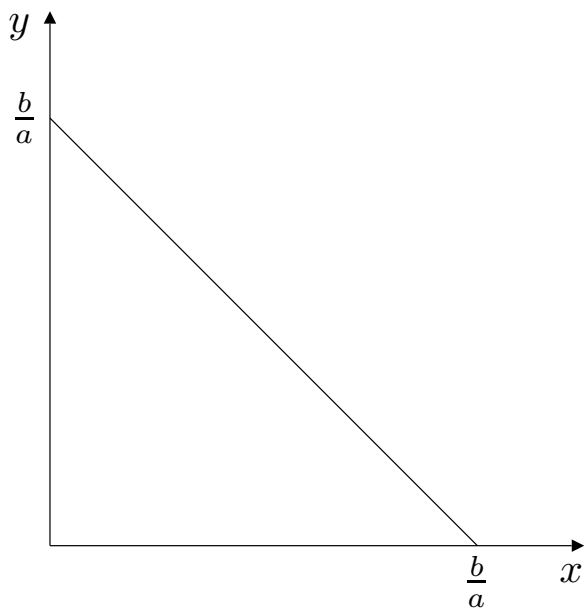
$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$



ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$

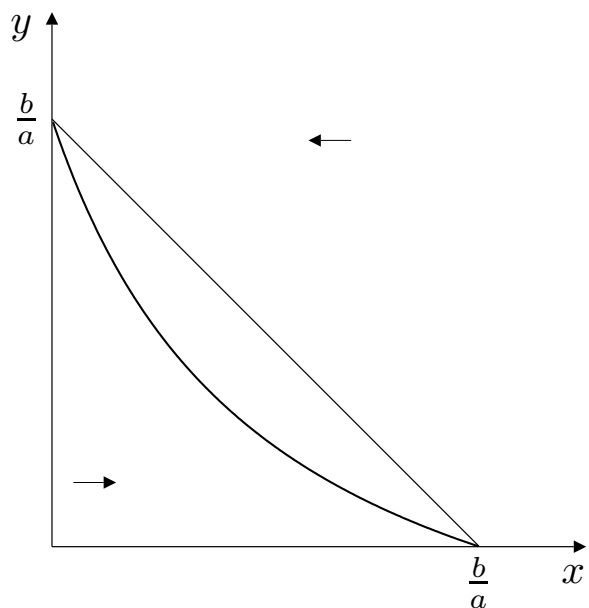


Nulkliny —

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$

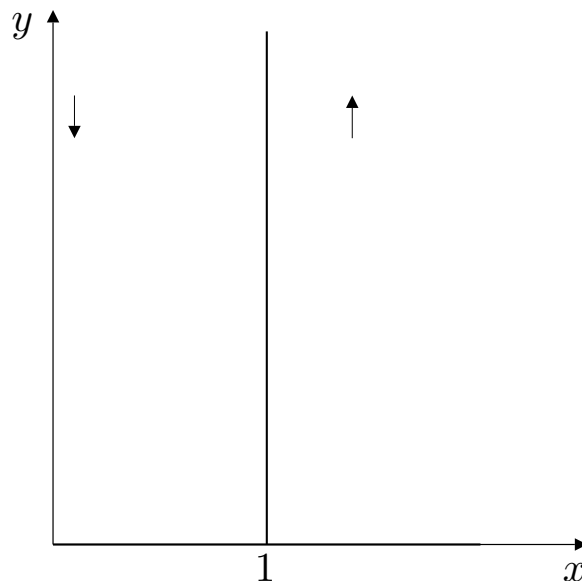
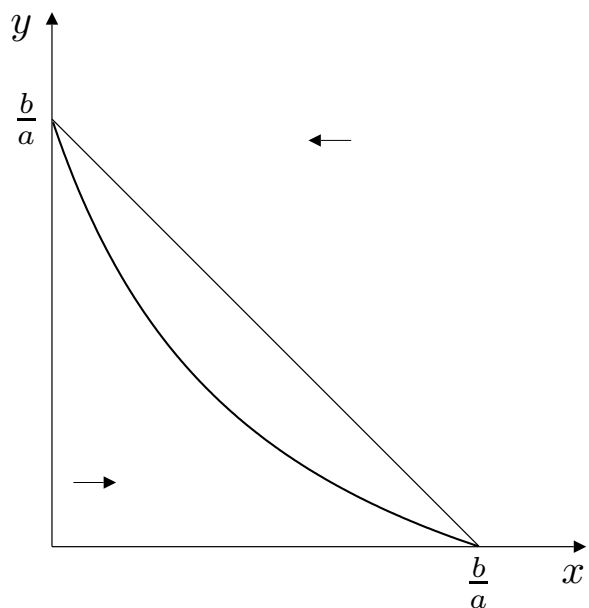


Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x},$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$

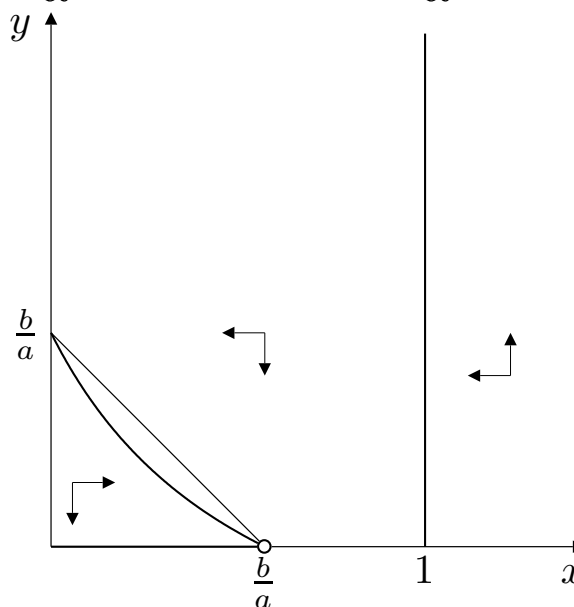
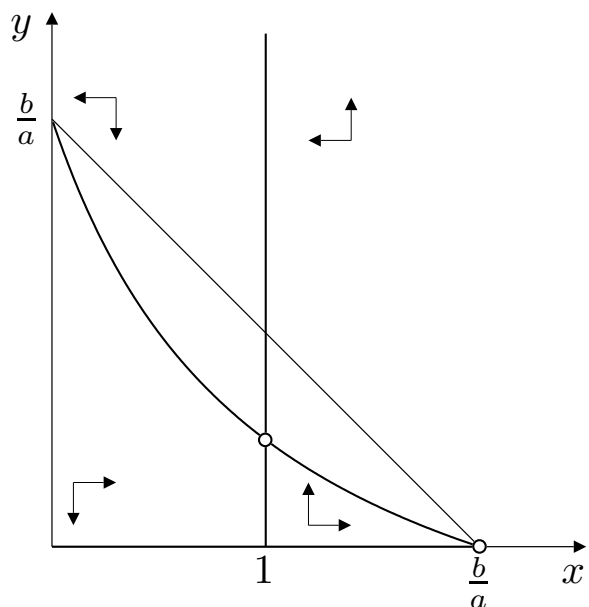


Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x}, \quad y: y = 0, x = 1$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$

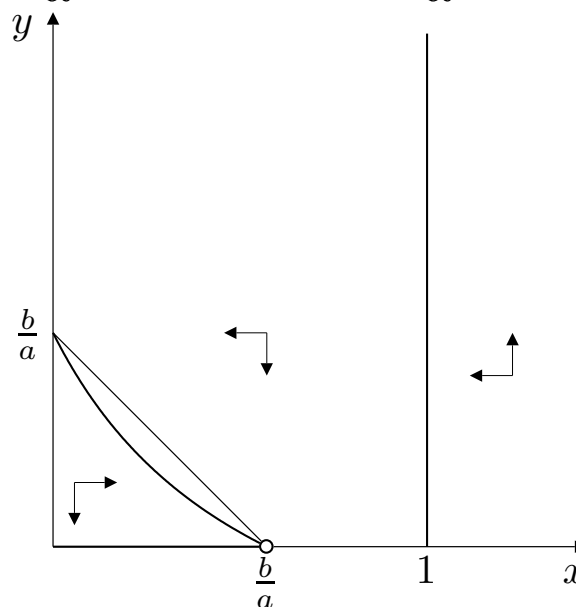
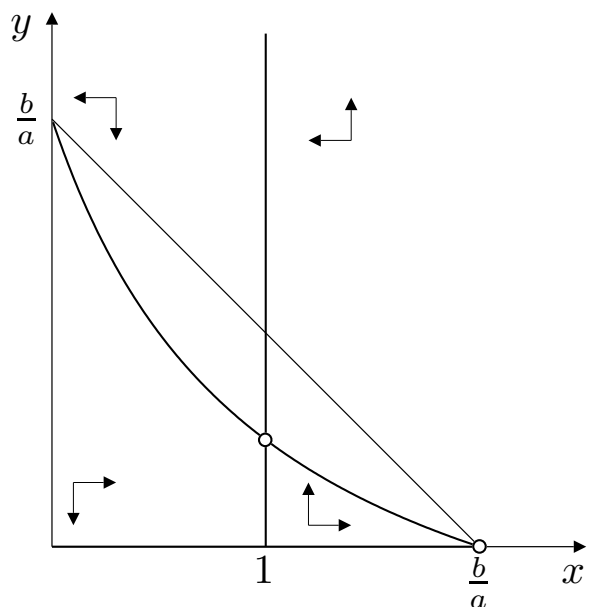


Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x}, \quad y: y = 0, x = 1$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$



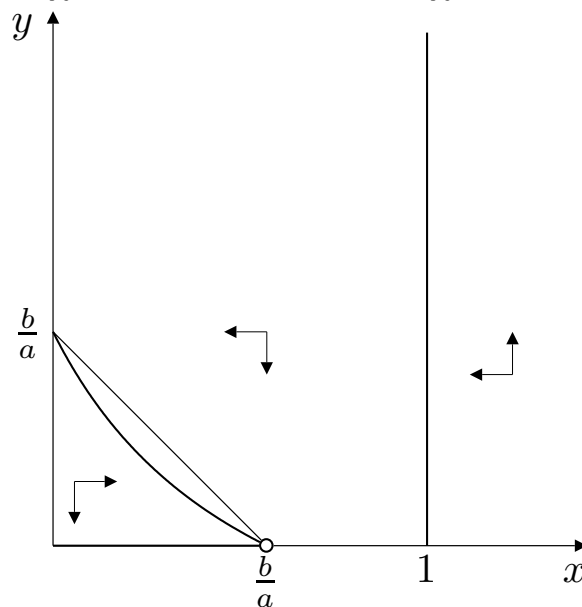
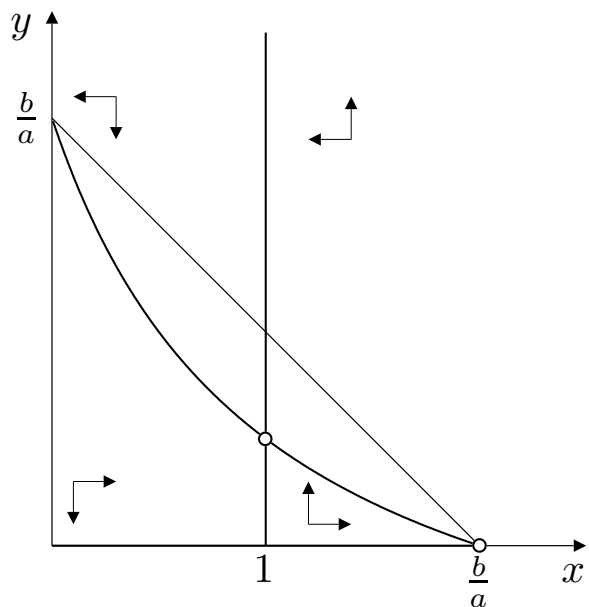
Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x}, \quad y: y = 0, x = 1$

Stacionární řešení: $\left(\frac{b}{a}, 0\right)$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$



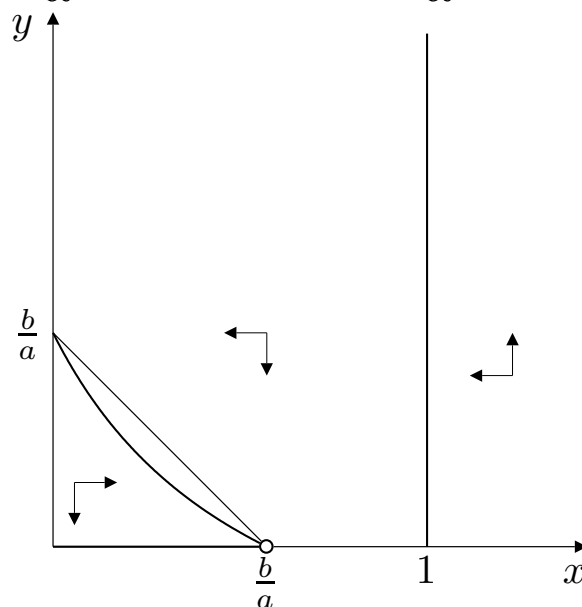
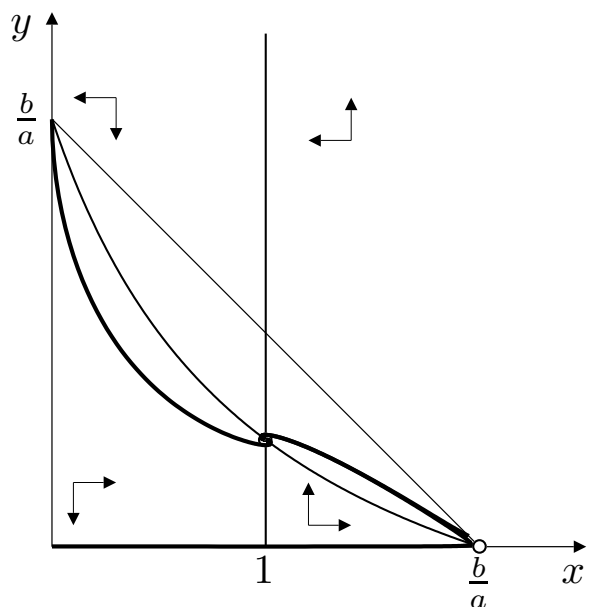
Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x}, \quad y: y = 0, x = 1$

Stacionární řešení: $\left(\frac{b}{a}, 0\right), \left(1, \frac{b - a}{1 + a}\right)$ pokud $a < b$.

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$x(0) + y(0) \leq \frac{b}{a}, \quad x + y \leq \frac{b}{a}$$



Nulkliny — $x: y = \frac{b - ax}{a + x}, \quad y: y = 0, x = 1$

Stacionární řešení: $\left(\frac{b}{a}, 0\right), \left(1, \frac{b - a}{1 + a}\right)$ pokud $a < b$.

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

Variační matice: $J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a > b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b > 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a > b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b > 0$$

$$\text{tr } J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \frac{b}{a} - a - 1 < 1 - a - 1 < 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a > b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b > 0$$

$$\text{tr } J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \frac{b}{a} - a - 1 < 1 - a - 1 < 0$$

$$\left[\text{tr } J\left(\frac{b}{a}, 0\right)\right]^2 - 4 \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = (a - b) \left(\frac{a - b}{a^2} + \frac{a^2}{a - b} - 2\right) \geq 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a > b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b > 0$$

$$\text{tr } J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \frac{b}{a} - a - 1 < 1 - a - 1 < 0$$

$$\left[\text{tr } J\left(\frac{b}{a}, 0\right)\right]^2 - 4 \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = (a - b) \left(\frac{a - b}{a^2} + \frac{a^2}{a - b} - 2\right) \geq 0$$

$\left(\frac{b}{a}, 0\right)$ je stabilní uzel.

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b < 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = \begin{pmatrix} -a & -a - \frac{b}{a} \\ 0 & \frac{b}{a} - 1 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(\frac{b}{a}, 0\right) = a - b < 0$$

$\left(\frac{b}{a}, 0\right)$ je sedlo.

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

Variační matice: $J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$

$$J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{a^2+b}{a+1} & -a-1 \\ \frac{b-a}{1+a} & 0 \end{pmatrix}$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{a^2+b}{a+1} & -a-1 \\ \frac{b-a}{1+a} & 0 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = b - a > 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{a^2+b}{a+1} & -a-1 \\ \frac{b-a}{1+a} & 0 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = b - a > 0$$

$$\text{tr } J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = -\frac{a^2+b}{a+1} < 0$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{a^2+b}{a+1} & -a-1 \\ \frac{b-a}{1+a} & 0 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = b-a > 0$$

$$\text{tr } J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = -\frac{a^2+b}{a+1} < 0$$

$$\left[\text{tr } J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right)\right]^2 - 4 \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \left(\frac{a^2+b}{a+1}\right)^2 - 4(b-a)$$

ODR — analýza systému

$$\dot{x} = b - ax - ay - xy, \quad \dot{y} = xy - y$$

$$\text{Variační matice: } J(x, y) = \begin{pmatrix} -a - y & -a - x \\ y & x - 1 \end{pmatrix}$$

$$J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{a^2+b}{a+1} & -a-1 \\ \frac{b-a}{1+a} & 0 \end{pmatrix}$$

$$a < b: \quad \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = b-a > 0$$

$$\text{tr } J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = -\frac{a^2+b}{a+1} < 0$$

$$\left[\text{tr } J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right)\right]^2 - 4 \det J\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) = \left(\frac{a^2+b}{a+1}\right)^2 - 4(b-a)$$

$$\left(1, \frac{b-a}{1+a}\right) \text{ je stabilní uzel (pokud } (a^2+b)^2 \geq 4(b-a)(a+1)^2)$$

nebo ohnisko (v opačném případě).

Diskuse

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému
- Nedostatky

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému
- Nedostatky
 - Neumožňuje určit čas, kdy bude dosaženo stavu blízkého k rovnovážnému.

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému
- Nedostatky
 - Neumožňuje určit čas, kdy bude dosaženo stavu blízkého k rovnovážnému.

Tuto informaci lze získat numerickým řešením příslušného systému diferenciálních rovnic.

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému
- Nedostatky
 - Neumožňuje určit čas, kdy bude dosaženo stavu blízkého k rovnovážnému.

Tuto informaci lze získat numerickým řešením příslušného systému diferenciálních rovnic.
 - Redukuje složitost problému.

Diskuse

- Přednosti kvalitativní analýzy matematického modelu
 - Redukuje složitost problému.
 - Klasifikuje možné „scénáře vývoje“ systému
- Nedostatky
 - Neumožňuje určit čas, kdy bude dosaženo stavu blízkého k rovnovážnému.

Tuto informaci lze získat numerickým řešením příslušného systému diferenciálních rovnic.
 - Redukuje složitost problému.

System lze zkomplikovat do nepřehlednosti.