Metody prostorové interpolace

Základní pojmy

Interpolace – skupina metod, které slouží k odhadu neznámých hodnot proměnné v jistých bodech (neměřených) na základě hodnot proměnné v bodech měřených.

Prostorová interpolace – skupina metod, které slouží k vytváření spojitých povrchů (polí) z bodových měření.

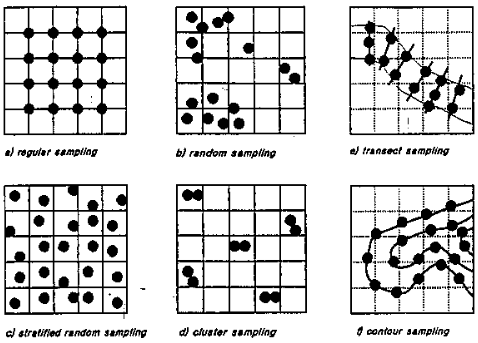
Body mohou být lokalizovány v 1, 2 i 3 rozměrném prostoru. Interpolace se může týkat nejenom bodů, ale i linií a ploch.

Extrapolace – odhad hodnot proměnné vně oblasti definované krajními body měření.

Naprostá většina interpolačních postupů je založena na principu **prostorové autokorelace** – tedy na předpokladu, že hodnoty odhadované veličiny v lokalitách blízkých si boudou více podobné něž hodnoty v lokalitách vzdálených.

Výběr reprezentativních vzorků (sampling)

Je důležitý pro výběr interpolačního algoritmu a úspěšnost vlastní interpolace.



Další aspekty ovlivňující úspěšnost interpolace

- způsob prezentace spojitých polí (grid, TIN, izočáry, areály)
- dostupné datové zdroje pro interpolaci
- vymezení studované plochy – přirozené a administrativní hranice
- dostupnost bodů měření vně studované plochy

Předpoklady úspěšné prostorové interpolace

- existence dostatečně reprezentativního vzorku měřených dat
- vhodné vlastnosti měřené veličiny a typ dat (ordinální, intervalová, poměrová)
- teoretické i empirické znalosti o povaze prostorové diferenciace studovaného jevu
- znalost podstaty použitelných interpolačních metod
- znalost způsobu výběru nejvhodnější metody

Explorační analýza prostorových dat (ESDA).

Cílem je zjistit základní informace o charakteru vstupních dat.

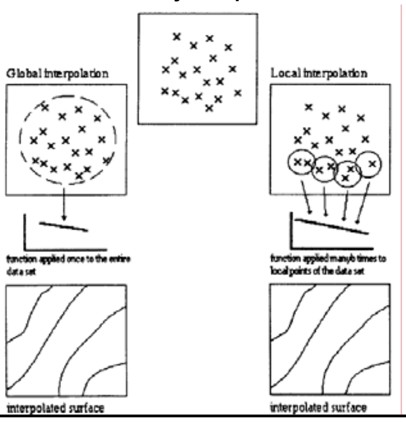
- prověření požadavků normality a stacionarity
- analýza rozdělení hodnot - analýza histogramu
- výpočet základní popisné statistiky včetně momentů vyššího řádu (asymetrie a špičatosti)
- analýza kvantilového grafu (Q-Q grafu)
- případná transformace (log)
- zkoumání odlehlých hodnot a jejich případné odstranění
- analýza trendu a jeho případné odstranění

ESDA je nezbytným předstupněm úspěšné aplikace metod krigingu.

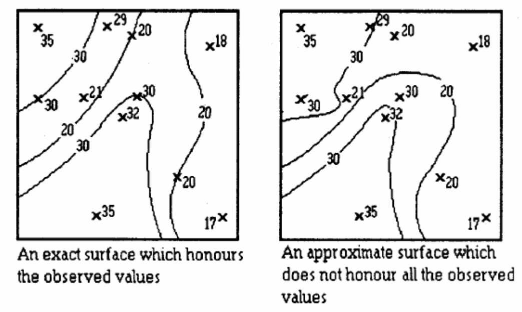
Rozdělení metod prostorové interpolace

- metody interpolace bodů, linií a ploch.
- metody lokální a globální
- metody exaktní a aproximující
- metody spojité a zlomové (abrupt)
- metody deterministické a stochastické

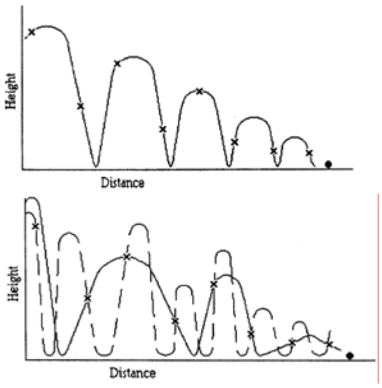
Globální a lokální metody interpolace



Exaktní a aproximující metody interpolace



Deterministické a stochastické metody interpolace



Globální interpolátory využívající analýzy trendu

Princip - mnohonásobná regrese hodnot atributu vs. geografické souřadnice.

Metodou nejmenších čtverců jsou nalezeny nejvhodnější koeficienty pro daný polynom n-tého řádu.

Předpokládá se normální rozdělení.

lineární trend:

$$z = b_0 + b_1x + b_2y$$

kvadratický trend:

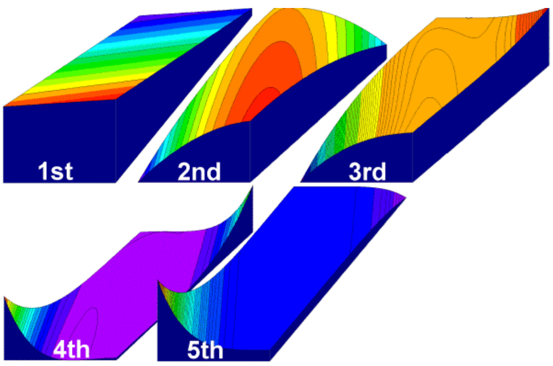
$$z = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2$$

kubický trend:

$$z = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3$$

b – koeficienty, *x, y* – souřadnice bodů

Interpolace trendové složky polynomy 1 až 5 stupně



Globální interpolátory využívající regresní analýzy

Princip - existuje vazba mezi hodnotami interpolované veličiny a vybranými jinými atributy studovaného prostoru (např. teplota a nadmořská výška,koncentrace znečištění a vzdálenost od zdroje).

Forma - empirický model závislosti interpolované veličiny na hodnotách jedné či několika veličinách nezávislých:

$$z(x) = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2 + \varepsilon$$

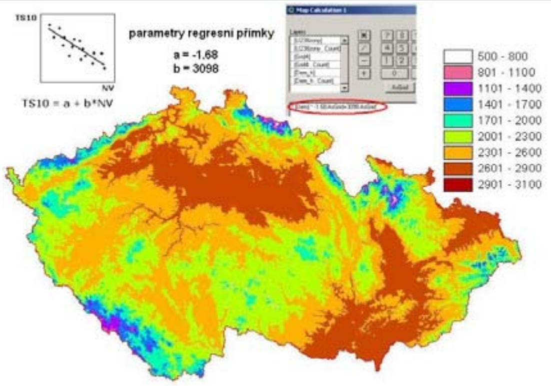
$b_0 \ldots b_n$ - regresní koeficienty

$P_1 \ldots P_n$ - nezávisle proměnné

Sestavení regresní závislosti je založeno na metodě nejmenších čtverců.

Výsledný model může být lineární i nelineární.

Jako nezávisle proměnné lze kombinovat geografické souřadnice s jinými atributy.



Regresní model závislosti teplotních sum na nadmořské výšce, zápis modelu v prostředí ArcView Map Calculator a vytvořená mapa teplotních sum pro ČR

Metody lokální interpolace (lokální interpolátory)

Globální interpolátory - lokální efekty = náhodný šum

Lokální interpolátory - hledaná hodnota je určena z určitého počtu měření z předem definovaného okolí počítaného bodu.

Obecný postup se sestává z následujících kroků:

1. definování velikosti a tvaru zájmového okolí
2. nalezení měřených bodů v tomto okolí
3. nalezení matematické funkce vystihující kolísání hodnot nacházejících se v okolí daného bodu
4. výpočet hodnoty pro uzly regulérní sítě (grid)

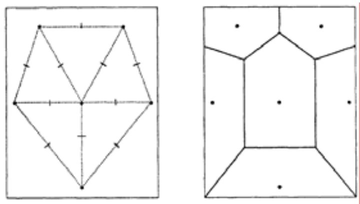
Pro lokální interpolace jsou důležité následující skutečnosti:

- druh použité interpolační funkce
- velikost, tvar a orientace okolí
- počet bodů v okolí zahrnutých do výpočtu
- rozložení uvažovaných bodů (regulérní či nepravidelné)
- možné začlenění externí informace např. o obecném trendu

Metoda nejbližšího souseda (thiessenovy polygony)

Princip - hodnoty atributů v neměřených místech jsou určeny z hodnot nejbližšího místa měřeného.

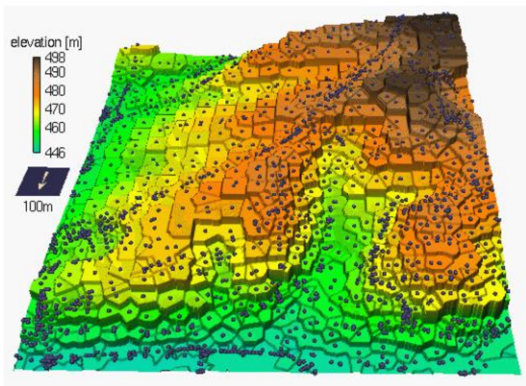
Zpracovávané území rozděleno na nepravidelné trojúhelníky (Delaunay triangulace) a z nich jsou poté definovány tzv. thiessenovy polygony.



Neighbouring points identified and territory markers established at the half way point along the line connecting pairs of points

Bisecting lines drawn through territory markers and a Theissens polygon mosaic established by linking the bisecting lines

Příklad interpolace množiny nepravidelně rozmístěných bodů v ploše metodou thiessenových polygonů



Příklad interpolace spojité veličiny metodou thiessenových polygonů

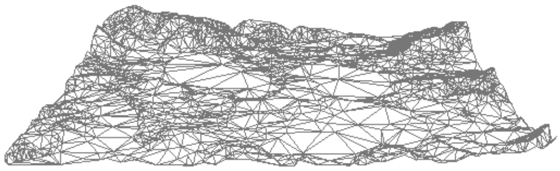
Metody konstrukce nepravidelných trojúhelníků (TIN)

- Exaktní metoda vhodná pro nepravidelně rozmístěné body měření.
- Body jsou spojeny liniemi a vytváří síť nepravidelných trojúhelníků.
- Hodnoty v bodech na počátku a konci linií jsou známy, lze použít jednoduchou lineární závislost k interpolaci bodů mezi dvěma body na linie.
- TIN je metoda interpolace i způsob vizualizace spojitých povrchů.
- Metoda vhodná pro povrchy vyznačující se náhlými změnami spádu (fluviálně erodované povrchy).

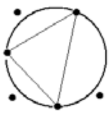
Proces vytváření spojitého povrchu metodou TIN zahrnuje:

- výběr charakteristických bodů (ne z jakékoliv množiny nepravidelně rozmístěných bodů lze vytvořit TIN)
- způsob propojení bodů do trojúhelníkové sítě
- způsob modelování povrchu uvnitř trojúhelníků

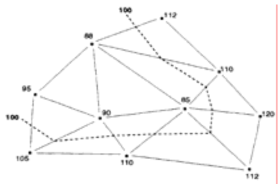
http://www.ncgia.ucsb.edu/giscc/units/u056/



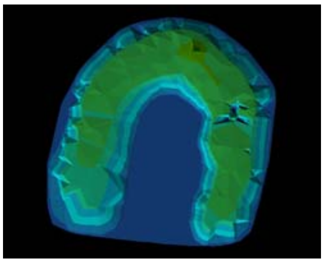
Způsob propojení bodů do TIN - Delaunay triangulace:



Metody není možné použít k extrapolaci – výsledný povrch má plochu, která vznikne spojením vnějších měřených bodů („hull“).



TIN je model vhodný k následné konstrukci izolinií.



Metoda inverzní vzdálenosti

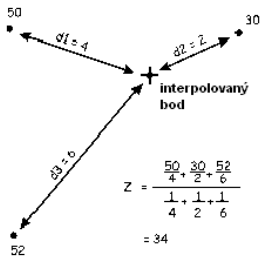
Princip - hodnota atributu v určitém bodě je váženým aritmetickým průměrem hodnot okolních měřených bodů.

Váhy jsou určeny pro každý bod jako inverzní vzdálenost měřeného bodu od bodu interpolovaného.

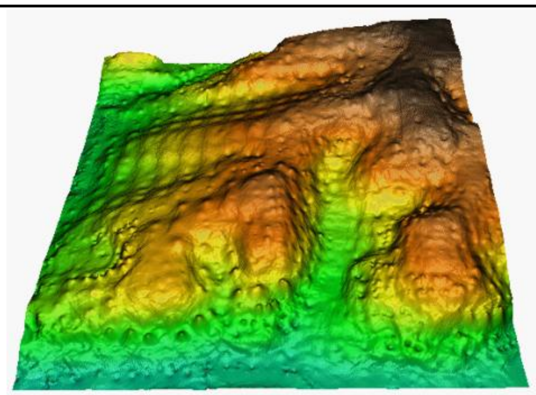
Obecný vzorec pro odhad hodnoty Z: $\hat{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$

Váhy se určují ze vztahu: $w = \frac{1}{d^k}$ nebo $w = e^{-kd}$

Hodnoty vah w_i představují funkci vzdálenosti *d*. Hodnota exponentu *k* se nejčastěji volí 1 či 2.

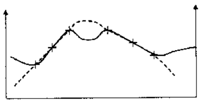


Odhad hodnoty v bodě metodou inverzní vzdálenosti



Příklad interpolace spojité veličiny metodou inverzní vzdálenosti

Metoda inverzní vzdálenosti efekt „průměrování“- potlačení lokálních extrémů

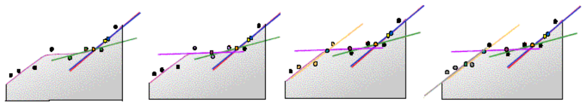


Problém generování koncentrických struktur kolem interpolovaných bodů (tzv. „bulls eyes“)

Způsob definování okolí

- izotropní povrch - kruhové okolí interpolovaného bodu, pro odhad hodnoty bereme všechny body bez ohledu na směr
- anizotropie - body v jistém směru mohou mít na interpolovanou hodnotu jinou váhu než ve směru jiném - okolí tvaru elipsy
- minimální a maximální počet bodů pro výpočet nové hodnoty
- rozmístění bodů v rámci definovaného okolí (kvadranty, oktanty)
- IDW je senzitivní na shluky měřených bodů a také na odlehlé hodnoty

Interpolace metodou lokálních polynomů



Lokální interpolátory využívající regresní analýzy

Vazba mezi hodnotami interpolované veličiny a jinými vybranými atributy studovaného prostoru je vyjádřena regresní závislostí pouze pro část interpolovaného povrchu.

Tato část povrchu má podobu okolí interpolovaného bodu předem definovaného tvaru a velikosti.

Body jsou interpolovány s pravidelným krokem a okolí se „posouvá“ stejně jako v případě klouzavých průměrů (viz. metoda IDW)

Splinové funkce

Matematicky definované křivky, které po částech a exaktně interpolují jednotlivé body povrchu, jsou lokálním interpolátorem

Zajišťují kontinuální spojení jednotlivých částí interpolovaného povrchu.

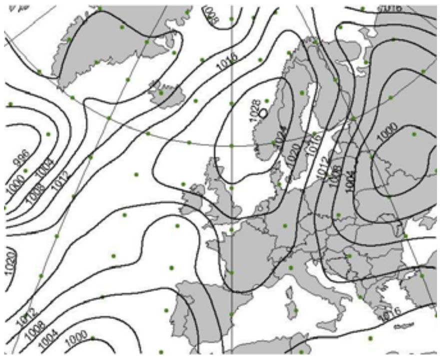
Lze modifikovat část povrchu bez přepočtu celého povrchu (toto neumožňují trendy).

Pro interpolování linií se používá tzv. **kubických splinů,** pro interpolování povrchů se využívá jejich 2D analogie označované jako **„thin plate splines“**

Nahrazují části povrchů interpolované přesným splinem lokálně shlazenou průměrnou hodnotou.

Povrch je interpolován tak, aby procházel co nejblíže měřeným bodům a také aby zachoval **podmínku minimální křivosti**.

Interpolované povrchy jsou často značně shlazené, jsou vhodné pro interpolaci jevů, které se mění spojitě.

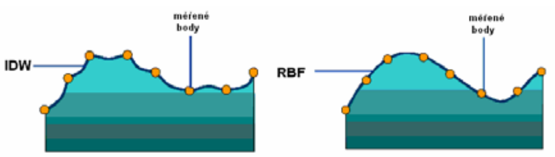


Izolinie vytvořené interpolací gridových hodnot přízemního pole tlaku vzduchu splinovými funkcemi

„Radial basis functions“

Exaktní interpolátory využívající splinové funkce a umělé neuronové sítě

Analogie „přetažení“ gumové membrány přes body v prostoru.



Porovnání výsledků interpolace metodami splinových funkcí (RBW) a metodou inverzní vzdálenosti (IDW).

Kriging geostatistické metody interpolace

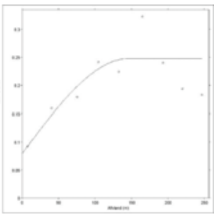
Lokální metody interpolace, které optimalizují výběr bodů okolí, ze kterých je odhadována nová hodnota.

K této optimalizaci se provádí tzv. **strukturní analýza** založená na studiu tzv. strukturních funkcí – např. semivariogramu.

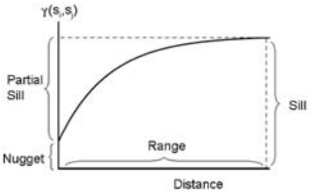
Semivariogram z empiricky zjištěných dat je nahrazen teoretickým modelem a parametry tohoto modelu jsou použity ve vlastním krigování.

Kriging je založen na odhadu závislosti průměrné změny v hodnotách studované veličiny a vzdálenosti měřených bodů.

Strukturní analýza

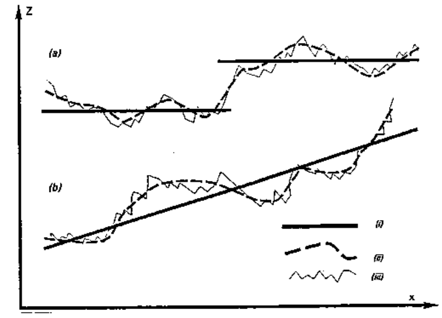


Experimentální semivariogram



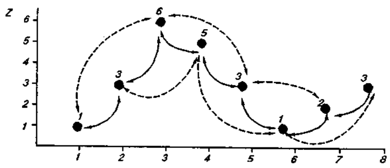
Teoretický semivariogram

Základní komponenty spojitého povrchu



I – trendová složka – drift
ii – regionalizovaná proměnná
iii – náhodná složka

Příklad výpočtu měr prostorové variability pro 1D - řadu hodnot



průměr = (1+3+6+5+3+1+2+3)/8=3,0

rozptyl=[(1-3)²+(3-3)²+(6-3)²+(5-3)²+(3-3)²+(1-3)²+(2-3)²+(2-3)²]/8=2,75

kovariance(1)=[(1-3)(3-3)+(3-3)*(6-3)+(6-3)*(5-3)+(5-3)*(3-3)+(3-3)*(1-3)+(1-3)*(2-3)+(2-3)*(3-3)]/7=1,14*

semivariance(1)=[(1-3)²+(3-6)²+(6-5)²+(5-3)²+(3-1)²+(1-2)²+(2-3)²]/7=3,43

semivariance(2)=[(1-6)²+(3-5)²+(6-3)²+(5-1)²+(3-2)²+(1-3)²]/6=9,83

semivariance(3)=[(1-5)²+(3-3)²+(6-1)²+(5-2)²+(3-3)²]/5=12,50

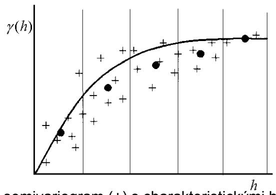
Experimentální semivariogram

Strukturní analýza v 2D – výpočet semivariogramu z naměřených dat:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\left(z(x_i) - z(x_i + h)\right)^2$$

n - počet dvojic bodů pozorování proměnné s atributem *z* vzdálených o hodnotu *h*

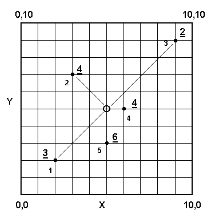
h - tzv. lag - vzdálenost dané dvojice bodů.



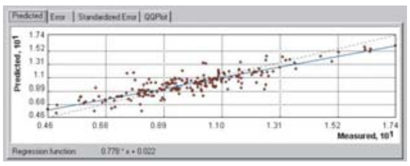
Experimentální semivariogram (+) s charakteristickými hodnotami pro vzdálenosti h (•) a proložený teoretický model semivariogramu (plná čára)

KRIGING jako metoda interpolace

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot z(x_i)$$



Možnost hodnocení (validace) přesnosti modelu



KRIGING jako metoda interpolace - příklady