Poznámky 3

3.1 Elektromagnetická vlna

Co je to to světlo? Elektromagnetická vlna. Fajn, a co je to teda ta elektromagnetická vlna? A tak dále... Celkově to popravdě není vůbec jednoduchá otázka. Fyzikálně nejčistší odpověd je: **Nevím, co je světlo, ale popisuje se různými způsoby podle toho, co chci zjistit.** Když chci vědět, co uvidím na stínítku za dvěma štěrbinami, zvolím za popis rovnici kulové vlny[1]. Když chci vědět, jak daleko mám dát dědečkovi lupu od knihy, aby neměl text vzhůru nohama, zvolím popis pomocí paprsků. A třeba když chci popsat fotoelektrický jev[2], stane se ze světla proud kuliček.

Otázky typu "Co to je?" a "Proč to je?" nepatří do fyziky ale spíš do filozofie. Nicméně každý fyzik (a skoro každý chemik :-) je tak trošku filozof, takže se pokusím podat vysvětlení i v tomto směru, ale u zkoušky doporučuju říct to, co je v předchozím odstavci :-)

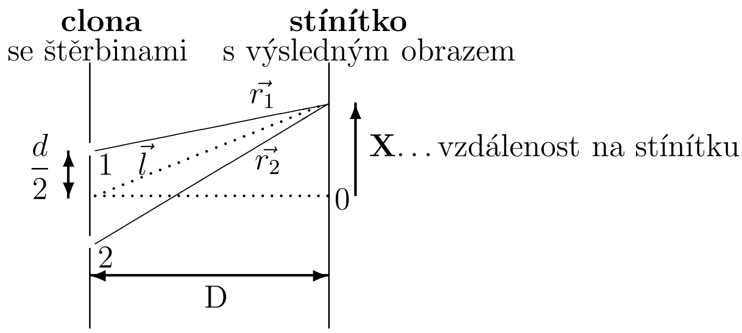
Já osobně si myslím, že nejprůhlednější interpretace světla je **šířící se vliv** na nabité částice. Na tomto místě je dost užitečná analogie se zvukem (nakonec, sami zanedlouho uvidíte, že zvuk-fonony se popisuje dost podobně jako světlo-fotony). To, co vnímáte, není zvuk samotný, ale kmity jakýchsi takových tyčinek ukrytých hluboko ve vnitřním uchu. Nikdy nevnímáte samotné vibrace ale až to, co vibruje. Podobně je to se světlem. Rozdíl je v tom, že aby se fyzický mechanický kmit mohl šířit jako zvuk, musí se mít v čem šířit, musí mít co rozkmitávat (železná trubka vede zvuk lépe než vzduch), ale světlu naopak věci, které může rozkmitávat (nabité částice), v šíření brání, a proto se nejlépe šíří ve vakuu. Jak se může kmit elektrické intenzity šířit, když vlastně nemá co kmitat, bych zatím ponechal vaší představivosti.

[1] Všimněte si, že jsem nepoužil slovo elektromagnetické, to je totiž pro interferenci, jak ji zatím znáte, nepodstatné. Stejně tak by to totiž mohly být i vlny na hladině.

[2] Ad. fotoelektrický jev.: Pokud jste o něm ještě neslyšeli, tak se jedná o jev, kdy svítíme na kov a z něho vylétají elektrony. Trik spočívá v tom, že pokud budeme používat červené světlo libovolné intenzity, nedostaneme elektrony žádné, zatímco i malá intenzita modrého světla nám jich dodá spoustu. Einstein při vysvětlování tohoto jevu poprvé použil jednotku světla, foton.

3.2 Youngův pokus

3.2.1 Popis problému



Obrázek 1: Interference ze dvou štěrbin - celkový pohled

Tedy, rovinná vlna jde z leva do prava a narazí na clonu, ve které jsou dvě štěrbiny. Z rovinné vlny, která měla vlnoplochy rovinné a rovnoběžné s osou x (osa x je totožná se stínítkem - volba), se po průchodu štěrbinami staly dvě kulové vlny s polokulovými vlnoplochami, přičemž tyto polokoule mají střed buď v bodě 1 nebo 2.

Tady doporučuji zastavit se a opravdu si zkusit představit situaci popsanou v minulém odstavci a až pak teprve pokračovat dál.

Představovat si, jak se skládají kulové vlnopochy (plochy konstantní výchylky tj. fáze) je ale zbytečně složité. Jednodušší je nahradit vlnopolchy v našich představách vlnovými vektory, tj. směry šíření, tj. kolmicemi k vlnoplochám. A proto jsem do obrázku (1) nenakreslil vlnopolchy ale rovnou vektory $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$, jejichž délka se rovná vzdálenosti, kterou musí světlo urazit, aby se z obou otvorů v cloně dostalo na stejné místo na stínítku.

3.2.2 Dráhový rozdíl

To, co nás nejvíc zajímá, je, jaký je rozdíl mezi cestou z otvoru 1 a cestou z otvoru 2 k danému místu na stínítku. Toto místo je dané souřadnicí **X** a například na našem obrázku to má světlo z otvoru 1 do bodu **X** kratší než z bodu 2. Napíšeme si tedy tento rozdíl

$$\|\vec{r_1}\| - \|\vec{r_2}\| = \sqrt{\{D\}^2 + \left\{X - \frac{d}{2}\right\}^2} - \sqrt{\{D\}^2 + \left\{X + \frac{d}{2}\right\}^2} \qquad (1)$$

Pokud by tento rozdíl byl roven polovině vlnové délky, tj. $\frac{\lambda}{2}$, byl by fázový rozdíl mezi vlnami z otvoru 1 a 2 roven π[3]. Proč nás to vlastně zajímá? Protože v takovém případě se vlny odečítají a my v tom místě uvidíme tmu. Abychom toto pochopili, musíme si připomenout rovnici kulové vlny. To je ta rovnice, která [4] popisuje, jak se šíří výkyvy elektrické intenzity prostorem.

$$E = \frac{E_0}{\|\vec{r}\|} e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \tag{2}$$

Vzhledem k tomu, že v našem případě vektor $\vec{r}$ začíná ve stejném bodě, končí ve stejném bodě, a je tedy celkově rovnoběžný s vektorem $\vec{k}$ (rozdíl je v tom, že vektor $\vec{r}$ má velikost danou vztahem (1), zatímco velikost vlnového vektoru $\vec{k}$ je dána ve vztahu $\|\vec{k}\| = \frac{2\pi}{\lambda}$), budeme nadále psát $\vec{k} \cdot \vec{r} = k \cdot r$. Jaká tedy bude elektrická intenzita v bodě X na stínítku? Odpověď ... prostý součet

$$E(X) = \frac{E_0}{\|\vec{r_1}\|} e^{-i(\omega \cdot t - k \cdot r_1)} + \frac{E_0}{\|\vec{r_2}\|} e^{-i(\omega \cdot t - k \cdot r_2)} \tag{3}$$

Vidíme, že rozdíl drah ze vztahu (1) bude hrát úlohu na dvou místech; v amplitudě $\left\{\frac{E_0}{r}\right\}$ a ve fázi $\left\{e^{i \cdot k \cdot r} = \cos(k \cdot r) + i \cdot \sin(k \cdot r)\right\}$.

3.2.3 Aproximace

Vzhledem k tomu, že nás více zajímají polohy maxim a minim než jejich velikost, nebudeme se o vliv rozdílu (1) na amplitudu vůbec zajímat a jednoduše položíme

$$\frac{E_0}{\|\vec{r_1}\|} = \frac{E_0}{\|\vec{r_2}\|} = \frac{E_0}{\|\vec{l}\|} \tag{4}$$

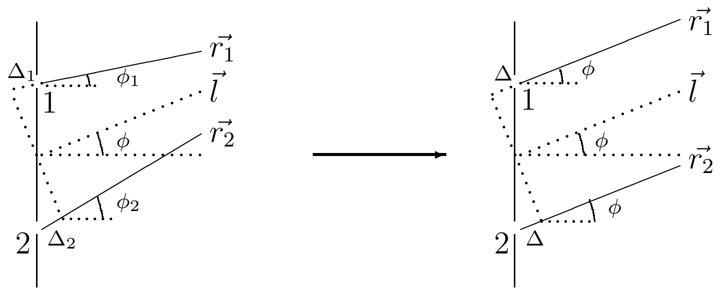
Ale pozor, toto ještě není Fraunhofferova aproximace. Tady prostě jen zanedbáváme ten vliv, který zrovna nezkoumáme. Takzvaná aproximace: "*ušetřím si práci*".

Fraunhofferova aproximace přijde až, když chceme popsat vliv rozdílu (1) na fázi. Nejdříve si nakreslíme jak tato aproximace vypadá. Na první pohled se nabízí otázka, jak se mohou skládat paprsky, které se nikdy neprotnou? Jenže právě Fraunhofferova aproximace předpokládá, že stínítko je v porovnání se vzdáleností paprsků od sebe nekonečně daleko. A jak všichni dobře víme, rovnoběžky se v nekonečnu protínají, takže v tom není problém[5]. A teď vzorečkově. V prvním případě se dá rozdíl drah paprsků 1 a 2 (tj.

[3]Budu o tom sice psát znovu za chvilku, ale je užitečné zmínit to už tady. Vztah mezi fází a dráhou je: $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r}$

[4]mimo jiných věcí jako třeba šíření vln na hladině po dopadu kamene

[5]Tuhle větu neberte moc vážně :-)



Obrázek 2: Zoom na oblast štěrbin a přechod na Fraunhofferovu aproximaci

$\|\vec{r_1}\| - \|\vec{r_2}\| = \Delta_1 + \Delta_2$) popsat pouze složitým výrazem (1). Zatímco po aproximaci můžeme napsat

$$\|\vec{r_1}\| - \|\vec{r_2}\| = 2 \cdot \Delta = 2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin\phi = 2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{X}{l} \tag{5}$$

Ještě se požívá jedna aproximace, která je ovšem přímým důsledkem té Fraunhofferovy

$$l = \sqrt{D^2 + X^2} \approx D \tag{6}$$

V dalším textu ji sice používat nebudu, aby se neztrácely souvislosti ale vy ji klidně při počítání používat můžete.

3.2.4 Nejdůležitější výsledky

No a tady bychom mohli klidně skončit. Interferenční maximum nastane tam (pro taková X), kde je rozdíl (5) roven n-násobku[6] vlnové délky. Tedy

$$n \cdot \lambda = \frac{d \cdot X}{l} \Longrightarrow X = \frac{n \cdot \lambda \cdot l}{d} \tag{7}$$

Když bychom se na to chtěli dívat z hlediska fáze, tj. toho, co vystupuje v argumentu exponenciály v rovnici kulové vlny (2), stačilo by rozdíl (5) přenásobit velikostí vlnového vektoru k. Vztah (7) tedy přejde na

$$n \cdot 2\pi = k \cdot \frac{d \cdot X}{l} \Longrightarrow X = \frac{n \cdot 2\pi \cdot l}{d} \tag{8}$$

Maxima začínají na jediném nultém maximu $n = 0$, další maxima už jsou po dvou. Třeba první maximum je na $n = 1$ a $n = -1$ pro (X) a $(-X)$.

[6] n zde nabývá významu řádu interferenčního maxima

Minima žádné nulté minimum nemají, takže začínají na $n = 1$. Rovnice 7 a 8 mají pro minima tento tvar

$$(n-\frac{1}{2})\cdot\lambda = \frac{d\cdot X}{l} \Longrightarrow X = \frac{(n-\frac{1}{2})\cdot\lambda\cdot l}{d} \tag{9}$$

$$(n-\frac{1}{2})\cdot 2\pi = k\cdot\frac{d\cdot X}{l} \Longrightarrow X = \frac{(n-\frac{1}{2})\cdot 2\pi\cdot l}{d} \tag{10}$$

Dejte si pozor především na tyto rovnice pro minima. V Hollidayovi je to špatně.

3.2.5 Přesnější výsledky

[7] Teď tedy víme, kde na stínítku budou maxima interference. Pokud nás ale zajímá celá závislost intenzity dopadajícího světla na poloze na stínítku, musíme pracovat s celým vztahem (3). Tedy

$$I(X) = E(X)E^*(X) \overset{\text{pouze roznáso-}}{\underset{\text{bím závorky}}{=}} \tag{11}$$

$$= \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 + \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 + \tag{11.1}$$

$$+ \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 e^{i\cdot k\cdot(l-\Delta)}e^{-i\cdot k\cdot(l+\Delta)} + \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 e^{i\cdot k\cdot(l+\Delta)}e^{-i\cdot k\cdot(l-\Delta)} \overset{\text{vytknu}}{\underset{\text{amplitudu}}{=}}$$

$$= \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 \cdot \big(2 + 2\cdot\cos(2\cdot k\cdot\Delta)\big) \overset{\text{součtový}}{\underset{\text{vzorec}}{=}} \tag{11.2}$$

$$= \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 \cdot 4\cdot\cos^2(k\cdot\Delta) \overset{\text{dosadím}}{\underset{\text{ze vztahu (5)}}{=}} \tag{11.3}$$

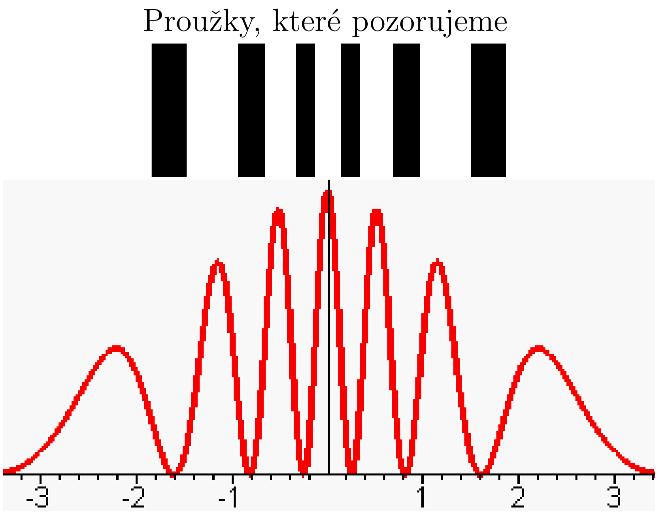
$$= \left(2\cdot\frac{E_0}{l}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot d\cdot X}{\lambda\cdot l}\right)\right)^2 \tag{11.4}$$

Vidíte, jak je intenzita světla dopadajícího na stínítko vlastně dána kvadrátem elektrické intenzity? Přímo to souvisí s tím, jak jsem v minulé kapitolce říkal, že světlo (kmity elektrické intenzity) vlastně nemohu vůbec pozorovat. Díky fázi (argument exponenciály) je tak vlastně vztah (2) popisující (mimo jiné i) světlo pouze matematický objekt, který se stane reálným až, když z něj uděláme intenzitu dopadajícího záření ve (11). Vztah na předposledním řádku ve (11.3) ale obsahuje Δ, tedy rozdíl fází. Rozdíl fází už totiž je fyzikální a měřitelný, zatímco fáze samotná je stále jen matematický symbol. Je to

[7] Tohle už umět nemusíte, ale přečíst byste si to mohli :-)

podobné jako v klasické elektřině, kde také nemá fyzikální význam přímo elektrický potenciál ale až rozdíl potenciálů, tedy elektrické napětí[8].

Pokud by jste si zkusili nakreslit, jak vypadá výsledná závislost intenzity dopadajícího světla na poloze na stínítku, dostali by jste v závislosti na volbě parametrů něco podobného, jako je vidět na obrázku (3). Nahoře jsou nakresleny proužky, které ve skutečnosti pozorujeme.



Obrázek 3: Závislost intenzity dopadajícího světla na poloze na stínítku

Pokud by někdo měl zájem prozkoumat, jak se výsledný interferenční obrazec mění v závislosti na jednotlivých parametrech, doporučuji zkusit program, který k tomuto účelu během jednoho úterního odpoledne vytvořil pan Krčmář:

https://is.muni.cz/auth/el/1431/jaro2007/F2091/um/difrakce.exe

3.3 Kvantový pohled

A teď si ukážeme něco opravdu zajímavého.

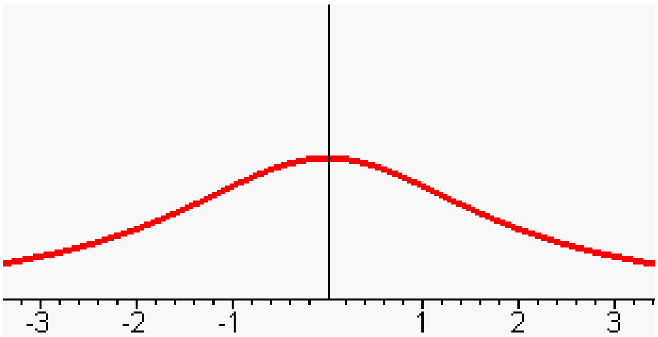
Co kdybychom chtěli během tohoto interferenčního Youngova experimentu navíc ještě zjišťovat, kterým otvorem konkrétní fotony přišly? No, v prvé řadě, abychom tak mohli činit, museli bychom zjišťovat intenzitu dopadajícího záření na každý otvor. Až do teď nám každý otvor házel na stínítko E_1 nebo E_2, jenomže E-čka nejsou fyzikálně měřitelná, už z principu nám nemohou říct, kde foton je. Abychom to mohli zjistit musíme z nich vyrobit I-čka. Každý otvor nám tedy po

[8]Podobnost není čistě náhodná, v elektrodynamice se používá elektrický potenciál ke kalibrování fáze, ale to jen tak na okraj.

změření, jestli jím prošel foton, hodí na stínítko I_1 nebo I_2. Ale to znamená, že výsledná intenzita dopadajícího záření na stínítko už nebude daná vztahem (11), ale vztahem

$$\begin{aligned} I(X) = I_1(X) + I_2(X) = E_1(X)E_1^*(X) + E_2(X)E_2^*(X) = \\ = \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 + \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{E_0}{l}\right)^2 \end{aligned} \tag{12}$$

Co uvidíme na stínítku při této verzi experimentu je vidět na obrázku (4)



Obrázek 4: Závislost intenzity dopadajícího světla na poloze na stínítku

Paráda ne? Pouhým dotázáním se fotonů, kudy že to přišli, pouhým pozorováním, jsme úplně změnili výsledek experimentu. To je **problém měření v kvantové mechanice**, každé měření čehokoliv nám změní celkový výsledek.

Pokud vám to snad připadá jako pouhé hraní se vzorečky, zkuste se zamyslet nad realizací toho pozorování. Řekněme, že do každého otvoru strčíme detektor, na který když dopadne foton, tak vyšle foton nějakým náhodným směrem ke stínítku (aby simuloval kulovou vlnu). Detektor nemůže zjistit, s jakou fází na něj elektron dopadl, protože fáze není fyzikální=měřitelná veličina. Ze stejného důvodu ani nemůže vystřelit foton s definovanou fází. Oba dva detektory v otvorech tedy vysílají na stínítko fotony s úplně náhodnou fází. A když se takové dva fotony potkají, mají také zcela náhodný fázový rozdíl, který ovšem už měřitelný je, jenže narozdíl od výrazu $k \cdot \Delta$, který byl závislý na X=poloze na stínítku, je tento naprosto náhodný, tj. nezávislý na ničem. Vlny se díky tomu zcela náhodně sčítají a odečítají až nakonec v průměru dají to, co je vidět na obrázku (4).

Jste zmatení?

Blahopřeji, právě jste udělali první krok k pochopení kvantové fyziky!!