F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2007 - 2008

III.
Elektronová optika

KOTLÁŘSKÁ 12. BŘEZNA 2008

Úvodem

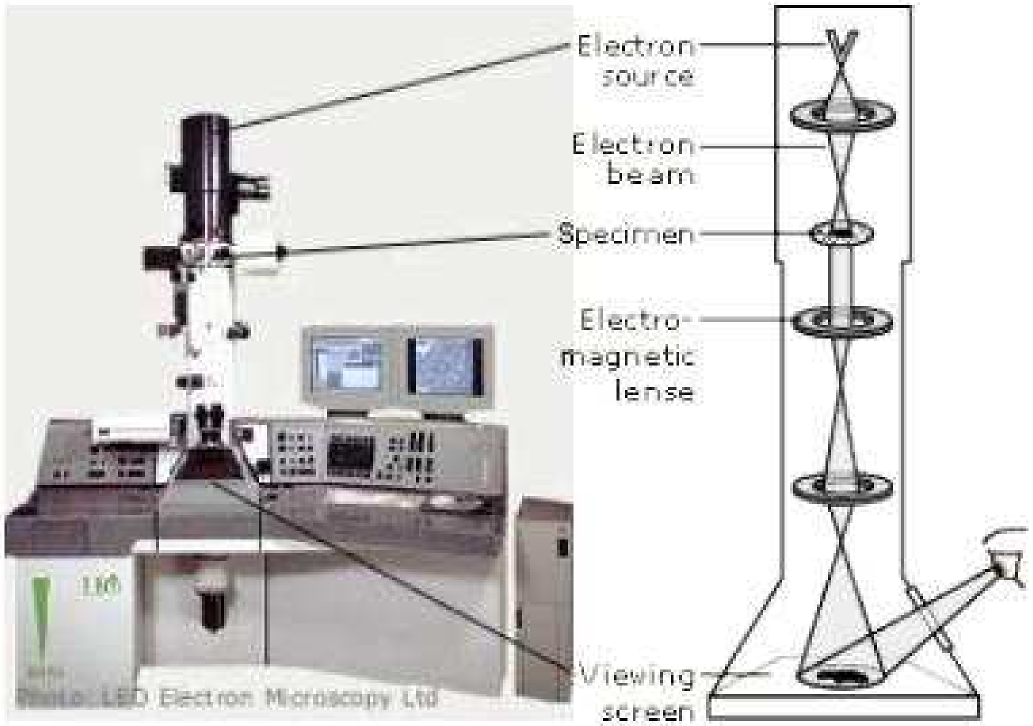
- *S* elektrony lze pracovat v přiblížení geometrické optiky, pokud se pohybují v dostatečně plavných polích
- Na příkladu elektrostatických polí prozkoumáme konstrukci centrovaných soustav v paraxiální aproximaci
- Magnetické čočky jsou ale mnohem zajímavější
- I elektronové optické soustavy trpí vadami zobrazení …

Vlastně několik reklamních obrázků

V dnešní době je elektronová mikroskopie standardní a rozšířenou laboratorní technikou. Variant konstrukce je velký počet. Celý obor se stále rozvíjí. Elektronové svazky se využívají i v technologii, například pro elektronovou litografii.

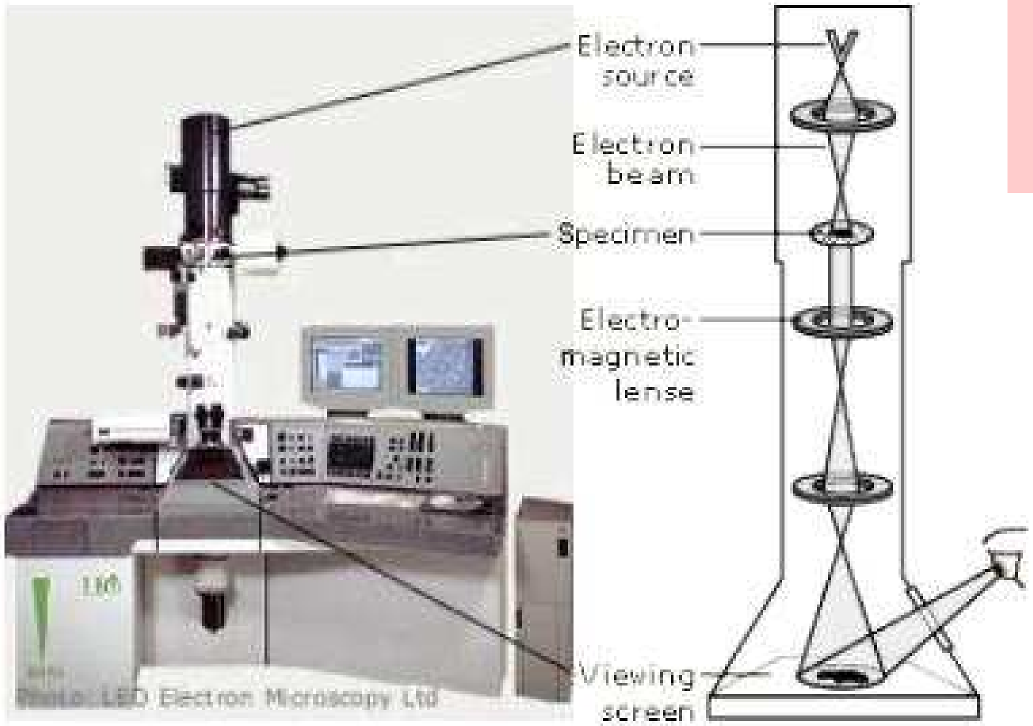
Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)



Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)

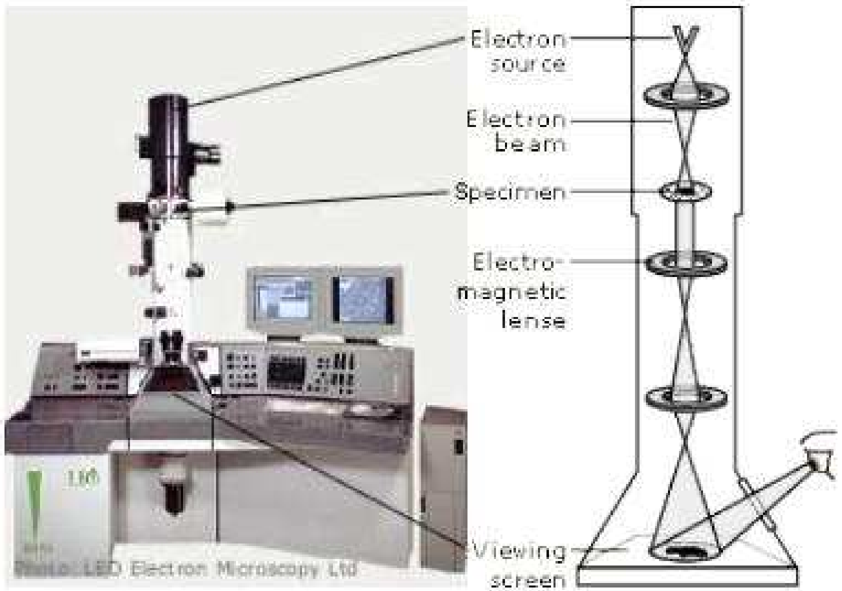


DETAIL

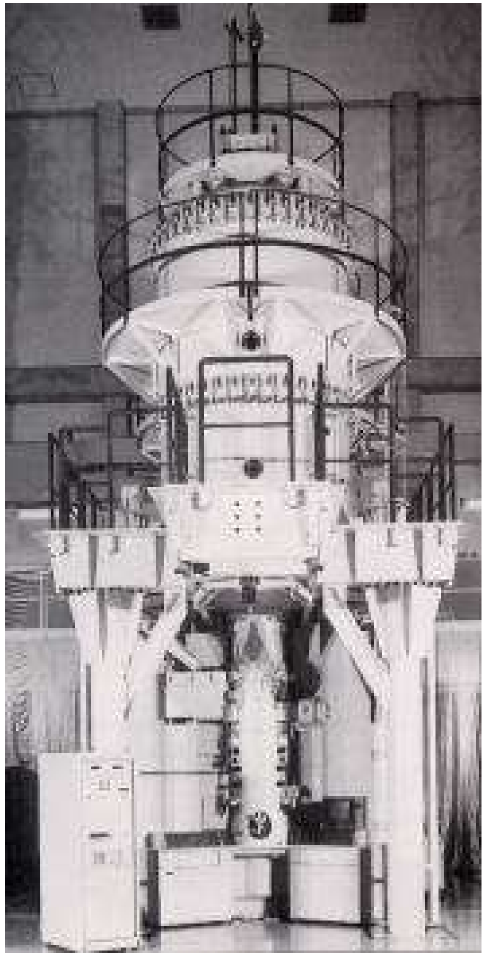
Srovnání s optickým mikroskopem

Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)



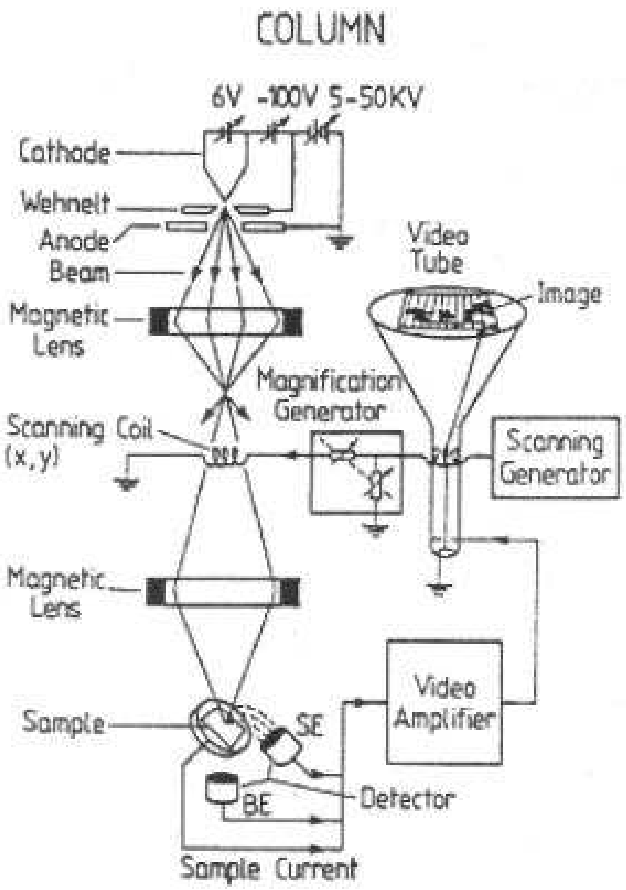
STOLNÍ PŘÍSTROJ
~ 50 000 eV



UNIKÁTNÍ PŘÍSTROJ
~ 1 000 000 eV

Řádkovací elektronový mikroskop

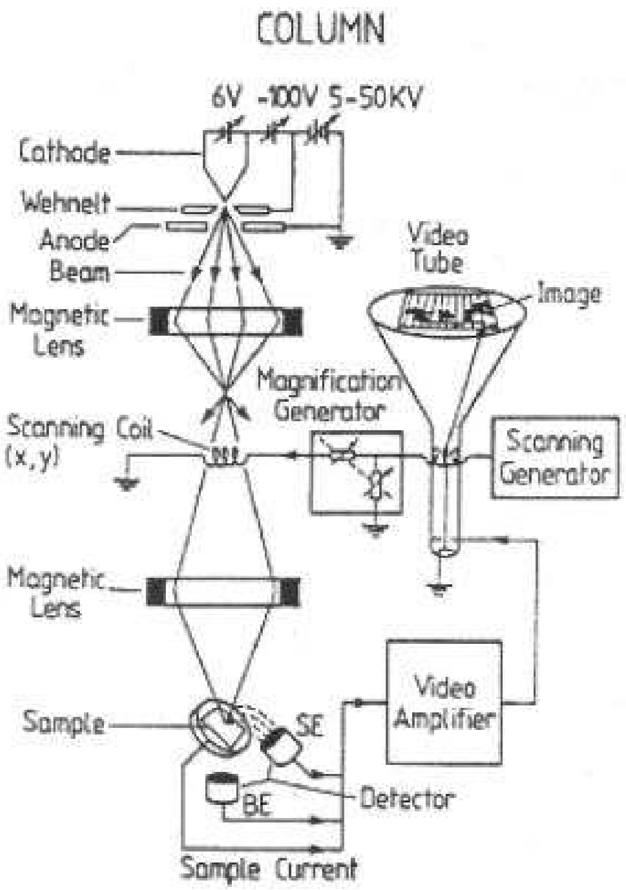
řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)

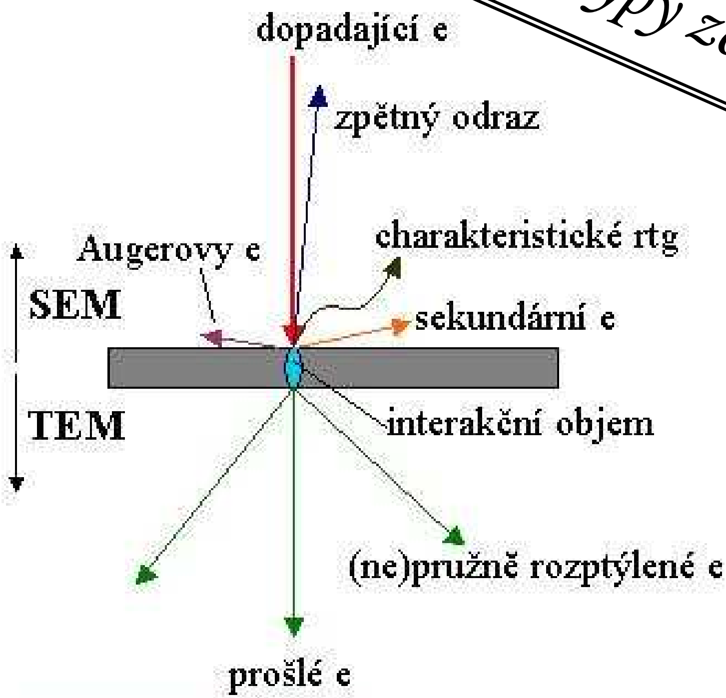


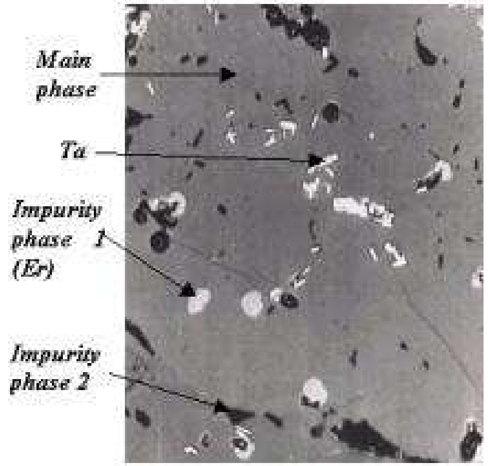
Řádkovací elektronový mikroskop

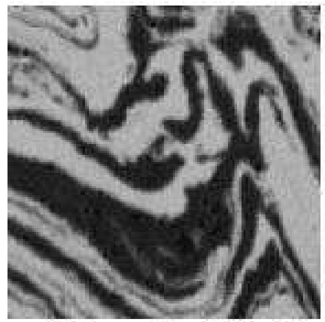
Typy zobrazení

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



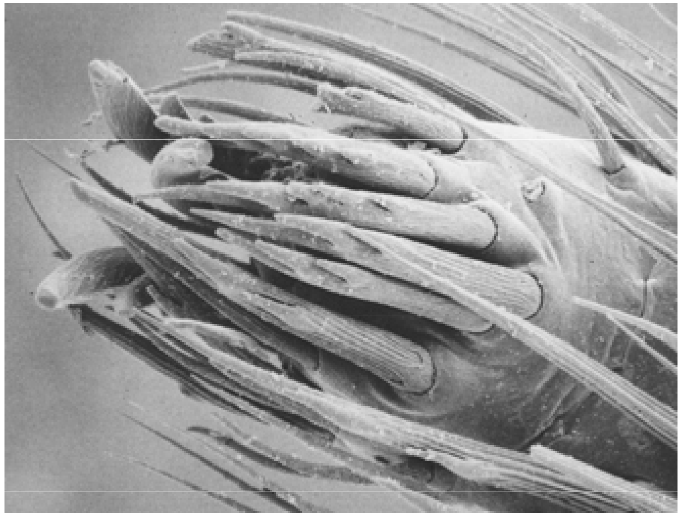




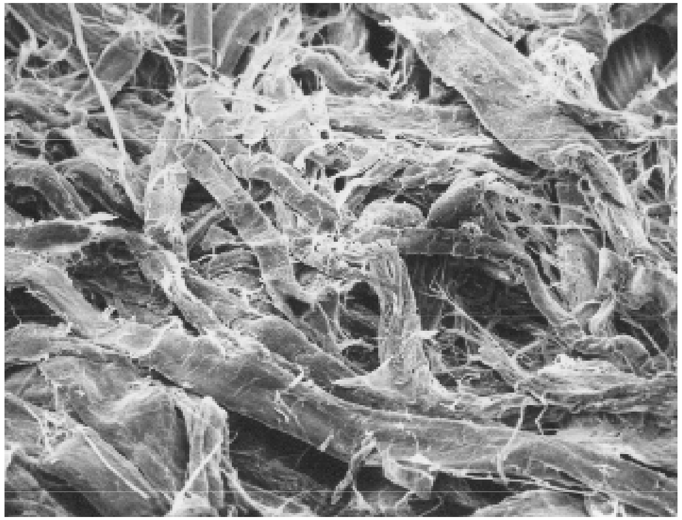


slitina Cu-Nb-Fe

Obrázky ze SEM (neomezená hloubka ostrosti × optika)

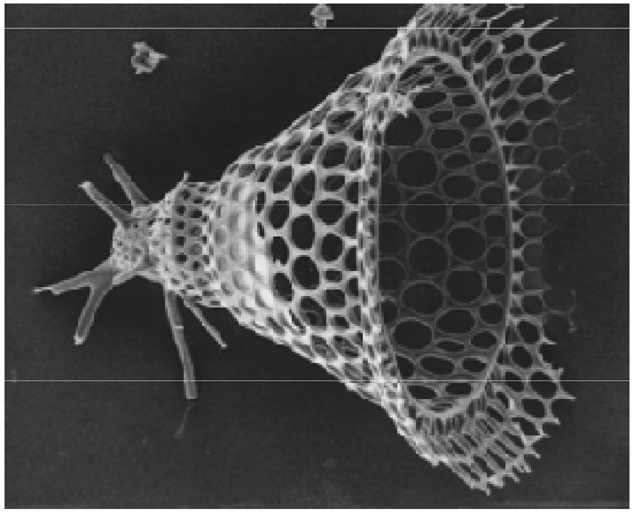


černá vdova (x 500)



toaletní papír (x 500)

inj. stříkačka (x 100)



radiolara (x 750)

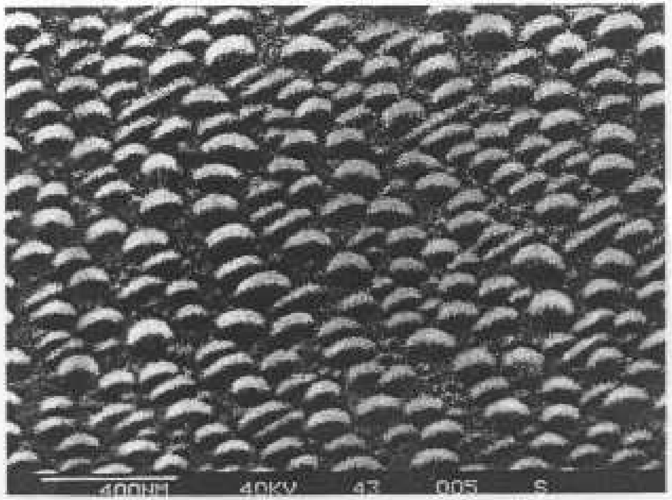


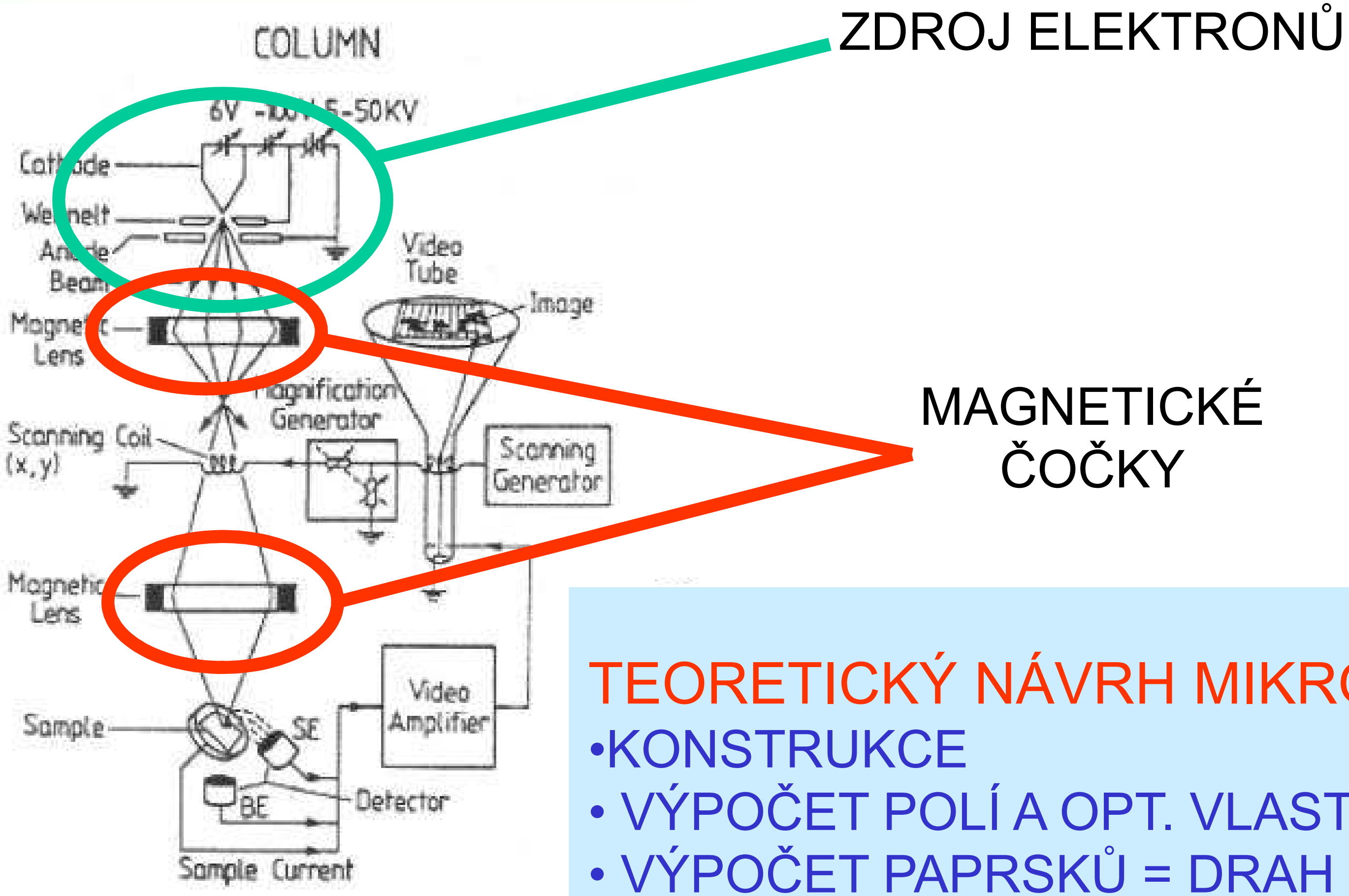
Fig.3.28. Scanning electron micrograph of an Sn film (nominal coverage 38 monolayers) deposited on a cleaved GaAs surface [3.20]

kapičky Sn na povrchu GaAs

http://www.mos.org/sln/sem/sem.html

Řádkovací elektronový mikroskop: náš dnešní úhel pohledu

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)

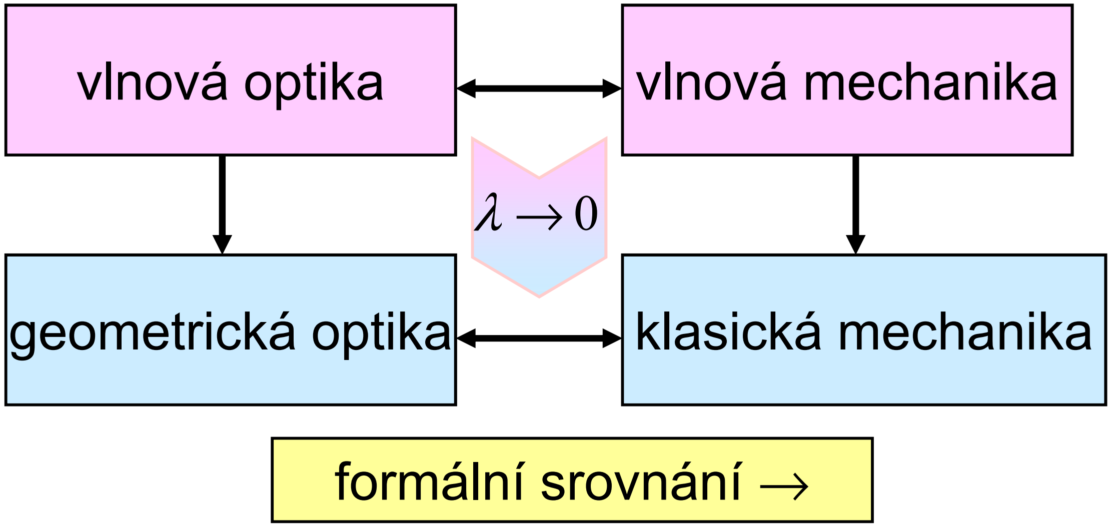


TEORETICKÝ NÁVRH MIKROSKOPU
- KONSTRUKCE
- VÝPOČET POLÍ A OPT. VLASTNOSTÍ
- VÝPOČET PAPRSKŮ = DRAH ELEKTRONŮ
- OPTIMALIZACE CHYB ZOBRAZENÍ

Částicová paprsková optika

Využití elektronů pro geometrickou optiku s vysokým rozlišením napadlo lidstvo teprve potom, co vlnové vlastnosti elektronu byly již dobře známy.

Paprsková (geometrická) optika částic



paprsky

eikonálová rovnice

sférické čočky

trajektorie

Newtonovy rovnice + vyloučení času

spojité rozložení indexu lomu

Paprsková (geometrická) optika částic

vlnová optika ⟷ vlnová mechanika

↓ $\lambda \to 0$ ↓

geometrická optika ⟷ klasická mechanika

formální srovnání →

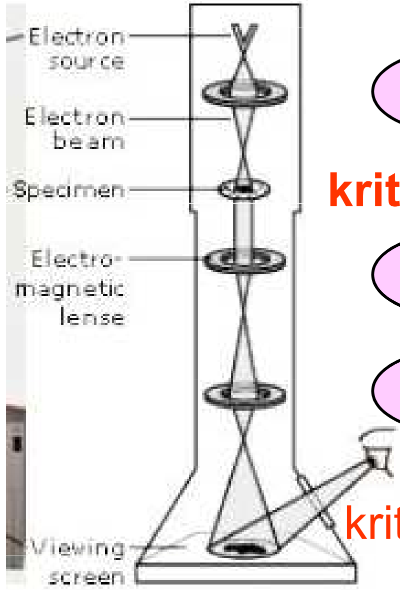
paprsky	***trajektorie***
eikonálová rovnice	***Newtonovy rovnice + vyloučení času***
sférické čočky	***spojité rozložení indexu lomu***

formální podmínka

$$\lambda \to 0$$

znamená přesně

$$\lambda << L \ (\text{char. délka})$$



	L
ano	mm
kritické místo	nm
ano	mm
ano	mm
kritické místo	μm

Paprsková (geometrická) optika částic

vlnová optika ⟷ vlnová mechanika

$\lambda \to 0$

geometrická optika ⟷ klasická mechanika

formální srovnání →

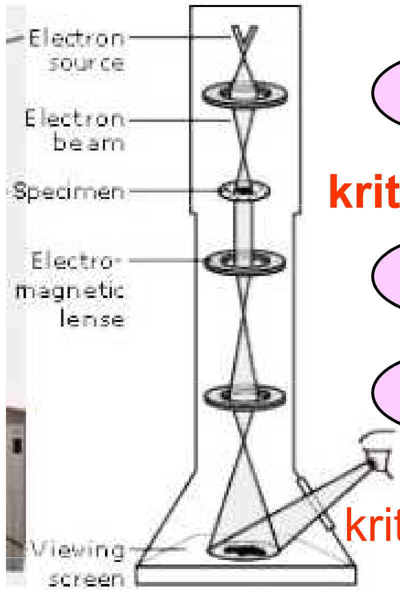
paprsky	trajektorie
eikonálová rovnice	Newtonovy rovnice + vyloučení času
sférické čočky	spojité rozložení indexu lomu

formální podmínka

$\lambda \to 0$

znamená přesně

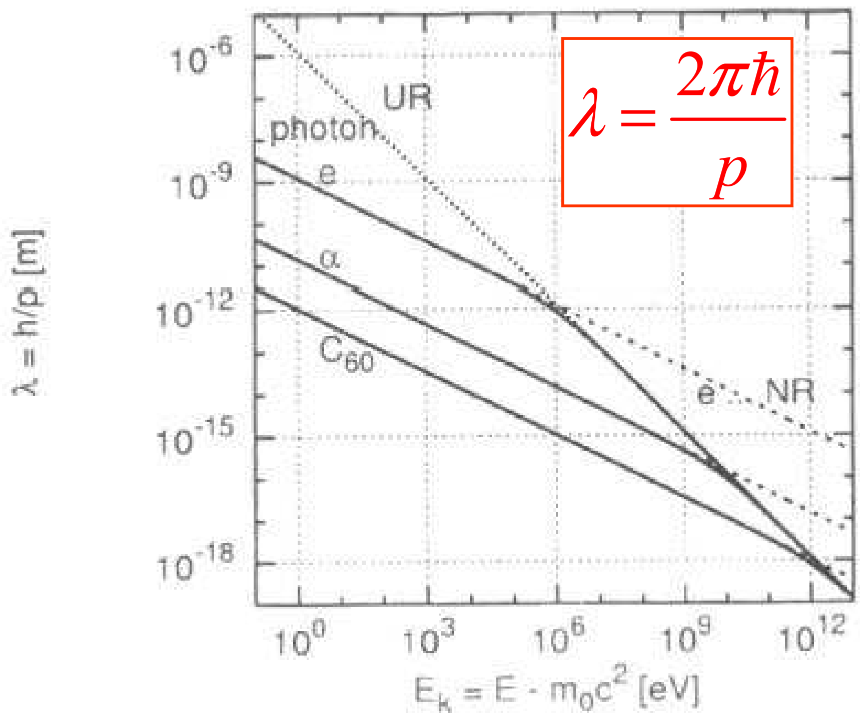
$\lambda << L$ (char. délka)



	L
ano	mm
kritické místo	nm
ano	mm
ano	mm
kritické místo	μm

vlnové délky →

Elektron jako vlna



$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}}$$

ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}c^2, \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\text{kin}} \approx 2m_0c^2$$

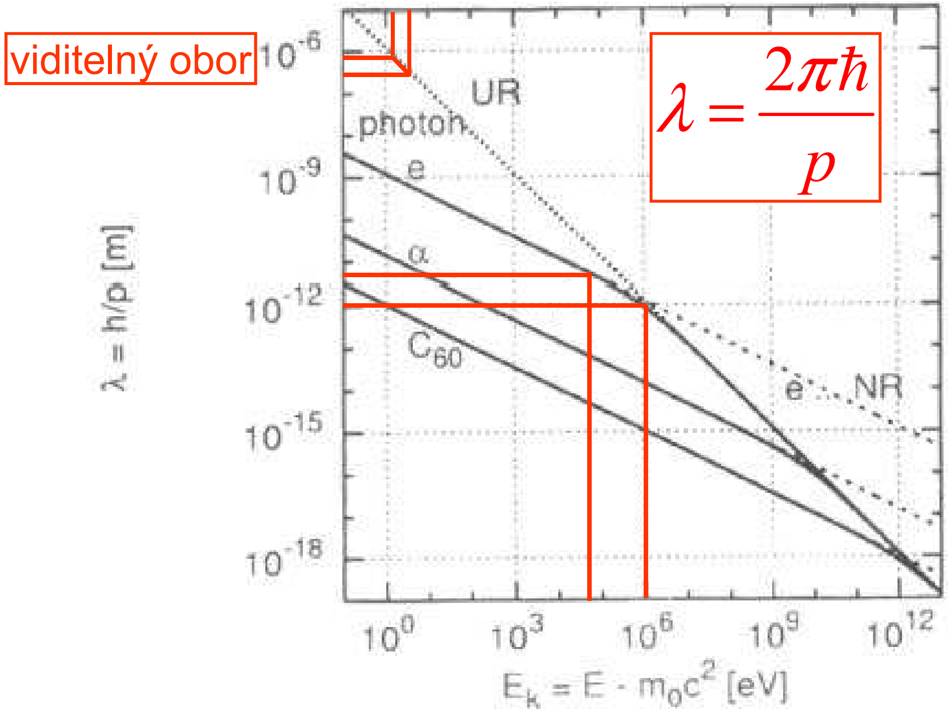
$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ } (\mu\text{m, eV})$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu



$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

vlnové délky v pm

(1 nm = 1000 pm)

přístroj	U keV	λ pm
stolní TEM	50	5,46
velký TEM	1000	1,22
SEM	5 – 50	5,46 – 17.3

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\mathrm{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\mathrm{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\mathrm{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\mathrm{kin}} \approx 2m_0c^2$$

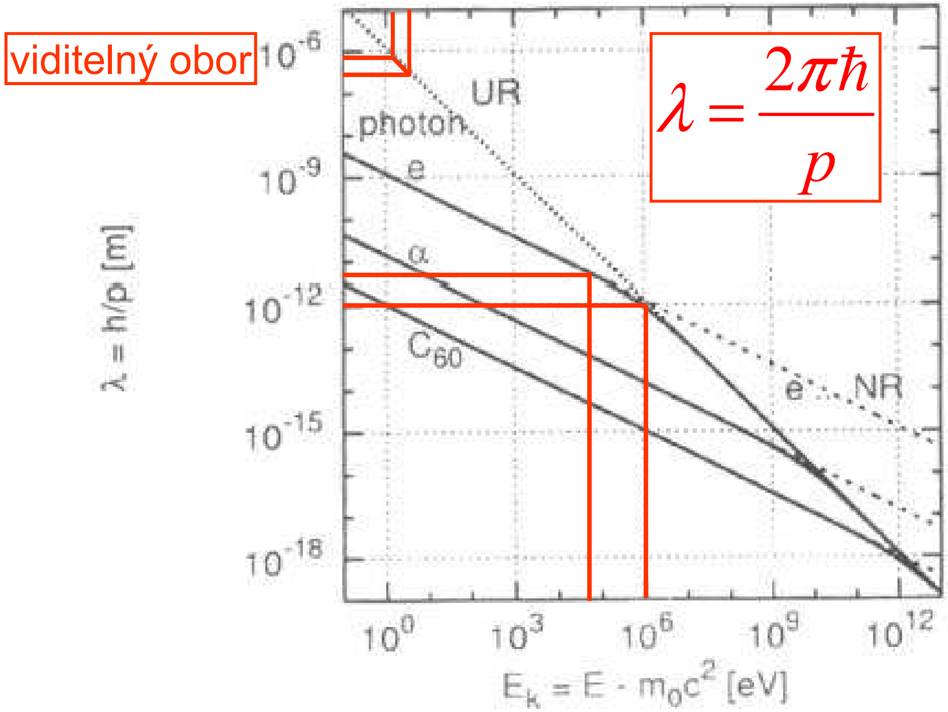
$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

ultrarelativistická

$$E_{\mathrm{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\mathrm{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\mathrm{kin}}} \text{ (}\mu\text{m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu



vlnové délky v pm

(1 nm = 1000 pm)

přístroj	U keV	λ pm
stolní TEM	50	5,46
velký TEM	1000	1,22
SEM	5 – 50	5,46 – 17.3

v podstatě vystačíme s korigovanou NR limitou

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2 m_0 E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\text{kin}} \approx 2 m_0 c^2$$

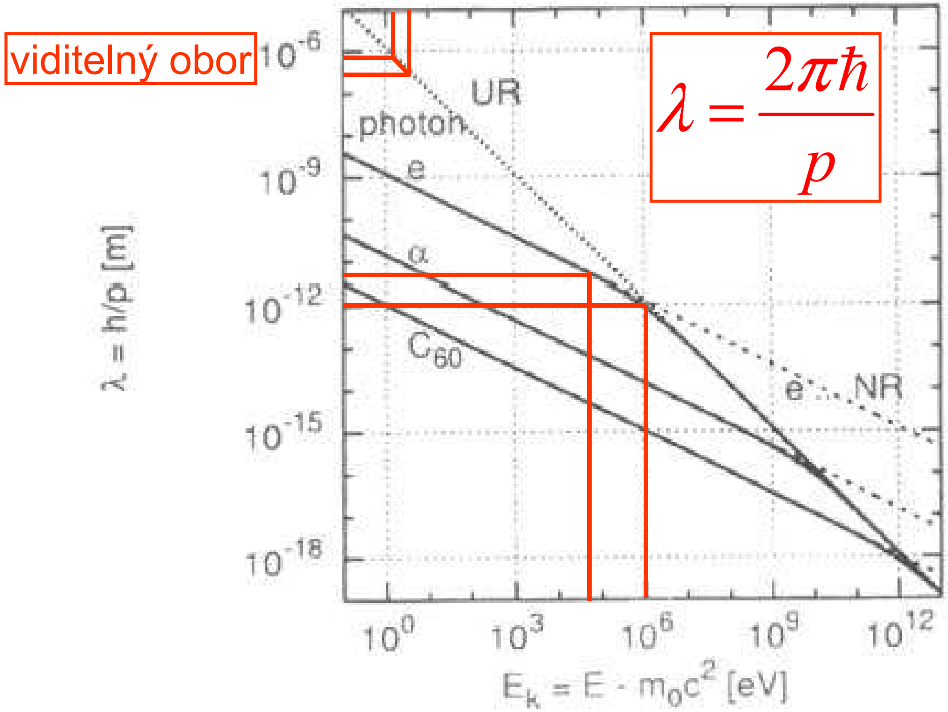
$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ } (\mu\text{m, eV})$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu



$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

přístroj	U keV	λ pm
stolní TEM	50	**5,46**
velký TEM	1000	**1,22**
SEM	5 – 50	5,46 – 17.3

v podstatě vystačíme s korigovanou NR limitou

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$E_{\text{kin}} \approx 2m_0c$

$\approx 10^6$ e

PROČ PIKOMETRY ???

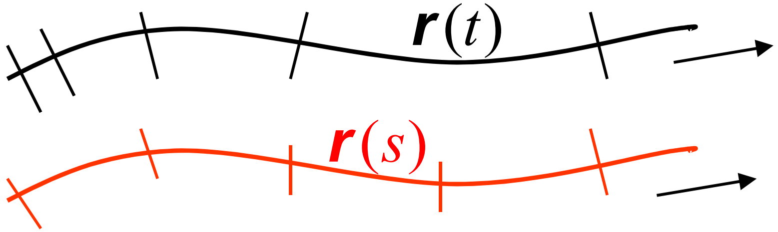
...trarelativistická

$$\ldots = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \; (\mu\text{m, eV})$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



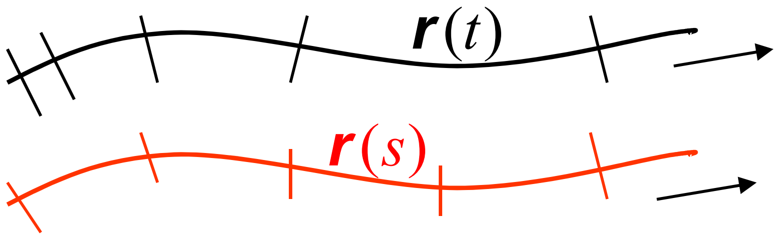
Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \cancel{\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}}\right)$$

zatím vynecháme

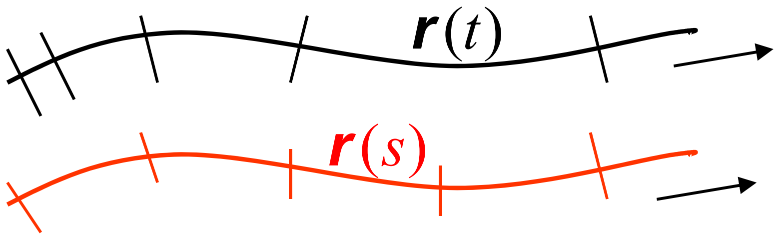
$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

elektrostatický potenciál

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná
délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \cancel{\times \boldsymbol{B}}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

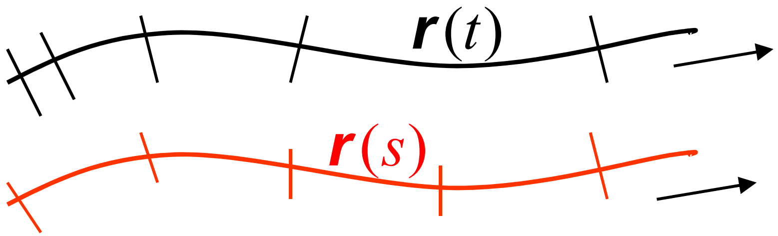
elektrostatický potenciál

Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol{r}) \propto \upsilon(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol{r})\right)} \qquad \upsilon(\boldsymbol{r}) = \left|\dot{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{r}, t)\right|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol{r})}$$

Trajektorie ve vnějších polích



trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)

Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\cancel{\times\boldsymbol{B}}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla\Phi$$

elektrostatický potenciál

Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol{r}) \propto \upsilon(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol{r})\right)}$$

$$\upsilon(\boldsymbol{r}) = \left|\dot{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{r},t)\right|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol{r})}$$

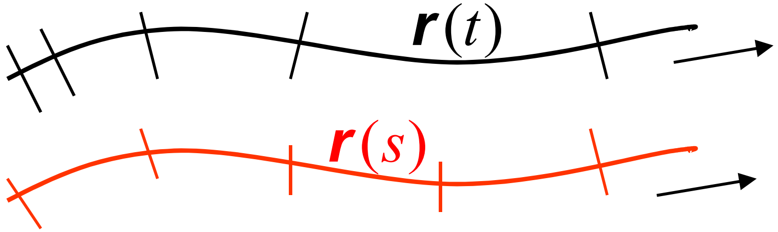
Vyloučení času

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = -\frac{e}{m}\nabla\Phi\cdot\frac{1}{\upsilon} = \nabla\upsilon$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol r} = \dot{\boldsymbol v} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol E + \cancel{\boldsymbol v \times \boldsymbol B}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol r} = \dot{\boldsymbol v} = -\frac{e}{m}\nabla\Phi$$

elektrostatický potenciál

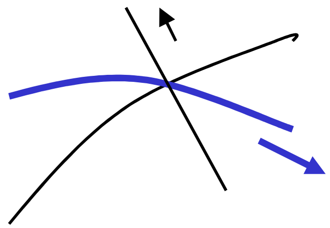
Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol r) \propto \upsilon(\boldsymbol r) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol r)\right)} \qquad \upsilon(\boldsymbol r) = \left|\dot{\boldsymbol r}(\boldsymbol r, t)\right|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol r)}$$

Vyloučení času

$$\frac{\mathrm d\boldsymbol v}{\mathrm d s} = \frac{\mathrm d\boldsymbol v}{\mathrm d t}\cdot\frac{\mathrm d t}{\mathrm d s} = -\frac{e}{m}\nabla\Phi\cdot\frac{1}{\upsilon} = \nabla\upsilon$$



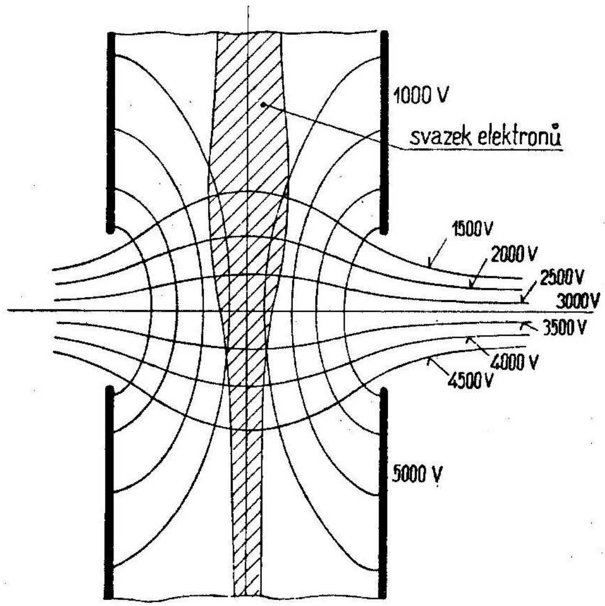
diferenciální tvar zákona lomu

Teoretický návrh dílů pro elektronovou optiku

Od neurčité představy, že elektrické či magnetické pole vychýlí elektronové paprsky žádoucím směrem přejdeme k návrhu optických elementů.

Dva kroky ve studiu optického dílu

<u>PŘÍKLAD:</u>
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM



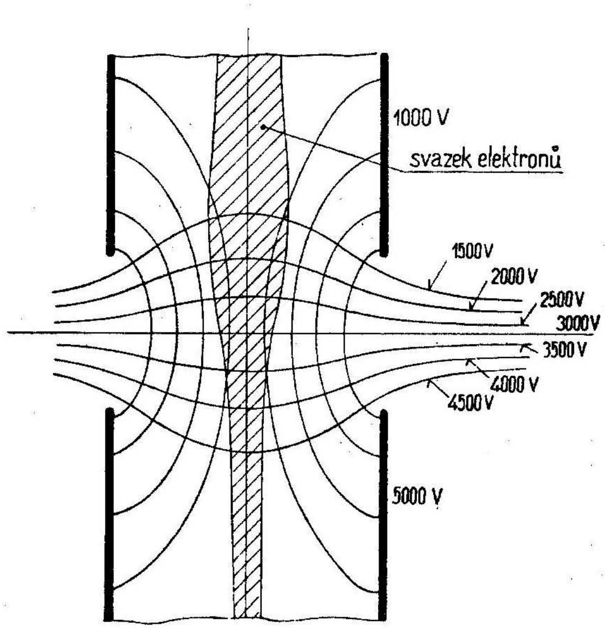
Obr. 131. Urychlovací systém.

<u>PŘÍKLAD:</u>
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod

$\left.\begin{array}{l}\text{geometrie kovových elektrod}\\ \text{potenciály elektrod}\end{array}\right\}$ **vstup**



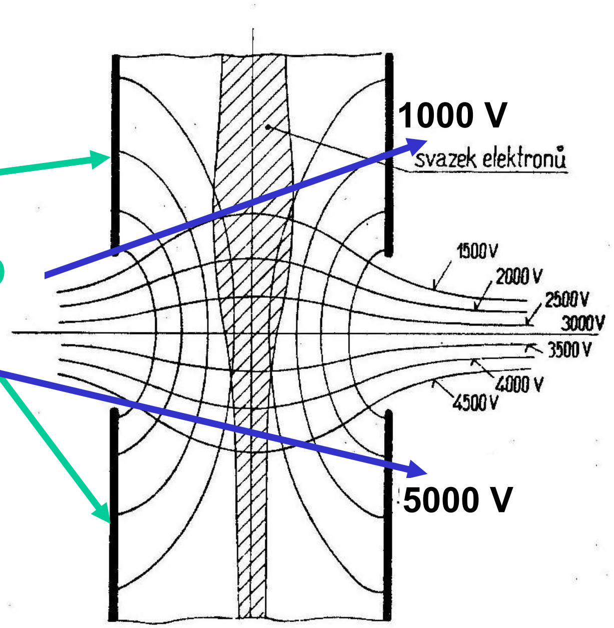
Obr. 131. Urychlovací systém.

PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod

vstup



Obr. 131. Urychlovací systém.

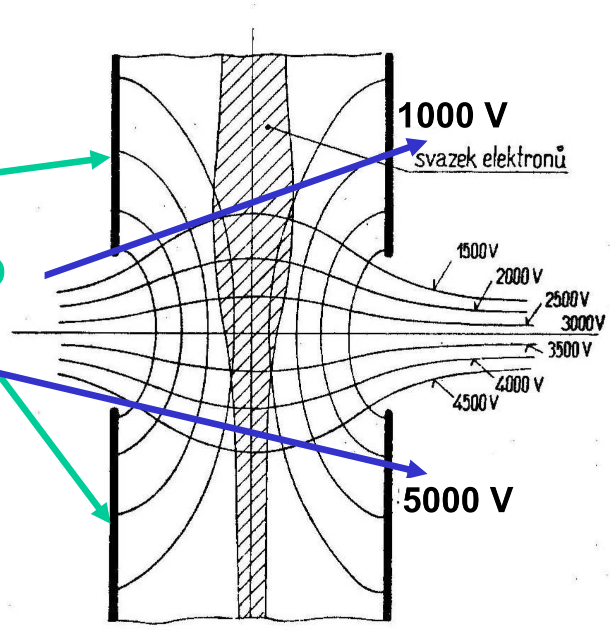
PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

vstup

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

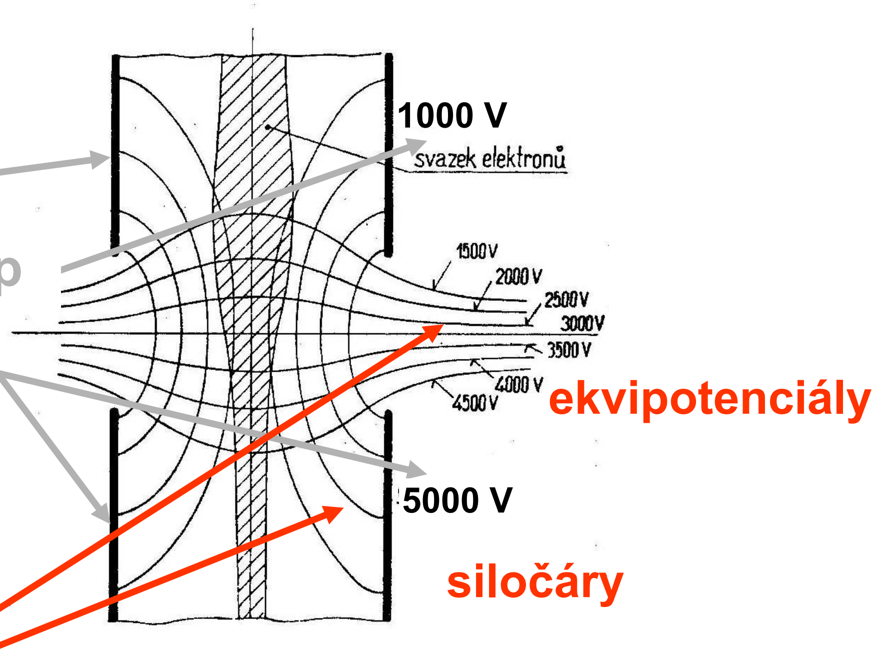
<u>PŘÍKLAD:</u>
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

vstup

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

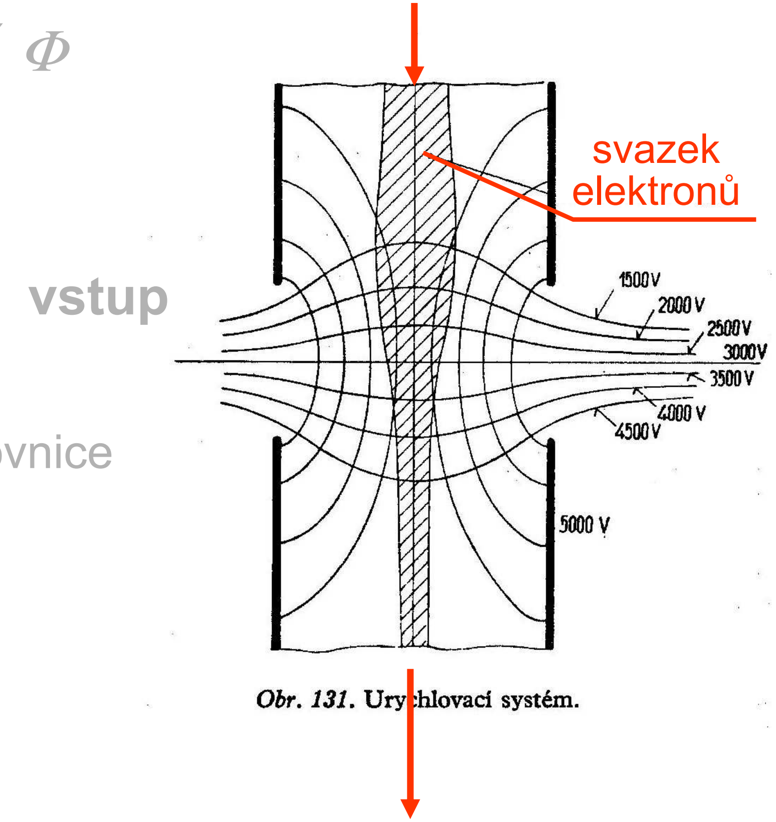
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

2. KROK: PAPRSKY

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000\ \mathrm{eV}$
- zlepšená kolimace
- hledání trajektorií
  - buď přímo
  - z paraxiální rovnice + korekce na sférickou vadu

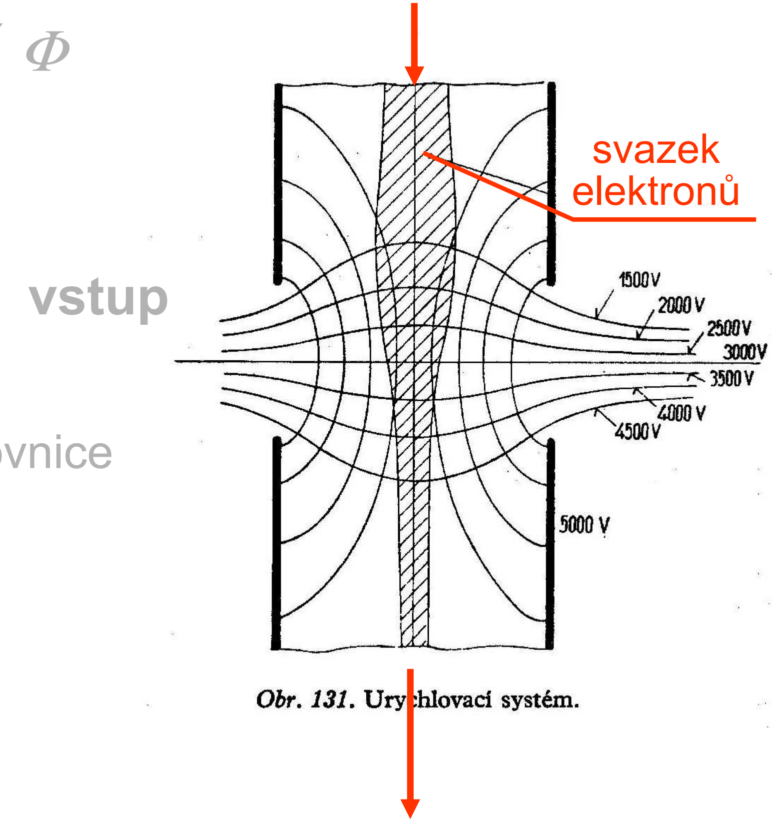
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

2. KROK: PAPRSKY

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000\ \mathrm{eV}$
- zlepšená kolimace
- hledání trajektorií
  - buď přímo
  - **z paraxiální rovnice + korekce na sférickou vadu**

I. Určení průběhu potenciálu

V principu velmi jednoduchý úkol: vyřešit Lapaceovu rovnici s Dirichletovou okrajovou podmínkou.

Tato část celého postupu však klade největší nároky na použité numerické metody. Bez nich nelze počítat s úspěchem.

Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z) + \partial_{yy}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

DIRICHLETOVA ÚLOHA

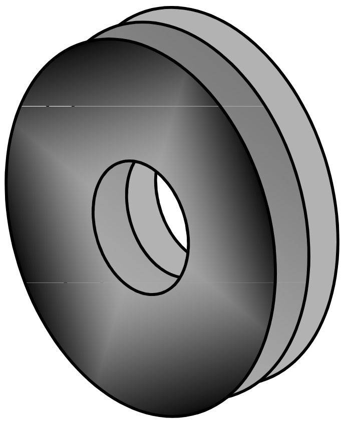
Okrajové podmínky

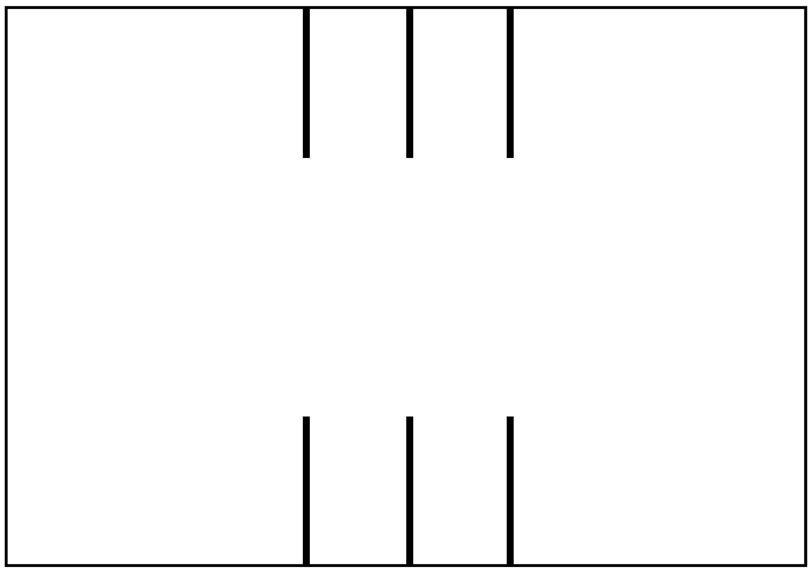
LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- na povrchu elektrod
- na vnější hranici

Příklad čočky





Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

DIRICHLETOVA ÚLOHA

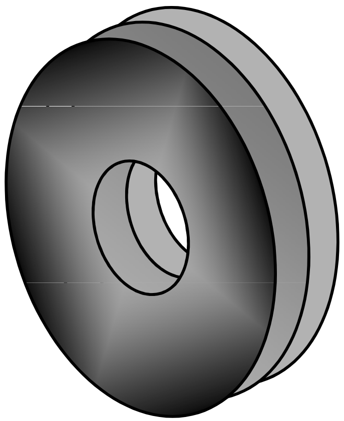
Okrajové podmínky

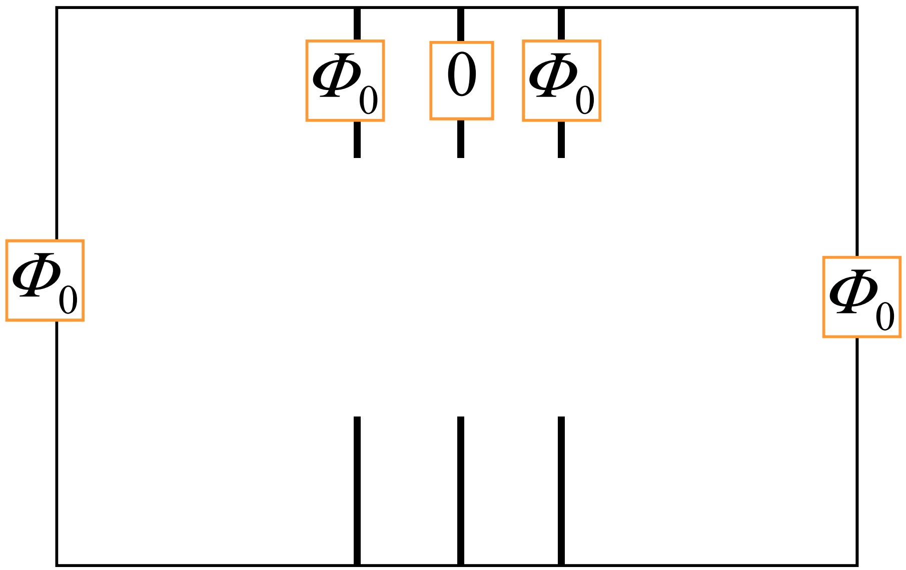
LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- na povrchu elektrod
- na vnější hranici

Příklad čočky





Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z) + \partial_{yy}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

DIRICHLETOVA ÚLOHA

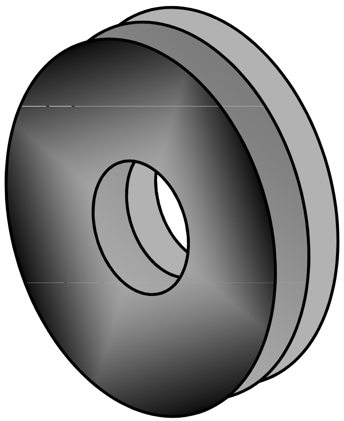
Okrajové podmínky

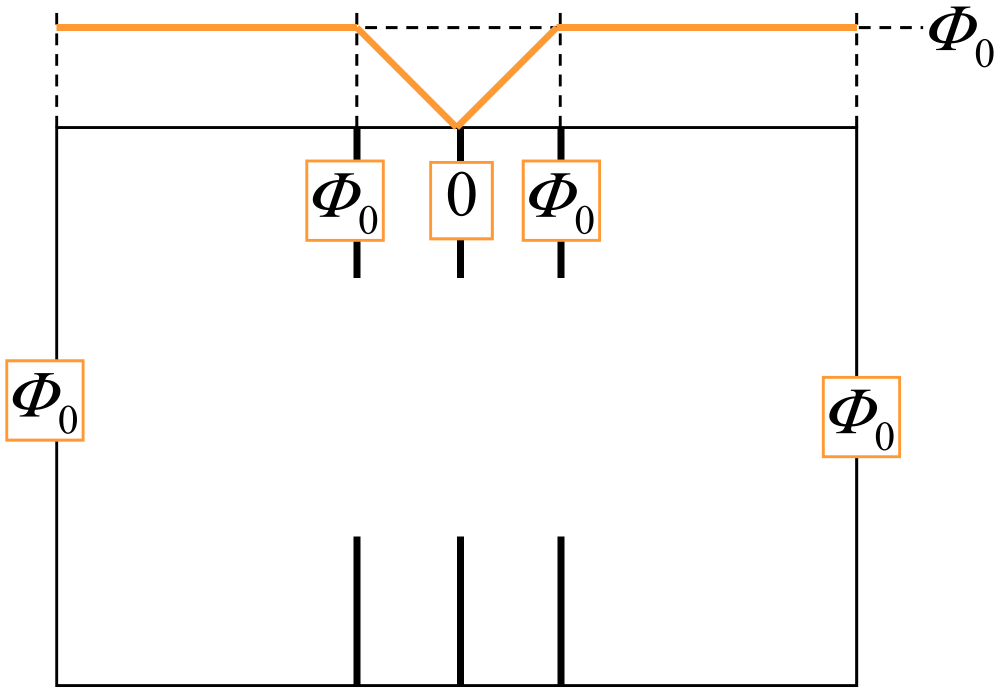
LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- na povrchu elektrod
- na vnější hranici

Příklad čočky





Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z) + \partial_{yy}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

DIRICHLETOVA ÚLOHA

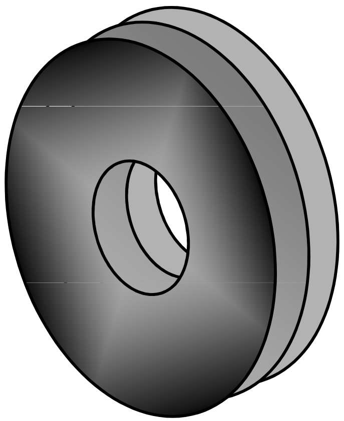
Okrajové podmínky

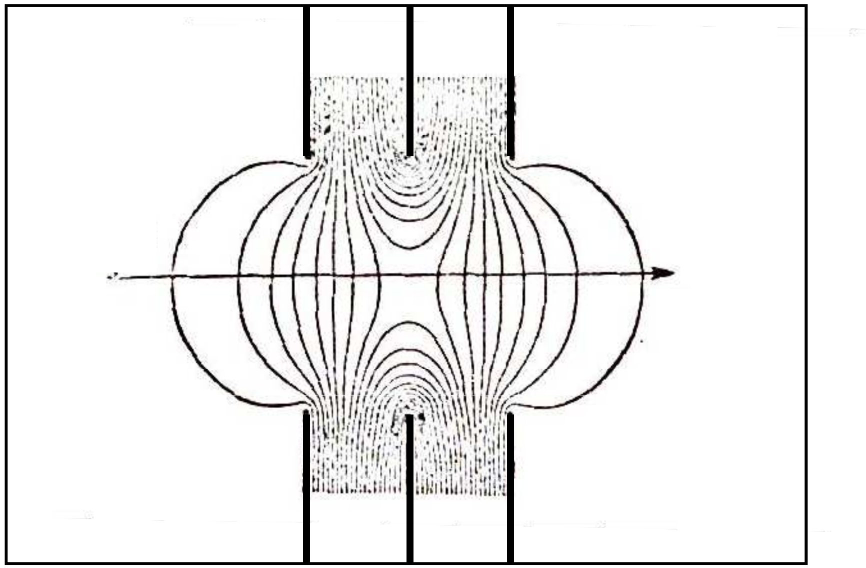
LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- na povrchu elektrod
- na vnější hranici

Příklad čočky





Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

DIRICHLETOVA ÚLOHA

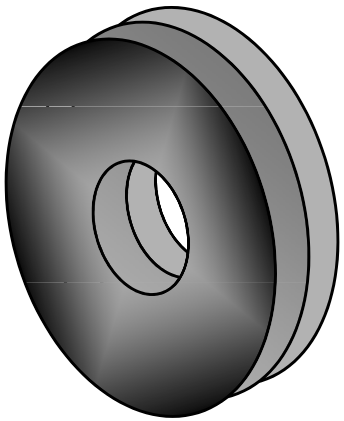
Okrajové podmínky

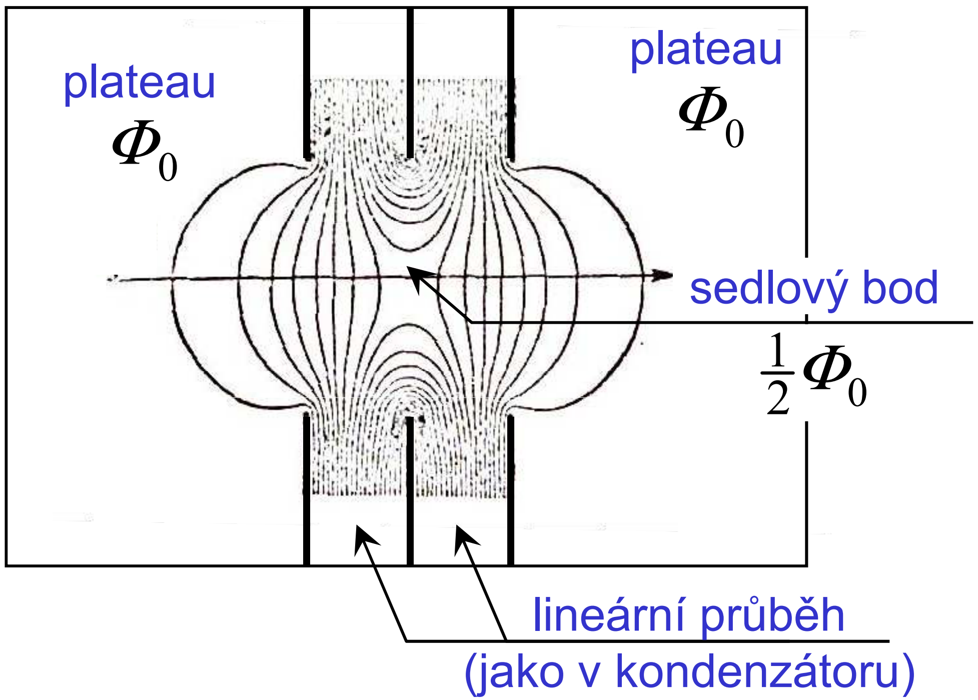
LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- na povrchu elektrod
- na vnější hranici

Příklad čočky

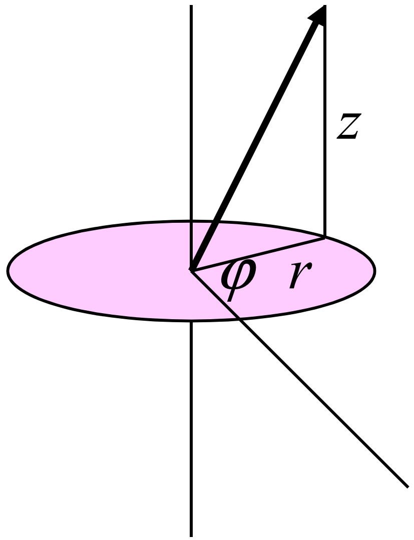




Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta\Phi(\boldsymbol{r})=0\\ \partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0\end{gathered}}$$



NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Obecně 3D úloha.
Použití osové symetrie

$$\partial_{rr}\Phi(r,z)+\frac{1}{r}\partial_r\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

numerické techniky

metoda sítí

klasický postup:

derivace nahrazeny diferencemi

dnes překonané

metoda konečných prvků

triangulace

lineární interpolace

variační princip

dnes nejrozšířenější

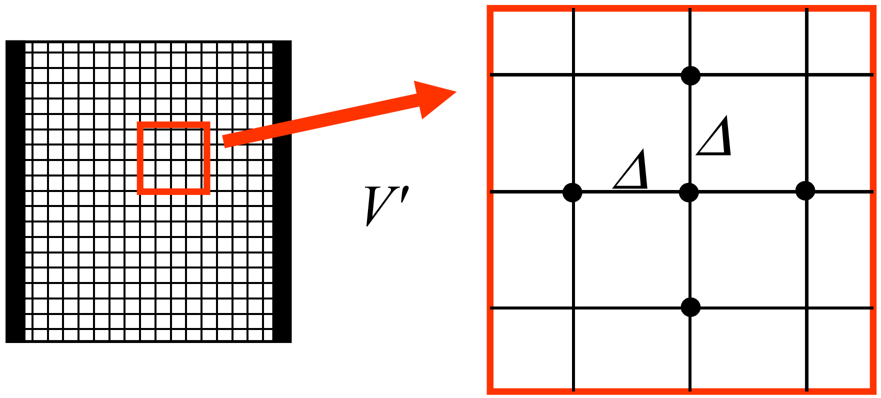
Numerické metody: Metoda sítí

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici diferenční

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{r}) = 0}$$

2D ILUSTRACE

V



$$x_j = x_0 + j \cdot \Delta$$

$$y_k = y_0 + k \cdot \Delta$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{j,k} = \boldsymbol{\Phi}(x_j, y_k)$$

$$\Delta \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{r}_{jk}) = \partial_{xx} \boldsymbol{\Phi}(x_j, y_k) + \partial_{yy} \boldsymbol{\Phi}(x_j, y_k) \quad \rightarrow$$

$$\approx \frac{\boldsymbol{\Phi}_{j+1,k} - 2\boldsymbol{\Phi}_{j,k} + \boldsymbol{\Phi}_{j-1,k}}{\Delta^2} + \frac{\boldsymbol{\Phi}_{j,k+1} - 2\boldsymbol{\Phi}_{j,k} + \boldsymbol{\Phi}_{j,k-1}}{\Delta^2}$$

. . . *soustava lineárních rovnic pro* $\boldsymbol{\Phi}_{j,k}$

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\left.\begin{array}{r}\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r})=0}\\ \text{+ Dirichletovy okraj. podmínky}\end{array}\right\} \longleftrightarrow \boxed{\mathcal{J}[\Phi]=\int \mathrm{d}V\,\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi=\mathrm{Min}}$$

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\mathcal{J}[\Phi] = \int \mathrm{d}V\, \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \mathrm{Min}}$$

Variační podmínka

$\breve{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J} = 2\int \mathrm{d}V\, \nabla\delta\Phi \cdot \nabla\breve{\Phi} = 0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r})=0}$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\mathcal{J}[\Phi]=\int \mathrm{d}V\,\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi=\mathrm{Min}}$$

Variační podmínka

$\breve{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J}=2\int \mathrm{d}V\,\nabla\delta\Phi\cdot\nabla\breve{\Phi}=0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

Motivační úvaha (*standardní*)

$$\mathcal{J}[\breve{\Phi}\pm g\delta\Phi]-\mathcal{J}[\breve{\Phi}]$$

$$=\pm g\delta\mathcal{J}+g^2 O[\delta^2\Phi]\geq 0$$

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\longleftrightarrow \quad \boxed{\mathcal{J}[\Phi] = \int \mathrm{d}V\, \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \mathrm{Min}}$$

Variační podmínka

$\breve{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J} = 2\int \mathrm{d}V\, \nabla\delta\Phi \cdot \nabla\breve{\Phi} = 0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

Motivační úvaha (*standardní*)

$$\mathcal{J}[\breve{\Phi} \pm g\delta\Phi] - \mathcal{J}[\breve{\Phi}]$$

$$= \pm g\delta\mathcal{J} + g^2 O[\delta^2\Phi] \geq 0$$

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

aproximace

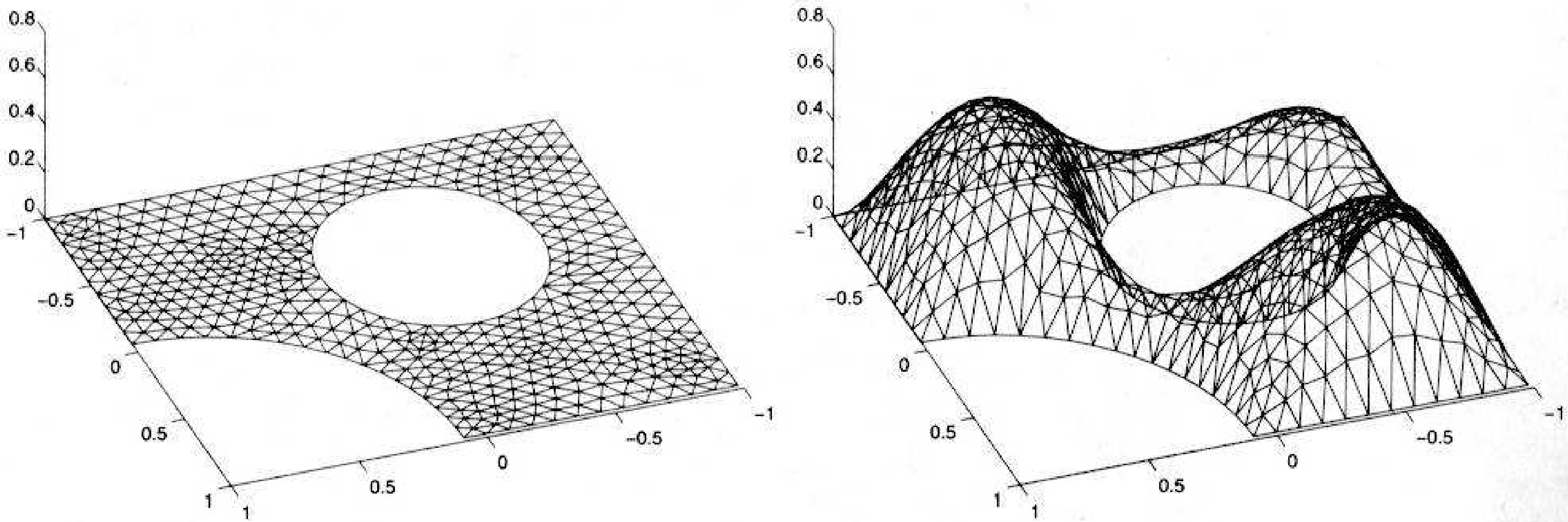
Triangulace   Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace   Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Znázornění triangulace v metodě konečných prvků

Podle Partial Differential Equation Toolbox for use with MATLAB:
User´s Guide

This is like using flat tiles to build a waterproof dome, which is perfectly possible.



A Triangular Mesh (left) and a Continuous Piecewise Linear Function on That Mesh

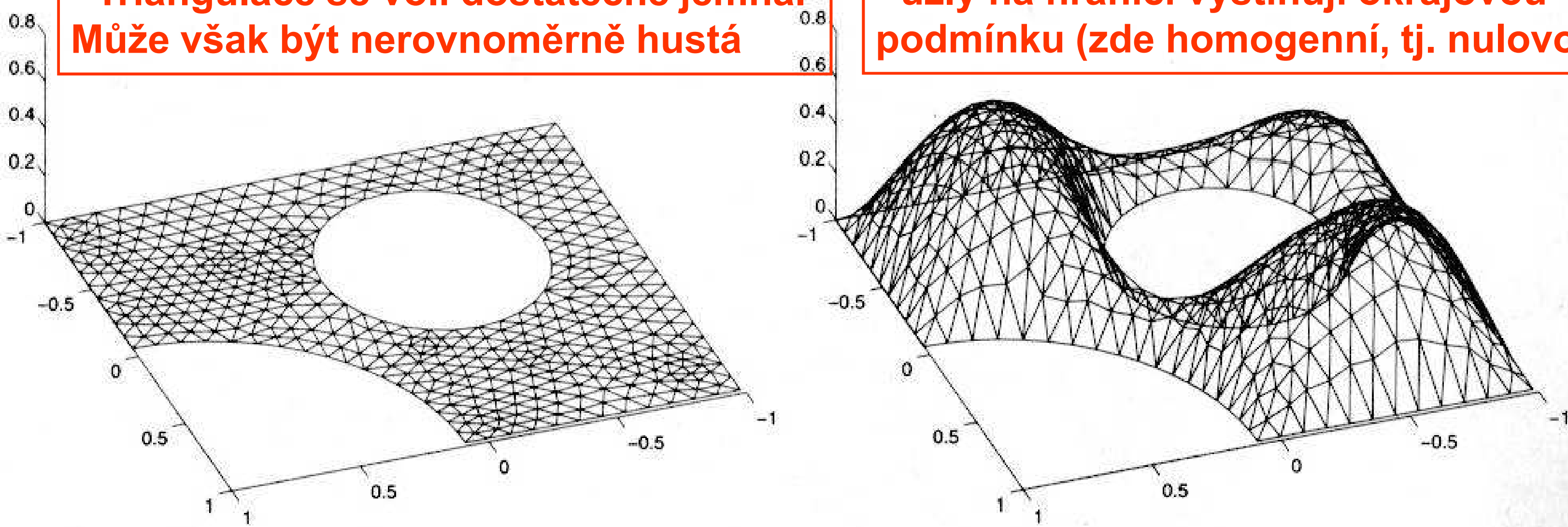
Znázornění triangulace v metodě konečných prvků

Podle Partial Differential Equation Toolbox for use with MATLAB:
User´s Guide

This is like using flat tiles to build a waterproof dome, which is perfectly possible.

- **Definiční obor může být složitá oblast**
- **Triangulace se volí dostatečně jemná. Může však být nerovnoměrně hustá**

- **Interpolační funkce v každé buňce je lineární, u hran jsou zlomy sklonu**
- **uzly na hranici vystihují okrajovou podmínku (zde homogenní, tj. nulovou)**



A Triangular Mesh (left) and a Continuous Piecewise Linear Function on That Mesh

Triangulace   Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace   Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka   Gradient této interpolace je po částech spojitý … je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

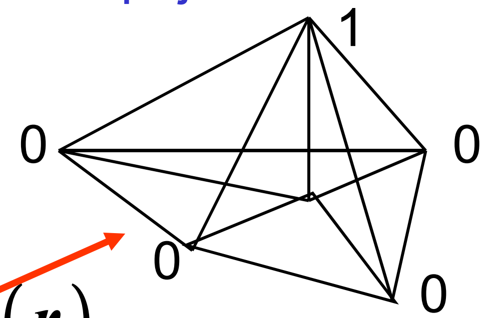
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace   Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace   Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka   Gradient této interpolace je po částech spojitý … je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky   S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\boldsymbol{\Phi} \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \boldsymbol{\Phi}_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r}_n)\eta_n(\boldsymbol{r})$$

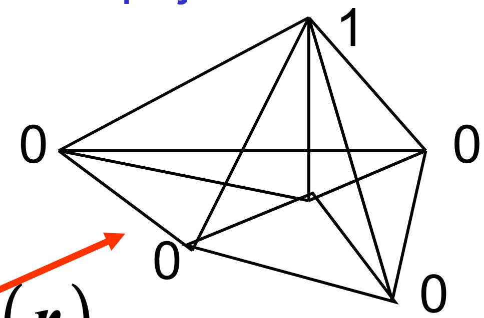
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý … je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\boldsymbol{\Phi} \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \boldsymbol{\Phi}_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r}_n)\,\eta_n(\boldsymbol{r})$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

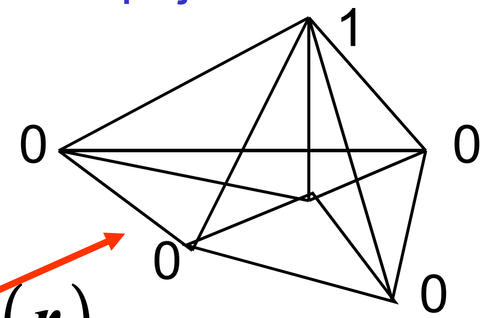
$$\int \mathrm{d}V\, \nabla \delta\Phi \cdot \nabla \breve{\Phi} = 0 \quad \text{variační podmínka}$$

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace   Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace   Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka   Gradient této interpolace je po částech spojitý … je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)



Konečné prvky   S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad

$$\boldsymbol{\Phi} \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \boldsymbol{\Phi}_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{r}_n\right)\eta_n\left(\boldsymbol{r}\right)$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

$$\int \mathrm{d}V\, \nabla \eta_n \cdot \nabla \sum_m \eta_m \times \boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{r}_m\right) = 0$$

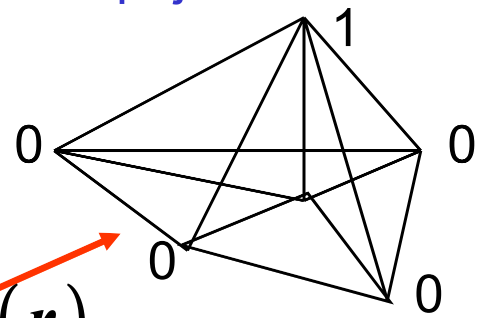
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace   Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace   Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka   Gradient této interpolace je po částech spojitý … je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky   S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\Phi \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \Phi_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \Phi(\boldsymbol{r}_n)\,\eta_n(\boldsymbol{r})$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

$$\sum_m \underbrace{\int \mathrm{d}V\, \nabla\eta_n \cdot \nabla\eta_m}_{A_{nm}} \times \Phi(\boldsymbol{r}_m) = 0$$

Matice soustavy je řídká, efektivní metody řešení.

Metoda konečných elementů

Na současných paralelních počítačích řešitelné i rozsáhlé problémy založené na parciálních diferenciálních rovnicích

Překvapivě mnoho lze dosáhnout i na výkonných PC nebo pracovních stanicích

… APLIKOVANÁ FUNKCIONÁLNÍ ANALYSA

BRNO a metoda FEM

- prof. M. Zlámal (1924-1997) a jeho škola na VUT
- prof. B. Lencová UPT AV ČR a VUT *SPOC*

II. Určení průběhu paprsků

Omezíme se nejprve na
osově symetrickou paraxiální oblast.

Tam je všechno plně zvládnuto.
Zobrazení je tam dokonalé.

Paraxiální elektronová optika

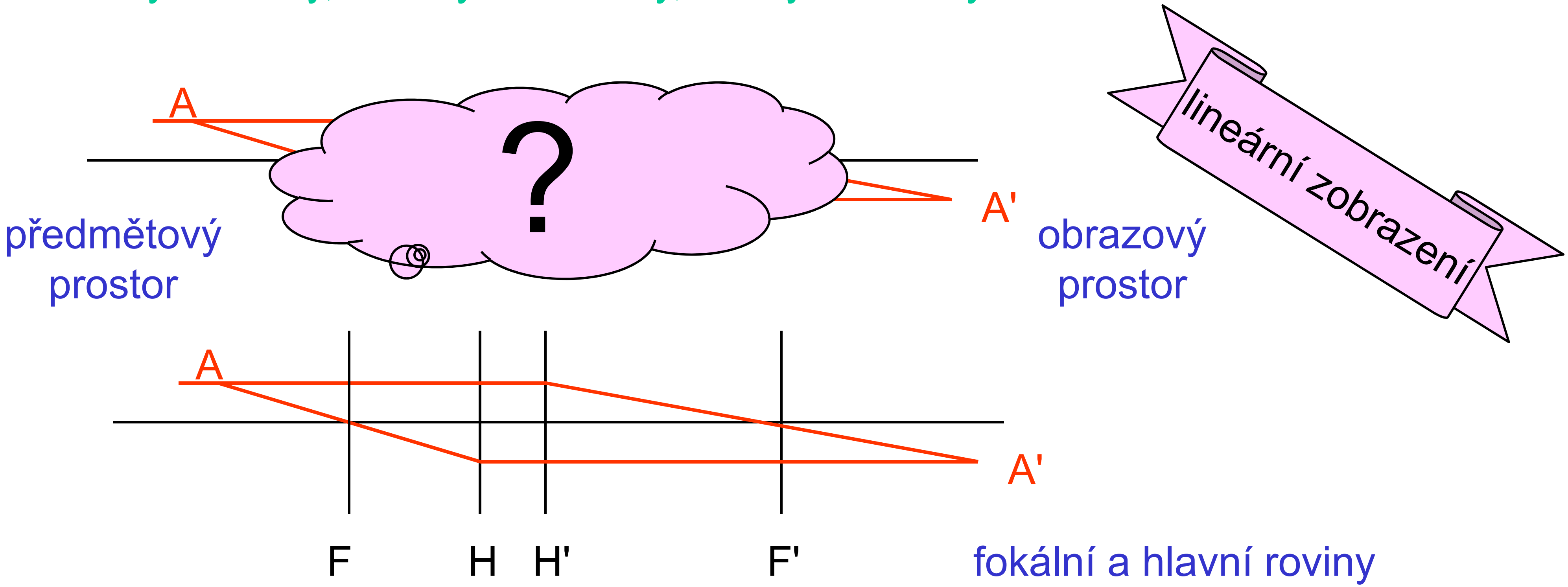
• OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA … centrovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

• PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) … tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Paraxiální elektronová optika

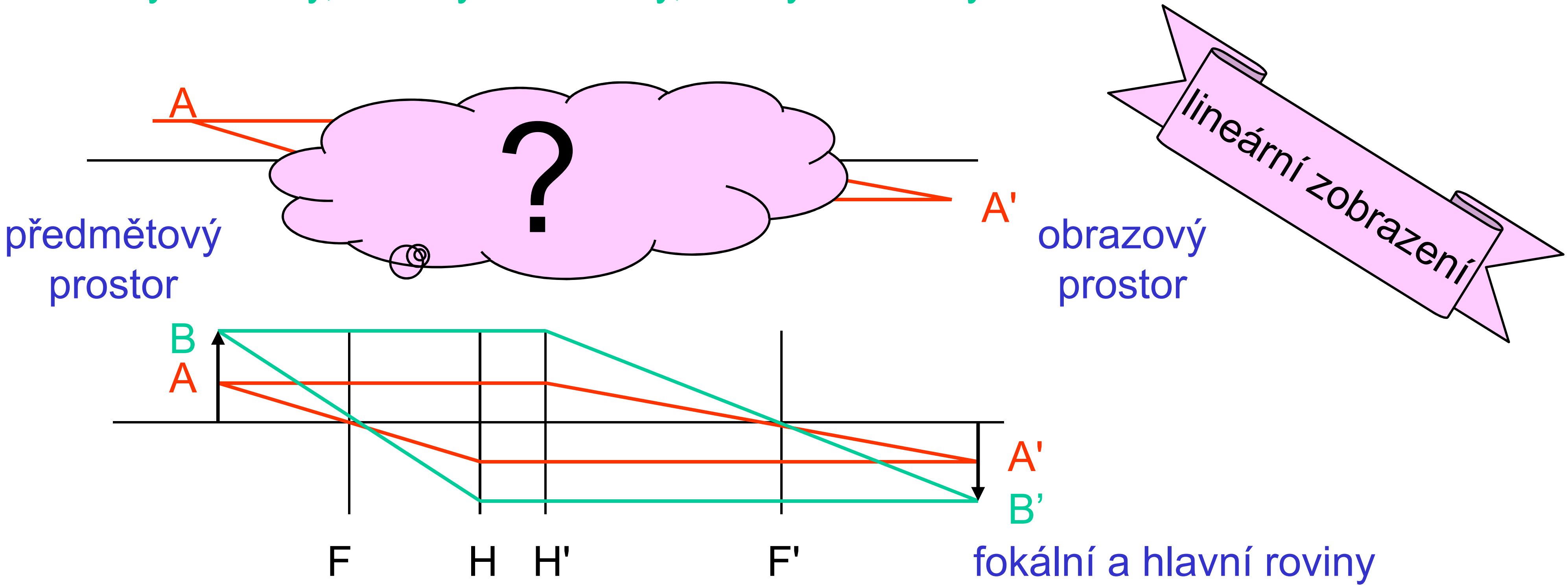
• OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA … centrovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

• PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) … tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



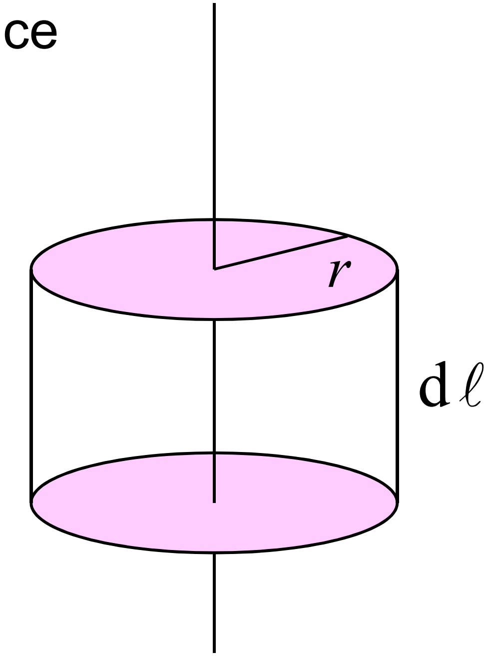
Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod prostorem bez nábojů

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0} \quad \longleftrightarrow \quad \boxed{\oint \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{E} = 0}$$

Laplaceova rovnice

Gaussova věta elektrostatiky



tok pláštěm

$$2\pi\, r\, \mathrm{d}\ell \times E_r$$

tok podstavami

$$+\pi\, r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot \mathrm{d}\,\ell \right)$$

$$-\pi\, r^2 \times E_z$$

Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod prostorem bez nábojů

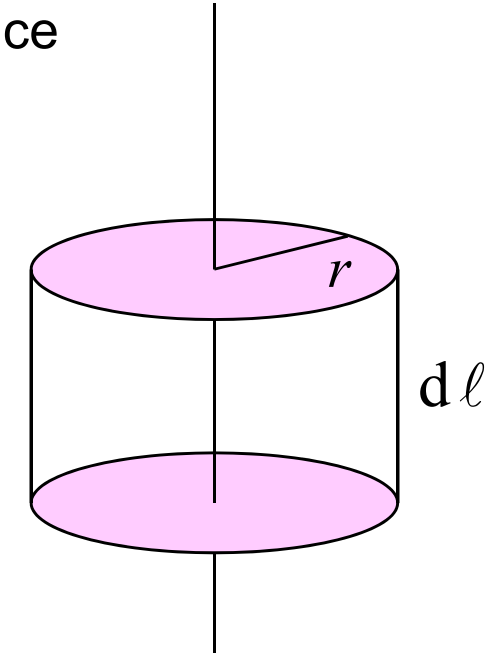
$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0} \longleftrightarrow \boxed{\oint \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{E} = 0}$$

Laplaceova rovnice

Gaussova věta elektrostatiky

tok pláštěm

$$2\pi r\,\mathrm{d}\ell \times E_r$$



tok podstavami

$$+\pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot \mathrm{d}\ell \right)$$

$$-\pi r^2 \times E_z$$

$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0,z)$$

lineární závislost na *r* **znamená linearitu zobrazení**

Realisace paraxiální oblasti

kolem optické osy mají elektrony
volný průchod

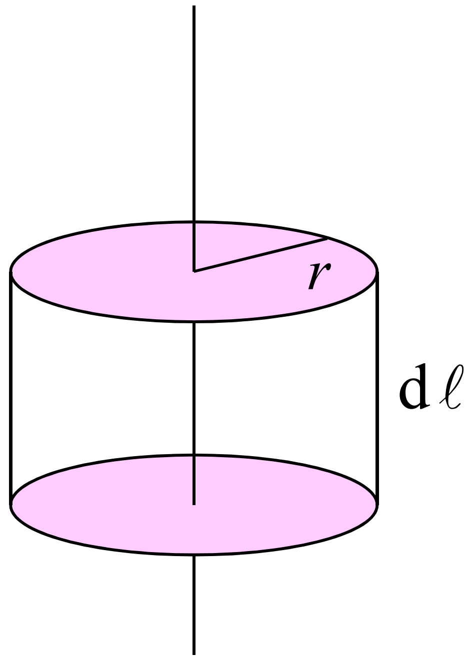
$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0} \longleftrightarrow \boxed{\oint \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{E} = 0}$$

Laplace

Gaussova věta

tok pláštěm

$$2\pi\, r\, \mathrm{d}\ell \times E_r$$



tok podstavami

$$+\pi\, r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot \mathrm{d}\ell \right)$$

$$-\pi\, r^2 \times E_z$$

Tato lineární aproximace vymezuje paraxiální oblast

$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na *r* **znamená linearitu zobrazení**

Paraxiální paprsková rovnice

❶ Pohybová rovnice

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{e}{m}\boldsymbol{E}$$

❷ Osová symetrie+ paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m}E_z\left(r = 0, z(t)\right)$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m}E_r\left(r(t), z(t)\right)$$

$$\boxed{\ddot{r} = -\frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times\frac{\partial}{\partial z}E_z(0,z)}$$

… paraxiálnost
pole bereme na ose!!
lineární aproximace!!

Paraxiální paprsková rovnice

❶ Pohybová rovnice

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{e}{m}\boldsymbol{E}$$

❷ Osová symetrie+
paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m}E_z\left(r=0, z(t)\right)$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m}E_r\left(r(t), z(t)\right)$$

… paraxiálnost
pole bereme na ose!!
lineární aproximace!!

$$\boxed{\ddot{r} = -\frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times\frac{\partial}{\partial z}E_z(0,z)}$$

❸ Od trajektorie k paprsku

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \equiv \upsilon(z)\cdot(\cdots)' \longrightarrow \upsilon(z)\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\upsilon(z)\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z}\right) + \frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times E'_z(0,z) = 0$$

Paraxiální paprsková rovnice

❶ Pohybová rovnice

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{e}{m}\boldsymbol{E}$$

❷ Osová symetrie+ paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m}E_z\left(r=0, z(t)\right)$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m}E_r\left(r(t), z(t)\right)$$

… paraxiálnost pole bereme na ose!! lineární aproximace!!

$$\boxed{\ddot{r} = -\frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times\frac{\partial}{\partial z}E_z(0,z)}$$

❸ Od trajektorie k paprsku

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \equiv v(z)\cdot(\cdots)' \longrightarrow v(z)\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(v(z)\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z}\right) + \frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times E'_z(0,z) = 0$$

❹ Potenciál ke katodě

$$n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\mathbf{r})\right)}$$

$$\equiv \sqrt{-\frac{2e}{m}\Phi(\mathbf{r})}$$

$$\Phi\cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi'\cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi''\cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}}\quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

Tvar trajektorie v elektrostatické čočce
nezávisí
na náboji ani hmotnosti částice
vlnová délka, energie atp. je ovšem něco jiného

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud …

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud … nepřekonáme Gaussovu větu elst.

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud … nepřekonáme Gaussovu větu elst.

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' \cdot r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \longrightarrow r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud … nepřekonáme Gaussovu větu elst.

Dva důsledky

1. elektronové čočky jsou vždy spojky
2. otvorová vada vždy kladná

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Elektronové čočky jsou vždy spojky

Substituce v paraxiální rovnici

$$r = R\Phi^{-\frac{1}{4}}$$

$$R'' = -\frac{3}{16}\left(\frac{\Phi'}{\Phi}\right)^2 R$$

$$\left|e\Phi(\mathbf{r})\right| = E - U(\mathbf{r})$$

1. R je konkávní, obrací se vždy **k ose** $\Rightarrow$

   libovolný systém, kde pole Φ' je nenulové jen v konečné oblasti se chová jako spojka

2. Optická mohutnost závisí jen na poměru Φ'/Φ
3. Pro rychlé elektrony je proto malá

Elektronové čočky jsou vždy spojky

Substituce v paraxiální rovnici

$$r = R\Phi^{-\frac{1}{4}}$$

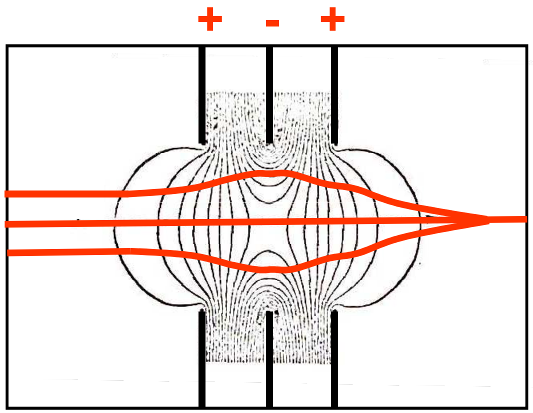
$$R'' = -\frac{3}{16}\left(\frac{\Phi'}{\Phi}\right)^2 R$$

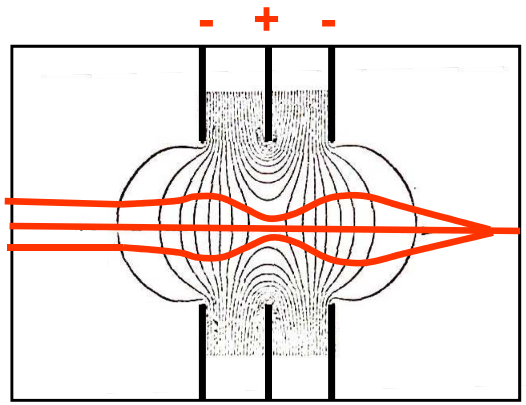
$$|e\Phi(\mathbf{r})| = E - U(\mathbf{r})$$

1. R je konkávní, obrací se vždy **k ose** $\Rightarrow$

libovolný systém, kde pole Φ' je nenulové jen v konečné oblasti se chová jako spojka

2. Optická mohutnost závisí jen na poměru Φ'/Φ
3. Pro rychlé elektrony je proto malá
4. Ve skutečnosti závisí na $(\Phi'/\Phi)^2$. R je proto stejné pro obojí polaritu. Samotné trajektorie jsou ovšem různé; ohnisko však zůstává.



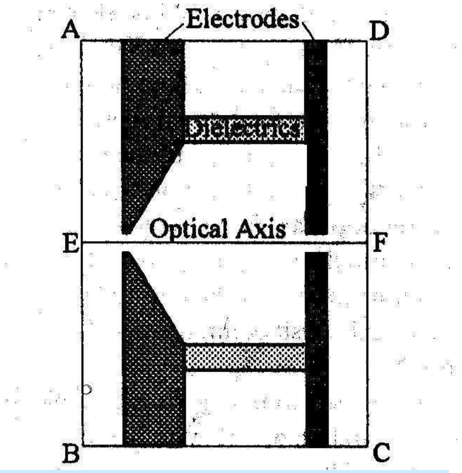


Ukázky skutečných výpočtů

Kvalita současného zpracování je plně profesionální.

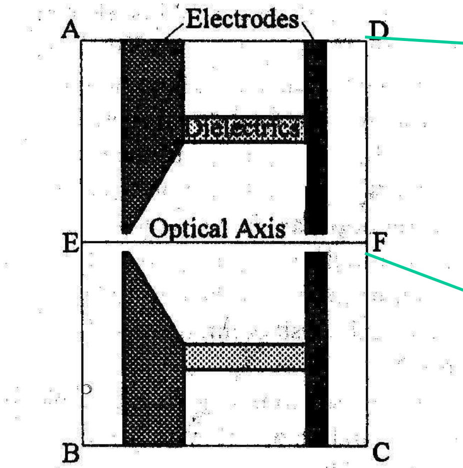
Výpočty tohoto typu zrychlují o řády konstrukční práce.

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky

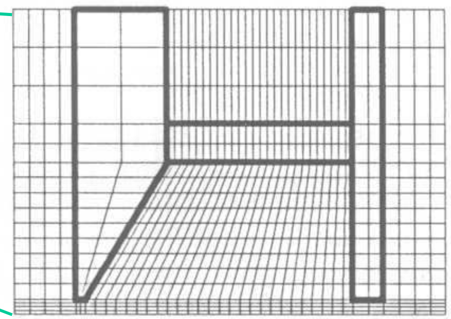


design čočky

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



design čočky

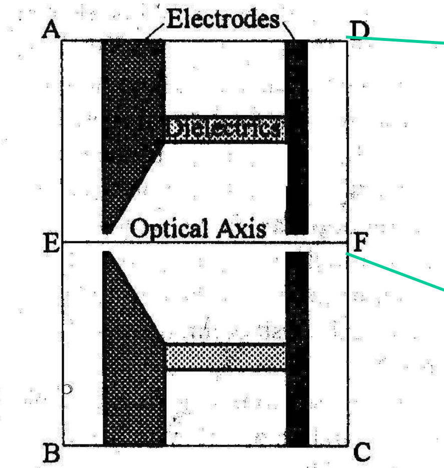


grid pro výpočet metodou konečných elementů:

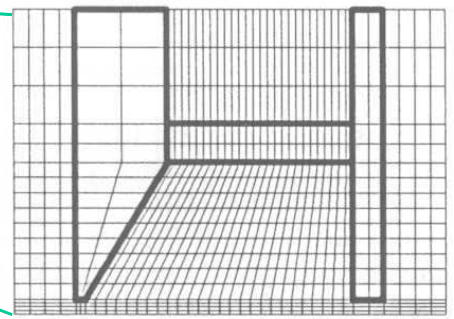
velké oblasti,

jemné dělení

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



design čočky

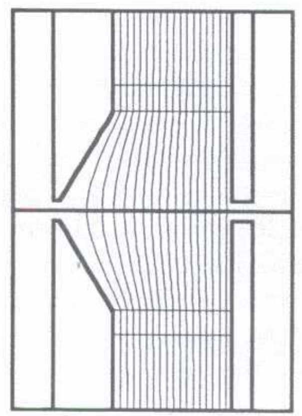


grid pro výpočet metodou konečných elementů:

velké oblasti,

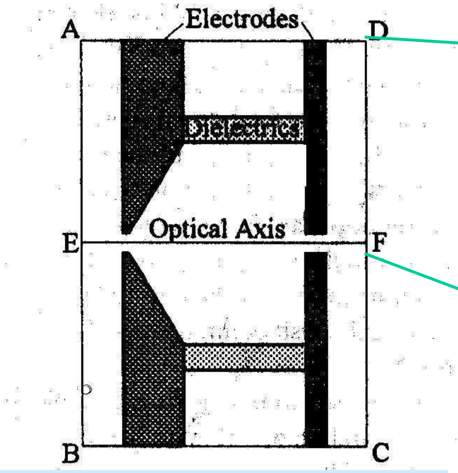
jemné dělení

výsledný potenciál

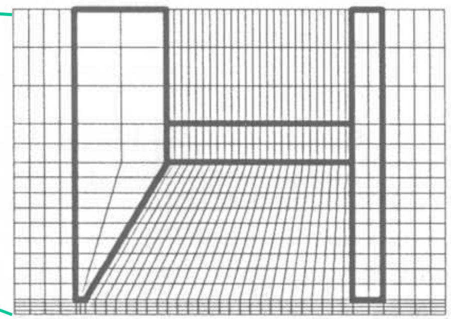


a

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



design čočky

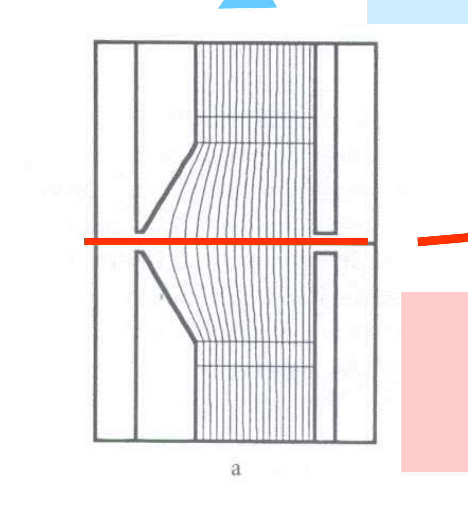


grid pro výpočet metodou konečných elementů:

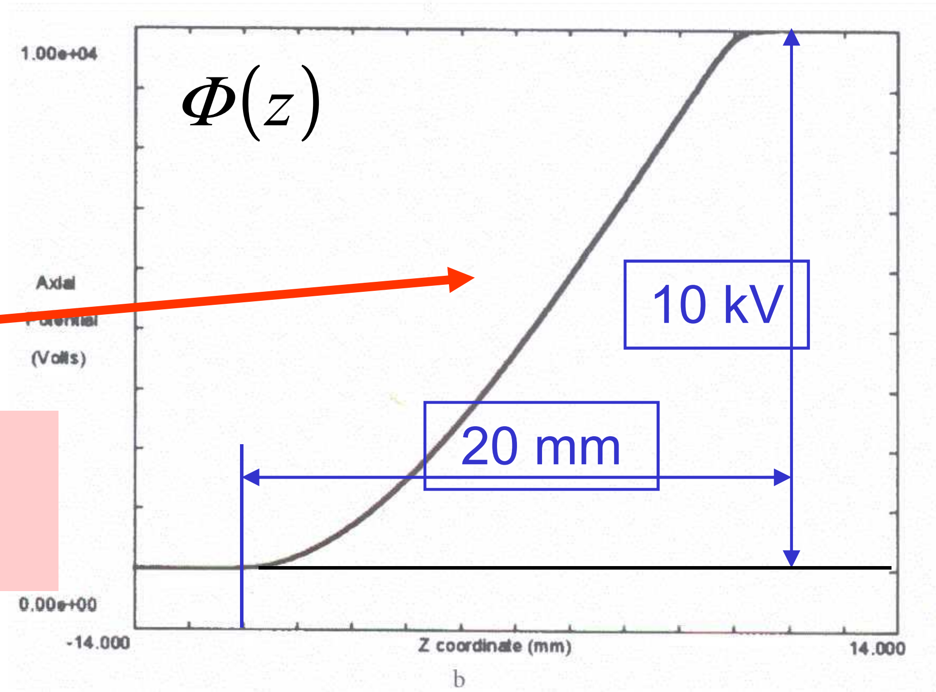
velké oblasti,

jemné dělení

výsledný potenciál

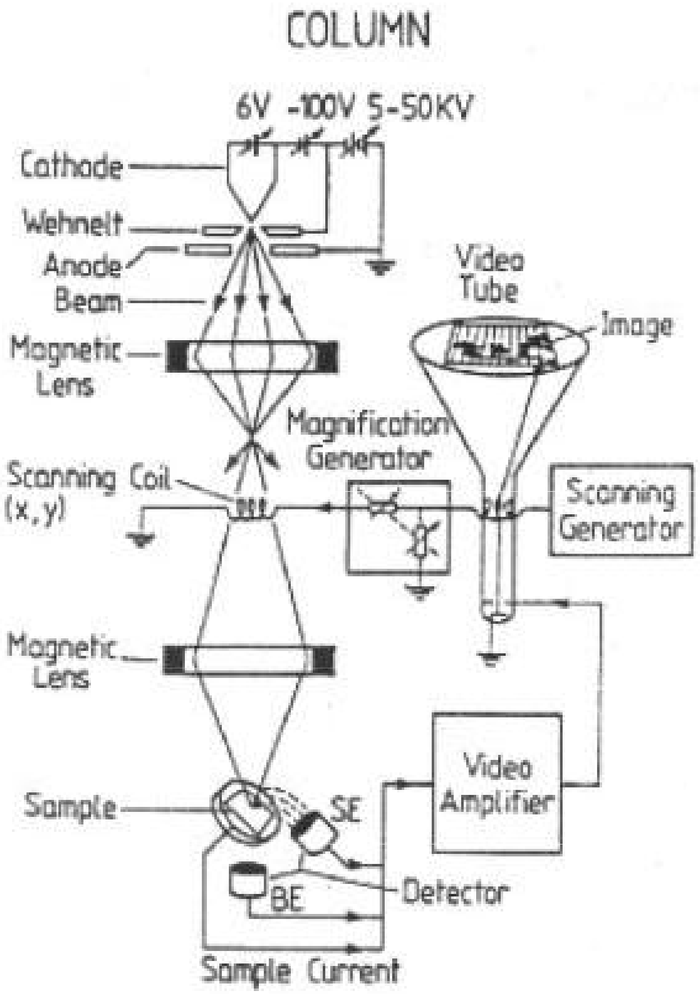


axiální průběh potenciálu



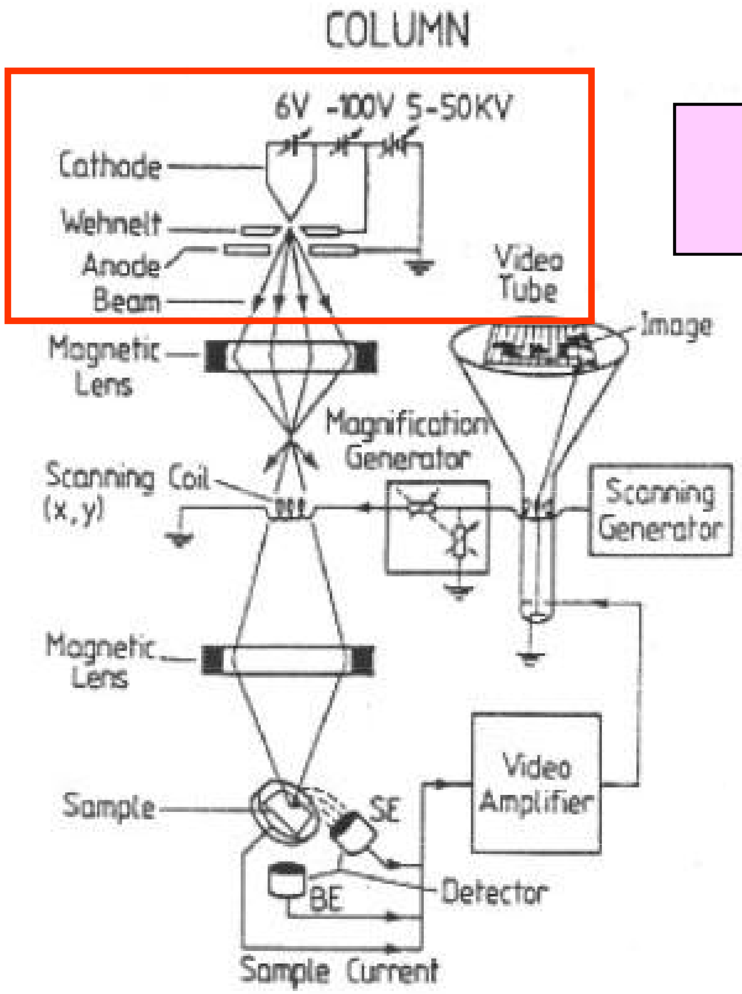
Termoemisní zdroj LaB_6

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



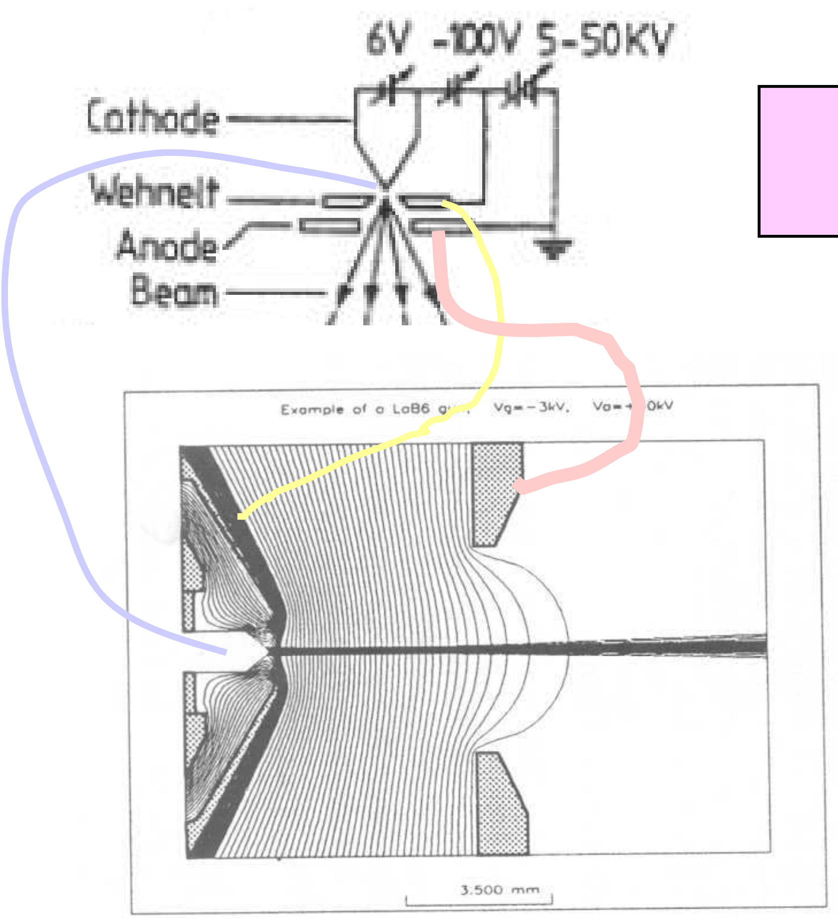
Termoemisní zdroj LaB_6

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



výsek ze schematu SEM

Termoemisní zdroj LaB_6



a

FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view. (b) Enlarg

výsek ze schematu SEM

Monokrystal LaB_6
(“Lab six”)

zespodu ohřívaný žhaveným wolframovým vláknem

jeho emisní schopnost je tisíckrát vyšší než má wolfram sám

Termoemisní zdroj LaB_6

výsek ze schematu SEM

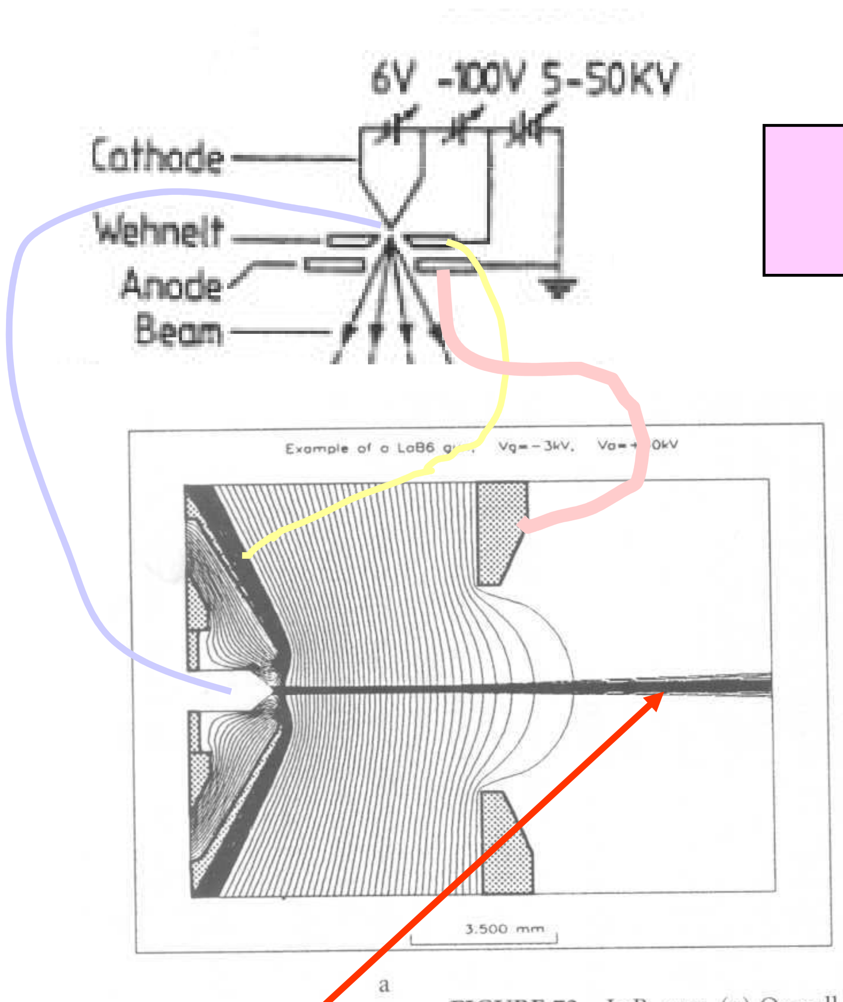
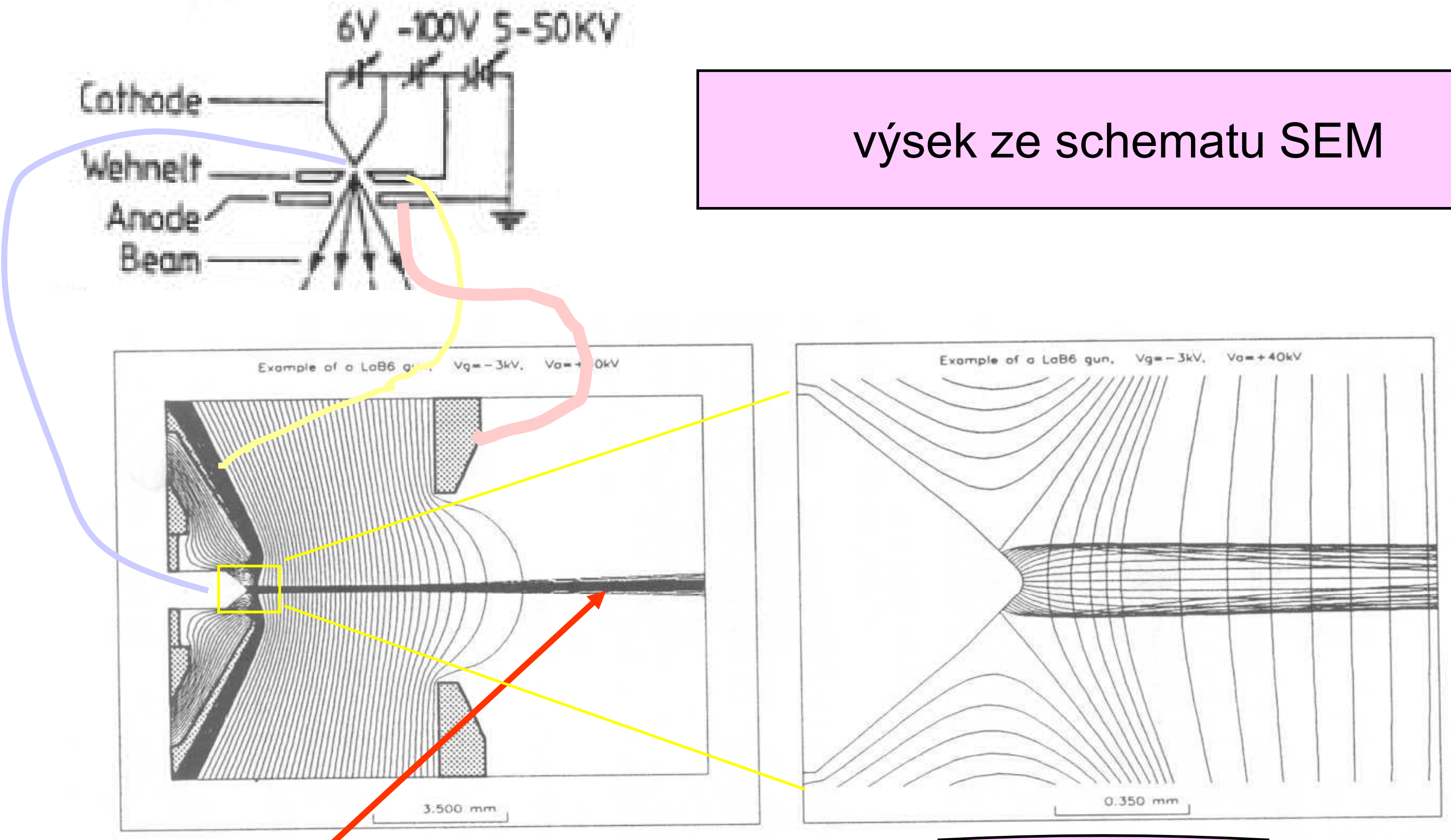


FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view. (b) Enlarged view of tip region.

trajektorie

Termoemisní zdroj LaB_6



výsek ze schematu SEM

FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall vi

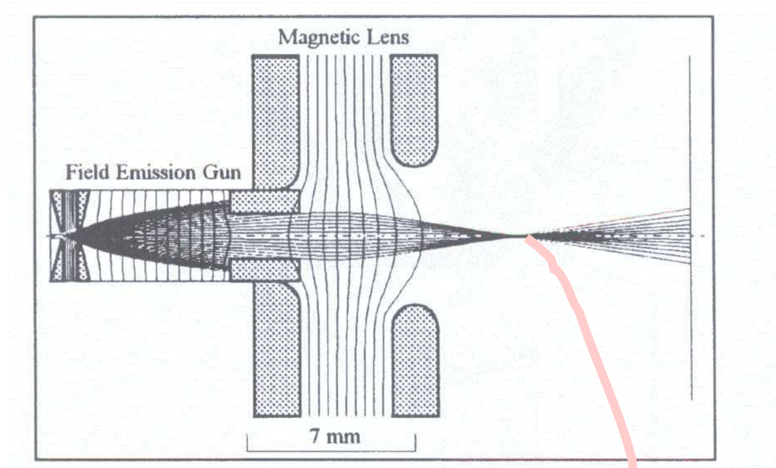
detail

trajektorie

TFE zdroj

TFE (thermofield emission) *kombinuje* termickou emisi ... *T*=1800 K

se studenou emisí vyvolanou polem řádu 10 keV



a magnetic lens.

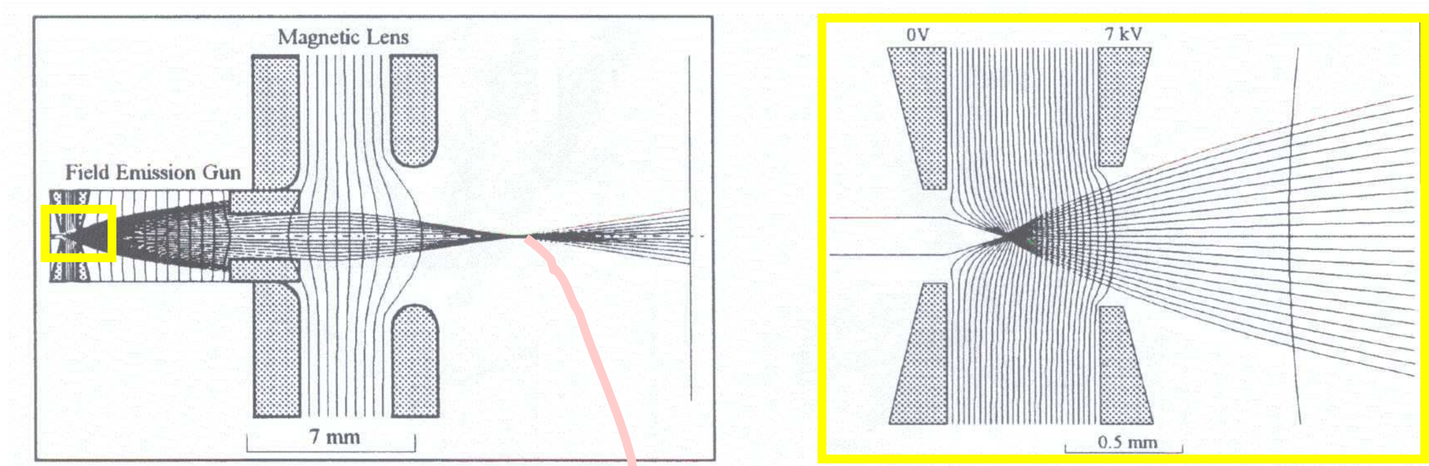
kombinace elst. zdroje a magnetické čočky

toto je téměř bodový zdroj kolimovaných elektronů

TFE zdroj

TFE (thermofield emission) *kombinuje* termickou emisi ... T=1800 K

se studenou emisí vyvolanou polem řádu 10 keV



kombinace elst. zdroje a magnetické čočky

detail

toto je téměř bodový zdroj kolimovaných elektronů

Magnetické čočky

Magnetické čočky a jiné součásti převládají v praxi.
Jejich pochopení je ale obtížnější.
Zde jen několik poznámek.

Magnetická čočka

- má širší použití, než elektrostatická
- přesnější konstrukce, lepší korekce optických vad
- musí se ovšem chladit, atd.
- hlavní výhoda je možnost pólových nástavců z měkkých magnetických materiálů
- to právě vymysleli již praotcové Ruska a Knoll ... *Ernst Ruska* NP 1986

patent z roku
1939

Magnetická čočka

DEUTSCHES REICH

AUSGEGEBEN AM 25. AUGUST 1939

REICHSPATENTAMT

PATENTSCHRIFT

№ 680284

KLASSE **21g** GRUPPE ~~25~~ 37/20

B 154916 VIII c/21 g

Dr.-Ing. Bodo von Borries in Berlin-Halensee
und Dr.-Ing. Ernst Ruska in Berlin-Zehlendorf

Magnetische Sammellinse kurzer Feldlänge

Patentiert im Deutschen Reiche vom 17. März 1932 ab
Patenterteilung bekanntgemacht am 3. August 1939

Magnetická čočka

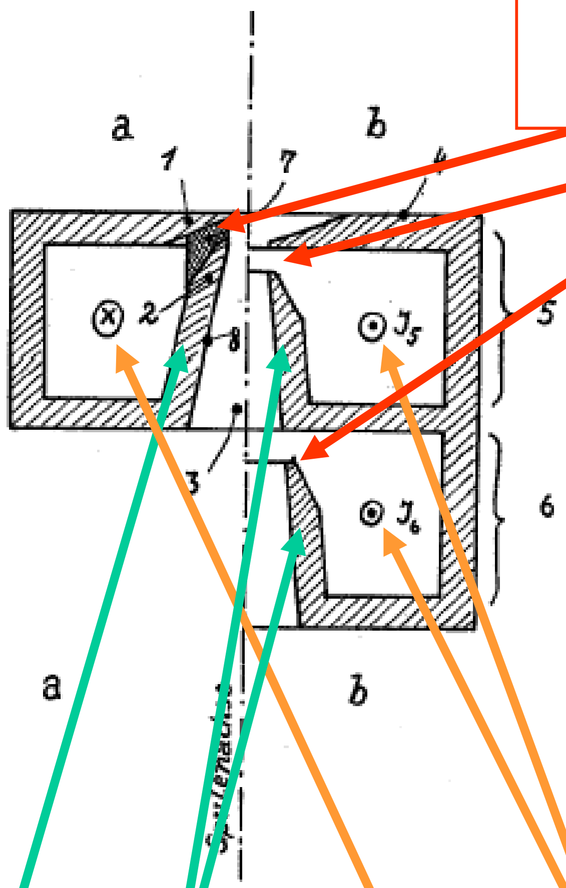
Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, eine magnetische Linse extrem kurzer Brennweite zu schaffen, deren Feld trotz seiner Stärke (kleine Brennweite) dennoch in axialer Richtung so kurz wie möglich ist. Diese Aufgabe wird mit Hilfe einer Sammellinse gelöst, die aus einer Sammelspule besteht, die in einen sie vollständig umgebenden, aus hochpermeablem Stoff bestehenden Mantel eingehüllt ist, der einen ringförmigen Spalt in seinem Innenteil aufweist. Gemäß der Erfindung sind die die Ränder des im Verhältnis zur Längsausdehnung der Spule schmalen Spaltes bildenden Mantelteile nach der Achse zu polschuhartig verjüngt, und die lichte Weite des Polschuhringes liegt in der Größenordnung der Spalthöhe. Es ist zweckmäßig, die Spalthöhe nahezu gleich dem Halbmesser der lichten Weite der Polschuhringe zu machen.

Vynález se zakládá na úloze vytvořit magnetickou čočku s extrémně krátkou ohniskovou vzdáleností, jejíž pole přes svou intensitu (krátkou ohniskovou vzdálenost) je v axiálním směru co možno nejkratší.

Magnetická čočka (Ruskův náčrtek)

magnetické mezery

jednoduchá čočka



dvojitá čočka

pólové nástavce

cívky

Magnetická čočka: jak funguje

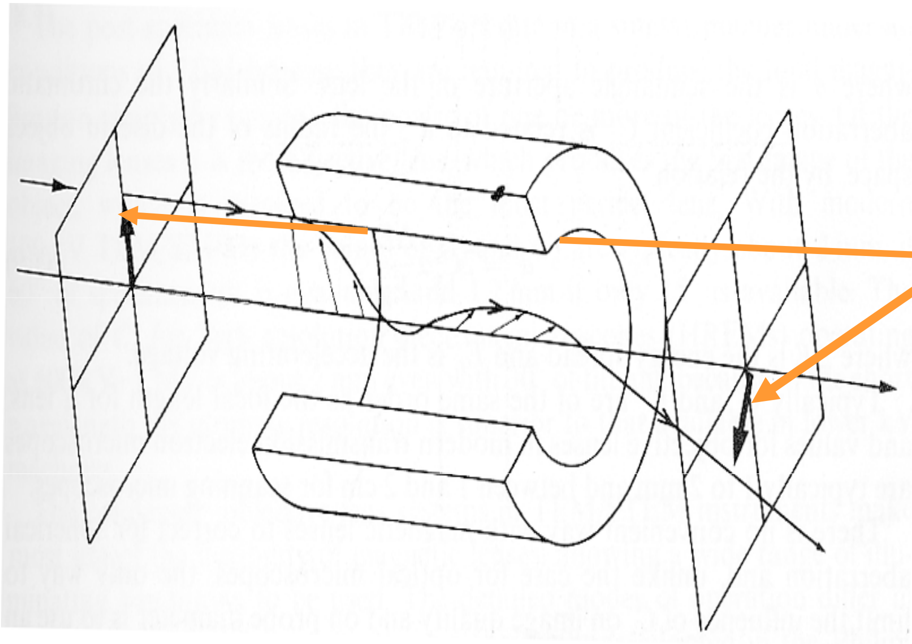
$$\boxed{\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2}\cdot\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2}\cdot B'_z}$$

paraxiální oblast

Magnetická čočka: jak funguje

$$\boxed{\operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2}\cdot\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2}\cdot B'_z}$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

• rovina pohybu se otáčí nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

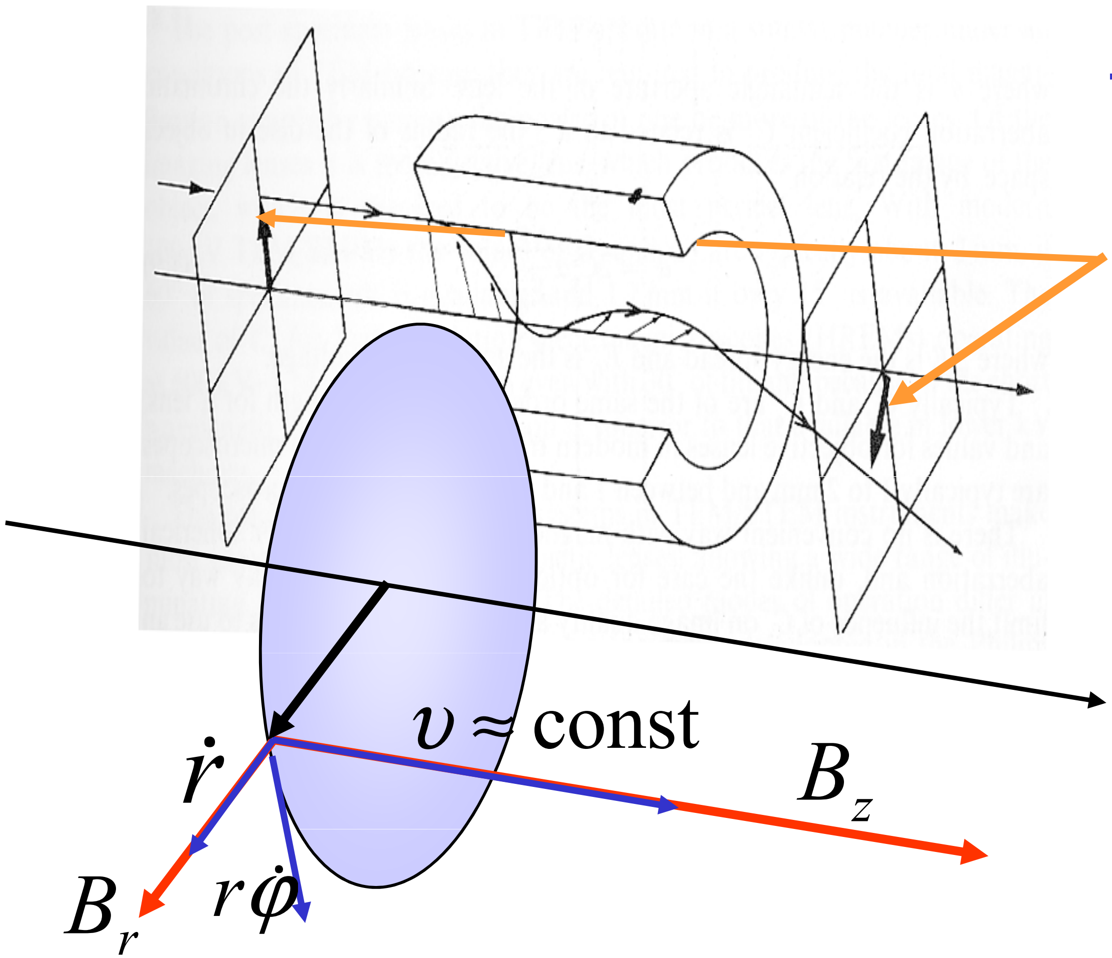
$$\boxed{\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2}\cdot\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2}\cdot B'_z}$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

• rovina pohybu se otáčí nezávisle na průvodiči r

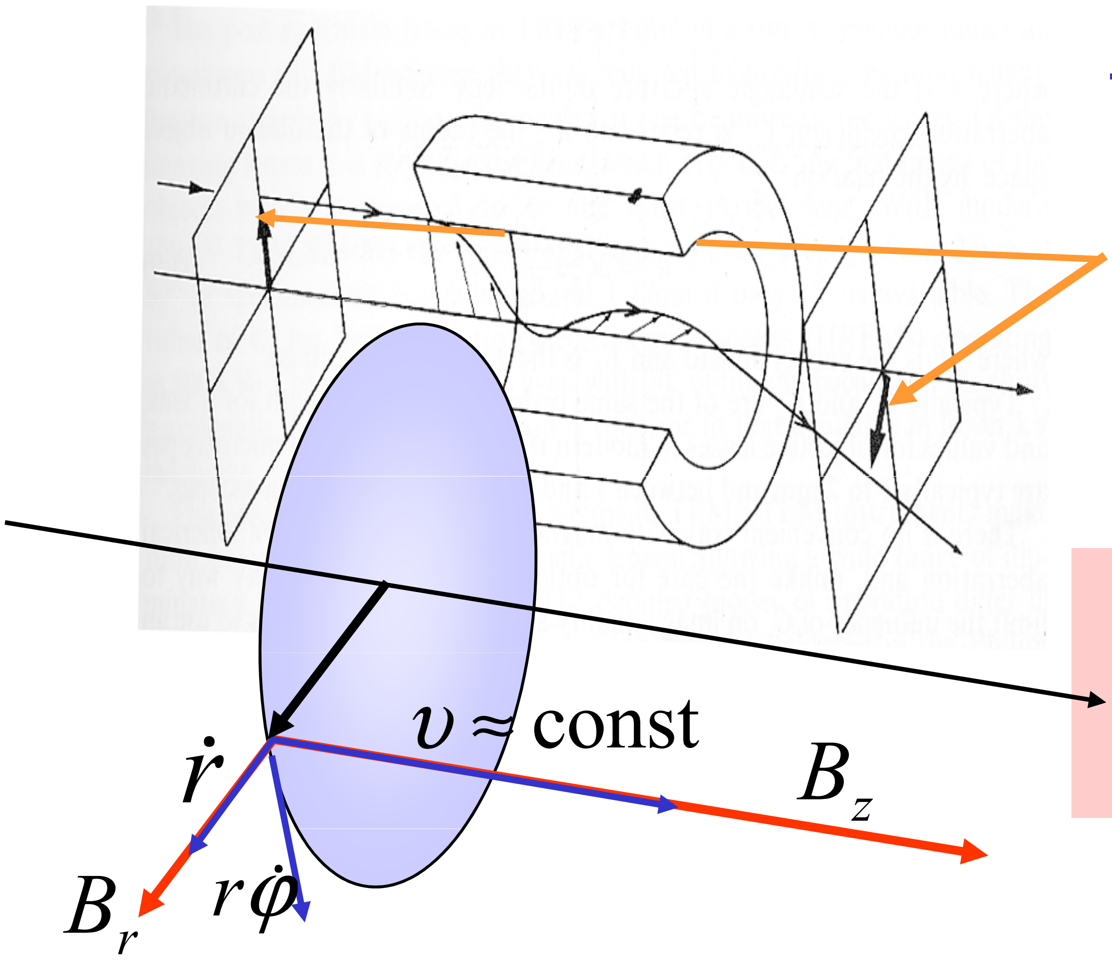
$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$



Magnetická čočka: jak funguje

$$\boxed{\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2}\cdot\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2}\cdot B'_z}$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

• rovina pohybu se otáčí nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

• to ovlivní radiální pohyb

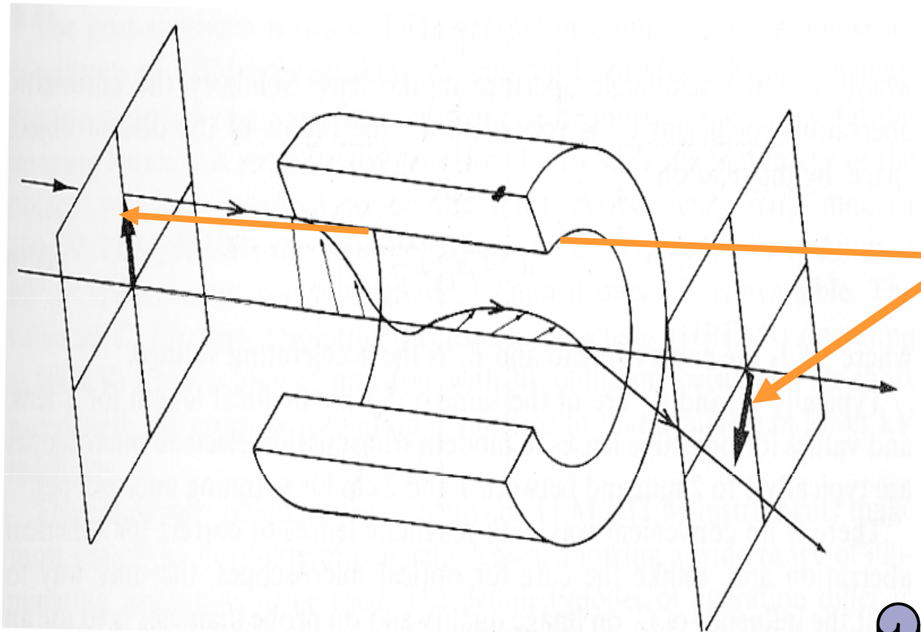
$$r'' + \left(\frac{e}{2m}\cdot\frac{B_z(z)}{\upsilon(z)}\right)^2 \times r = 0$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU

Magnetická čočka: jak funguje

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B}=0 \Leftrightarrow B_r=-\frac{r}{2}\cdot\frac{\partial B_z}{\partial z}=-\frac{r}{2}\cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

• rovina pohybu se otáčí nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi}=\frac{e}{2m}B_z(z)$$

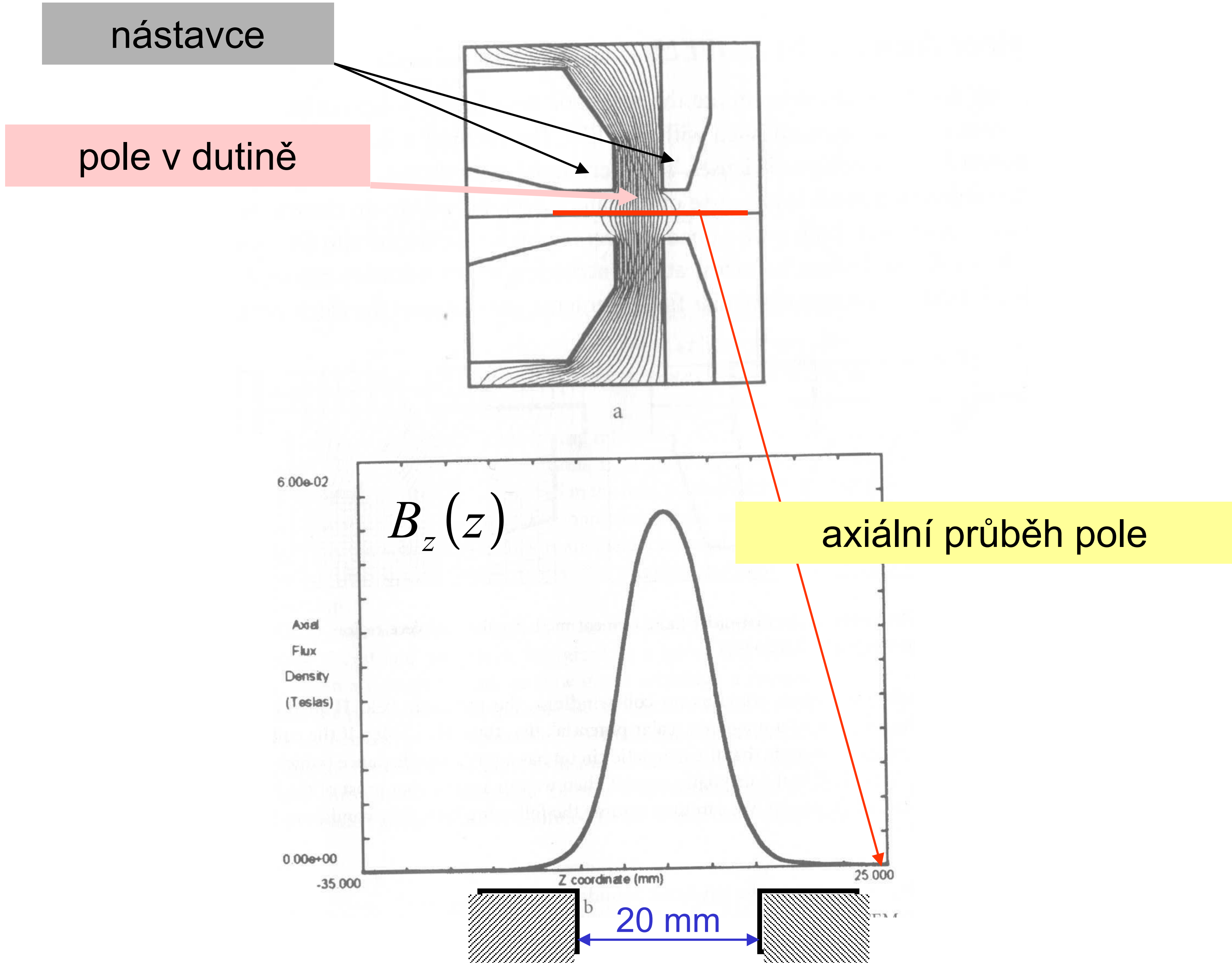
• to ovlivní radiální pohyb

$$r''+\left(\frac{e}{2m}\cdot\frac{B_z(z)}{v(z)}\right)^2\times r=0$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU

• I v magn. čočce vždy dochází k fokusaci
• Rozhoduje jen osový průběh podélné složky pole
• Pro rychlé elektrony je lámavá síla menší
• Obrazový prostor se pootočí jako celek, věrnost zobrazení není narušena

Moderní magnetická čočka



Mez rozlišení pro elektronový mikroskop

… také
elektronový mikroskop strádá
vadami optického zobrazení, dokonce
hůře, než světelné přístroje

Vady zobrazení elektronové čočky

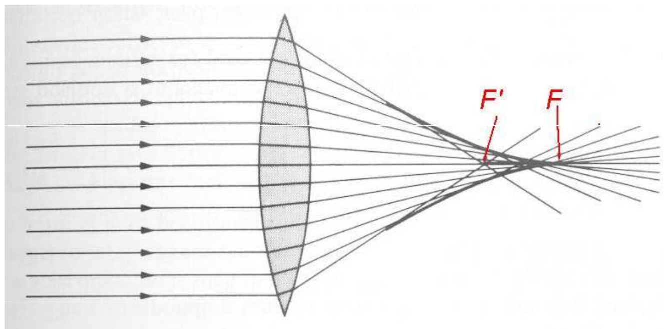
- Elektronová optika … tytéž vady zobrazení, jako světelná astigmatismus, koma …
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně … analogie červeného světla

vada sférická (otvorová)

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více … vzniká kaustická plocha



Vady zobrazení elektronové čočky: chromatická vada

- Elektronová optika … tytéž vady zobrazení, jako světelná astigmatismus, koma …
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

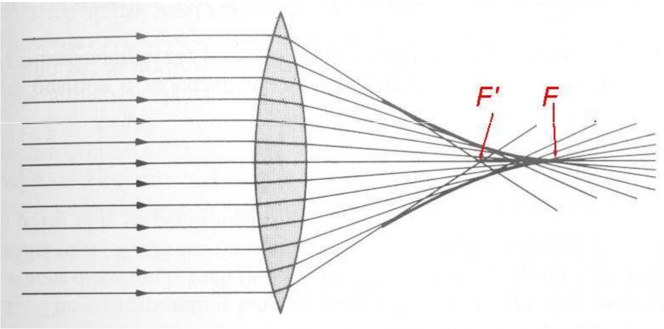
vada chromatická

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně … analogie červeného světla

Odpomoc kvalitní monochromatický zdroj elektronů … studená emise

vada sférická (otvorová)

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více … vzniká kaustická plocha



Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

- Elektronová optika … tytéž vady zobrazení, jako světelná astigmatismus, koma …
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně … analogie červeného světla

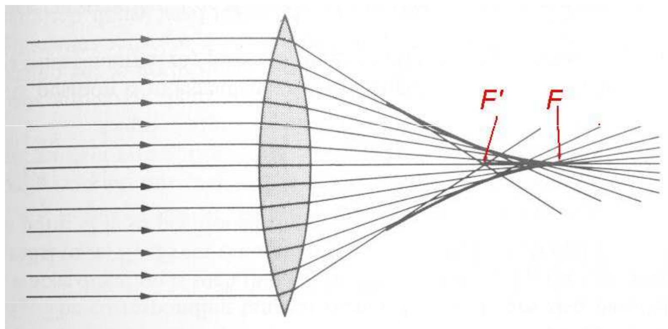
Odpomoc kvalitní monochromatický zdroj elektronů … studená emise

Otvorová vada v elektronové optice je neodstranitelná

viník:
Gaussova věta elektrostatiky, nedovolí korekce indexu lomu

vada sférická (otvorová)

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více … vzniká kaustická plocha



Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

- Elektronová optika … tytéž vady zobrazení, jako světelná astigmatismus, koma …
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně … analogie červeného světla

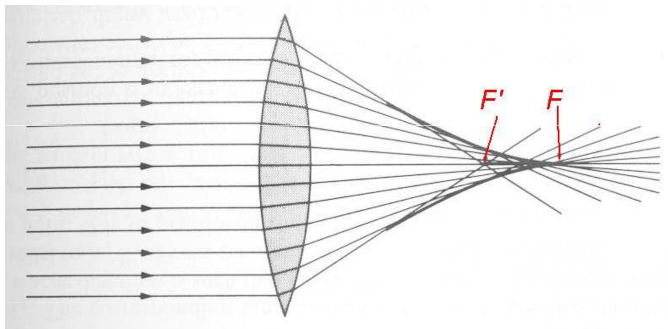
Odpomoc kvalitní monochromatický zdroj elektronů … studená emise

Otvorová vada v elektronové optice je neodstranitelná

viník:
Gaussova věta elektrostatiky, nedovolí korekce indexu lomu

vada sférická (otvorová)

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více … vzniká kaustická plocha



Odpomoc z nouze vyclonit dostatečně úzký svazek

Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

• Elektronová optika … tytéž vady zobrazení, jako světelná astigmatismus, koma …

• V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně … analogie červeného světla

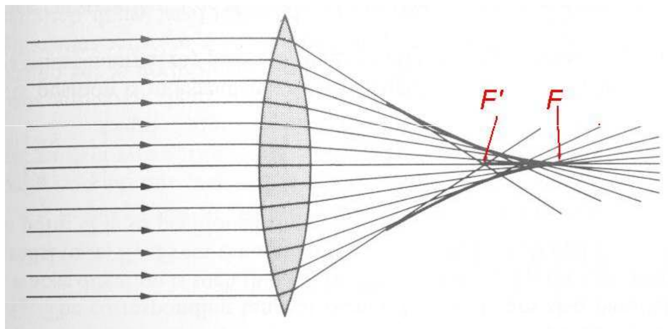
Odpomoc kvalitní monochromatický zdroj elektronů … studená emise

Otvorová vada v elektronové optice je neodstranitelná

viník:
Gaussova věta elektrostatiky, nedovolí korekce indexu lomu

vada sférická (otvorová)

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více … vzniká kaustická plocha

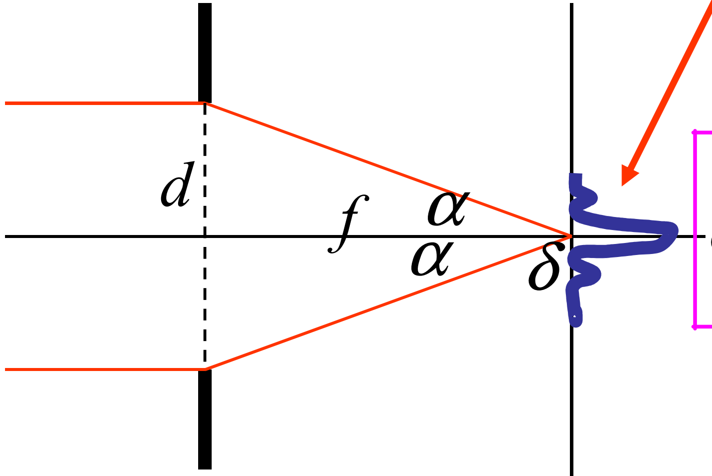


Odpomoc z nouze vyclonit dostatečně úzký svazek

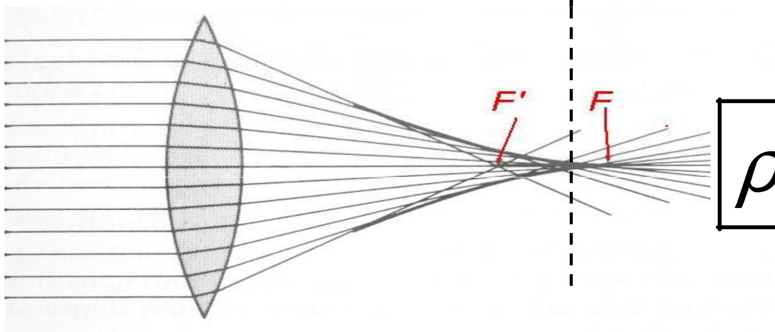
Problémy ♠ malá světelnost

♠ difrakce na cloně – ohybová vada

Ohybová vada

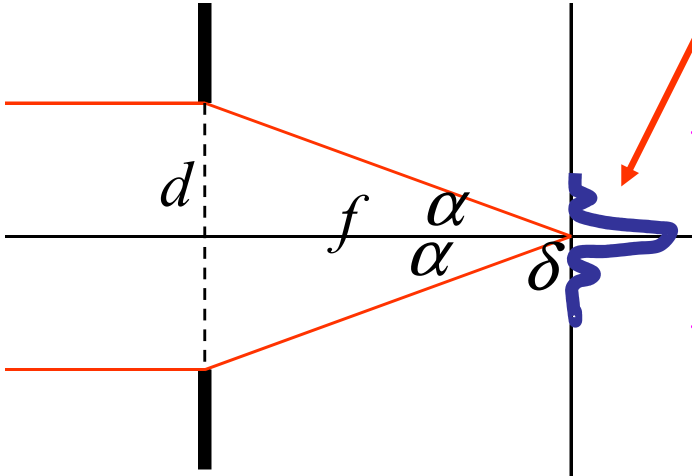


$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin\alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha}$$ průměr hlav. maxima



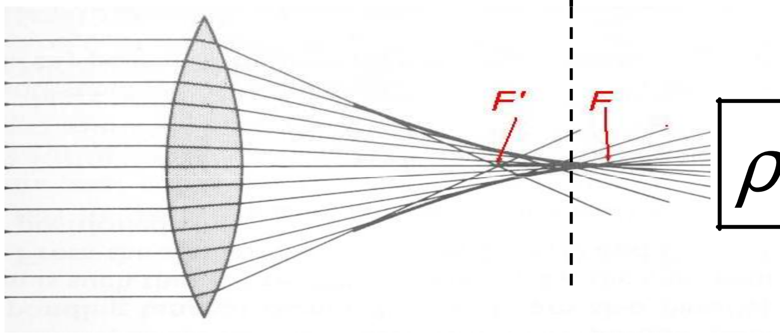
$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx C_s \alpha^3$$ průměr obraz. kroužku

Ohybová vada



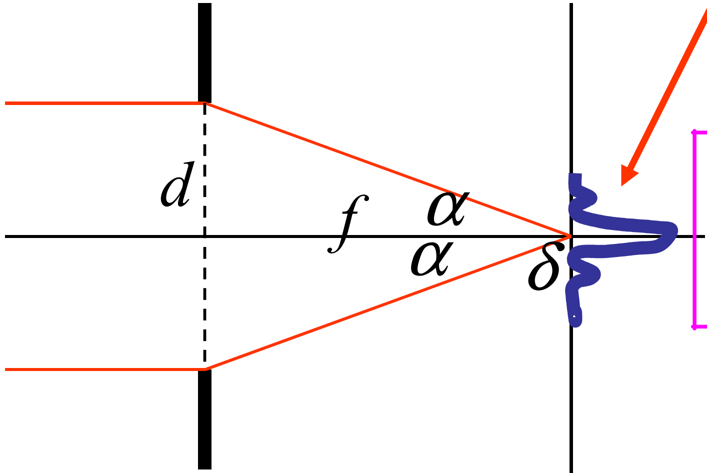
$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin\alpha} \square \frac{\lambda}{\alpha}$$ průměr hlav. maxima

Také tento koef. 3. řádu lze určit výpočtem

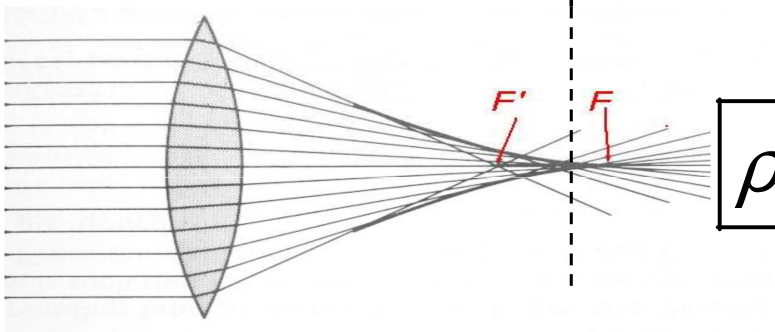


$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx C_s \alpha^3$$ průměr obraz. kroužku

Ohybová vada



$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin\alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha}$$ průměr hlav. maxima



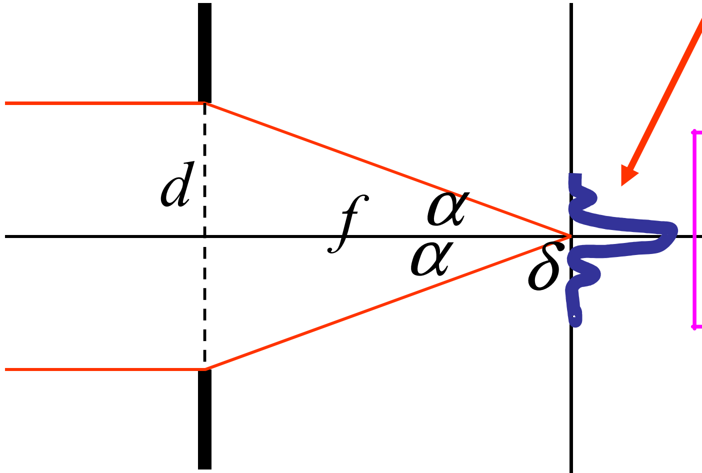
$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx C_s \alpha^3$$ průměr obraz. kroužku

… hledáme kompromisní hodnotu aperturního úhlu z podmínky

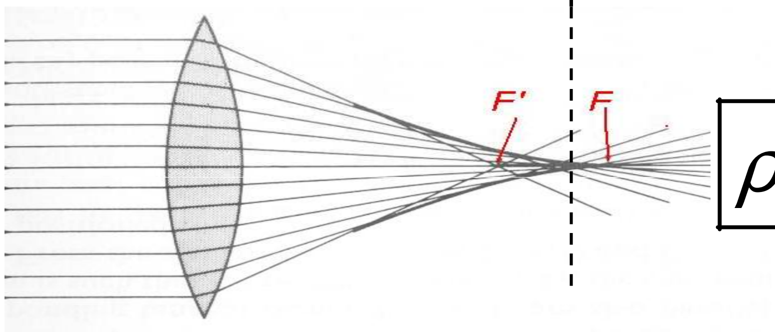
$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx \delta$$

$$\alpha_{\mathrm{opt}} \approx (\lambda / C_s)^{\frac{1}{4}} \qquad \delta_{\mathrm{opt}} \approx (\lambda^3 C_s)^{\frac{1}{4}} \sim \lambda$$

Ohybová vada



$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin\alpha} \sim \frac{\lambda}{\alpha}$$ průměr hlav. maxima



$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx C_s \alpha^3$$ průměr obraz. kroužku

… hledáme kompromisní hodnotu aperturního úhlu z podmínky

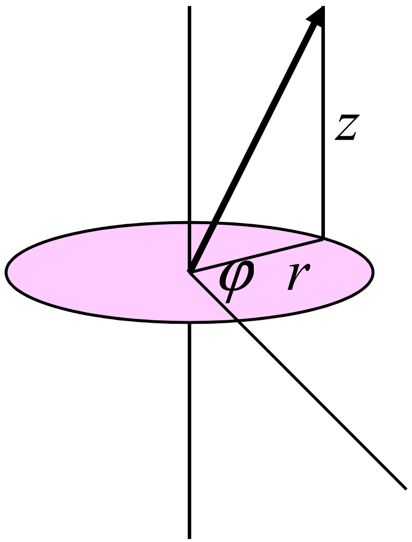
$$\rho_{\mathrm{sf}} \approx \delta$$

$$\alpha_{\mathrm{opt}} \approx (\lambda / C_s)^{\frac{1}{4}} \qquad \delta_{\mathrm{opt}} \approx (\lambda^3 C_s)^{\frac{1}{4}} \sim \lambda$$

… pro rozlišení v řádu nm se tak vlnové délky volí v řádu 1 – 10 pm

Je tedy otvorová vada nepřekonatelná?

Nový trend – opustit axiální symetrii

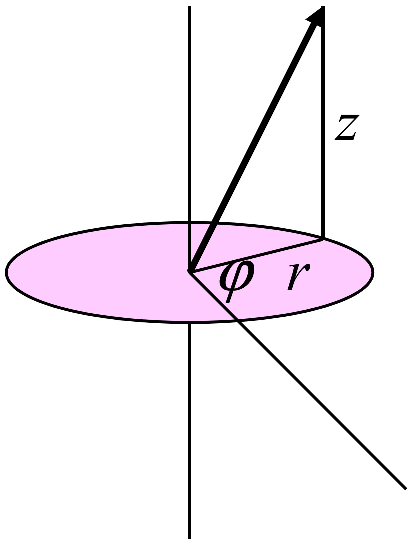


Na těsném propojení axiální a radiální složky pole se účastní dvě okolnosti: ❶ Laplaceova rovnice
❷ axiální symetrie pole (nezávislost na azimutu)
Dohromady to dá jednoznačné propojení

$$\partial_r E_r + \frac{1}{r} E_r + \partial_z E_z = 0$$

Otvorová vada je překonatelná

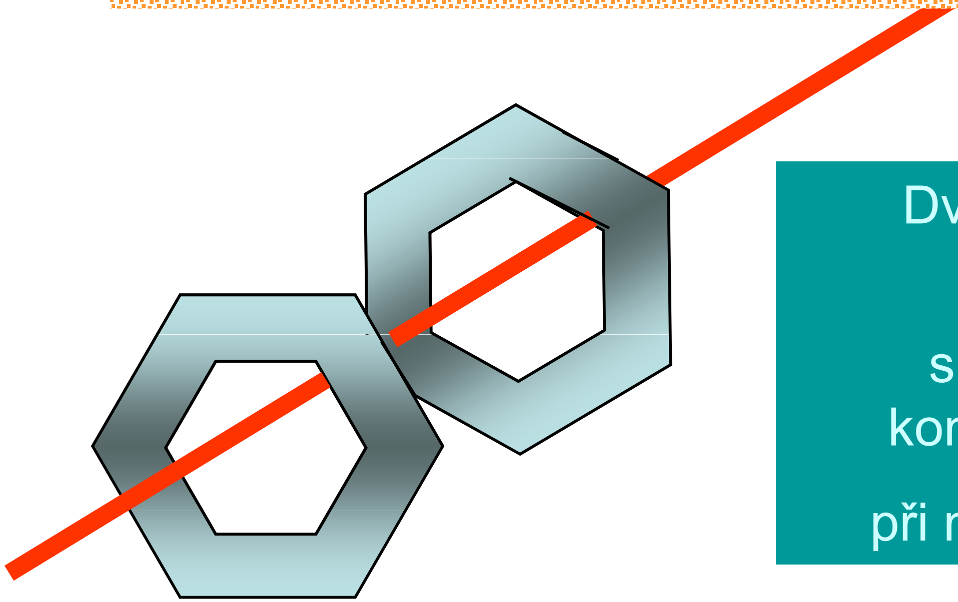
Nový trend – opustit axiální symetrii



Na těsném propojení axiální a radiální složky pole se účastní dvě okolnosti: ❶ Laplaceova rovnice
❷ axiální symetrie pole (nezávislost na azimutu)

Dohromady to dá jednoznačné propojení

VÝCHODISKO – OPUSTIT AXIÁLNÍ SYMETRII



Dva navzájem pootočené hexapóly

slibují téměř dokonalou kompensaci otvorové vady

při mizivé azimutální distorsi

Brno a elektronový mikroskop

… tedy

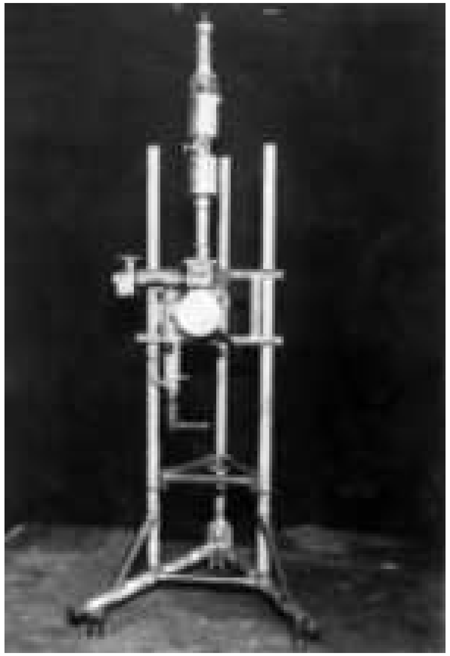
Armin Delong a elektronový mikroskop

Prof. Armin Delong

hlavní spolutvůrce několika generací čs. elektronových mikroskopů

zakladatel a první mnohaletý ředitel Ústavu přístrojové techniky

laureát ceny Česká hlava 2006



"Trojnožka" (1950)

Stolní elektronový mikroskop
Tesla BS242 (1954)

Elektronový litograf (1985)

První environmentální rastrovací elektronový mikroskop v ČR pro pozorování vzorků v jejich přirozeném stavu (1996)


Rozdrojovice
MOKRA HORA
ŘEČKOVICE
SOBĚŠICE
Bílovice nad Svitavou
KNÍNIČKY
MEDLÁNKY
OBŘANY
LESNÁ
BRNO
KOMÍN
ÚPT
HUSOVICE
MALOMĚŘICE
ŽABOVŘESKY
KRÁLOVO POLE
JUNDROV
ŽIDENICE
LÍŠEŇ
Kapucínský klášter
Špilberk
KOHOUTOVICE
JULIÁNOV
výstaviště
BOSONOHY
NOVÝ LÍSKOVEC
SLATINA
ČERNOVICE
BOHUNICE
HORNÍ HERŠPICE
EXIT 196 BRNO-JIH
EXIT 190 BRNO-ZÁPAD
Ostopovice
EXIT 194 BRNO-CENTRUM
DOLNÍ
Slatinka
Geodézie CS

Ústav přístrojové techniky
Akademie věd České republiky
Královopolská 147
612 64 Brno

The end

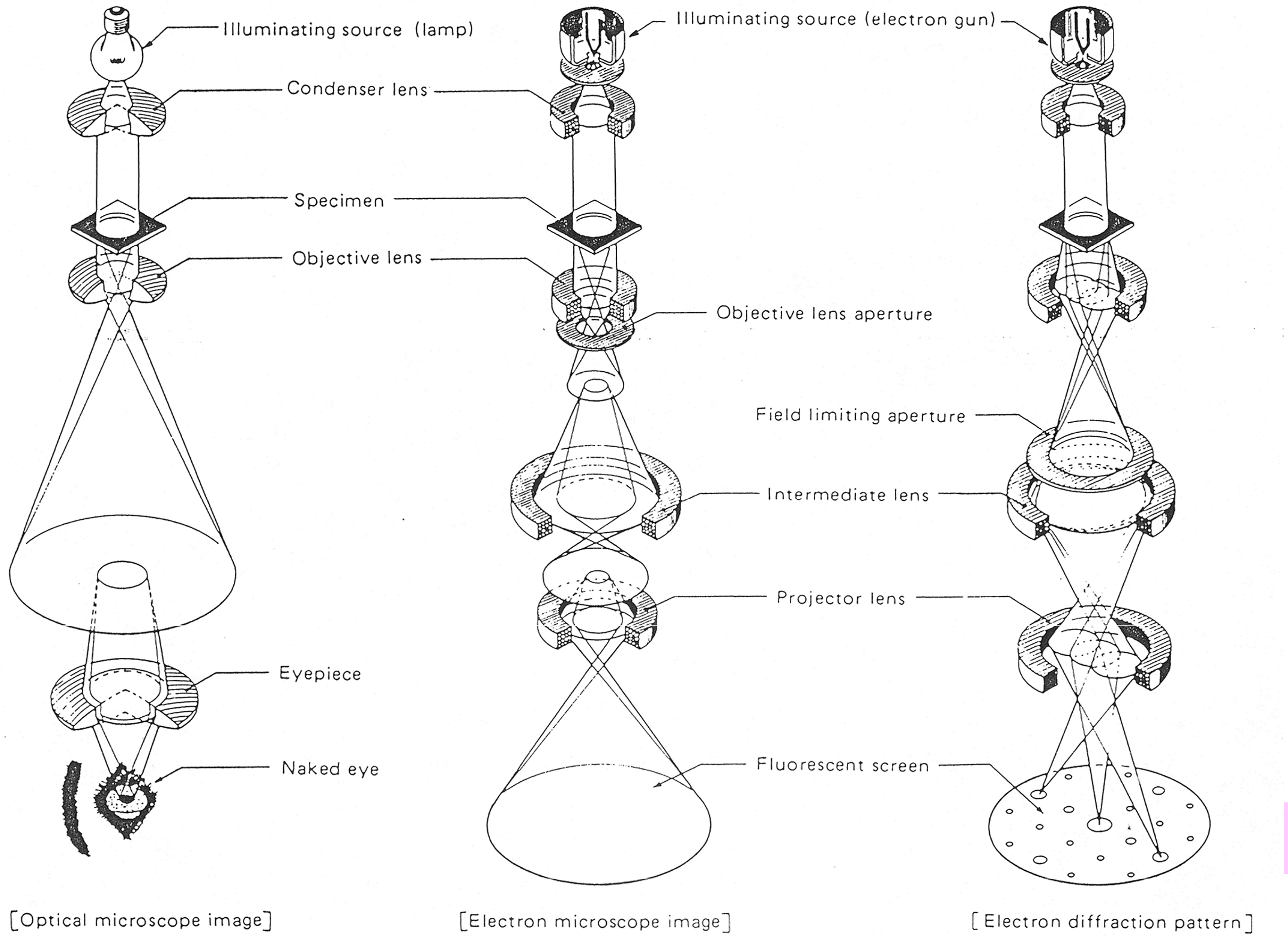


Figure 3. Comparison of image formation.