

MATEMATICKÁ KARTOGRAFIE



RNDr. Tomáš ŘEZNÍK

2. dubna 2008

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Úvod do matematické kartografie

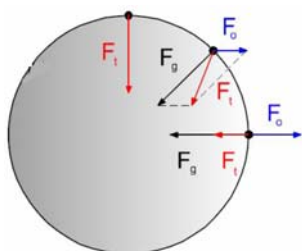
- Matematické a geometrické parametry kartografických děl
- Převod údajů z jedné referenční plochy do jiné
- Zkoumání deformací a jejich minimalizace
- **Kartografické zobrazení** – přiřazuje bodu ležícímu na jedné referenční ploše polohu na druhé referenční ploše
- **Kartografická projekce** - Vznik geometrickou cestou, např. promítáním (zpravidla promítáním koule do roviny)

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Tvar Země a referenční plochy

- tvar Země je nepravidelný, nelze jej matematicky popsat
- formován zemskou tíží (výslednice odstředivé a gravitační síly)



Proto v geografii užíváme:

- geoid
- rotační elipsoid
- koule
- rovina

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Geoid

- Hladinová plocha; zjednodušeně střední hladina všech moří
- Nepravidelný tvar (ovlivněn rozložením hmot)
- Dnes znám průběh s přesností cca. 0,1 m (neustálá snaha o zpřesnění)

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



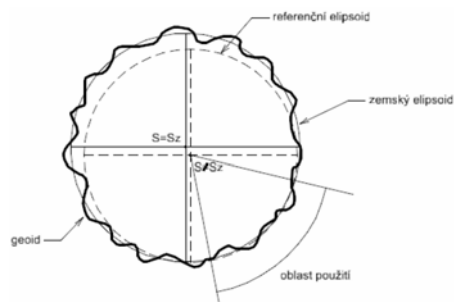
Rotační elipsoid

- Pravidelný tvar, málo se odchyluje od geoidu
- Možnost matematického vyjádření
- Normála k elipsoidu a tížnice ke geoidu nejsou totožné – tzv. **tížnicová odchylka**
- V praxi užíváme 2 typy rotačních elipsoidů:
 - zemský elipsoid
 - referenční elipsoid
- trojosý elipsoid

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Srovnání geoidu a elipsoidů



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Nejnámější elipsoidy

Elipsoid	a [m]	b [m]
Besselův	6377397,1550	6356078,9633
Hayfordův	6378388,0000	6356911,9461
Krasovského	6378245,0000	6356863,0188
WGS 84	6378137,0000	6356752,3142
Clarkův (1880)	6378249,1450	6356514,8696
GRS 80	6378137,0000	6356752,3141
NAD 1927	6378206,4000	6356583,8000
IAG 1967	6378160,0000	6356774,5160

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Hlavní parametry referenčního elipsoidu

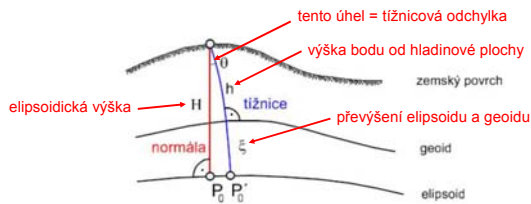
- Hlavní poloosa a
- Vedlejší poloosa b
- Zploštění elipsoidu i
- První excentricita elipsoidu e

$$i = \frac{a - b}{a} \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Vliv ZP na výšky



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Rovina

- Tečná rovina ve zvoleném bodě
- Malá území (20 × 20 km)
- Nulová křivost
- Mapy velkých měřítek
- Pro neúnosné zkreslení nelze použít pro mapy malých a středních měřítek
- **V matematické kartografii je rovina cílovou zobrazovací plochou**

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Referenční koule

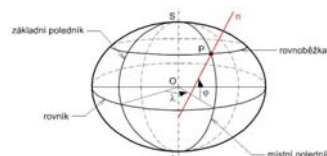
- Konstantní křivost
- Jednodušší výpočty
- Mapy malých a středních měřítek
- Parametr: poloměr r
- Používá se zejména k:
 - lokální nahrazení elipsoidu (cca. 300 × 300 km)
 - globální nahrazení elipsoidu

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Souřadnicové soustavy

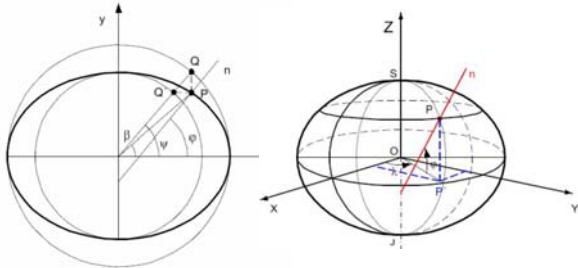
- Zeměpisné souřadnice (φ, λ)
- Geocentrická šířka β
- Redukovaná šířka ψ
- Pravoúhlé prostorové souřadnice (X, Y, Z)



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Geocentrická a redukovaná šířka



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



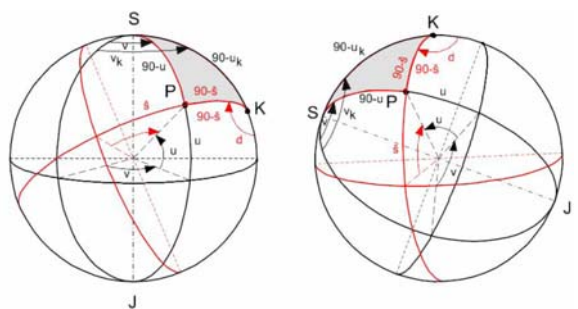
Souřadné soustavy na kouli

- Nejčastěji používáme:
 - kartografické souřadnice (U, V)
 - zeměpisné souřadnice (φ, λ)
- Více základních poledníků (Ferro, Greenwich,...)

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



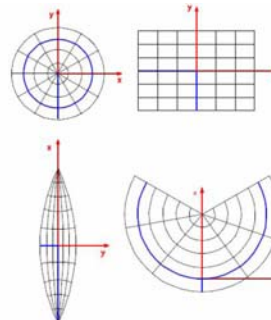
Zeměpisné a kartografické souřadnice



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



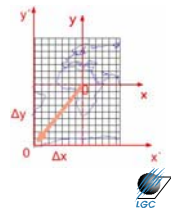
Pravouhlé souřadnice v rovině



Definujeme:

- počátek souřadnicového systému
- orientace os souřadnicového systému

Adiční konstanty

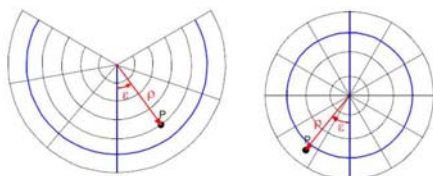


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Polární souřadnice v rovině kartografického zobrazení

- Počátek se nemusí shodovat s počátkem pravouhlých souřadnic
- ρ = **průvodič bodu**, tj. euklidovská vzdálenost bodu od počátku souřadnicového systému

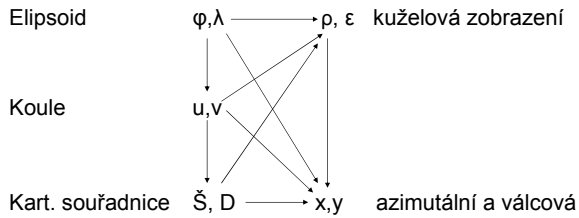


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



KARTOGRAFICKÁ ZOBRAZENÍ

Kartografická zobrazení



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Kartografická zobrazení

- Velké množství kartografických zobrazení
- Nejčastější kritéria klasifikace:
 - podle kartografických zkreslení
 - podle tvaru obrazu geografické sítě

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Zobrazení dle kartografických zkreslení

- **Konformní (úhlojevné) zkreslení**
Nezkreslují úhly, velké zkreslení ploch
- **Ekvidistantní (délkojevné) zobrazení:**
Nezkreslují délky v určitém směru. Neexistuje zobrazení, které by nezkreslovalo délky ve všech směrech
- **Ekvivalentní (plochojevné) zobrazení:**
Nezkreslují plochy, velké zkreslení úhlů
- **Vyrovňovací (kompenzační) zobrazení:**
Zkreslují vše, snaha o minimalizaci jednotlivých zkreslení

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Zobrazení dle kartografických zkreslení

- Zobrazení z elipsoidu na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení
- Nepravá zobrazení
- Polykónická zobrazení
- Polyedrická zobrazení
- Neklasifikovaná zobrazení
- **Kartografická projekce** – geometrickou cestou, promítáním na rovinu či plášť válce (skupina jednoduchých zobrazení)

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



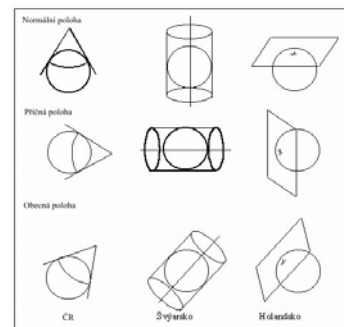
Jednoduchá a nepravá zobrazení

- **Jednoduchá zobrazení**
 - zobrazují na plochu rozvinutelnou do roviny $x = f(u)$
 - kuželová, válcová, azimutální $y = g(v)$
- **Nepravá zobrazení**
 - Snaha o eliminaci některých nevhodných vlastností jednoduchých zobrazení (rychlý růst zkreslení) $x = f(u, v)$
 - nepravá kuželová (pseudokuželová) zobrazení $y = g(u)$
 - nepravá válcová (pseudoválcová) zobrazení
 - nepravá azimutální (pseudoozimutální) zobrazení

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Jednoduchá zobrazení



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Ostatní zobrazení

- **Polykónická (mnohokuželová)**
 - nekonečný počet kuželů
 - kužely jsou tečné, na každý z nich se zobrazí jedna dotyková rovnoběžka
- **Polyedrická (mnohostěnná)**
 - nový způsob zobrazení
 - rozdělení zobrazovaného území na části, každá část
- **Neklasifikovaná**
 - ostatní zobrazení

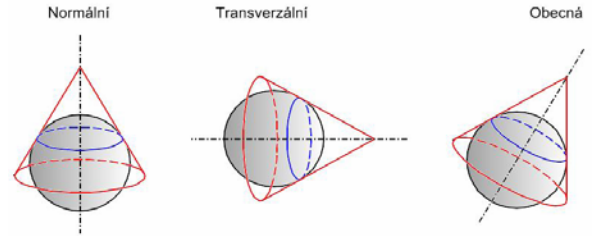


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Jednoduchá kuželová zobrazení

- tečný kužel = 1 nezkreslená (dotyková) rovnoběžka
- sečný kužel = 2 nezkreslené rovnoběžky

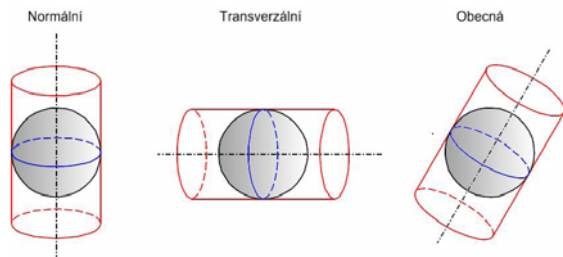


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Jednoduchá válcová zobrazení

- tečný válec = 1 nezkreslená (dotyková) rovnoběžka
- sečný válec = 2 nezkreslené rovnoběžky

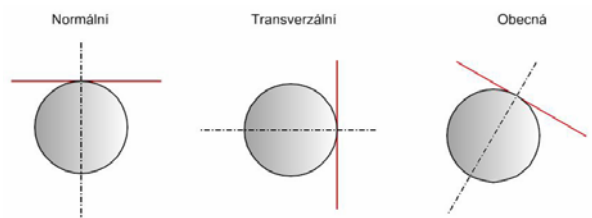


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Jednoduchá azimutální zobrazení

- zobrazení na tečnou rovinu
- nejmenší zkreslení v dotykovém bodě
- vhodné zejména pro mapy polárních oblastí

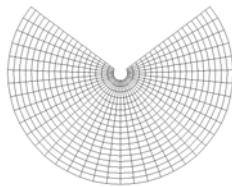


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita

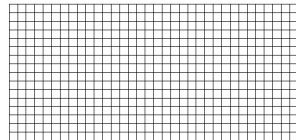


Kuželové ekvidistantní zobrazení

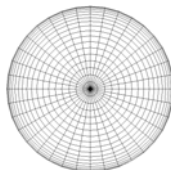
kuželové ekvidistantní zobrazení



válcové ekvidistantní zobrazení



azimutální ekvidistantní zobrazení



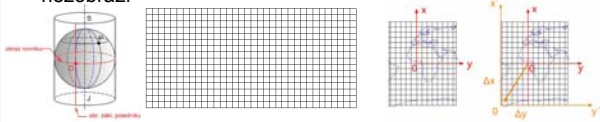
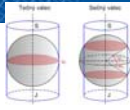
Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



KONKRÉTNÍ ZOBRAZENÍ

Jednoduché válcové zobrazení

- Ortogonální zobrazení
- pro velkoměřítkové mapy (Gaussovo, Cassini-Soldnerovo)
- obrazem poledníků: úsečky, konstantní rozestupy
- obrazem rovnoběžek: úsečky, proměnné rozestupy
- obrazy všech rovnoběžek i poledníků stejně dlouhé
- symetrie poledníků/rovnoběžek vzhledem ke střednímu poledníku - rovníku
- obraz zeměpisného pólu: úsečka nebo se pól vůbec nezobrazí



Cassini - Soldnerovo zobrazení

- Válcové ekvidistantní zobrazení v transverzální poloze
- Použito jako základní kartografické zobrazení pro mapy Státního katastru v měřítku 1:2880
- Válec se dotýkal referenční plochy v nezkráceném poledníku.
- Nezkrácený poledník prochází středem území.
- Nevýhoda: není to konformní zobrazení, zkresluje úhly
- Rychlý růst zkreslení, celkem 11 souřadných systémů: Čechy = Gusterberg, Morava = Svatý Štěpán



Mercatorovo zobrazení

- Válcové úhlojevné zobrazení v normální poloze
- Loxodroma se v něm zobrazuje jako přímka
- Dříve používáno v námořní navigaci, trasy plaveb se stejným azimutem se zobrazovaly jako úsečky
- Transverzální poloha: důležité v geodézii, známo pod názvem Transverse
- Mercator (UTM zobrazení z elipsoidu na roviny, odvozeno Gaussem).

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Gaussovo zobrazení

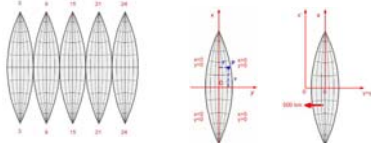
- Válcové konformní zobrazení v příčné poloze
- Přímé zobrazení z elipsoidu do roviny
- Válec v transverzální poloze
- Nezkrácený základní poledník
- Území zobrazeno po pásích (3° nebo 6°) - Krüger
- Každý pás do roviny zobrazován samostatně, má vlastní souřadnicový systém.
- Obrazy rovnoběžek: paraboly
- V ČR především vojenské mapy

Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Zobrazení UTM

- Používáno pro vojenské účely.
- Základní zobrazení pro NATO.
- Osa x=>Northing, osa y=>Easting
- Od $j < -80^\circ$ a $j > 84^\circ$ zobrazení nahrazeno UPS (Universal Polar Stereographic projection)
- Dříve používáno s různými elipsoidy: Severní Amerika = Clarkův elipsoid, Evropa = Hayfordův elipsoid
- V současnosti používán elipsoid WGS 84.
- Zkrácený základní poledník ($m=0,9996$) => zkreslení -40cm/km.
- 2 nezkrácené poledníky symetricky umístěné vzhledem k základnímu poledníku.

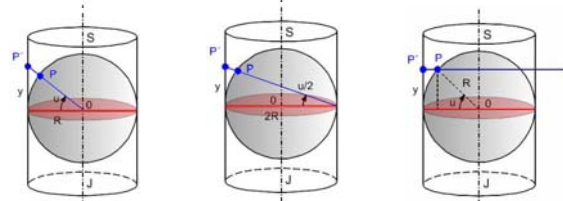


Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Válcové projekce

- Gnómonická projekce
- Stereografická projekce
- Ortografická projekce



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Jednoduché kuželové zobrazení - Křovákovo

- Jednoduchá zobrazení, zobrazují na plášť kužele.
- Použita pro velkoměřítkové mapy (kuželové konformní zobrazení)
- Obrazem poledníků úsečky, svírají menší úhly než ve skutečnosti
- Obrazy poledníků se stýkají se v obrazu pólu.
- Obrazy rovnoběžek: části koncentrických kružnic, střed v obrazu pólu.
- Symetrie vzhledem k poledniku, nikoliv vzhledem k rovníku.
- Délkové zkreslení roste v obou směrech od nezkreslené rovnoběžky, a to nesymetricky.
- Obraz pólu: bod, část kružnice, nezobrazí se.



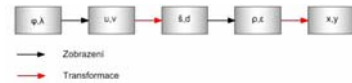
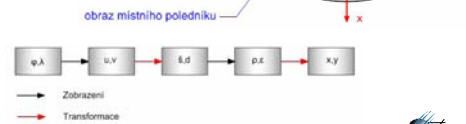
Jednoduché kuželové zobrazení - Křovákovo

Orientace os:

- x k jihu
- y na západ

Dvojitě zobrazení:

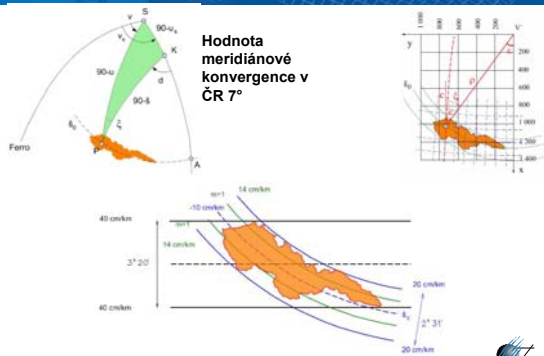
- elipsoid na kouli (Gaussovo)
- koule do roviny (Lambertovo)



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



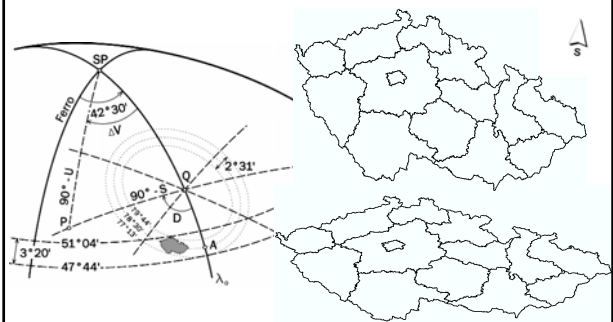
Jednoduché kuželové zobrazení - Křovákovo



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



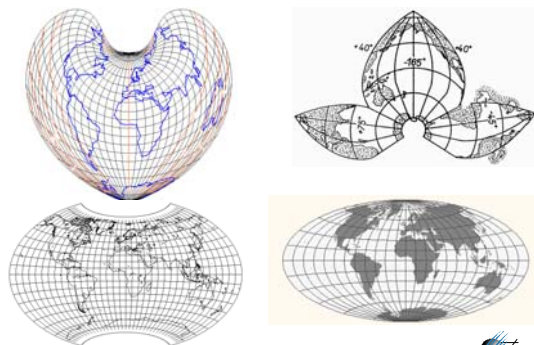
Důsledky Křovákova zobrazení



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita



Npravá zobrazení



Laboratoř geoinformatiky a kartografie, Masarykova univerzita

