

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2008 - 2009

V.
Synchrotronové záření

KOTLÁŘSKÁ 18. BŘEZNA 2009

Úvodem

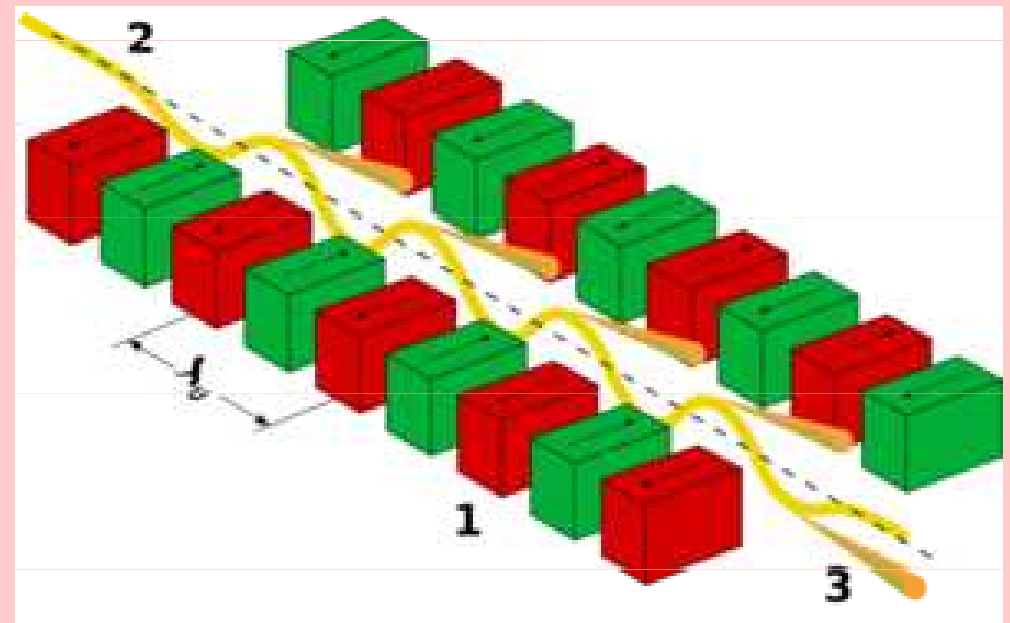
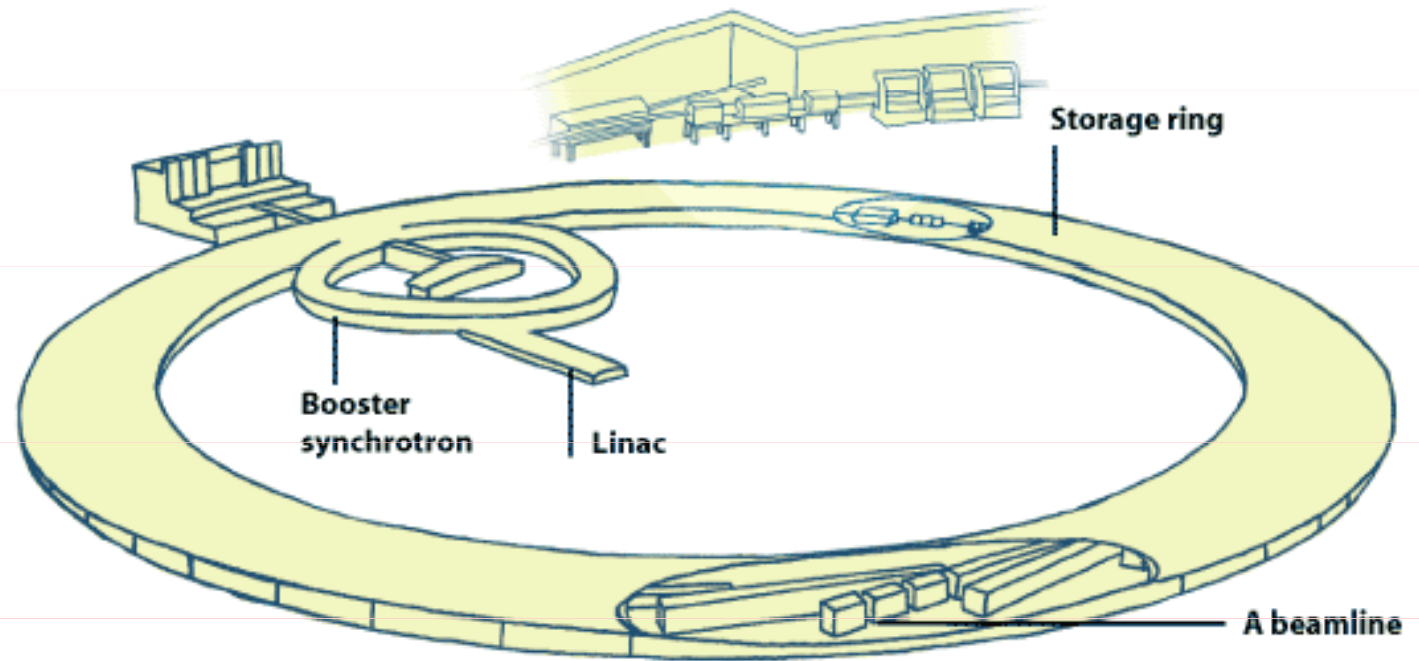
- Naposledy bez Planckovy konstanty, i když ...
- Odvolám se na znalosti z elektromagnetismu, optiky a relativity
- Synchrotronové záření (SZ) ... experimentální nástroj
- Na jiném místě uslyšíte o výsledcích použití SZ
- Dnes: vlastnosti SZ a odpovídající konstrukci zdrojů
- Nádherná fyzika ... ultrarelativistický elektron
- Vlastně další z Einsteinových hvězdných prací:
ta nejhvězdnější

synchrotron

využití pro výzkum

kruh ... 844m

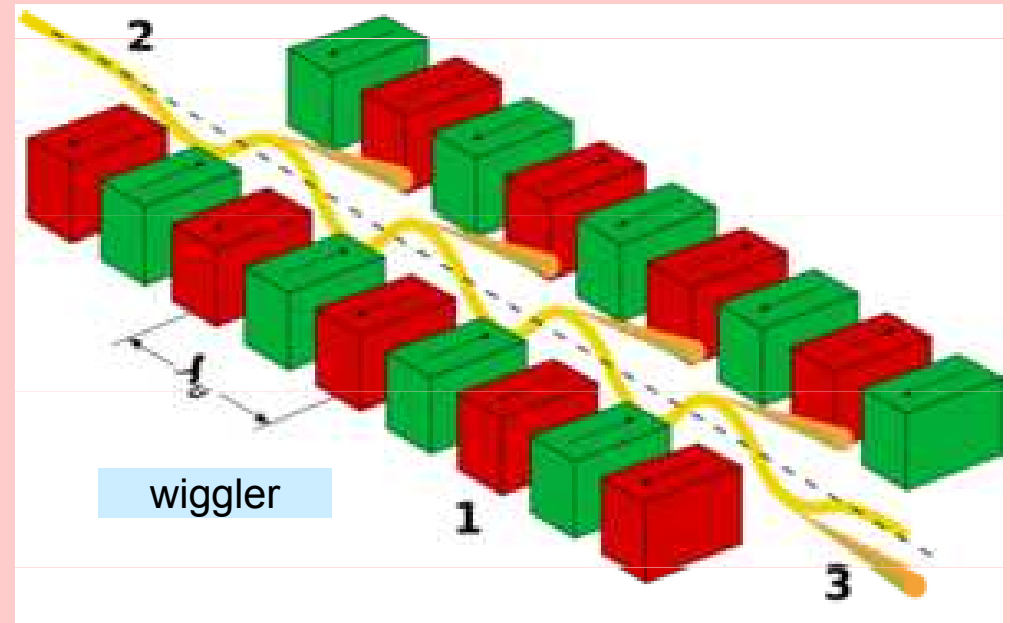
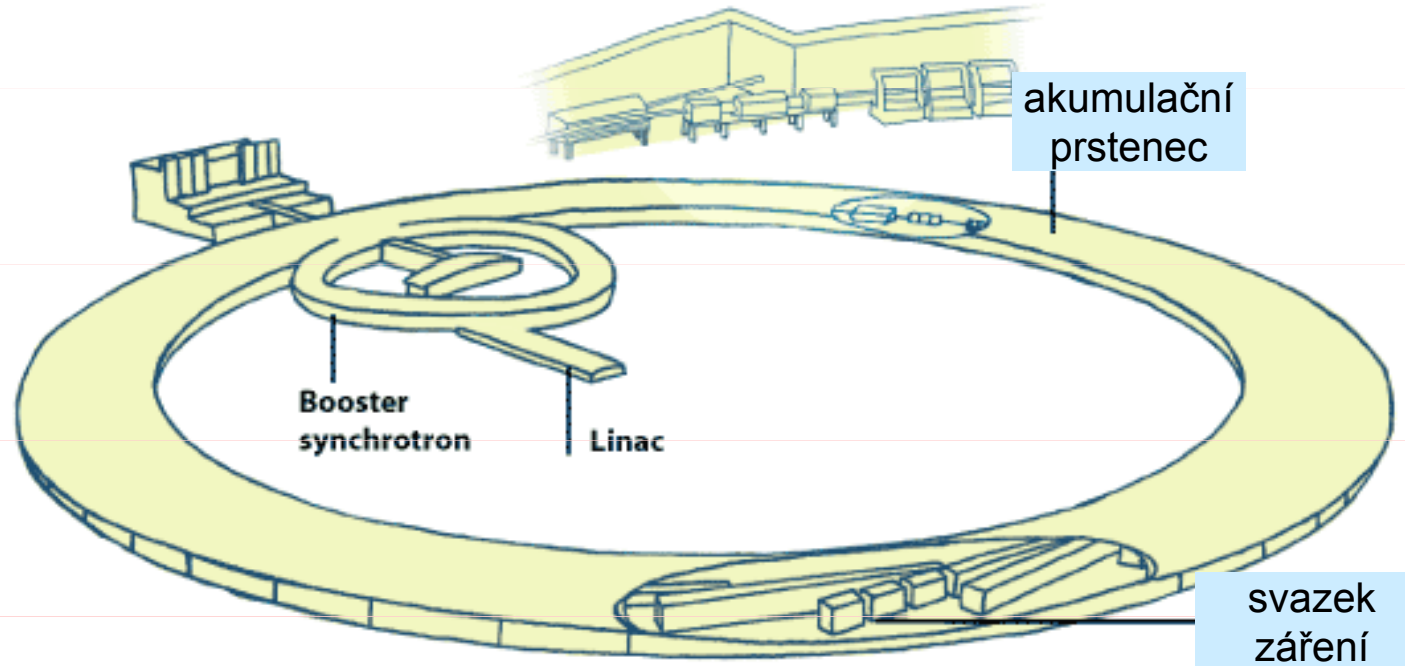
booster ... urychlení na $\sim 6\text{GeV}$



synchrotron

využití pro výzkum
jako
zdroj záření

kruh ... 844m
booster ... urychlení na $\sim 6\text{GeV}$





Grenoble

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (podle energie elektronů)

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence
- má velmi výhodnou pulsní strukturu v čase (synchronní detekce)

Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence
- má velmi výhodnou pulsní strukturu v čase (synchronní detekce)

... dnes: fyzikální podstata toho všeho

Začátky

Synchrotron objeven jako urychlovač částic
Brzy se ukázalo, že parazitní jev, vyzařování elmg. energie skoro dominuje činnost těchto zařízení
Záření jevílo již při relativně nízkých energiích elektronů uvedené vlastnosti a bylo vlastně dost nebezpečné

Roku 1949 vypracoval základní teorii SZ
Julian Schwinger (později Nobelova cena za elektroslabé interakce)

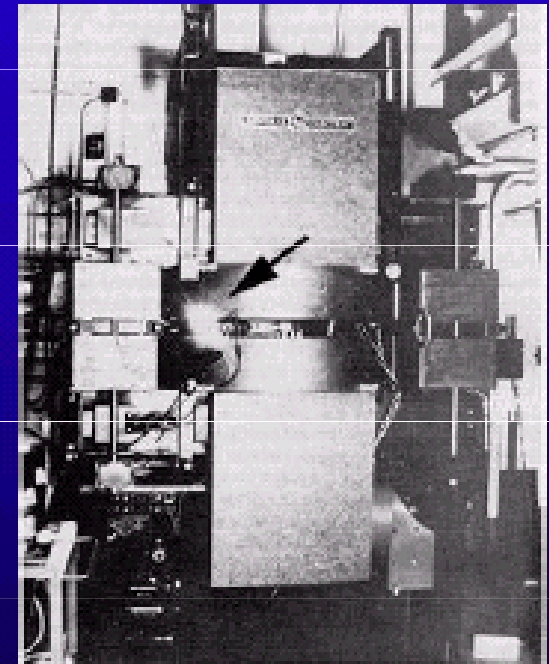
Již na konci 50 let žebrouli nečásticovní fysici, aby mohli SZ využívat.

Problémy: pokusy s částicemi a se světlem se špatně slaďovaly, synchrotrony také nebyly ideální zdroje.

Proto vznikla myšlenka **dedikovaných zdrojů SZ**

Ta se ujala, protože stejně synchrotrony pro částicovou fysiku ztratily význam.

GE Synchrotron New York State



**First light observed
1947**

Klíkatá cesta

- 1873** Maxwellovy rovnice ... nerovnoměrná změna v rozložení nábojů \Rightarrow vyzařování elmg. energie
- 1878** Hertz ... generace elmg. vln, anténa \rightarrow Hertzův dipól
- 1898** Liénard (-Wiechertovy) potenciály ... řešení Maxwellových rovnic pro pole vyvolané libovolným pohybem bodového náboje
- 1907** Schott úplné řešení pro zářící náboj na kruhové orbitě (model atomu) ... *úplně zapomenuto*
- ♠ ♠ ♠ ♠
- 1946** Blewett pozoroval ztráty energie u elektronů v betatronu, ale nepozoroval žádné záření
Arcimovič a Pomerančuk obnovená teorie záření orbit. elektronu
- 1947** Pollock (vlastně Floyd Haber) náhodně pozorují záření synchrotronu se 70 MeV elektrony
Alfvén & Herlofsen a Ginzburg & Šklovskij ... SR z Vesmíru
- 1948** Rozvoj radioteleskopie mlhovina Cassiopea A ... zdroj SR ...
- 1949** Schwinger „klasická“ klasická teorie SR
- 1954** Schwinger „klasická“ kvantová teorie SR

L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse u en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité $u\rho$. En conservant les notations d'un précédent article (*) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$\rho = \left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} \right) \quad (3)$$

$$\frac{da}{dx} + \frac{db}{dy} + \frac{dc}{dz} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{d\rho}{dx} + \frac{d}{dt} (\rho u_x) \quad (5)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) a = 4\pi V^2 \left[\frac{d}{dt} (\rho u_y) - \frac{d}{dy} (\rho u_x) \right] \quad (6)$$

(*) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417. a, β, γ , sont les composantes de la force magnétique et f, g, h , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho. \quad (7)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d\psi}{dx} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$a = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dt}. \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7). On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V})}{r} d\omega' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

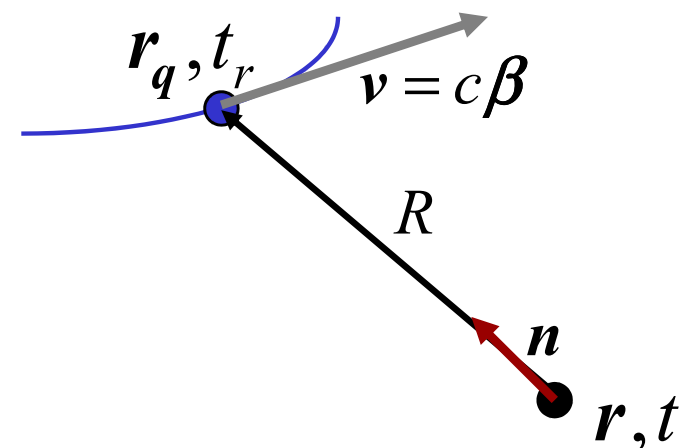
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse u en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité $u\rho$. En conservant les notations d'un précédent article (*) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$\rho = \left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} \right) \quad (3)$$

$$\frac{da}{dx} + \frac{db}{dy} + \frac{dc}{dz} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{d\rho}{dx} + \frac{d}{dt} (\rho u_x) \quad (5)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) a = 4\pi V^2 \left[\frac{d}{dt} (\rho u_y) - \frac{d}{dy} (\rho u_x) \right] \quad (6)$$

(*) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417. α, β, γ , sont les composantes de la force magnétique et f, g, h , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho. \quad (7)$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left(V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d\psi}{dx} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$a = \frac{dG}{dy} - \frac{dH}{dz}. \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d\psi}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7).

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V})}{r} d\omega' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

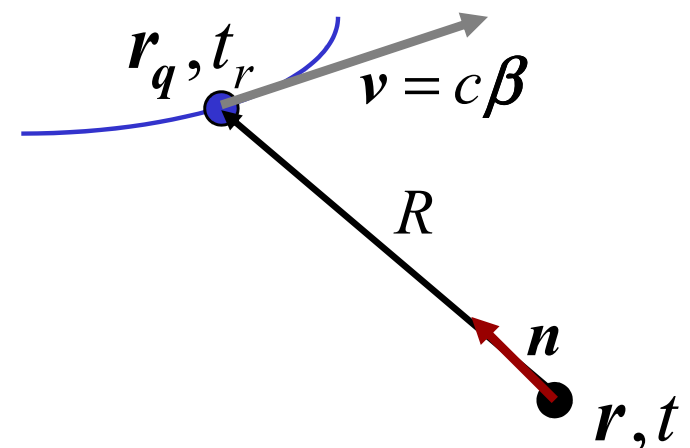
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{R(1-n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse u en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité $u\rho$. En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left. \begin{aligned} (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) \psi &= -4\pi V^2 \rho & (7) \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) F &= -4\pi V^2 \rho u_x \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) G &= -4\pi \rho u_y \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) H &= -4\pi V^2 \rho u_z \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho \left[x', y', z', t - \frac{r}{V} \right]}{r} d\omega' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

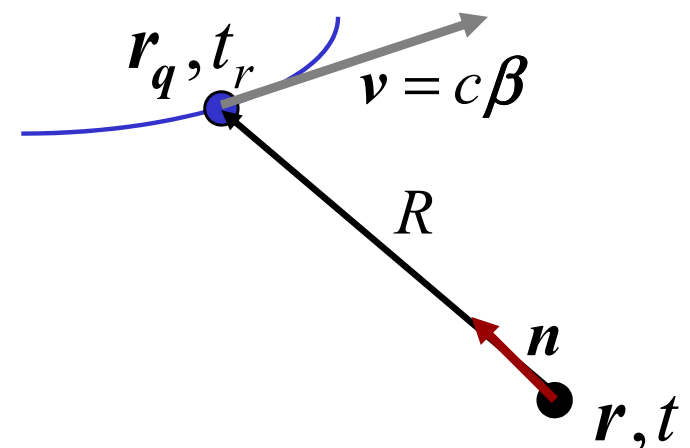
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = - \frac{q}{R(1 - n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité ρ et de vitesse u en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité $u\rho$. En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left(\frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions ψ, F, G, H définies par les conditions

$$\left. \begin{aligned} (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) \psi &= -4\pi V^2 \rho & (7) \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) F &= -4\pi V^2 \rho u_x \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) G &= -4\pi \rho u_y \\ (V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2}) H &= -4\pi V^2 \rho u_z \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

On satisfait aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho \left[x', y', z', t - \frac{r}{V} \right]}{r} d\omega' \quad (12)$$

$$\rho(r, t) = q \cdot \delta(r - r_q(t))$$

První strana Liénardovy práce

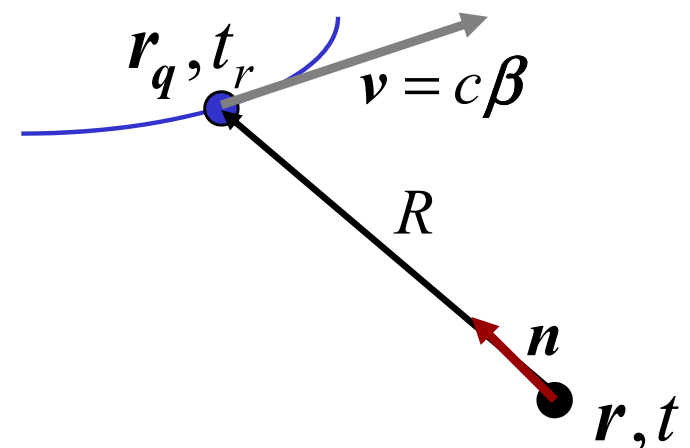
*jednoduchý, ale netriviální
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = - \frac{q}{R(1 - n\beta)} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot (t - t_r) = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q(t_r)| \equiv R(t_r)$$

$$\beta = c^{-1} \mathbf{v}$$



SZ na nebi a na zemi

U nebeských objektů je SZ jedním z
nejvýznamnějších typů záření
netepelného původu.

Na Zemi jsou zdroje SZ ojedinělé jako zařízení,
kde se setkáme s ultrarelativistickými elektrony v
každodenním životě.

SZ ve vesmíru I.: Krabí mlhovina



Pozůstatek supernovy
z r. 1054
(tenkrát viditelná i za dne)

v souhvězdí Taurus (*Býk*)

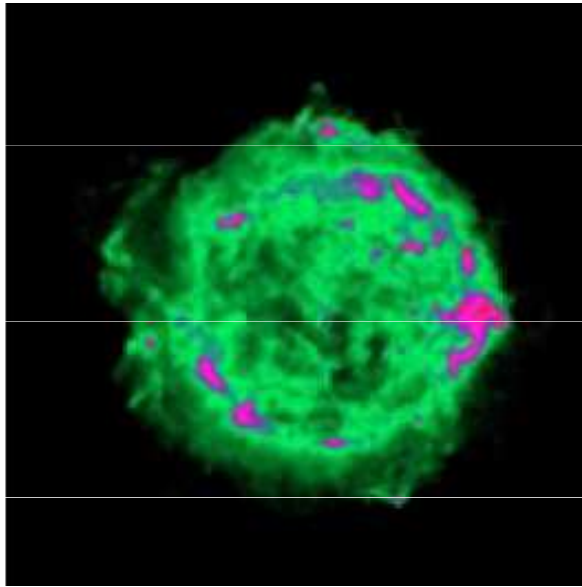
je to M1 v Messierově
katalogu

rozpíná se rychlostí 1450 km/s

jasná místa ... SZ v radiové i
viditelné spektrální oblasti

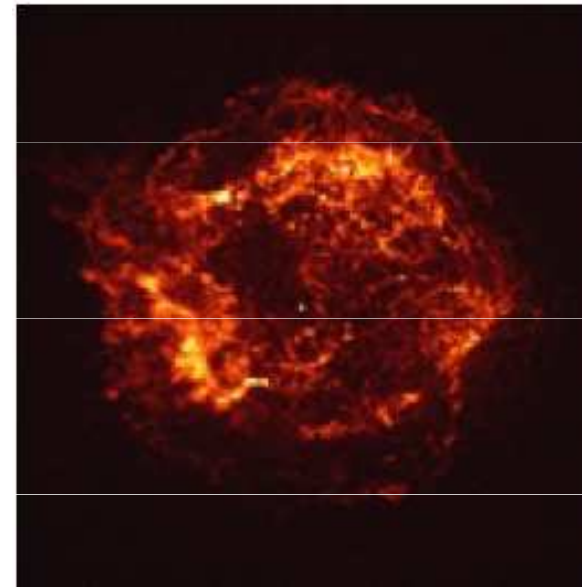
uprostřed neutronová hvězda
doplňující vyzářenou energii

SZ ve vesmíru II.: Cassiopea A



radiofrekvenční obraz

pozůstatek supernovy z r. 1572
pozorována Tycho Brahem
argument proti neměnnosti Vesmíru
dnes na místě radiový zdroj
jasná místa ... SZ

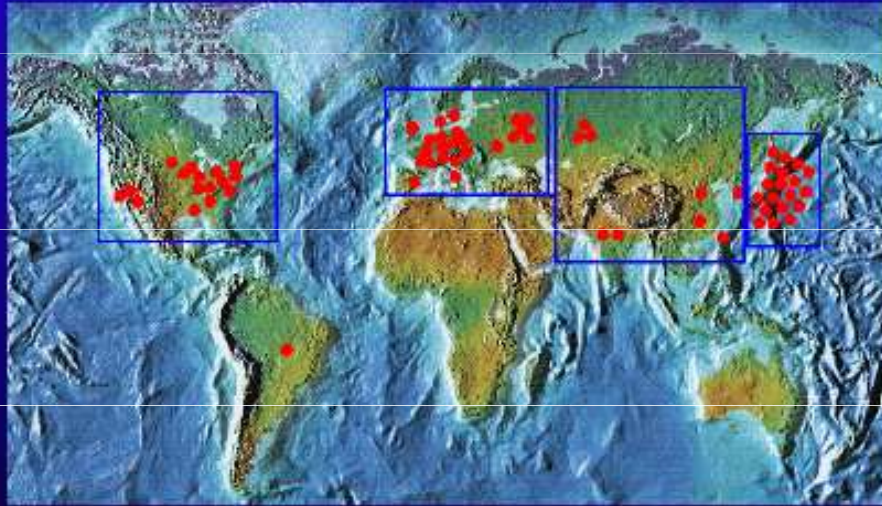


rengenový obraz

SZ vyznačuje dvě rázové vlny:
vnější je pozůstatek exploze, šíří se
rychlostí expanse mlhoviny
vnitřní je výsledkem vnitřní srážky
dvou vrstev, šíří se pomaleji, ale má
teplotu snad 10 000 000 K

Zpět na Zemi

20 000 users world-wide



Hlavní hnízda:

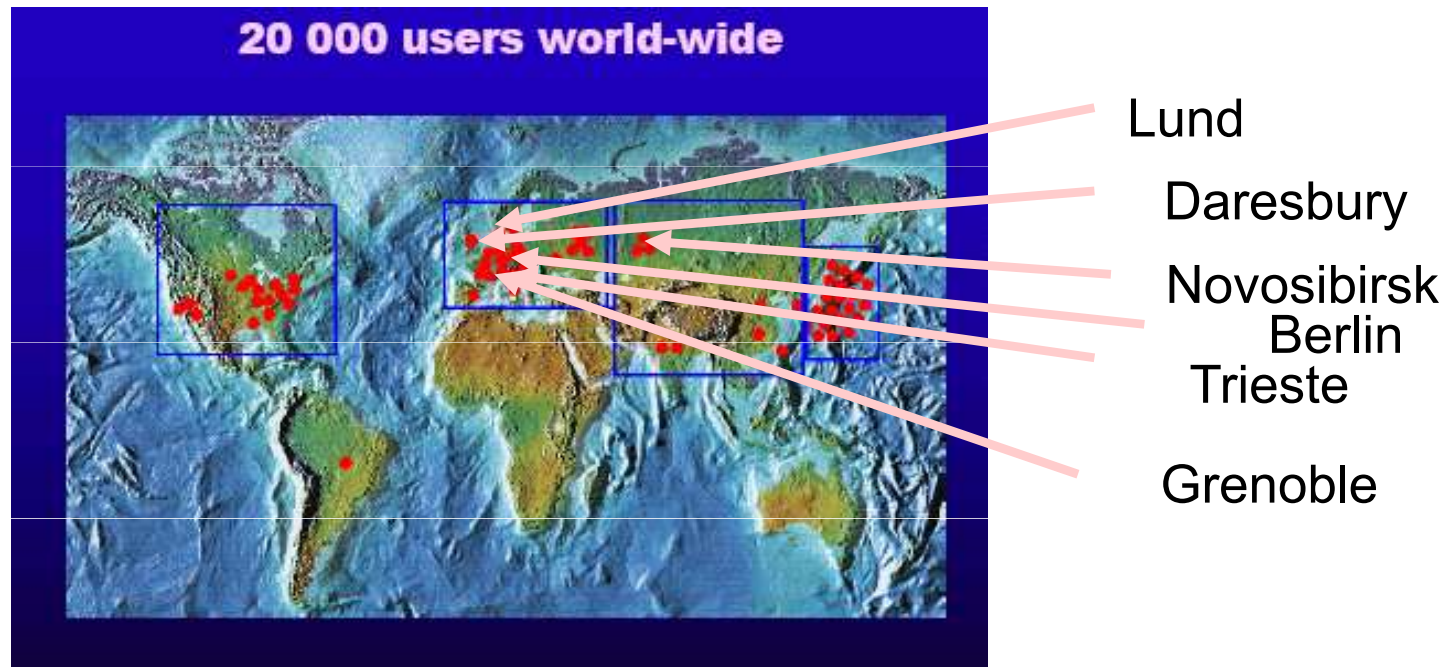
USA & Kanada

Evropa & Rusko

Asie

Japonsko

Zpět na Zemi



Nový způsob práce

- big science
- ambulantní způsob práce
- mezinárodní centra
- role místního personálu
- legionáři vědy

Vznik SZ v synchrotronu a v prostoru

Když ultrarelativistické elektrony krouží v konstantním magnetickém poli, vyzařují elmg. vlny v kuželi ostře kolimovaném ve směru pohybu.

Spektrum záření je kvazispojité. Jeho střed má frekvenci nesrovnatelně vyšší, než je frekvence oběhu elektronu samého.

Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

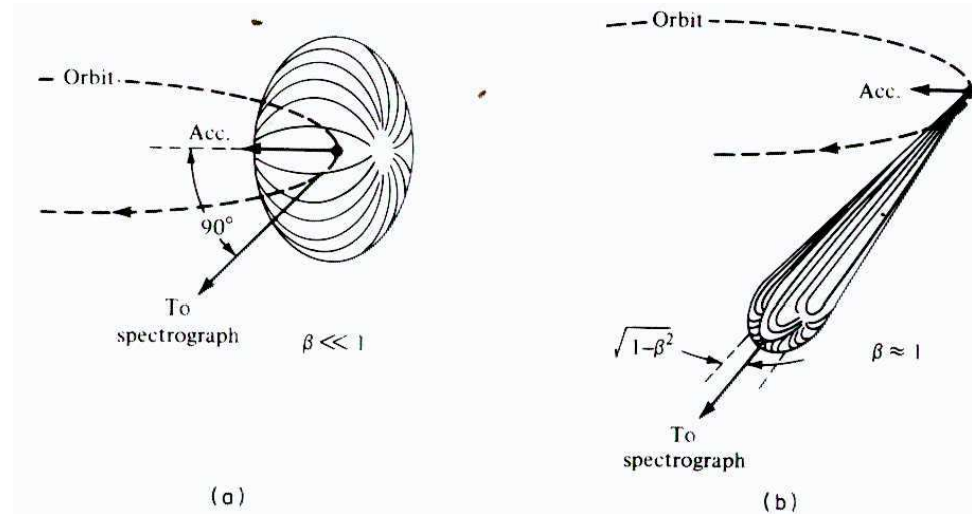


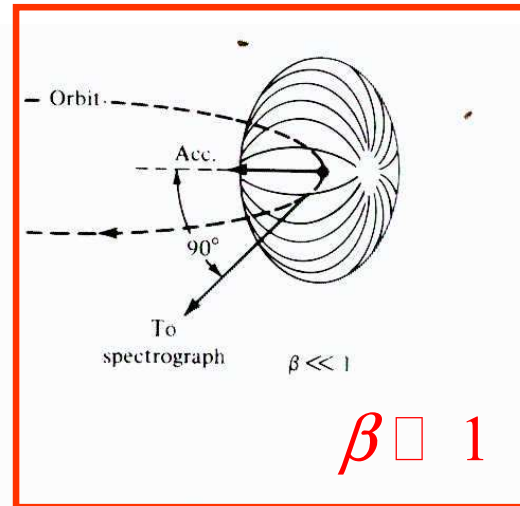
Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tomboulian and Hartman⁵)

Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

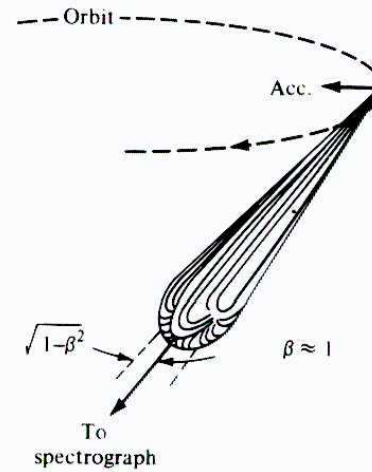
KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze



(a)



(b)

Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tomboulian and Hartman⁵)

cyklotronové
nebo
betatronové
záření

Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze

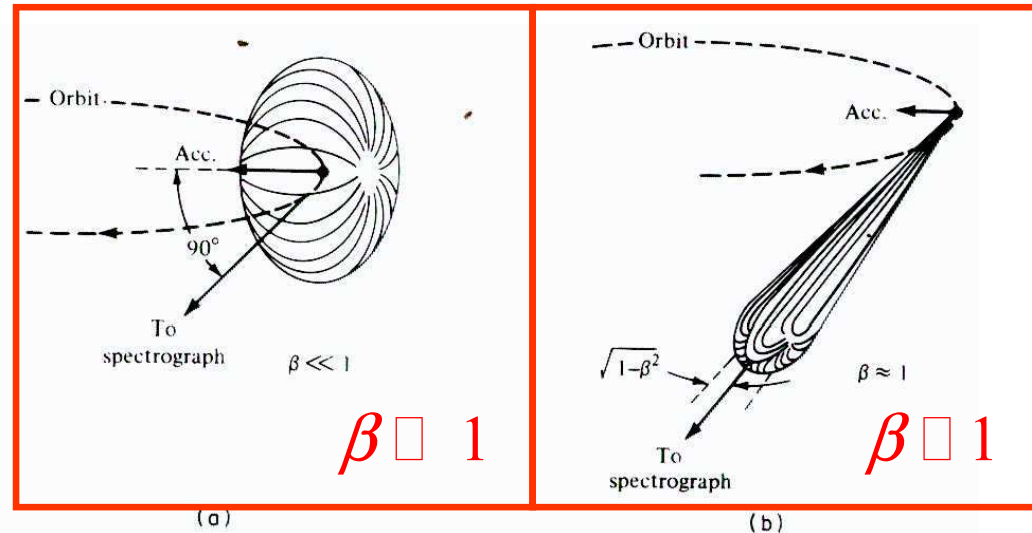


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tomboulian and Hartman⁵)

cyklotronové
nebo
betatronové
záření

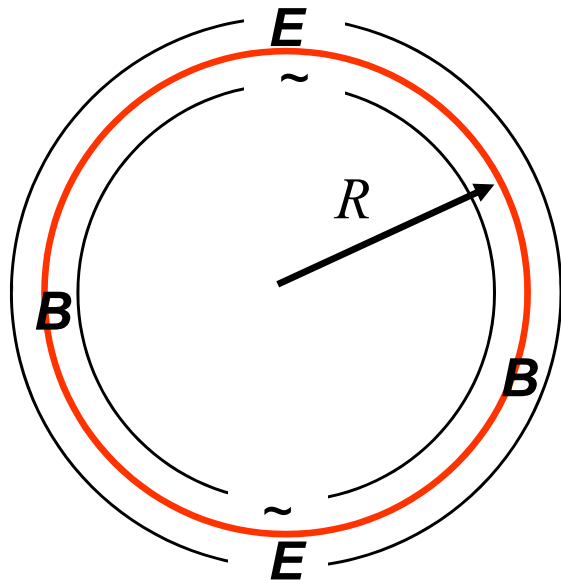
synchrotronové
záření

při rychlém pohybu
elektron na kruhové
dráze sám sebe
vnímá jako
superposici dvou
vzájemně kolmých
dipólů,

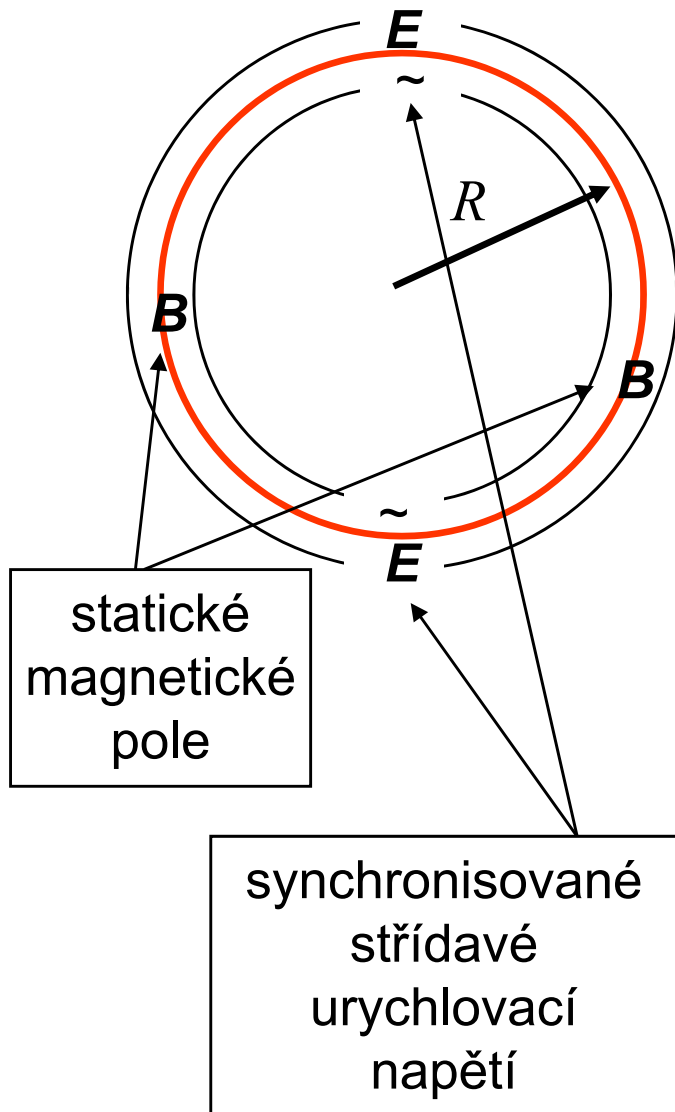
pozorovatel však
vnímá vlny po
Lorentzově
transformaci, tedy
silně kolimované
vpřed

Ultrarelativistický elektron

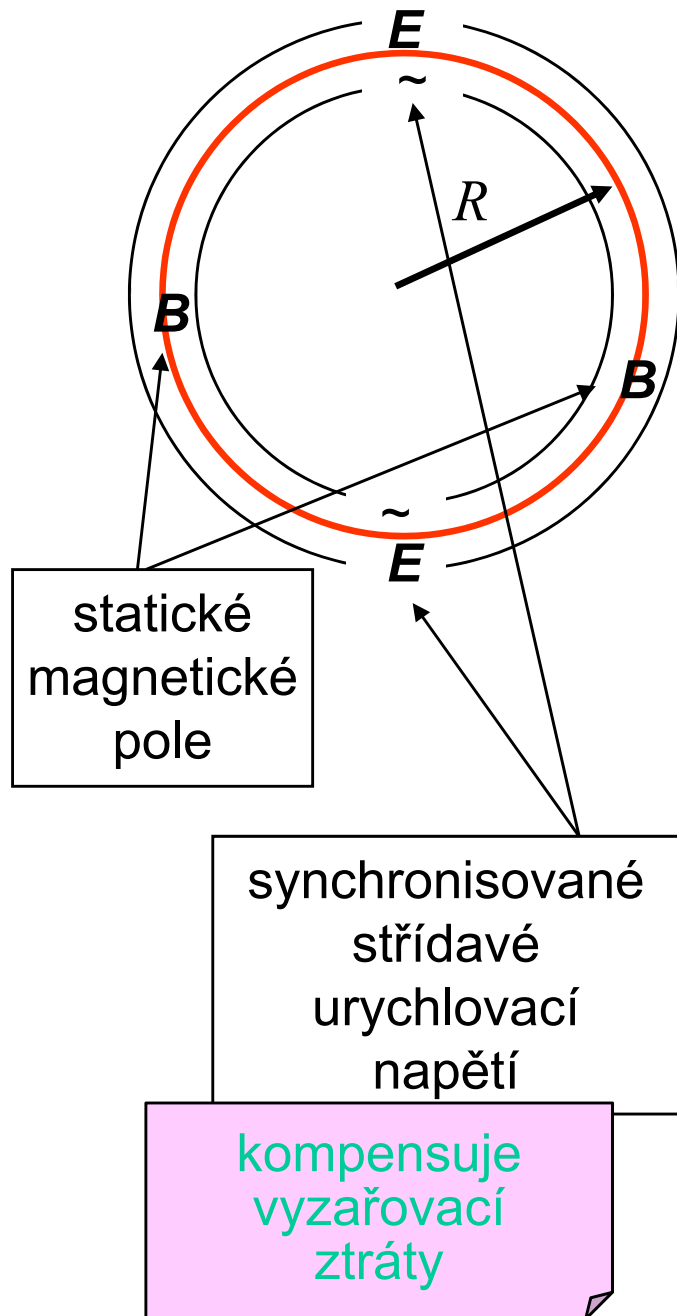
Princip synchrotronu



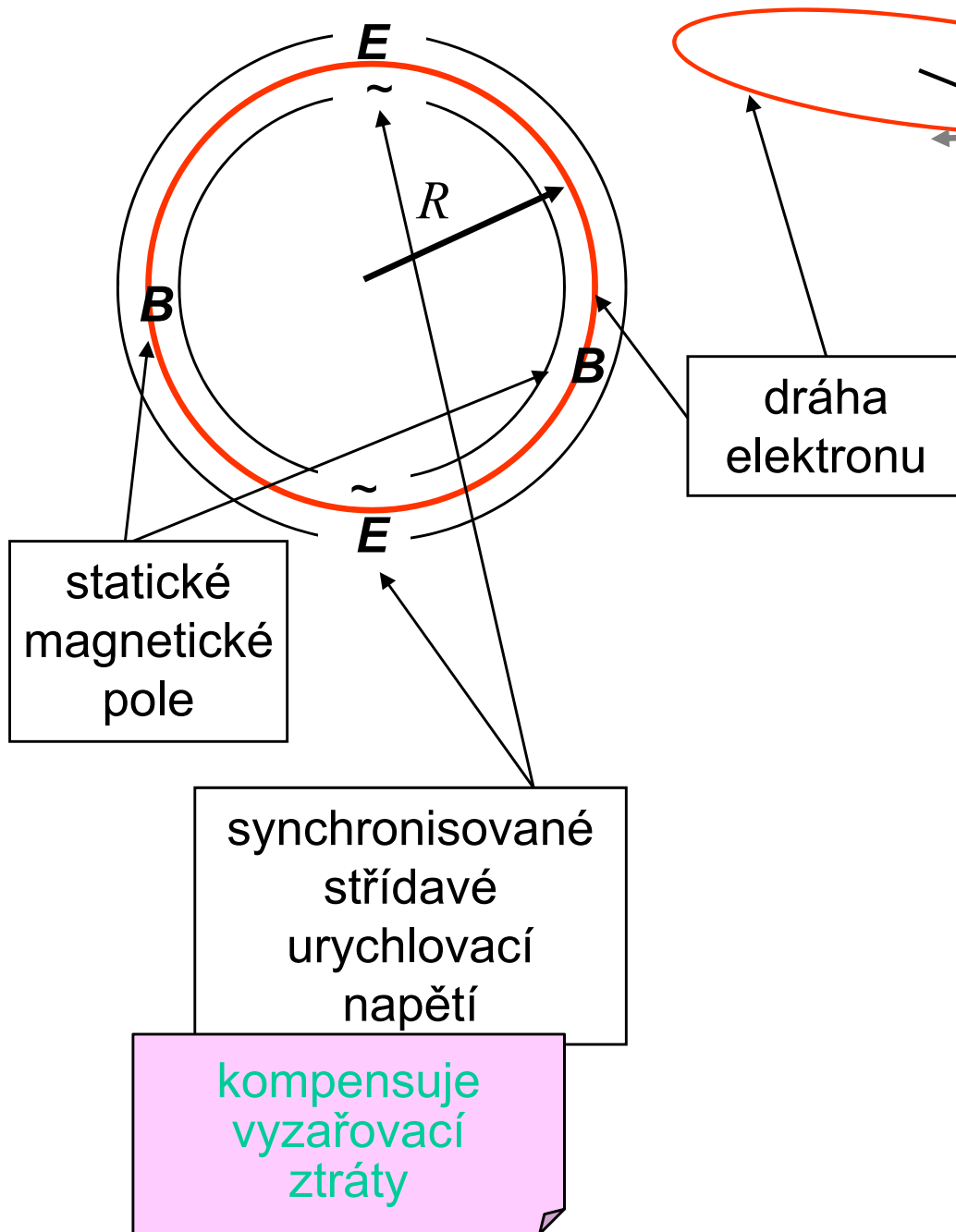
Princip synchrotronu



Princip synchrotronu



Princip synchrotronu



Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

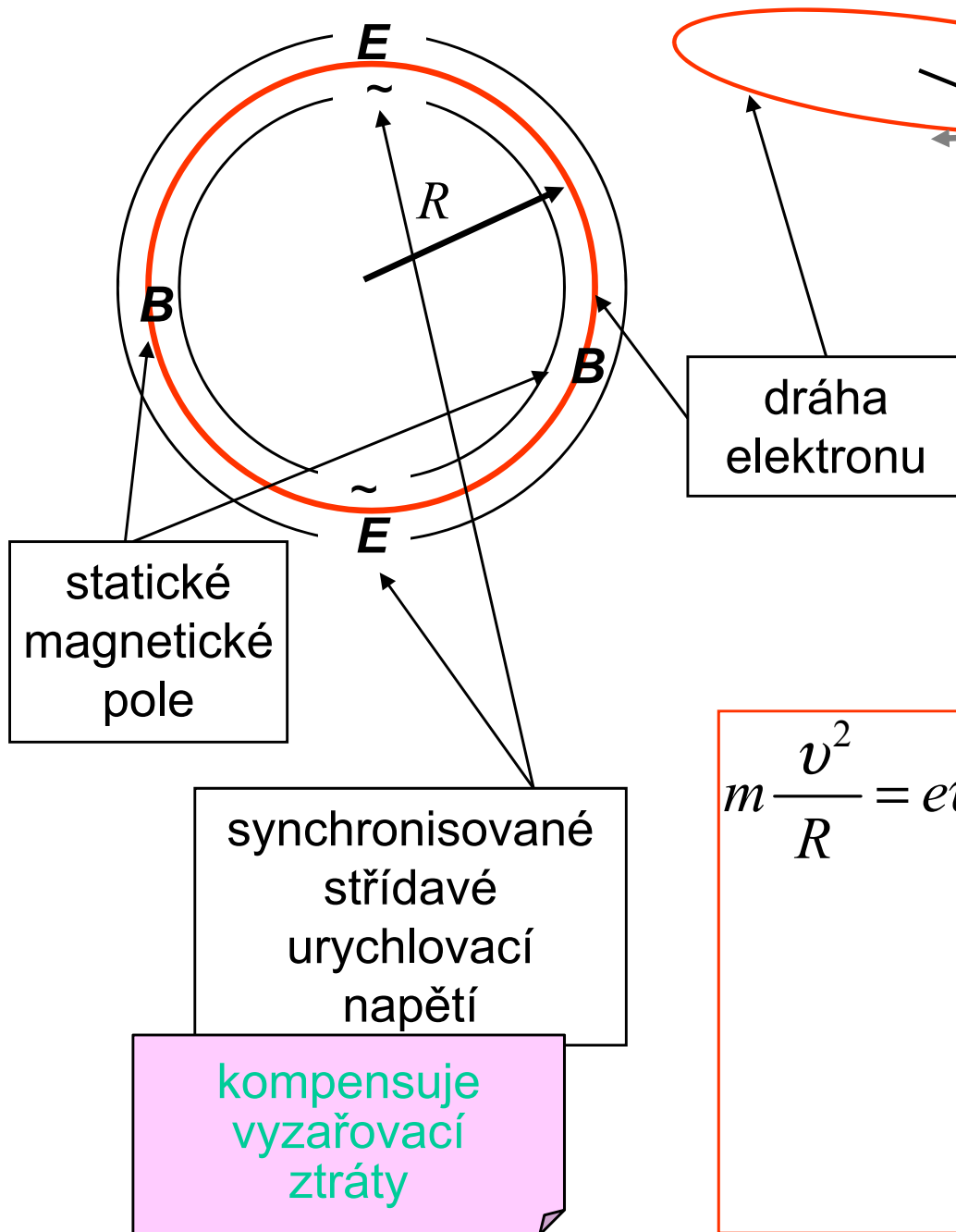
$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$E = mc^2 = m_0c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} = \boldsymbol{\beta}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Princip synchrotronu



$$m \frac{v^2}{R} = e v B$$

Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

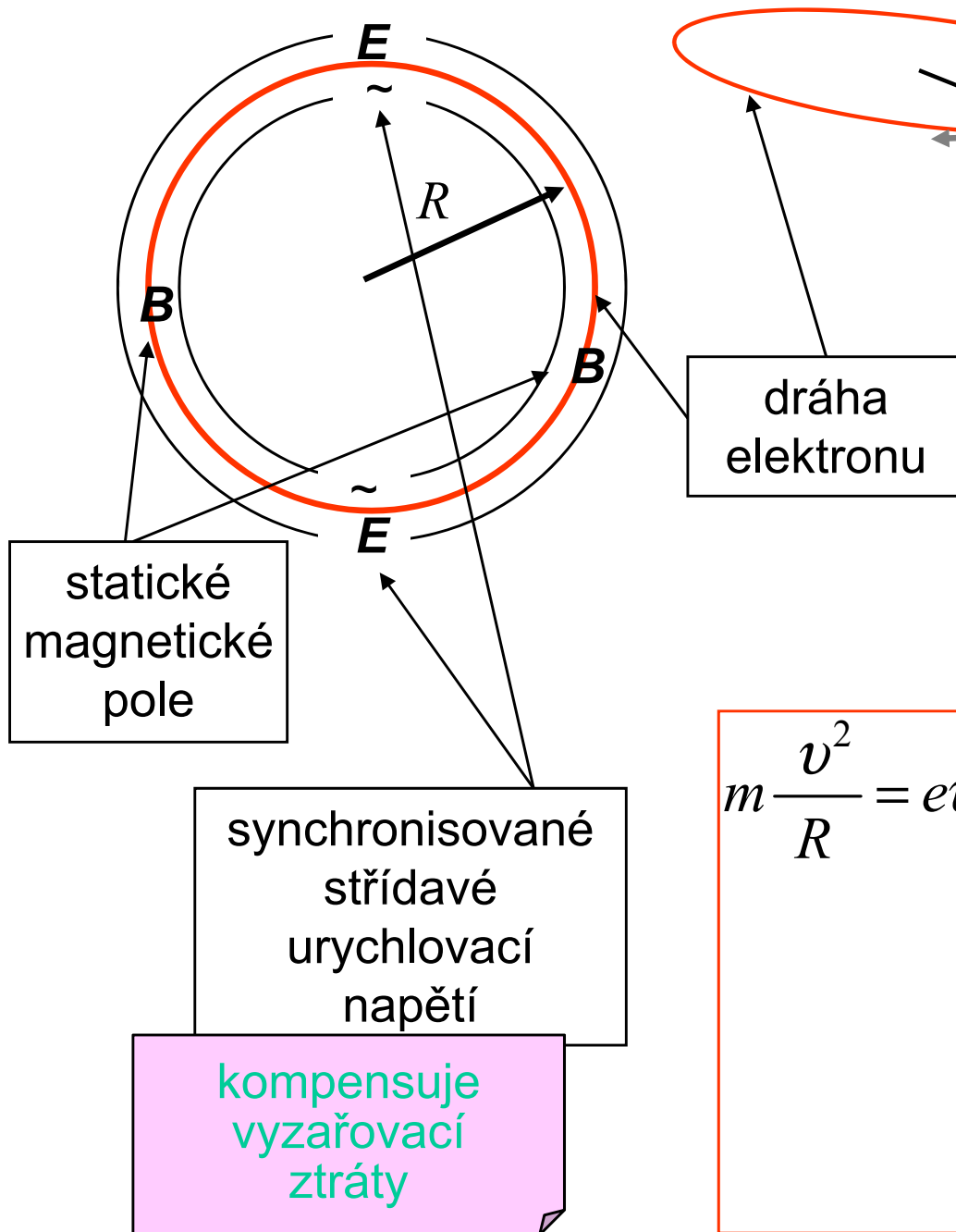
$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$E = mc^2 = m_0 c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} = \boldsymbol{\beta}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Princip synchrotronu



Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta \quad E = mc^2 = m_0c^2 \cdot \gamma$$

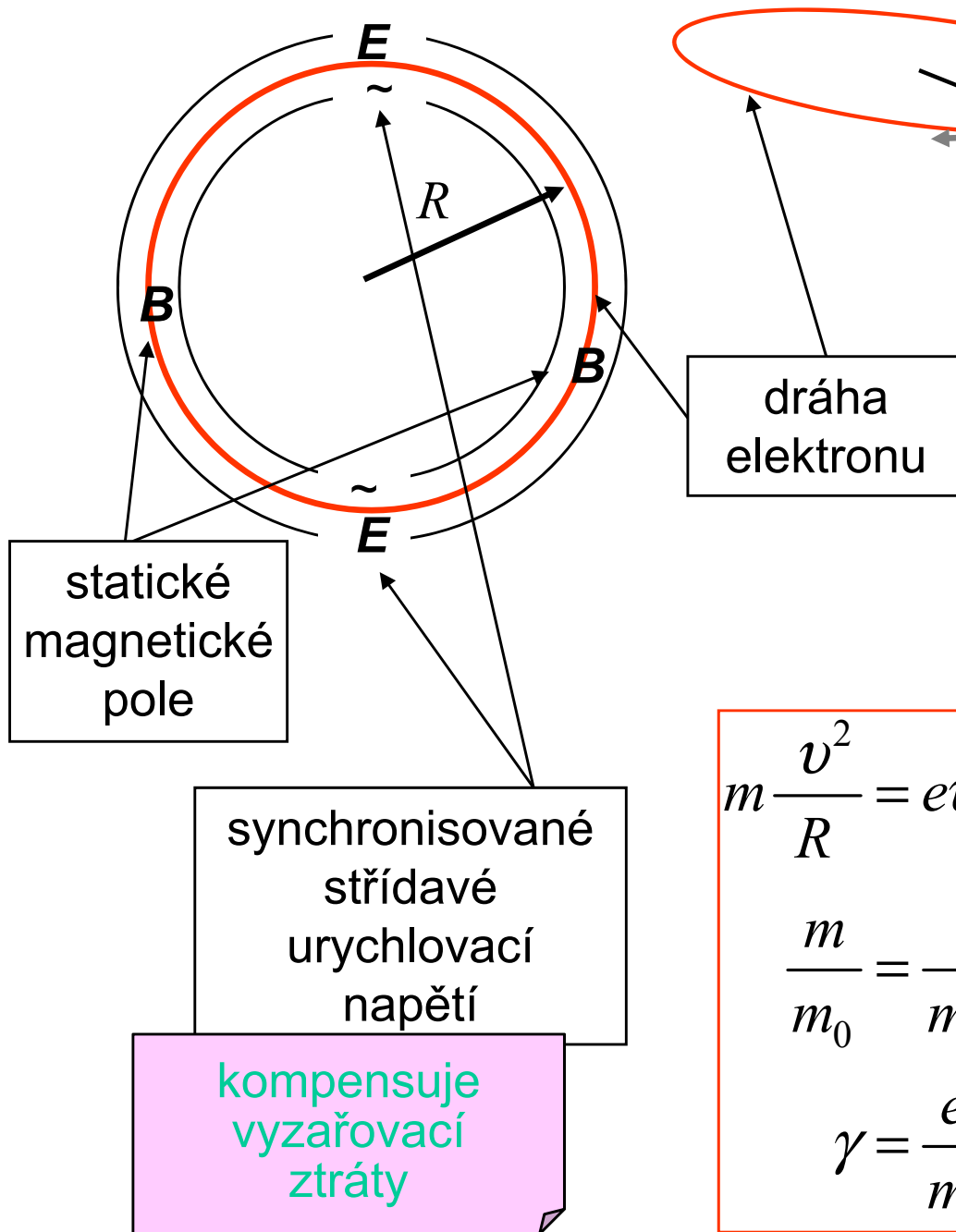
$$\frac{1}{c}\mathbf{v} = \boldsymbol{\beta} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{eB}{m}$$

Larmorova
frekvence

Princip synchrotronu



Lorentzova síla,
pohybová rovnice

$$e < 0$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta \quad E = mc^2 = m_0 c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} = \boldsymbol{\beta} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$m \frac{v^2}{R} = e v B$$

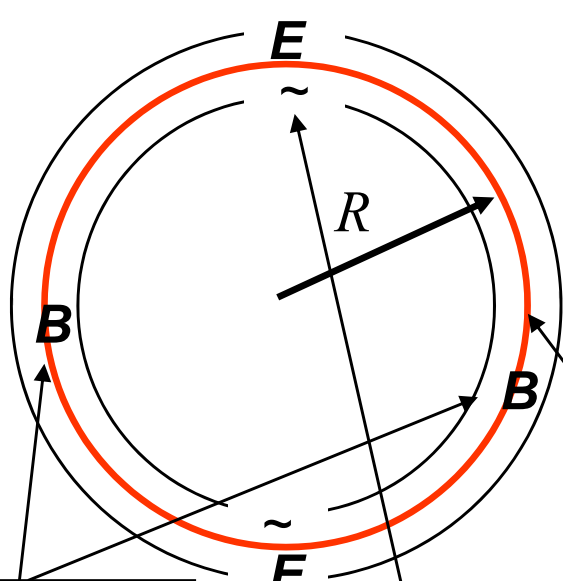
$$\frac{m}{m_0} = \frac{e}{m_0 v} B R$$

$$\gamma = \frac{e B}{m_0 c} R \cdot \beta^{-1}$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{e B}{m}$$

Larmorova
frekvence

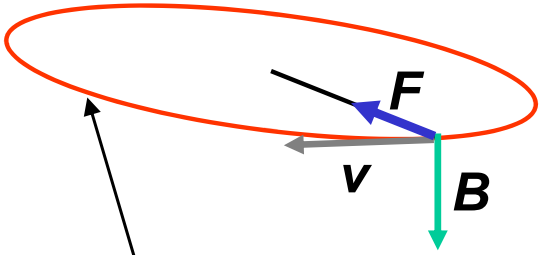
Princip synchrotronu



statické magnetické pole

synchronisované střídavé urychlovací napětí

kompensuje vyzařovací ztráty



dráha elektronu

Lorentzova síla, pohybová rovnice

$e < 0$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta \quad E = mc^2 = m_0c^2 \cdot \gamma$$

$$\frac{1}{c}\mathbf{v} = \boldsymbol{\beta} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$m \frac{v^2}{R} = evB$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{e}{m_0 v} BR$$

$$\gamma = \frac{eB}{m_0 c} R \cdot \beta^{-1}$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{eB}{m}$$

Larmorova frekvence

v ultrarelativistickém případě ~ 1

Ultrarelativistický elektron

klidová energie elektronu $E_0 = m_0 c^2 = 0.5 \text{ MeV}$

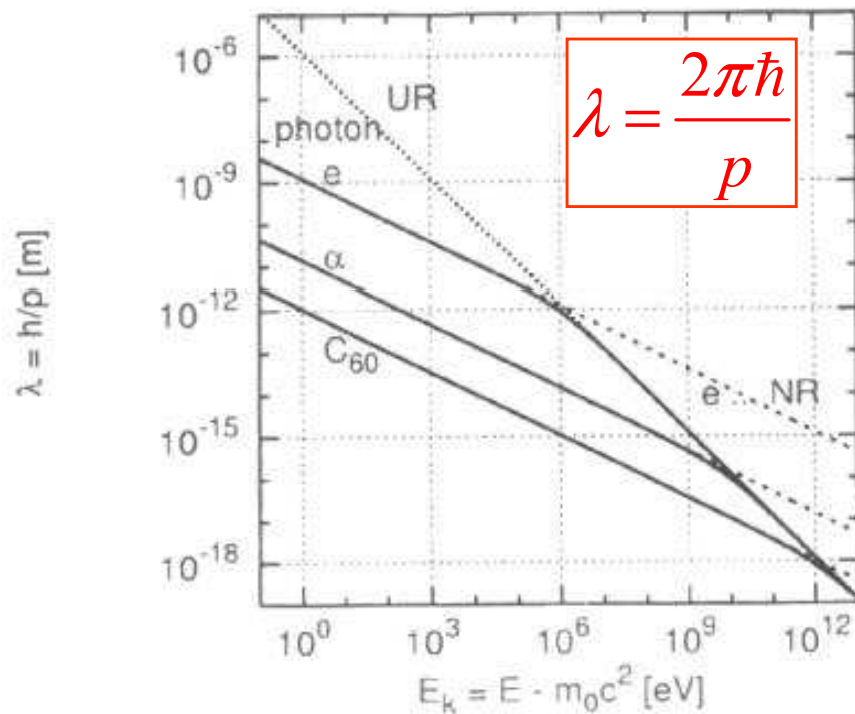
typická energie v synchrotronu $E = 2 - 6 \text{ GeV}$

typická hodnota γ $\gamma = 4000 - 12000$

vztah β a γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$
$$\beta \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \cong 1 - 10^{-7}$$

Z minulé přednášky: Elektron jako vlna



ZÁSObNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

předěl

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2$$

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

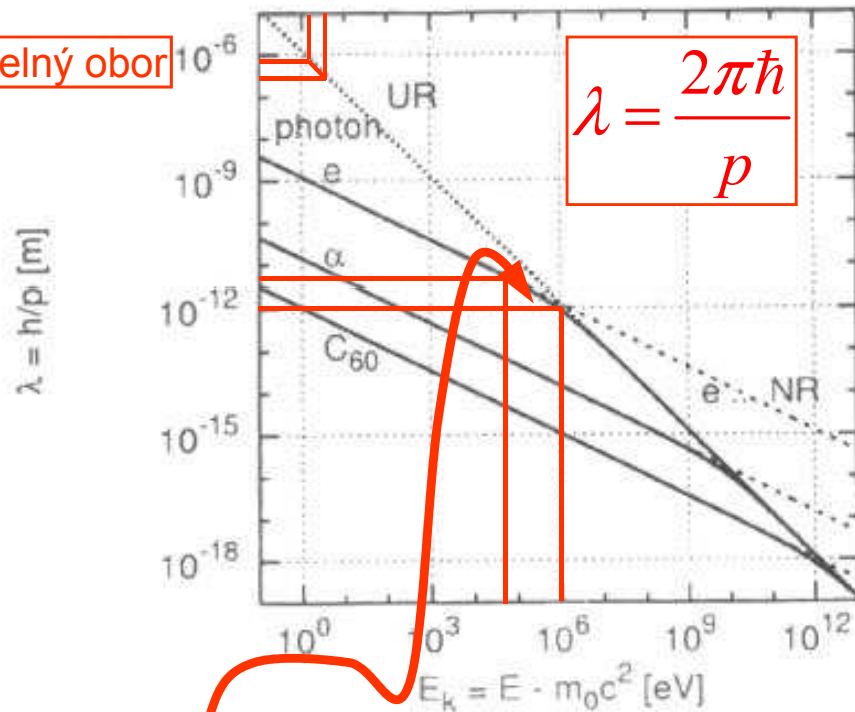
$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu

viditelný obor



vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

přístroj	U keV	λ pm
stolní TEM	50	5,46
velký TEM	1000	1,22
SEM	5 – 50	5,46 – 17.3

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

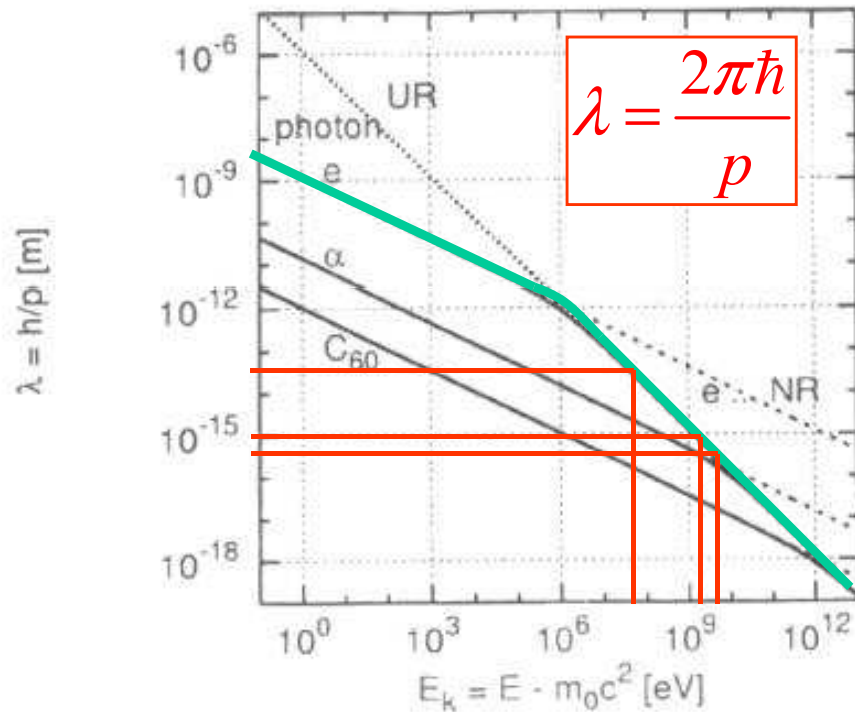
$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2 \approx 10^6 \text{ eV}$$

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v synchrotronu



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0 c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0 E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0 c^2$$

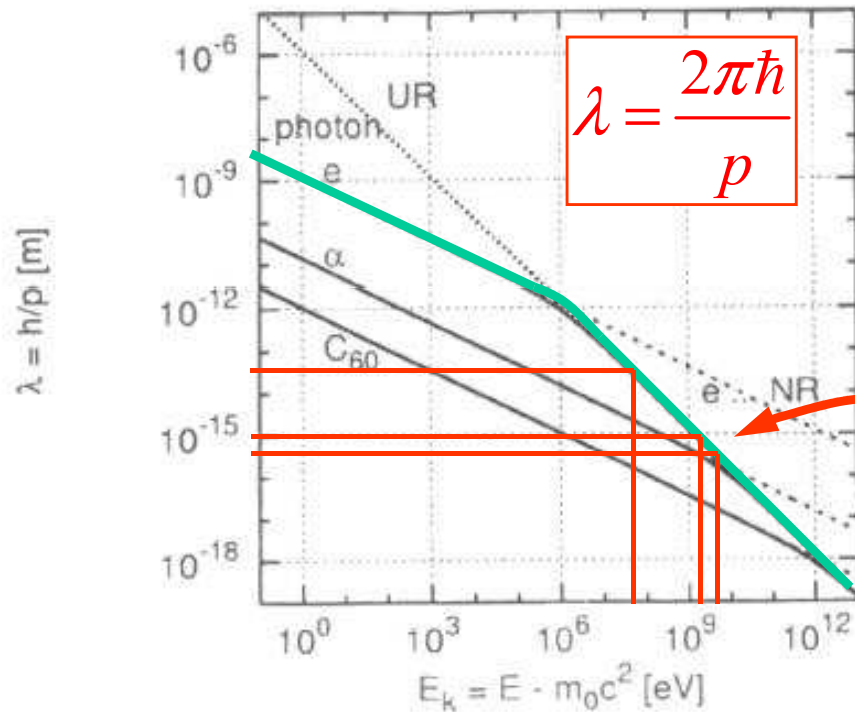
$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v synchrotronu



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

předěl

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2 \approx 10^6 \text{ eV}$$

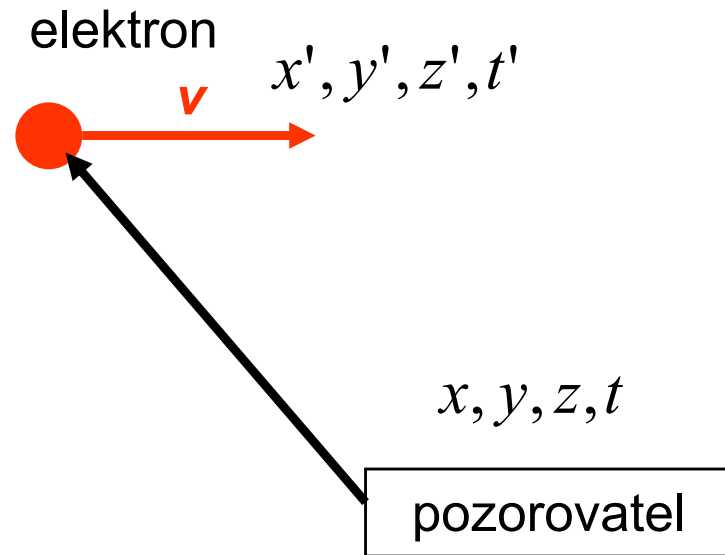
ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Kolimace vyzářené vlny

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



Lorentzova transformace

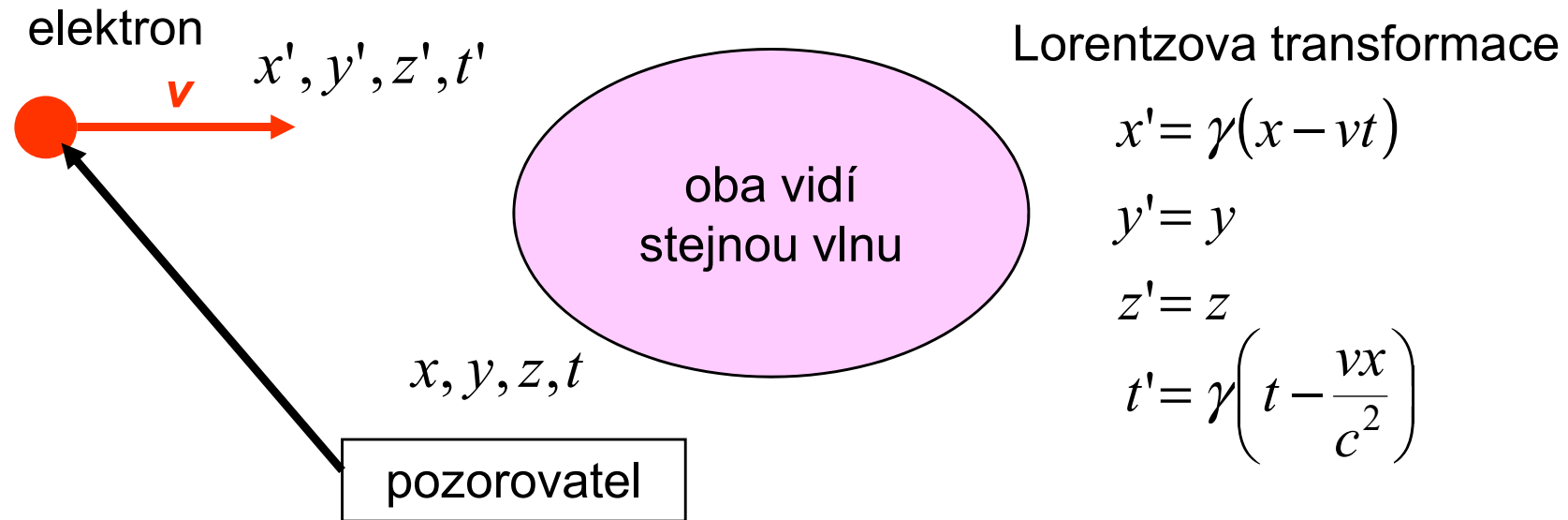
$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron x', y', z', t'



x, y, z, t

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$\mathbf{kr} - \omega t = \frac{\omega}{c}(\mathbf{nr} - ct), \quad \omega = ck$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron x', y', z', t'



x, y, z, t

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$\mathbf{kr} - \omega t = \frac{\omega}{c}(\mathbf{nr} - ct), \quad \omega = ck$$

$$\omega(n_x x + n_y y + n_z z - ct) = \omega'(n'_x x' + n'_y y' + n'_z z' - ct')$$

$$\omega n_x = \omega' \gamma(n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma(1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\begin{aligned}\omega n_x &= \omega' \gamma (n'_x + \beta) & \omega n_y &= \omega' n'_y \\ \omega &= \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) & \omega n_z &= \omega' n'_z\end{aligned}$$

oddělíme

n od **ω**

$$\begin{aligned}n_x &= \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} & n_y &= \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)} \\ \omega &= \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) & n_z &= \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}\end{aligned}$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega n_x = \omega' \gamma (n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

oddělíme

n od ω

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} \quad n_y = \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad n_z = \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

DOPPLERŮV
JEV

KOLIMACE V
POMĚRU γ^{-1}

vlastní frekvence záření je ovšem
Larmorova frekvence oběhu
elektronů ... radiofrekvence

$$\omega' \approx c/R$$

ta se Dopplerem posune do
zhruba viditelné oblasti

$$\omega \approx \gamma \cdot c/R$$

Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega n_x = \omega' \gamma (n'_x + \beta) \quad \omega n_y = \omega' n'_y$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad \omega n_z = \omega' n'_z$$

oddělíme
n od ω

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} \quad n_y = \frac{n'_y}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

$$\omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x) \quad n_z = \frac{n'_z}{\gamma(1 + \beta n'_x)}$$

DOPPLERŮV
JEV

KOLIMACE V
POMĚRU γ^{-1}

Je to přesně učebnicové odvození aberace a relativistického výrazu pro Dopplerův efekt

Fotonová interpretace: vynásobením c máme relativistické skládání rychlostí

vlastní frekvence záření je ovšem Larmorova frekvence oběhu elektronů ... radiofrekvence

$$\omega' \approx c/R$$

ta se Dopplerem posune do zhruba viditelné oblasti

$$\omega \approx \gamma \cdot c/R$$

Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ
OBRÁZEK ZE
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu
elektron na kruhové
dráze září jako
superposice dvou
vzájemně kolmých
dipólů, tedy

kosinový zářič s
okamžitým dipólem
kolmým na tečnu ke
kruhové dráze

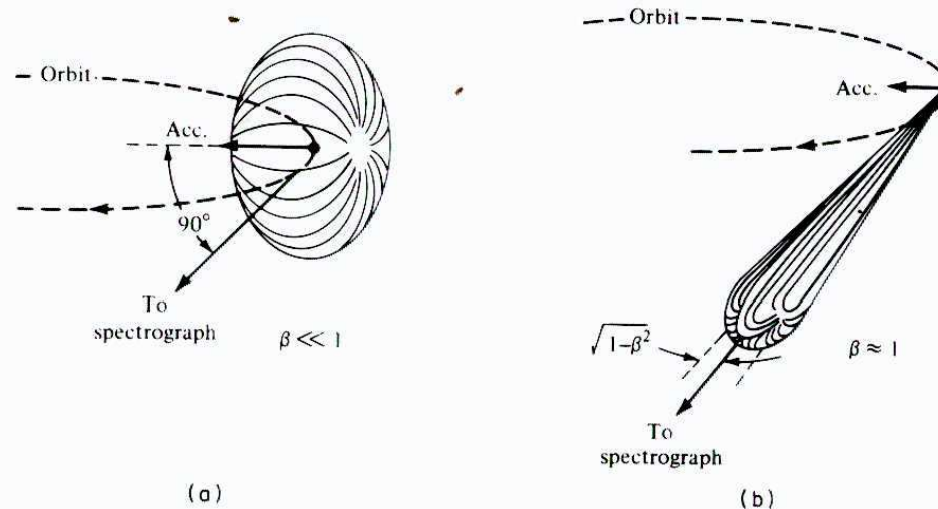


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tombouljian and Hartman⁵)

při rychlém pohybu
elektron na kruhové
dráze sám sebe
vnímá jako
superposici dvou
vzájemně kolmých
dipólů,

pozorovatel však
vnímá vlny po
Lorentzově
transformaci, tedy
silně kolimované
vpřed

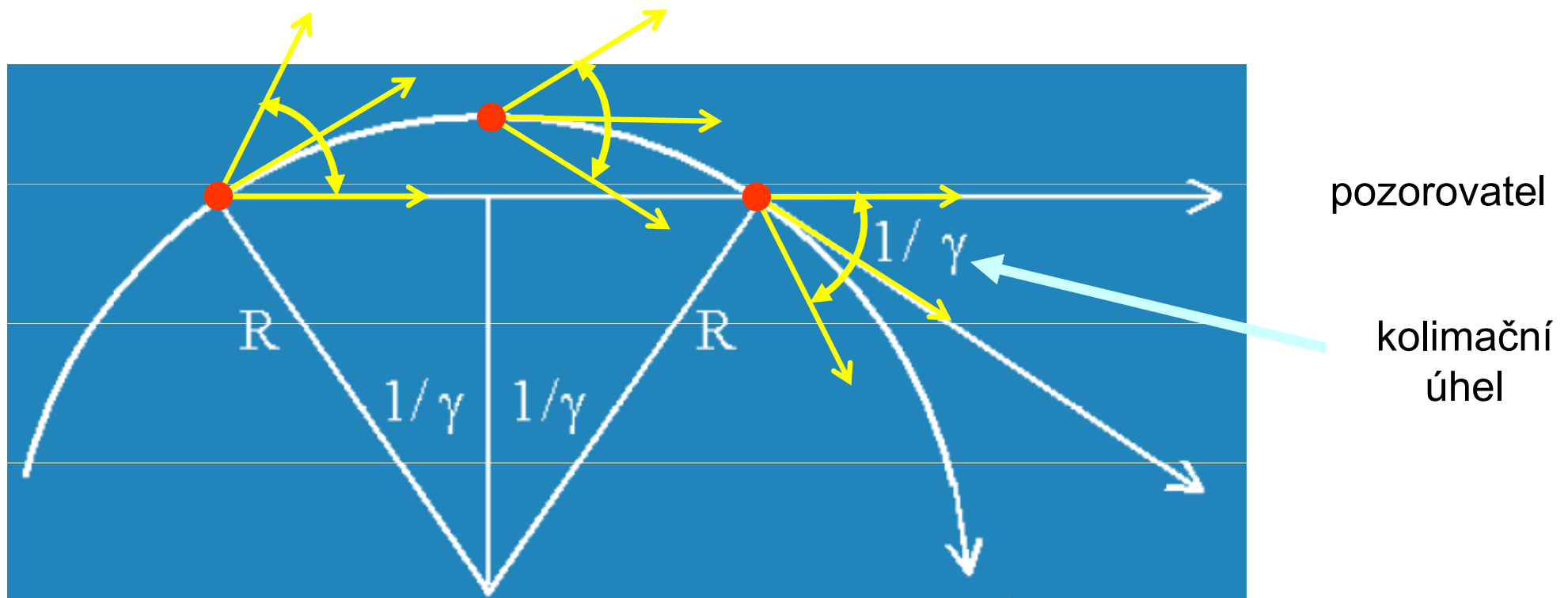
$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta n'_x} > 0$$

pro $1 > n'_x > -\beta \square -\left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right)$

" vidíme elektron i
zezadu"

Spektrální a celková intenzita SR

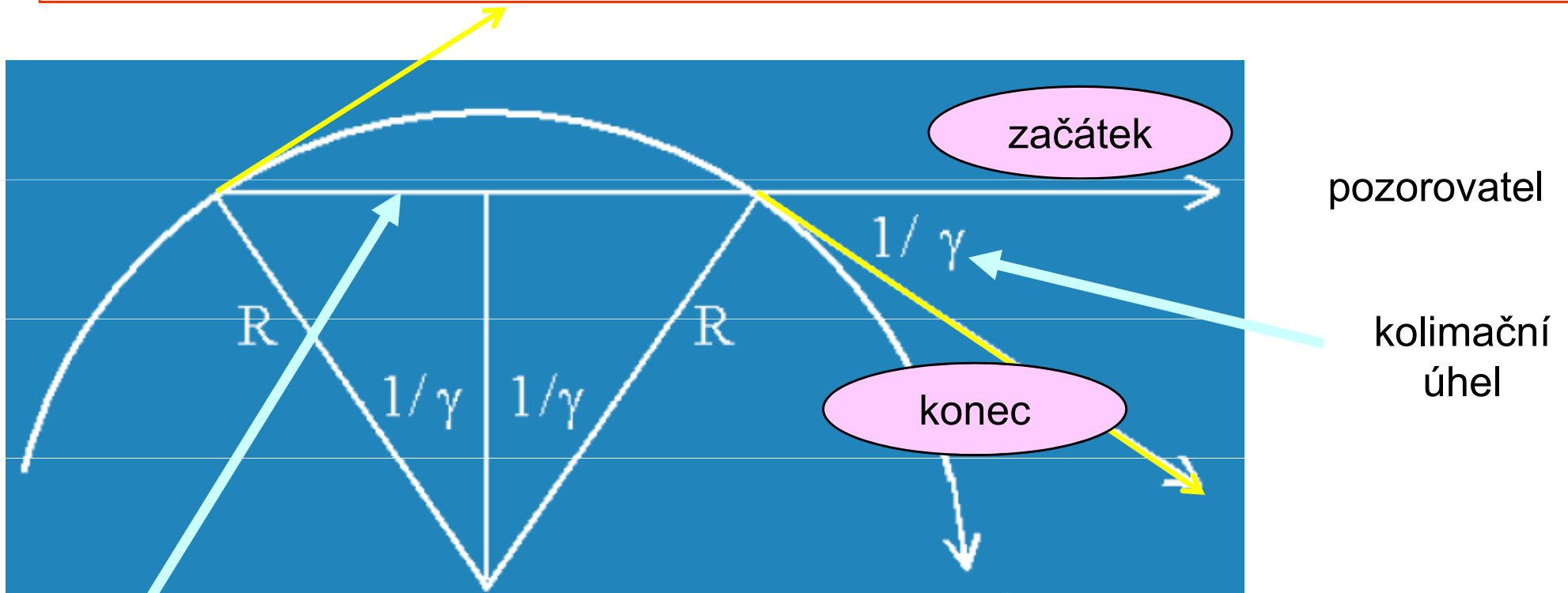
Pozorování záblesku SZ od prolétajícího elektronu



geometricky je pozorovatel v kolimačním kuželi po dobu přejezdu elektronu obloukem
světlo ze vzdálených částí se však opoždí o dobu letu
trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů těživou

Doba záblesku a spektrální obor SZ

trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů těživou



dráha fotonů

elektron

$$\Delta t = \frac{2R}{c} \left\{ \frac{1}{\beta\gamma} - \sin \frac{1}{\gamma} \right\} \approx \frac{2R}{c} \left\{ \frac{1}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right) - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{6\gamma^3} \right\}$$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

Spektrální obor SZ -- pokračování

použijeme
"relací neurčitosti"
čas × frekvence $\sim 2\pi$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

$$\omega_S = \dots \omega_L \times \gamma^3$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} \approx \frac{c}{R}$$

dobrý odhad charakteristické
frekvence

... DOSTANEME SE DO VELMI VYSOKÝCH
FREKVENCÍ, ZPRAVIDLA V RTG OBLASTI

Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \text{const} \times F(\omega/\omega_C) \quad \text{univerzální funkce}$$

kritická frekvence $\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3$

Přesný výpočet spektrální intenzity

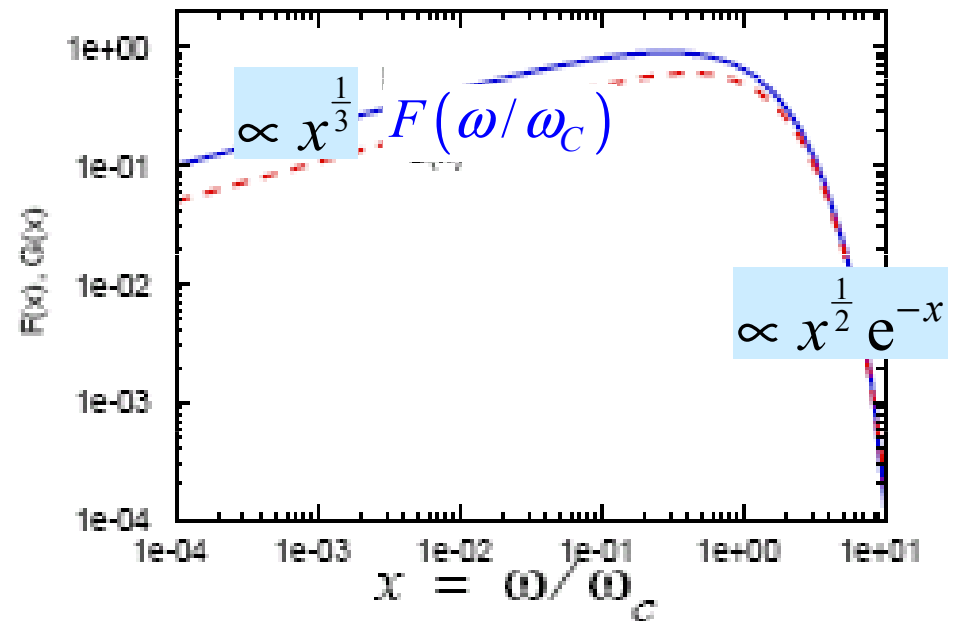
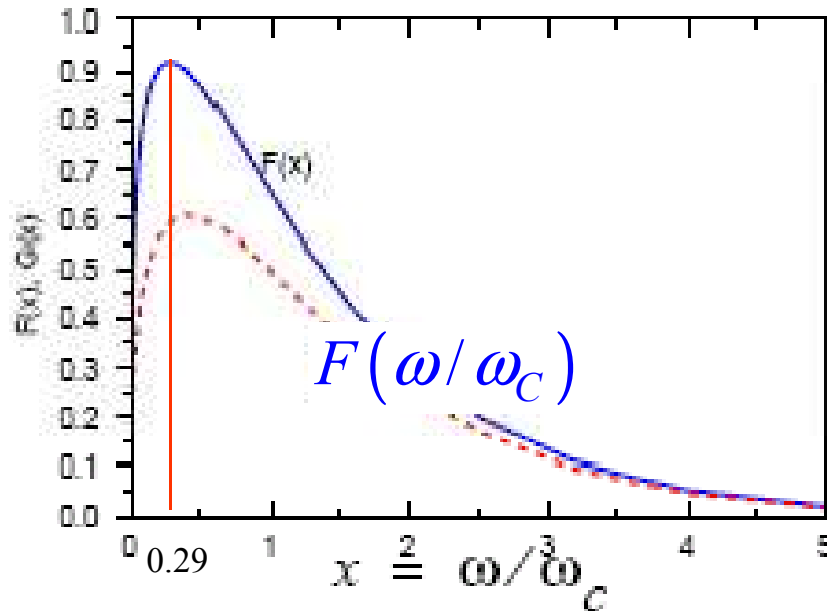
$$\frac{dW}{d\omega} = \text{const} \times F(\omega / \omega_C) \quad \text{univerzální funkce}$$

kritická frekvence $\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3 = \frac{3}{2} \omega_S \quad \dots \text{O.K.}$

Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \text{const} \times F(\omega/\omega_C) \quad \text{univerzální funkce}$$

kritická frekvence $\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3$



Zářivý výkon elektronu

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c} \frac{e^4}{m_0^2} B^2 \gamma^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} &= \frac{1}{3\epsilon_0 c} \frac{e^3}{m_0} B \gamma^3 = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c} \omega_L \gamma^4 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_L \gamma^4 = \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_S \gamma \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
$\hbar \omega_S$	$\frac{4\pi}{3} \alpha \gamma \cdot \hbar \omega_S$	$m_0 c^2 \gamma$

Zářivý výkon elektronu

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c} \frac{e^4}{m_0^2} B^2 \gamma^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} &= \frac{1}{3\epsilon_0 c} \frac{e^3}{m_0} B \gamma^3 = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c} \omega_L \gamma^4 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_L \gamma^4 = \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_S \gamma \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
-------------	----------------------	-------------------

$\hbar \omega_S$	$\frac{4\pi}{3} \alpha \gamma \cdot \hbar \omega_S$	$m_0 c^2 \gamma$
------------------	---	------------------

... tak bychom si to přáli

Počet vyzářených fotonů

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c} \frac{e^4}{m_0^2} B^2 \gamma^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} &= \frac{1}{3\epsilon_0 c} \frac{e^3}{m_0} B \gamma^3 = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c} \omega_L \gamma^4 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_L \gamma^4 = \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_S \gamma \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
-------------	----------------------	-------------------

$\hbar \omega_S$	$\frac{4\pi}{3} \alpha \gamma \cdot \hbar \omega_S$	$m_0 c^2 \gamma$
------------------	---	------------------

počet fotonů
elektron · oběh
= $0.031 \times \gamma$

Počet vyzářených fotonů

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c} \frac{e^4}{m_0^2} B^2 \gamma^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} &= \frac{1}{3\epsilon_0 c} \frac{e^3}{m_0} B \gamma^3 = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c} \omega_L \gamma^4 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_L \gamma^4 = \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_S \gamma \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
-------------	----------------------	-------------------

$\hbar \omega_S$	$\frac{4\pi}{3} \alpha \gamma \cdot \hbar \omega_S$	$m_0 c^2 \gamma$
------------------	---	------------------

$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron} \cdot \text{oběh}} = 0.03$$

$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron} \cdot \text{oběh}} = 0.067 \times \gamma$$

$$\langle \hbar \omega \rangle = \frac{4\sqrt{3}}{15} \hbar \omega_S = 0.46 \times \hbar \omega_S$$

Počet vyzářených fotonů

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 c} \frac{e^4}{m_0^2} B^2 \gamma^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} &= \frac{1}{3\epsilon_0 c} \frac{e^3}{m_0} B \gamma^3 = \frac{e^2}{3\epsilon_0 c} \omega_L \gamma^4 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_L \gamma^4 = \frac{4\pi}{3} \alpha \cdot \hbar \omega_S \gamma \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
-------------	----------------------	-------------------

$\hbar \omega_S$	$\frac{4\pi}{3} \alpha \gamma \cdot \hbar \omega_S$	$m_0 c^2 \gamma$
------------------	---	------------------

$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron} \cdot \text{oběh}}$$

$$= 0.03$$

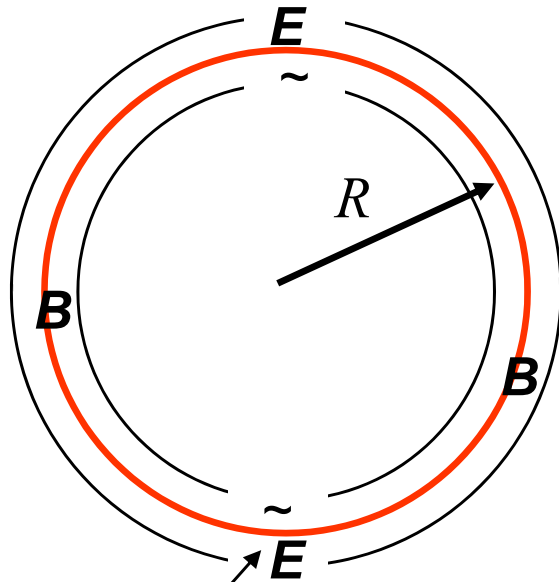
$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron} \cdot \text{oběh}} = 0.067 \times \gamma$$

pro $\gamma = 10000$ (5 GeV!!) jen \square 700 fotonů.

Fotonová statistika (tj. kvantový pohled) nezbytné

Pulsní struktura SR

Vkládání energie



synchronisované
střídavé
urychlovací
napětí

kompensuje
vyzařovací
ztráty

výkon elektrického pole

$$W = e\mathbf{E}\mathbf{v}$$

pohybová rovnice

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

počítáme

$$W = \mathbf{v} \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m_0 c^2 \left[\beta^2 \frac{d}{dt} \gamma + \gamma \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \beta^2 \right) \right]$$

$$W = m_0 c^2 \cdot \frac{d}{dt} \gamma = \frac{d}{dt} E$$

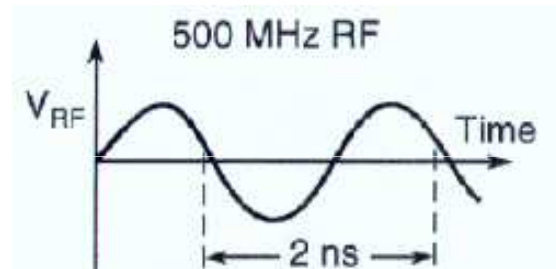
jak elektron těžkne, jde to stále pomaleji

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{d}{dt} \gamma + \frac{1}{2} \gamma \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)$$

Pulsní struktura SR

Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

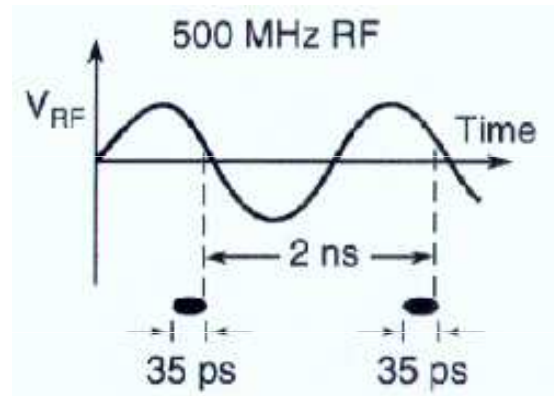
Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede k ustálenému pohybu elektronů



Pulsní struktura SR

Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

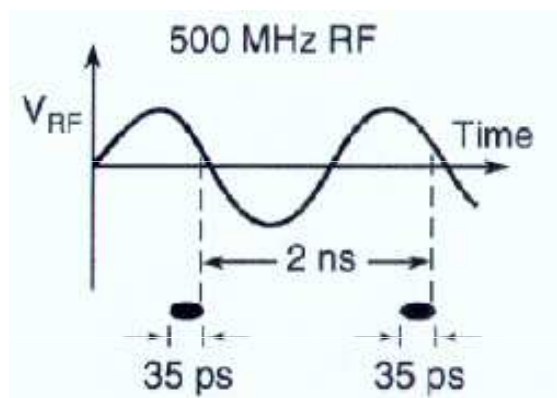
Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede ustálenému pohybu elektronů



Pulsní struktura SR

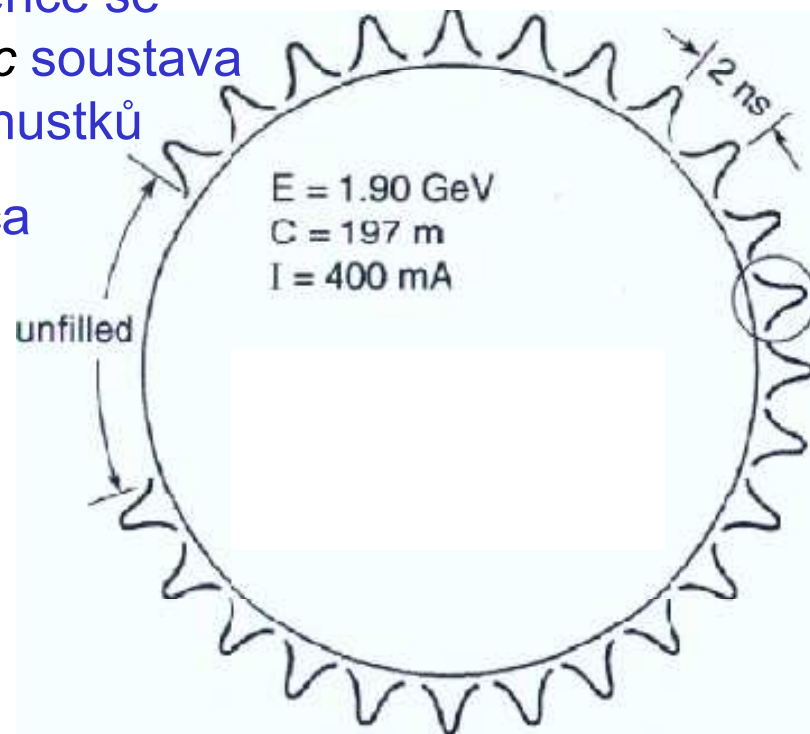
Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede ustálenému pohybu elektronů



Po obvodu prstence se otáčí rychlostí βc soustava elektronových zhustků

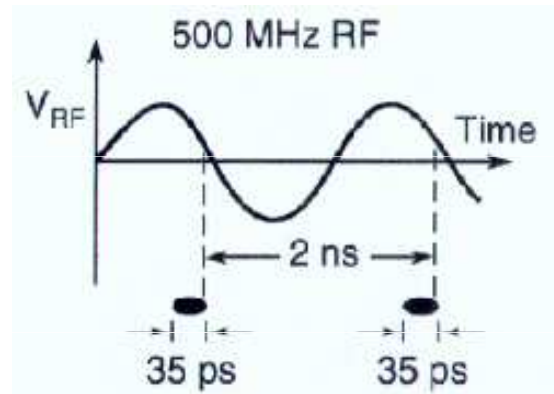
Jsou od sebe cca 60 cm daleko a jejich rozsah je okolo 1 cm



Pulsní struktura SR

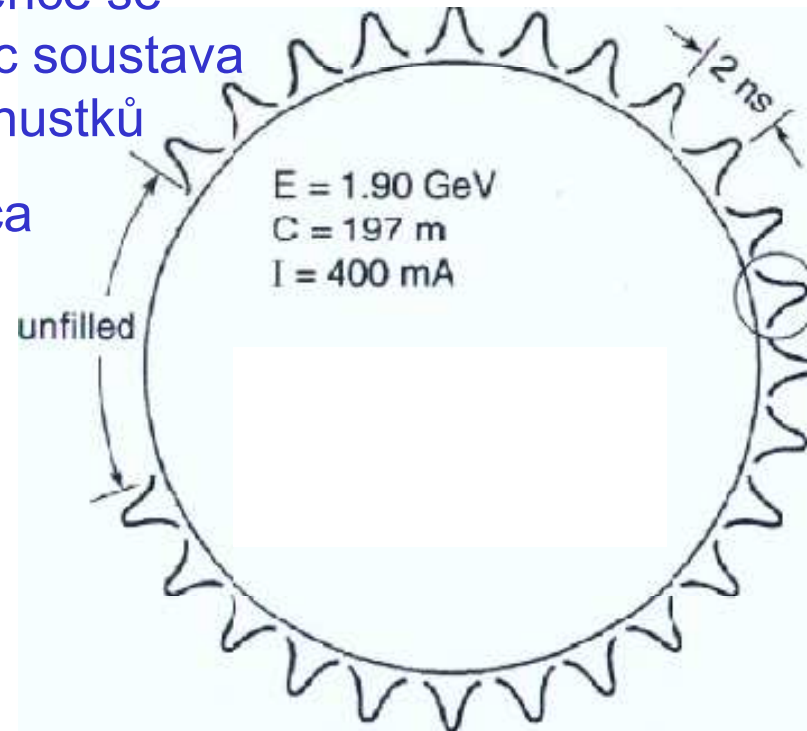
Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede ustálenému pohybu elektronů

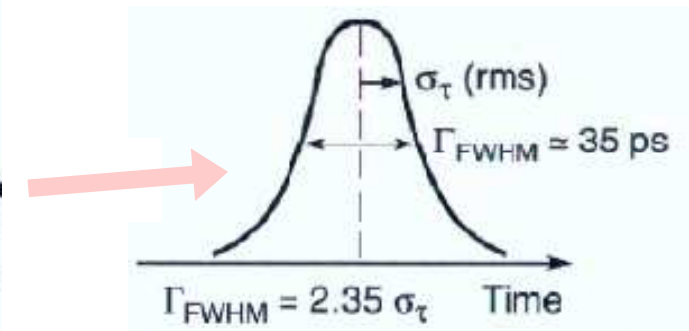


Po obvodu prstence se otáčí rychlostí βc soustava elektronových zhustků

Jsou od sebe cca 60 cm daleko a jejich rozsah je okolo 1 cm



Jeden Gaussův puls

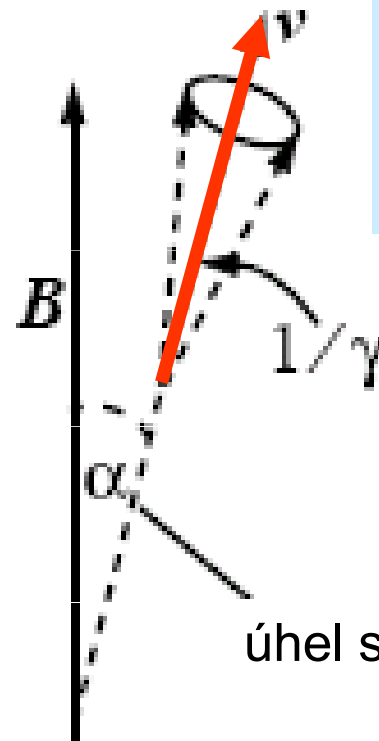
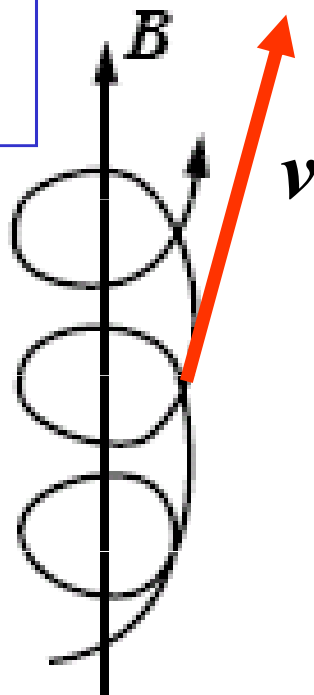


Zpět k synchrotronu v Kosmu i na Zemi

Jak tedy SR v mlhovinách
a
v současných zdrojích SR na Zemi
vzniká

Kosmický synchrotron

elektrony se pohybují po spirálách



$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha$$

vzorce je nutno trochu upravit

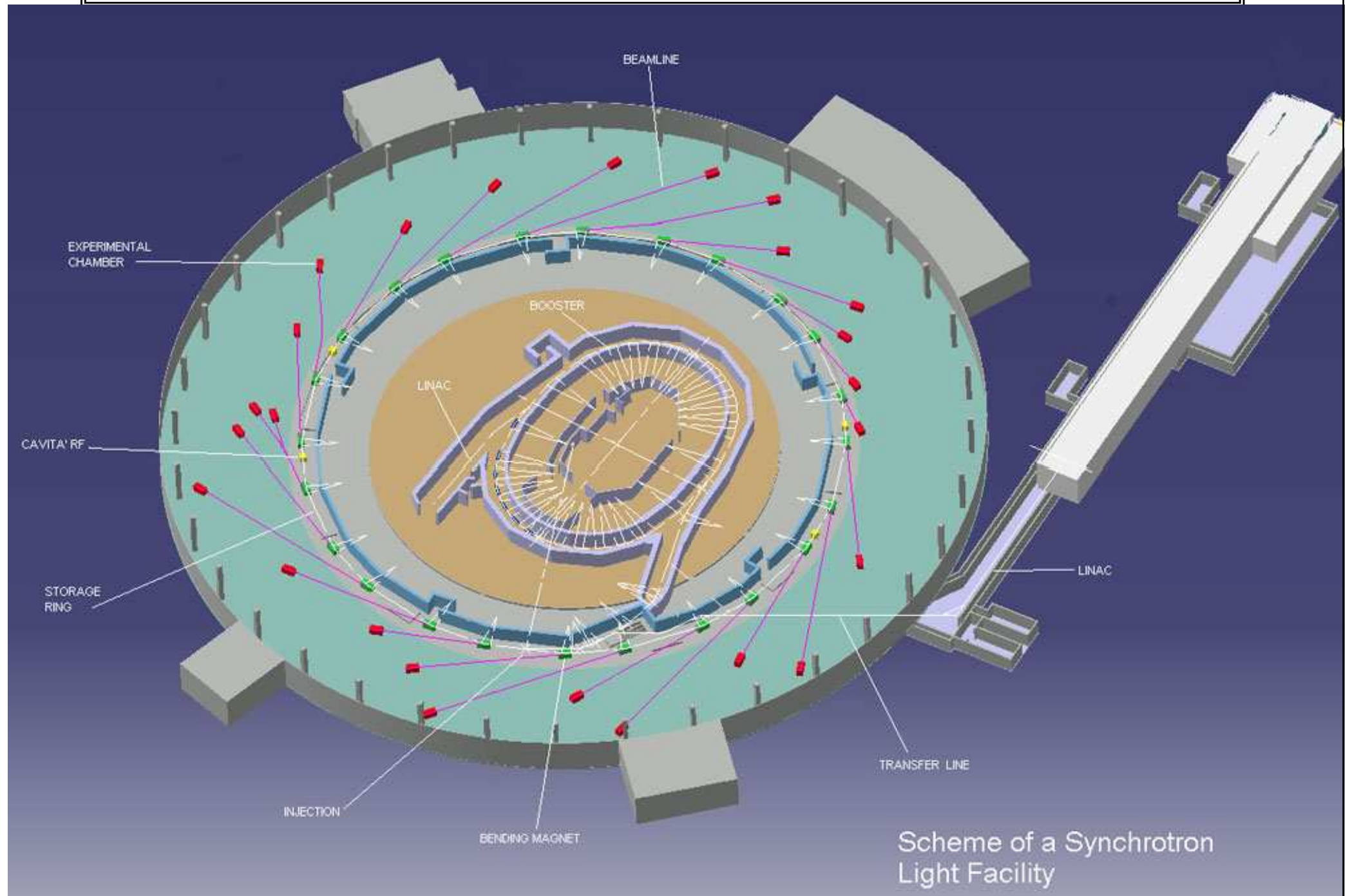
PŘÍKLAD:

$$\omega_c = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 \sin \alpha = \frac{3}{2} \frac{eB}{m} \gamma^3 \sin \alpha$$

ω_L nemění se

Storage Ring (akumulační prsteneček)

Elettra Trieste



Scheme of a Synchrotron Light Facility

Vzorce a odhady

$$\gamma = \frac{eB}{m_0 c} R \cdot \beta^{-1} \approx \frac{eB}{m_0 c} R \cdot (1 + 2\gamma^{-2}) \quad \omega_L = \frac{eB}{m_0} \gamma^{-1} = \frac{v}{R} \approx \frac{c}{R}$$

$$\omega_C = \frac{3}{2} \frac{eB}{m_0} \gamma^2 = \frac{3}{2} \omega_L \gamma^3$$

$$E = 0.3BR \quad \text{GeV T m}$$

$$\omega_L = 0.3R^{-1}$$

$$\text{GHz m}$$

$$\gamma = 2000E \quad \text{1 GeV}$$

$$\omega_C = 0.45R^{-1}\gamma^3$$

$$\text{GHz m}$$

$$\hbar\omega_C = 0.30 \times 10^{-6} R^{-1} \gamma^3$$

$$\text{eV m}$$

$$\lambda_C = \frac{4\pi}{3} R \gamma^{-3}$$

$$\text{m m}$$

v Kosmu

$$E = 5 \text{ GeV}, B = 1 \text{ nT} \Rightarrow R = 1.5 \times 10^{10} \text{ m}$$

$$\omega_L = 0.02 \text{ Hz} \quad \omega_C = 30 \text{ GHz}$$

pozemský synchrotron

$$E = 5 \text{ GeV}, B = 1 \text{ T} \Rightarrow R = 1.5 \times 10^1 \text{ m}$$

$$\omega_L = 2 \text{ MHz} \quad \hbar\omega_C = 1.30 \text{ keV}$$

Spektrální charakteristiky synchrotronů

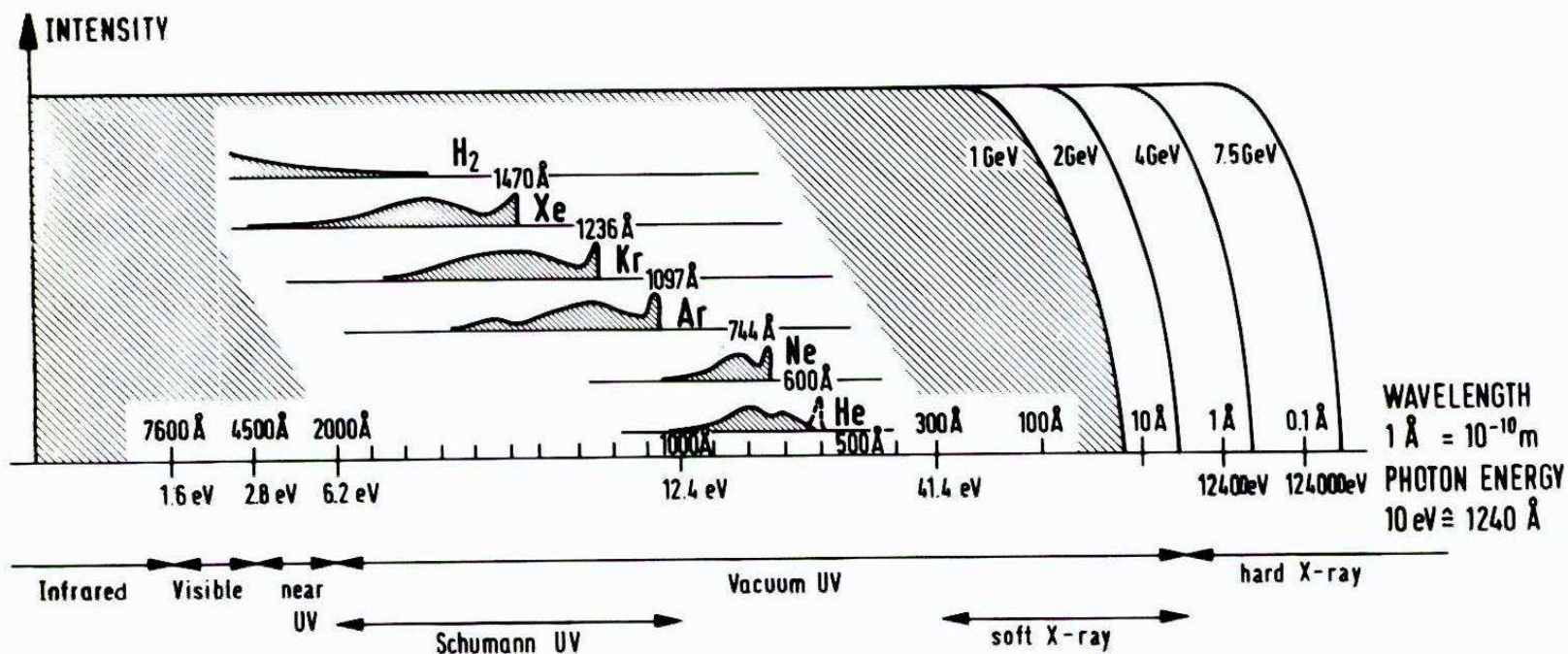


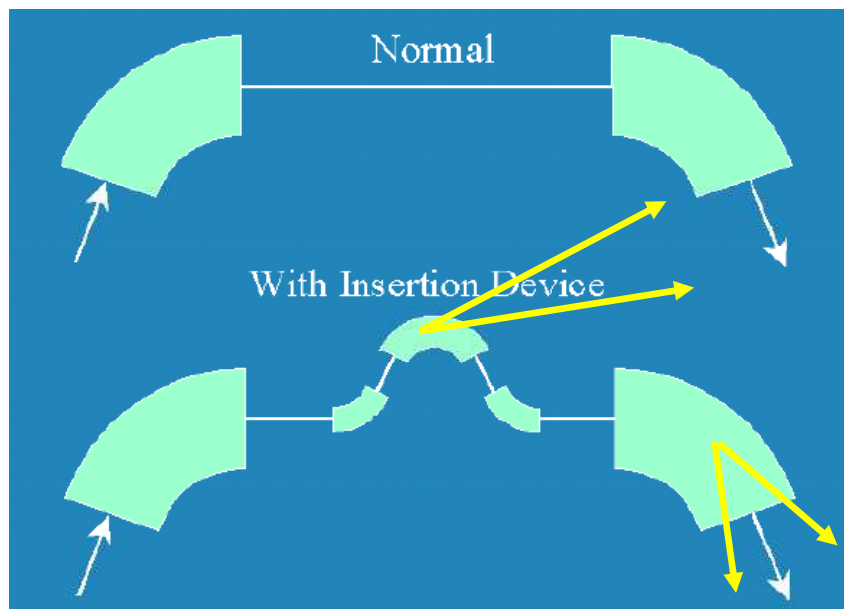
Figure 17.6 Schematic comparison of spectral distribution of synchrotron radiation from a synchrotron at different acceleration energies with the continua emitted by several discharge lamps (after Tanaka, Jursa, and LeBlank³⁶). The intensities are roughly on scale. (From Koch³⁸)

Wigglerly a undulátory

to wiggle *třepat se*

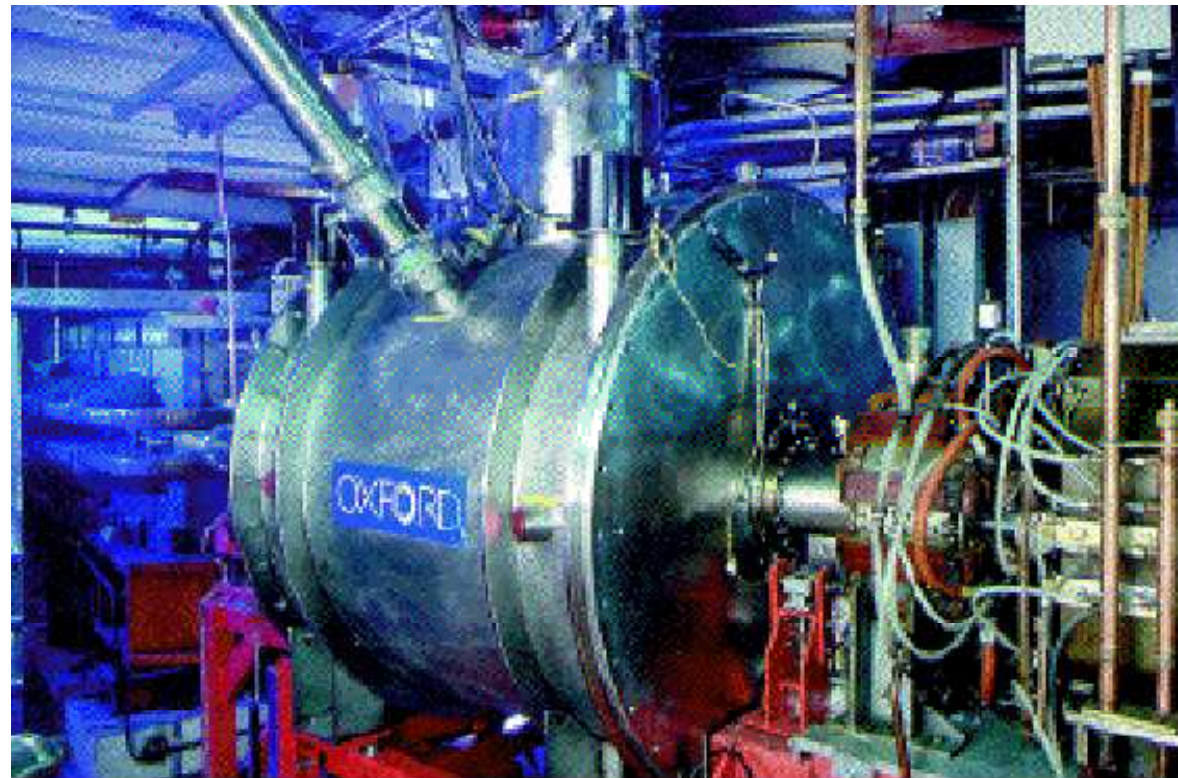
Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“



Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

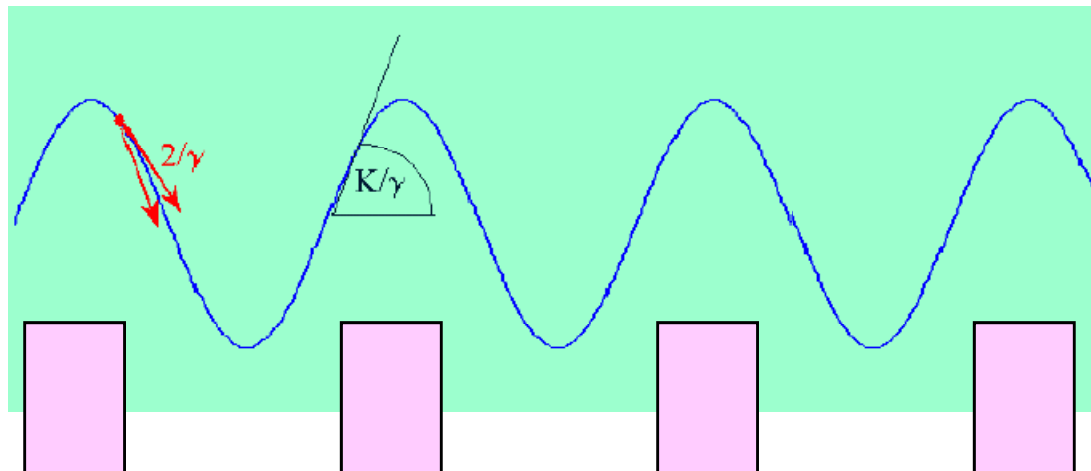
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“



supravodivý magnet 6 T

Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

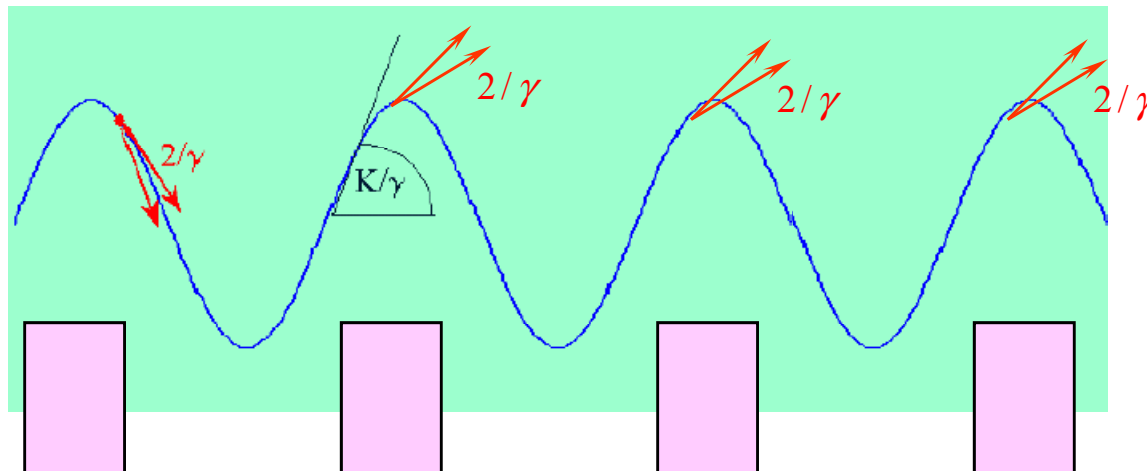
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler



Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler (silné pole)

kolimační kužele se nepřekrývají, sčítají se intensity



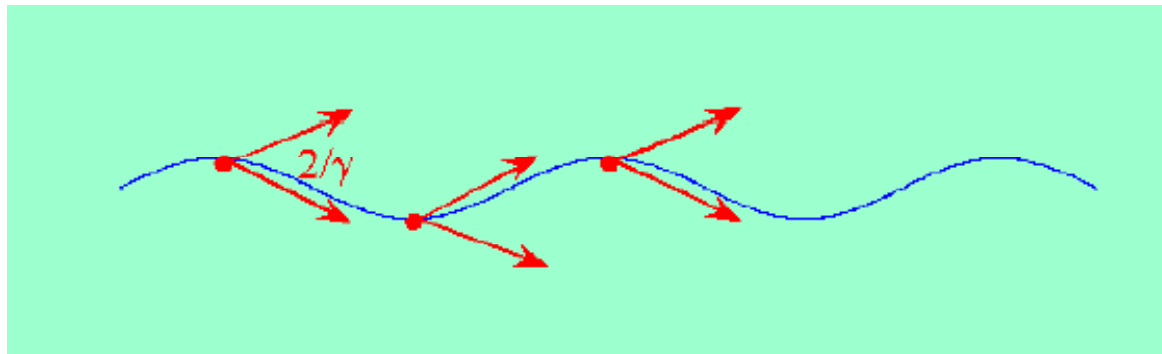
Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler (silné pole)

kolimační kužele se nepřekrývají, sčítají se intensity

- Více magnetů za sebou: undulátor (slabé pole)

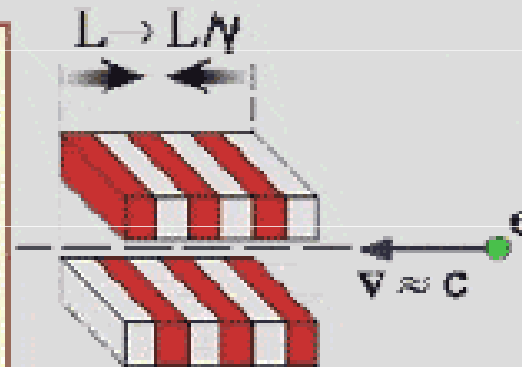
kolimační kužele se překrývají, sčítají se amplitudy, INTERFERENCE!



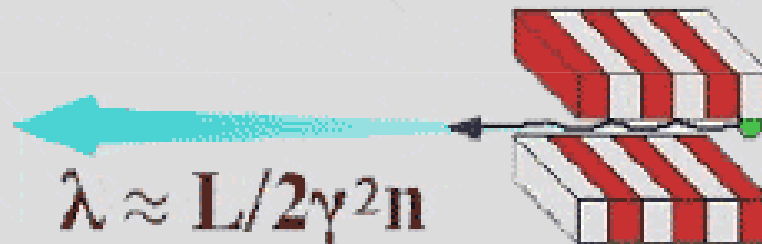
Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

**Synchrotron light emission:
Einstein's relativity transforms the large period of an undulator into the microscopic wavelength of x-rays**

An electron travels towards an undulator at a speed, v , close to the speed of light: because of relativity, it "sees" the length L and the period L/n (n = number of periods) of the undulator shrinking by a factor $\approx \gamma$



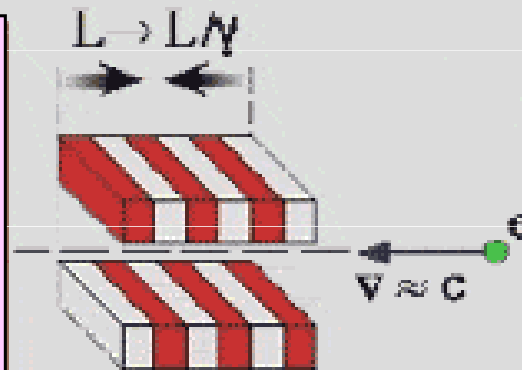
The undulator forces the electron to wiggle and to emit synchrotron light of wavelength equal to its (shrunk) period, $\approx L/n\gamma$. Because of the electron motion (Doppler effect), when seen from the laboratory point of view this wavelength further shrinks by a factor $\approx 2\gamma$.



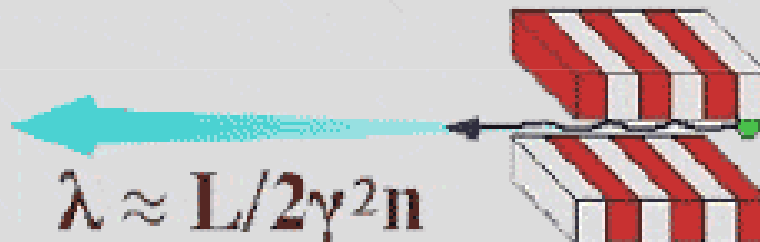
Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

Makroskopická perioda wiggleru či undulátoru se relativisticky zkracuje na mikroskopickou vlnovou délku rentgenových paprsků

relativistický elektron vidí periodu zařízení zkrácenou v poměru 1: γ na $L/n \gamma$



Elektron kmitá v undulátoru a vyzařuje fotony s vlnovou délkou $L/n \gamma$. Pozorovatel ji vidí dopplerovsky dále zkrácenou v poměru 1: 2γ



Budoucnost zdrojů SZ

Toto jsou zdroje SZ třetí generace.

Na obzoru je prý už čtvrtá.

O té snad někdy příště ...

Velikášské stroje se tak trochu omrzely.

Nový koncept:

synchrotron na stole

Nevýhody velkých synchrotronových instalací

- ⌘ Konstrukční a stavební složitost a rozsáhlost ... cena
- ⌘ Nákladný a složitý provoz: vakuum, magnetické pole, ...
- ⌘ Elektrony s energií řádu GeV ... příliš mnoho záření v celém spektrálním rozsahu ... problémy s odvodem přebytečné energie, plýtvání energií
- ⌘ Složitá organizace využívání
- ⌘ Nadřazená byrokratická struktura – mezinárodní konsorcium, ...
- ⌘ Nutnost dojíždět – z Prahy do Grenoblu například: cesta, hotel, ...
- ⌘ Nepružnost: žádost o přidělení času dlouho dopředu, nemožnost jeho rozšíření na místě, převoz vzorků ve vakuu/ v kryostatu, ...
- ⌘ Odloučenost od výuky

Nové koncepce pro SZ

Jak uchovat kritickou frekvenci, ale ostatní zmenšit

Vodítka – vývoj velkých zdrojů SZ kruhový prstenec → mnoho bendů (zaoblených rohů) → wigglery a undulátory

HEURISTIKA $\omega_c \propto \frac{\gamma^3}{R}$ ⇒ kdybychom pořádně zmenšili R , mohlo by i γ být menší

Jak uchovat kritickou frekvenci, ale ostatní zmenšit

Vodítko – vývoj velkých zdrojů SZ kruhový prstenec → mnoho bendů (zaoblených rohů) → wigglery a undulátory

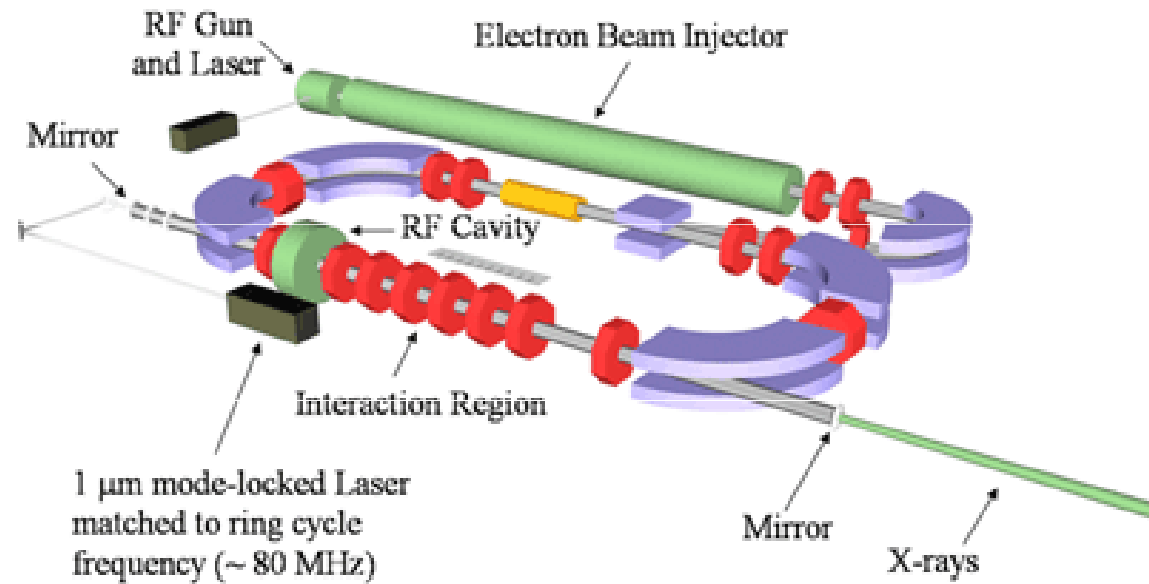
HEURISTIKA $\omega_c \propto \frac{\gamma^3}{R}$ ⇒ kdybychom pořádně zmenšili R , mohlo by i γ být menší

DVĚ CESTY
již komercializované

rozptyl elektronového svazku na	atomech	laserovém svazku
guru	Hironari Yamada	Ronald Ruth
komerční označení	MIRRORCLE	LYNCEAN CLS
země	Japonsko	USA

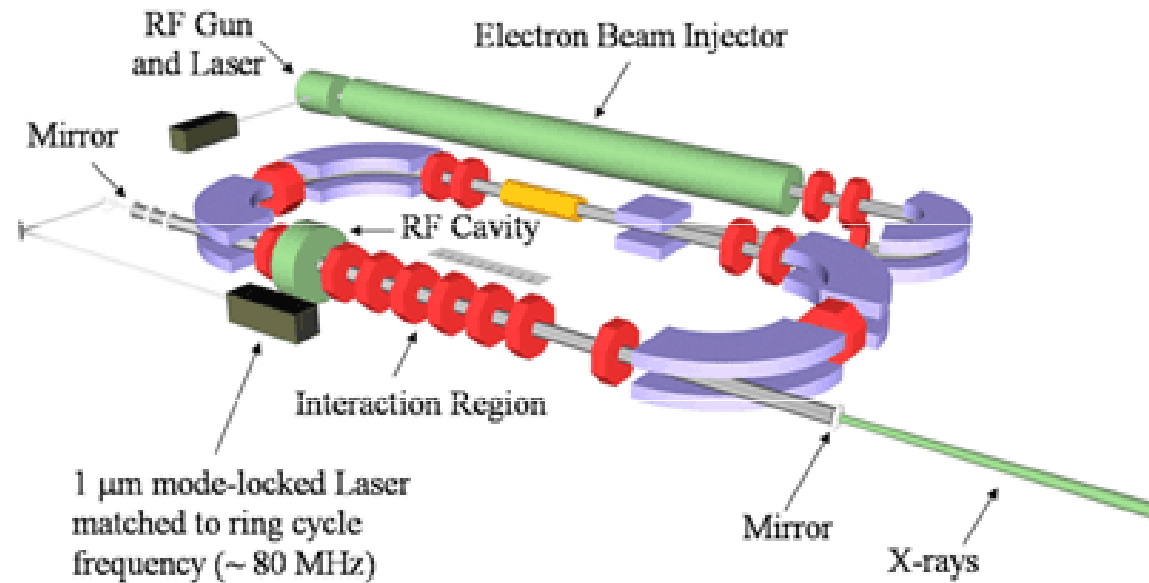
Rozptyl na laserovém svazku

Compact Light Source



Rozptyl na laserovém svazku

Compact Light Source



- vzpomínka na rozptyl atomů a molekul na světelné mřížce
- světlo tvoří "wiggler" s periodou $1 \mu\text{m}$
- pro vznik rtg paprsků stačí $E = 30 \text{ MeV}$

Rozptyl na laserovém svazku

Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar\omega' = \gamma(1 + \beta)\hbar\omega_0 \quad \text{přímý dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar\omega = \gamma^2(1 + \beta)^2 \hbar\omega_0 \quad \text{rozptyl vzad}$$

Rozptyl na laserovém svazku

Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar\omega' = \gamma(1 + \beta)\hbar\omega_0 \quad \text{přímý dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar\omega = \gamma^2(1 + \beta)^2 \hbar\omega_0 \quad \text{rozptyl vzad}$$

Alternativní pohled (vlastně QED)

INVERSNÍ COMPTONŮV ROZPTYL

Rozptyl na laserovém svazku

Vzpomínka na wiggler

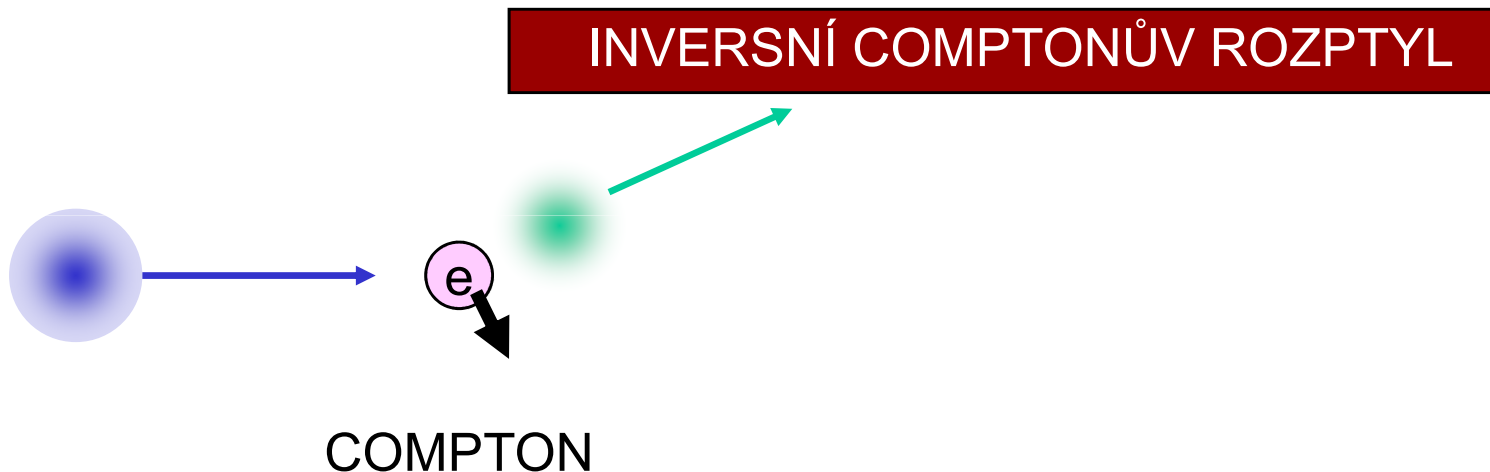
- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar\omega' = \gamma(1 + \beta)\hbar\omega_0 \quad \text{přímý dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar\omega = \gamma^2(1 + \beta)^2 \hbar\omega_0 \quad \text{rozptyl vzad}$$

Alternativní pohled (vlastně QED)



Rozptyl na laserové svazku

Vzpomínka na wiggler

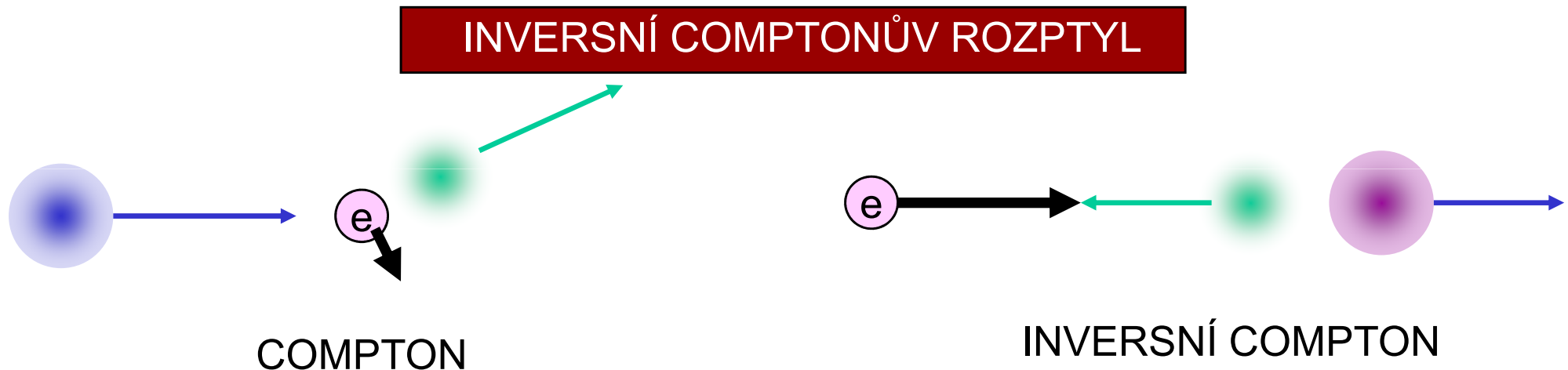
- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar\omega' = \gamma(1 + \beta)\hbar\omega_0 \quad \text{přímý dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

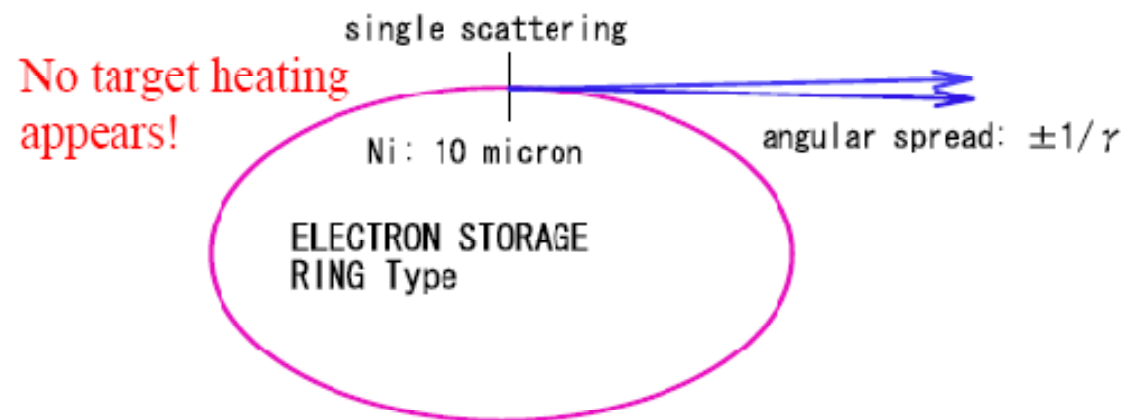
$$\hbar\omega = \gamma^2(1 + \beta)^2 \hbar\omega_0 \quad \text{rozptyl vzad}$$

Alternativní pohled (vlastně QED)



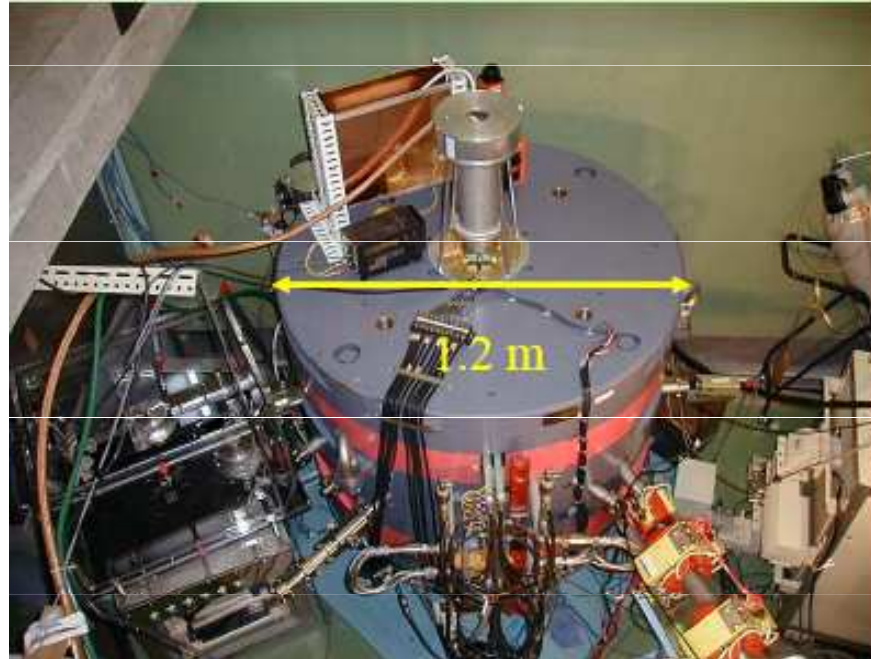
Rozptyl na atomovém terčičku

Nakreslil sám Yamada

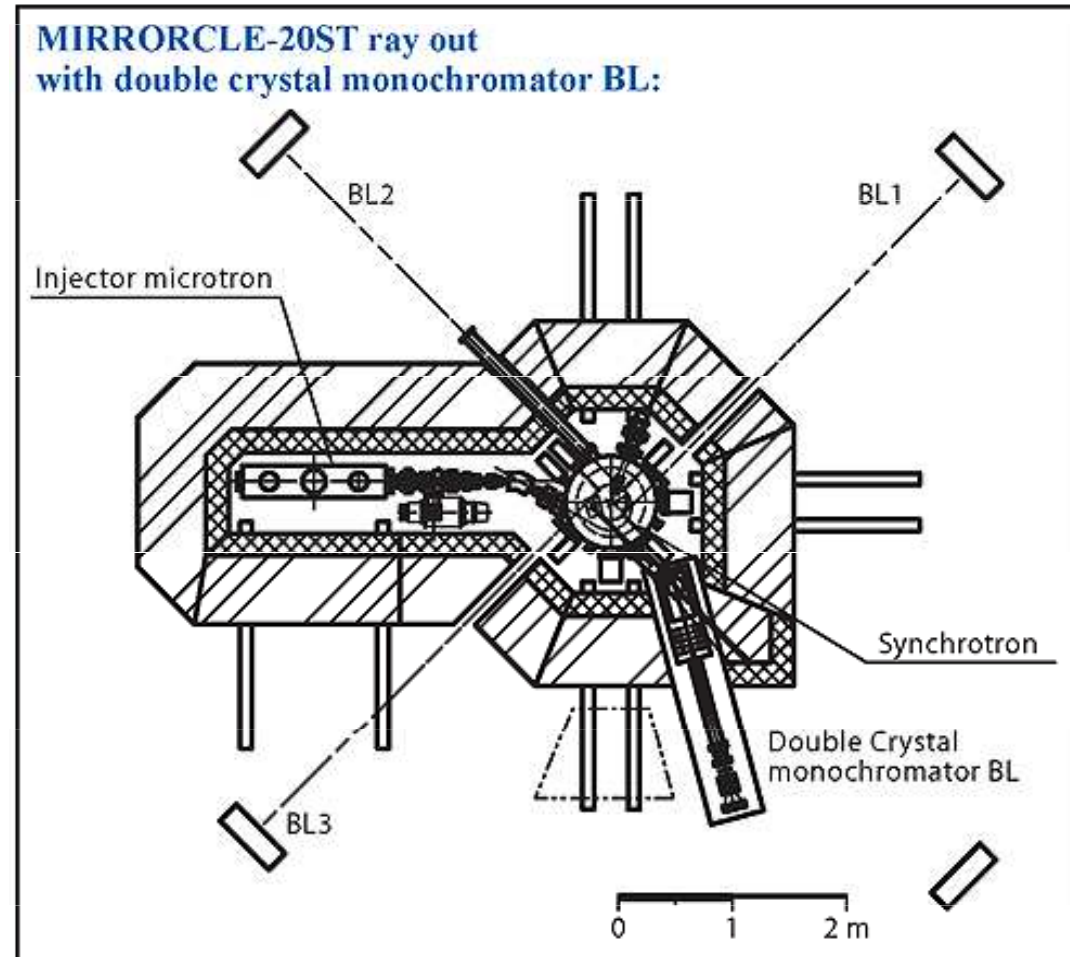


- Není to brzdné záření, ale elastická deflexe doprovázená zářením
- Filosofická otázka: je to synchrotron?
- Terčiček je tak malý, že dojde jen k jednomu rozptylu, elektron se zotaví a vrátí do svazku. Na jednu injekci mnoho oběhů
- Energie elektronů 20 MeV, podobné jako u Comptona, relativistická kolimace je horší, ale nastává

Mirrorcle 20 ve skutečnosti



Budoucnost SZ pro nás zde v Praze

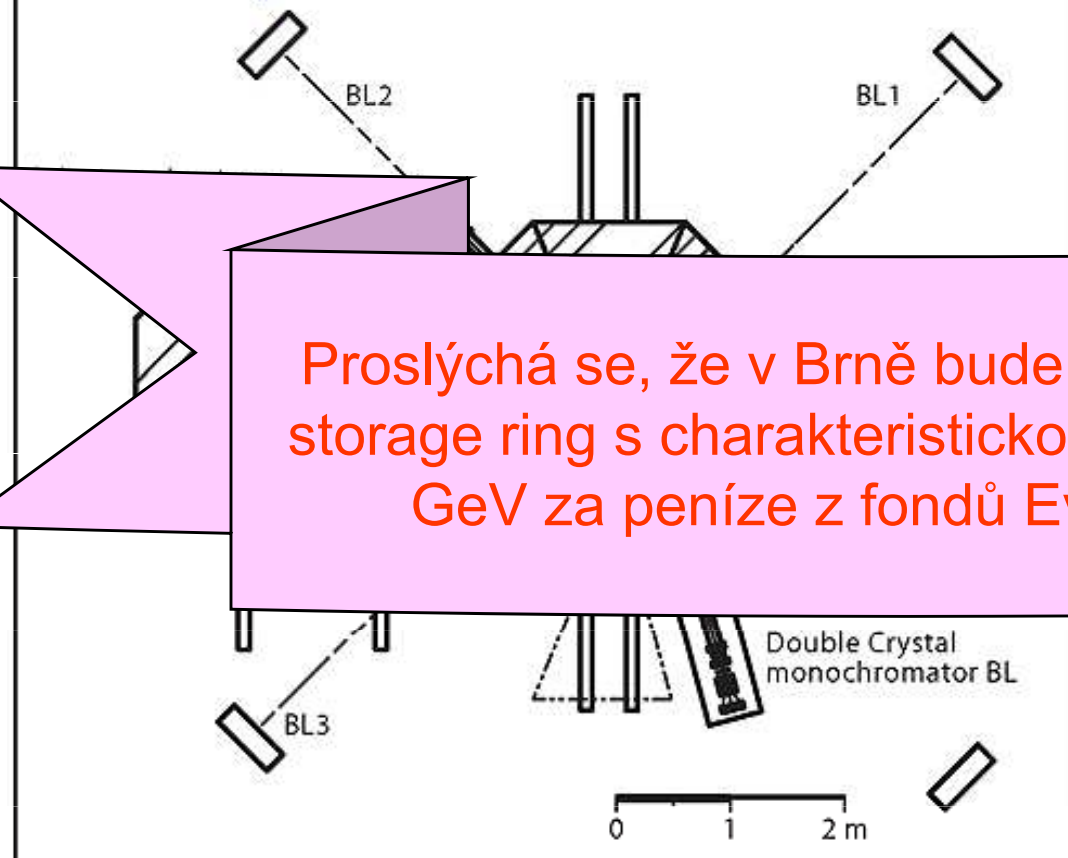


Zařazeno do plánu MTZ na
MFF v Praze

Obr. 1 půdorys synchrotronu

Budoucnost SZ pro nás zde v Praze *a v Brně*

MIRRORCLE-20ST ray out
with double crystal monochromator BL:



Zařazeno do plánu MTZ na
MFF v Praze

Proslýchá se, že v Brně bude vybudován velký storage ring s charakteristickou energií několika GeV za peníze z fondů Evropské Unie

Obr. 1 půdorys synchrotronu

The end