

Autonomní systémy

Interaktivní testy

Robert Mařík

3. dubna 2009

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastího testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný **AcroT_EXeDucation bundle**, zdrojový soubor pro T_EX a přečíst si návod na **domovské stránce**.

Kvíz.

- V testu máte najít stacionární body autonomního systému. Poté pro jeden vybraný stacionární bod určíte Jakobiho matici, charakteristická čísla, typ a rozhodnete o stabilitě.
- Jako proměnnou v charakteristickém polynomu použijte proměnnou z !
- Charakteristická čísla vepište přesně nebo alespoň na tři desetinná místa. Komplexní jednotku pište jako i .



1. Studujeme autonomní systém

$$\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = x + y^2 - 2 \end{cases}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x}(x + y - 2) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x + y - 2) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x + y^2 - 2) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x + y^2 - 2) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[1, 1]$!

(c) Jakobiho matice: $J([1, 1]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní





2. Studujeme autonomní systém

$$\begin{aligned}x' &= x^2 + x - y \\y' &= 2x - y\end{aligned}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^2 + x - y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(2x - y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x^2 + x - y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(2x - y) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[1, 2]$!

(c) Jakobiho matice: $J([1, 2]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 3 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



3. Studujeme autonomní systém

$$x' = x(4 - 2x - y)$$

$$y' = y(7 - x - 3y)$$

(a) Najděte stacionární body a запиšte je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x} (x(4 - 2x - y)) = \frac{\partial}{\partial y} (x(4 - 2x - y)) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (y(7 - x - 3y)) = \frac{\partial}{\partial y} (y(7 - x - 3y)) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[1, 2]$!

(c) Jakobiho matice: $J([1, 2]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní

Úvodní strana

Print

Titulní strana

⏪ ⏩

⏪ ⏩

Strana 4 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

4. Studujeme autonomní systém

$$\begin{aligned}x' &= 6 - x + y \\y' &= 2x + 2y\end{aligned}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x}(6 - x + y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(2x + 2y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(6 - x + y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(2x + 2y) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[3, -3]$!

(c) Jakobiho matice: $J([3, -3]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

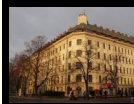
(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní



5. Studujeme autonomní systém

$$\begin{aligned}x' &= x(x - y + 2) \\ y' &= y - x^2\end{aligned}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru [A,B]; [C,D]; [E,F]; ...

(b) Najděte derivace

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}(x(x - y + 2)) &= \\ \frac{\partial}{\partial x}(y - x^2) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}(x(x - y + 2)) &= \\ \frac{\partial}{\partial y}(y - x^2) &= \end{aligned}$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu [0, 0]!

(c) Jakobiho matice: $J([0, 0]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

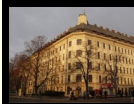
(g) Typ

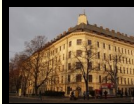
uzel

ohnisko

sedlo

ostatní





6. Studujeme autonomní systém

$$\begin{cases} x' = 2 - x - y \\ y' = \frac{x(x-1)}{y} \end{cases}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x} (2 - x - y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (2 - x - y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x(x-1)}{y} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x(x-1)}{y} \right) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[1, 1]$!

(c) Jakobiho matice: $J([1, 1]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

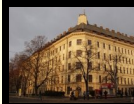
Strana 7 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



7. Studujeme autonomní systém

$$\begin{cases} x' = \frac{xy}{y+1} \\ y' = 2 + x + y \end{cases}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{xy}{y+1} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (2 + x + y) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{xy}{y+1} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (2 + x + y) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[0, -2]$!

(c) Jakobiho matice: $J([0, -2]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

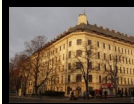
Strana 8 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



8. Studujeme autonomní systém

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x^2(x-2)}{y} \\y' &= \frac{y^2-1}{x}\end{aligned}$$

(a) Najděte stacionární body a zapište je ve tvaru $[A, B]$; $[C, D]$; $[E, F]$; ...

(b) Najděte derivace

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2(x-2)}{y} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x^2(x-2)}{y} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{y^2-1}{x} \right) =$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y^2-1}{x} \right) =$$

Následující úkoly se vztahují ke stacionárnímu bodu $[2, 1]$!

(c) Jakobiho matice: $J([2, 1]) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(d) Charakteristický polynom (použijte proměnnou z):

(e) Vlastní hodnoty (oddělené čárkou):

(f) Stabilita

stabilní

nestabilní

(g) Typ

uzel

ohnisko

sedlo

ostatní

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 9 z 9

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec