



# Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu se separovanými proměnnými

## Interaktivní kvízy

Robert Mařík

3. dubna 2009

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte  na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastního testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný **AcroT<sub>E</sub>XeDucation bundle**, zdrojový soubor pro T<sub>E</sub>X  a přečíst si návod na **domovské stránce**.



# 1. Teorie



**Definice 1 (DR se separovanými proměnnými)** *Diferenciální rovnice tvaru*

$$y' = f(x)g(y) \quad (1)$$

kde  $f$  a  $g$  jsou funkce spojité na (nějakých) otevřených intervalech se nazývá *obyčejná diferenciální rovnice se separovanými proměnnými*.

Vynecháme-li konstantní řešení, která dostaneme jako řešení rovnice  $g(y) = 0$ , můžeme rovnici přepsat do tvaru

$$\frac{y'}{g(y)} = f(x)$$

a po nahrazení  $y'$  členem  $\frac{dy}{dx}$  a vynásobením diferenciálem  $dx$  dostaneme <sup>1</sup>

$$\frac{1}{g(y)} dy = f(x) dx \quad (2)$$

Frázi "*separujte proměnné*" máme na mysli: převedte rovnici do tvaru (2).

Obeecné řešení (1) je

$$\int \frac{1}{g(y)} dy = \int f(x) dx + C,$$

kde každý z integrálů značí jednu libovolnou z primitivních funkcí a  $C$  je reálná konstanta.

---

<sup>1</sup>Funkce  $f(x)$  a  $\frac{1}{g(y)}$  jsou dány jednoznačně až na *společnou* multiplikativní konstantu.



## 2. Testy

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$yy' = 4x$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.

2. Separujte proměnné:

3. Integrujte:

- Správné odpovědi na první otázku zahrnují například
  - $ydy = 4x dx$
  - $ydy - 4x dx = 0$
  - všechny konstantní nenulové násobky těchto rovnic.
- Správné odpovědi na druhou otázku zahrnují například
  - $y^2/2 = 2x^2 - C$
  - $y^2/2 - 2x^2 + 1 = C$
  - všechny konstantní nenulové násobky těchto rovnic.



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{y-1}y' = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$x^2 + y' \cos(y) + 1 = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

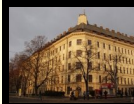
$$y(y + y') + 1 = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{yy'}{y^2 - 1} = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$(x - 1)y^3 - e^x y' = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' = \frac{y - 1}{x^2 y^2}$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$2(1 + e^x)yy' = e^x$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$(y^2 - 1) + yy'(x + 1) = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' = \frac{2x + 1}{2(y - 1)}$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' = \frac{2x - 1}{x^2} y$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:





**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' = 2\sqrt{y} \ln x$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' e^{x^2+y} = -x/y$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' \cos^2 x = (1 + \cos^2 x) \sqrt{1 - y^2}$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' + xy = y$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:



**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y' = x^2(1 + y^2)$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte:

**Kvíz.** Najděte obecné řešení diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

$$y \ln y + xy' = 0$$

1. najděte konstantní řešení. Vepište číslo nebo, pokud je konstantních řešení více, čísla oddělená čárkou. Napište **nejsou** pokud rovnice nemá konstantní řešení.
2. Separujte proměnné:
3. Integrujte: