

Intervaly spolehlivosti pro parametry dvou normálních rozložení

1. Interval spolehlivosti $c_1\mu_1 + c_2\mu_2$

- pokud σ_1, σ_2 známe

$$V = c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2 = \frac{c_1}{n_1} \sum_{i=1}^n X_{1i} + \frac{c_2}{n_2} \sum_{i=1}^n X_{2i} \sim N\left(c_1\mu_1 + c_2\mu_2, \frac{c_1^2\sigma_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

$$U = \frac{(c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2) - (c_1\mu_1 + c_2\mu_2)}{\sqrt{\frac{c_1^2\sigma_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

$$D = c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2 - \sqrt{\frac{c_1^2\sigma_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2\sigma_2^2}{n_2}} \cdot u_{1-\alpha/2}$$

$$H = c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2 + \sqrt{\frac{c_1^2\sigma_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2\sigma_2^2}{n_2}} \cdot u_{1-\alpha/2}$$

- pokud σ_1, σ_2 neznáme, ale víme, že jsou si rovny

$$T = \frac{(c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2) - (c_1\mu_1 + c_2\mu_2)}{S_* \sqrt{c_1^2/n_1 + c_2^2/n_2}} \sim t(n_1 + n_2 - 2),$$

$$\text{kde } S_*^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$D = c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2 - t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) S_* \sqrt{c_1^2/n_1 + c_2^2/n_2}$$

$$H = c_1\bar{X}_1 + c_2\bar{X}_2 + t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) S_* \sqrt{c_1^2/n_1 + c_2^2/n_2}$$

2. Interval spolehlivosti pro $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

$$W = \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

$$D = \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}, \quad H = \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}$$

1. Byla provedena čtyři nezávislá stanovení obsahu manganu u dvou vzorků oceli s různými obsahy manganu a byly získány výsledky:

1. vzorek: 0,31 %, 0,30 %, 0,29 %, 0,32 %

2. vzorek: 0,59 %, 0,57 %, 0,58 %, 0,57 %

Stanovte 95% interval spolehlivosti pro rozdíl středních hodnot obsahu manganu $\mu_1 - \mu_2$. Údaje o obsahu manganu představují realizace náhodných výběrů rozsahu 4 z $N(\mu_1, \sigma^2)$ a $N(\mu_2, \sigma^2)$ s neznámými, avšak shodnými rozptyly.

2. V tabulce jsou uvedeny výsledky analýz niklu získané dvěma analytickými metodami. Stanovte horní odhad pro podíl směrodatných odchylek obou metod při riziku $\alpha = 0.05$, jestliže tyto výsledky považujeme za realizace nezávislých náhodných výběrů rozsahu 4 z $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ a $N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Metoda 1: 3.26, 3.26, 3.27, 3.27

Metoda 2: 3.23, 3.27, 3.29, 3.29

3. Bylo vylosováno 6 vrhů selat a z nich vždy dva sourozenci. Jeden z nich vždy dostal náhodně dietu č. 1 a druhý dietu č. 2. Přírůstky v gramech jsou následující:

(62,52)', (54,56)', (55,49)', (60,50)', (53,51)', (58,50)'

Sestrojte 95% interval spolehlivosti pro $\mu = \mu_1 - \mu_2$.