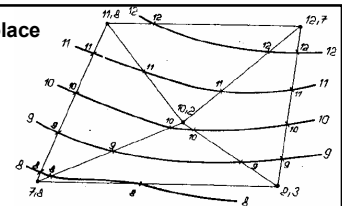
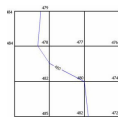


Metody prostorové interpolace (deterministické metody)

Metody analogové interpolace



- vytváření izoliní na základě spojování míst s obdobnými hodnotami jevu založené na expertním odhadu
- využívají empirie, obecné teorie a znalosti místních zvláštností
- expertní systémy

Základní omezení (s ohledem na počítačové zpracování):

- problém zpracování velkého množství bodů
- problém subjektivního přístupu
- problém časové náročnosti

Globální interpolátory využívající analýzu trendu

Princip - mnohonásobná regrese hodnot atributu vs. geografické souřadnice.

Metodou nejmenších čtverců jsou nalezeny nejhodnější koeficienty pro daný polynom n-tého řádu.

Předpokládá se normální rozdělení.

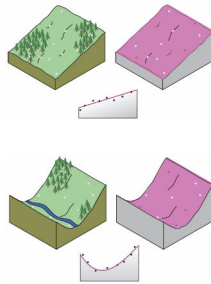
lineární trend:

$$z = b_0 + b_1x + b_2y$$

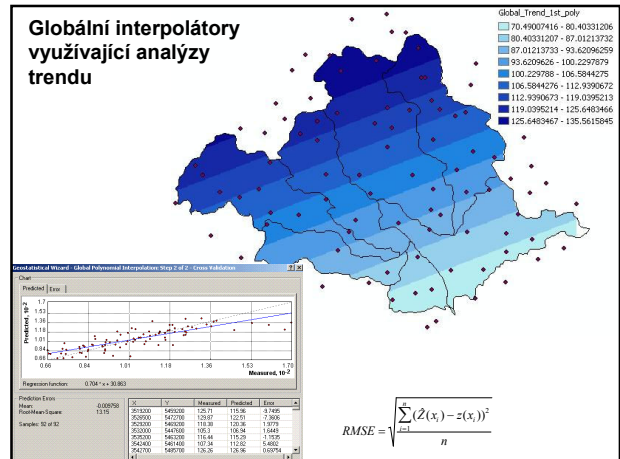
kvadratický trend:

$$z = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2$$

b – koeficienty, x, y – souřadnice bodů

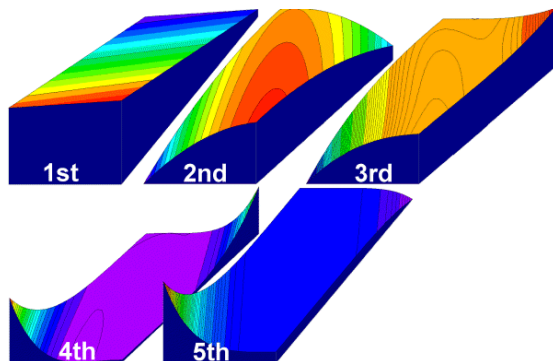


Globální interpolátory využívající analýzu trendu



$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z(x_i) - z(x_i))^2}{n}}$$

Interpolace trendové složky polynomy 1 až 5 stupně



Globální interpolátory využívající regresní analýzy

Princip - existuje vazba mezi hodnotami interpolované veličiny a vybranými jinými atributy studovaného prostoru (např. teplota a nadmořská výška, koncentrace znečištění a vzdálenost od zdroje).

Forma - empirický model závislosti interpolované veličiny na hodnotách jedné či několika veličinách nezávislých:

$$z(x) = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2 + \varepsilon$$

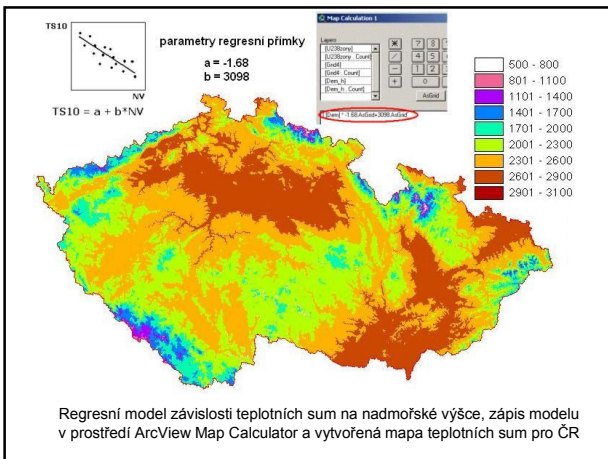
$b_0 \dots b_n$ - regresní koeficienty

$P_1 \dots P_n$ - nezávislé proměnné

Sestavení regresní závislosti je založeno na metodě nejmenších čtverců.

Výsledný model může být lineární i nelineární.

Jako nezávislé proměnné lze kombinovat geografické souřadnice s jinými atributy.

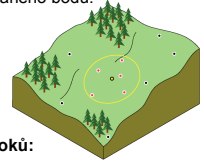


Metody lokální interpolace (lokální interpolátory)

Globální interpolátory - lokální efekty = náhodný šum

Lokální interpolátory - hledaná hodnota je určena z určitého počtu měření z předem definovaného okolí počítaného bodu.

$$\hat{Z}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i$$



Obecný postup se sestává z následujících kroků:

1. definování velikosti a tvaru zájmového okolí
2. nalezení měřených bodů v tomto okolí
3. nalezení matematické funkce vystihující kolísání hodnot nacházejících se v okolí daného bodu
4. výpočet hodnoty pro uzly regulérní sítě (grid)

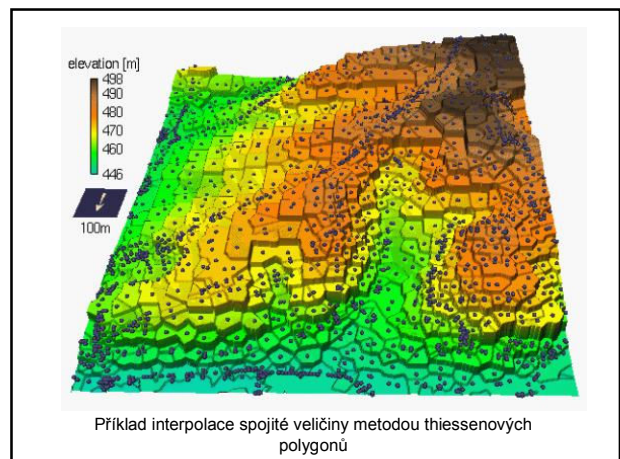
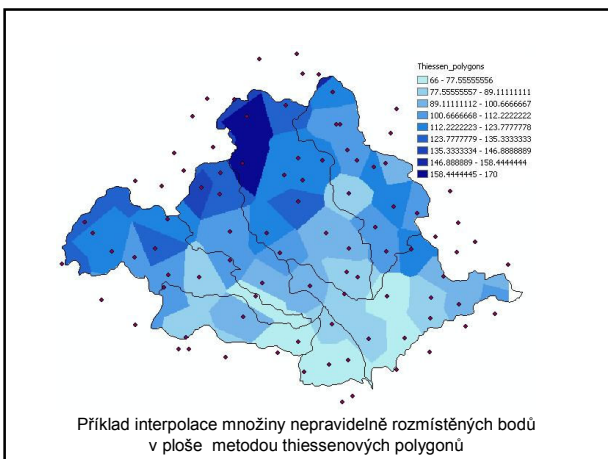
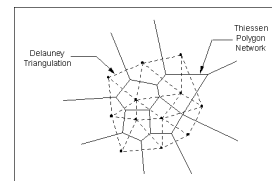
Pro lokální interpolace jsou důležité následující skutečnosti:

- druh použité interpolační funkce
- velikost, tvar a orientace okolí
- počet bodů v okolí zahrnutých do výpočtu
- rozložení uvažovaných bodů (regulérní či nepravidelné)
- možné začlenění externí informace např. o obecném trendu

Metoda nejbližšího souseda (thiessenovy polygony)

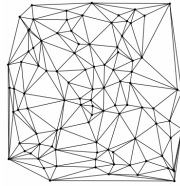
Princip - hodnoty atributů v neměřených místech jsou určeny z hodnot nejbližšího místa měřeného.

1. Plocha je rozdělena na nepravidelné trojúhelníky (**Delaunay triangulace**)
2. Z trojúhelníkové sítě jsou definovány tzv. **thiessenovy polygony**.



Metody konstrukce nepravidelných trojúhelníků (TIN)

- Exaktní metoda vhodná pro nepravidelně rozmístěné body měření.
- Body jsou spojeny liniemi a vytváří síť nepravidelných trojúhelníků.
- Metody není možné použít k extrapolaci



- Hodnoty v bodech na počátku a konci linií jsou známy, lze použít jednoduchou lineární závislost k interpolaci bodů mezi dvěma body na linii.
- TIN je metoda interpolace i způsob vizualizace spojitých povrchů.
- Metoda vhodná pro povrchy vyznačující se náhlými změnami spádu (fluviaálně erodované povrchy).

Proces vytváření spojitého povrchu metodou TIN zahrnuje:

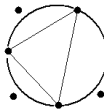
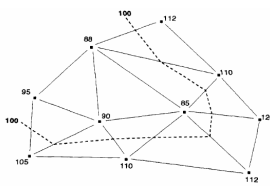
- výběr charakteristických bodů (ne z jakékoliv množiny nepravidelně rozmístěných bodů lze vytvořit TIN)
- způsob propojení bodů do trojúhelníkové sítě
- způsob modelování povrchu uvnitř trojúhelníků

Výběr bodů a algoritmy pro výběr bodů:

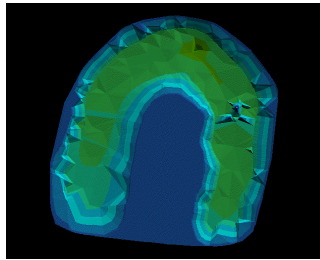
- algoritmus Fowler and Little
- VIP algoritmus
- Drop heuristic algoritmus

<http://www.ncgia.ucsb.edu/giscc/units/u056/>

Způsob propojení bodů do TIN - Delaunay triangulace:



TIN je model vhodný k následné konstrukci izolinii.



Metoda inverzní vzdálenosti

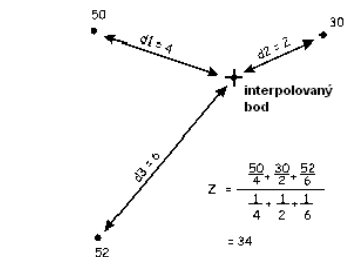
Princip - hodnota atributu v určitém bodě je váženým aritmetickým průměrem hodnot okolních měřených bodů.

Váhy jsou určeny pro každý bod jako inverzní vzdálenost měřeného bodu od bodu interpolovaného.

Obecný vzorec pro odhad hodnoty Z:
$$\hat{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

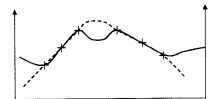
Váhy se určují ze vztahu: $w = \frac{1}{d^k}$ nebo $w = e^{-kd}$

Hodnoty vah w_i představují funkci vzdálenosti d . Hodnota exponentu k se nejčastěji volí 1 či 2.



Odhad hodnoty v bodě metodou inverzní vzdálenosti

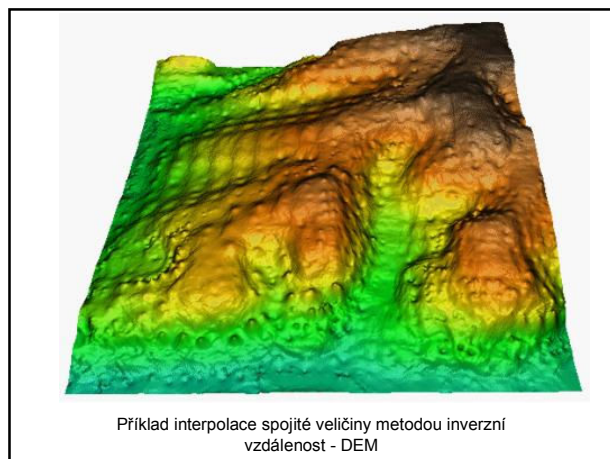
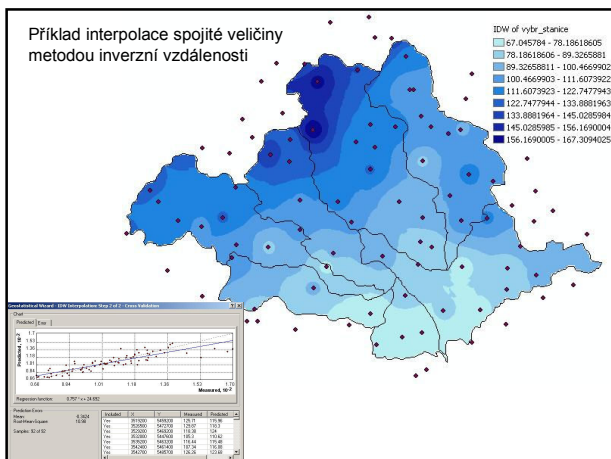
Metoda inverzní vzdálenosti efekt „průměrování“ - potlačení lokálních extrémů



Problém generování koncentrických struktur kolem interpolovaných bodů (tzv. „bull's eyes“)

Způsob definování okolí

- izotropní povrch - kruhové okolí interpolovaného bodu, pro odhad hodnoty bereme všechny body bez ohledu na směr
- anizotropie - body v jistém směru mohou mít na interpolovanou hodnotu jinou váhu než ve směru jiném - okolí tvaru elipsy
- minimální a maximální počet bodů pro výpočet nové hodnoty
- rozmístění bodů v rámci definovaného okolí (kvadranty, oktanty)
- IDW je senzitivní na shluky měřených bodů a také na odlehle hodnoty



Prostorové klouzavé průměry

Modifikace metody IDW

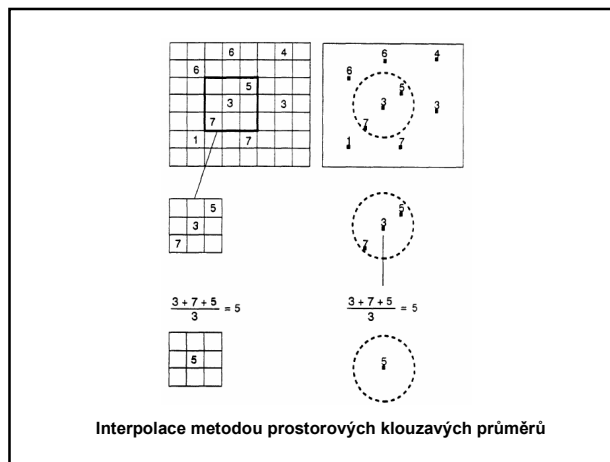
Nová hodnota může být prostým průměrem, váženým průměrem, modální hodnotou.

Definování velikosti, tvaru a charakteru okolí.

Počet bodů v okolí (min, max) - 4 až 12 bodů, optimum 6 až 8 bodů.

Metody je vhodné použít za těchto podmínek:

- > existuje nejistota s ohledem na reprodukovatelnost výsledků opakovaných měření v daném bodě (vlastní proměnlivost pole hodnot měření)
- > samotná technická stránka měření je zatížena jistou chybou
- > je známo, že skutečné prostorové pole daného jevu vykazuje kromě obecného trendu také lokální variabilitu.



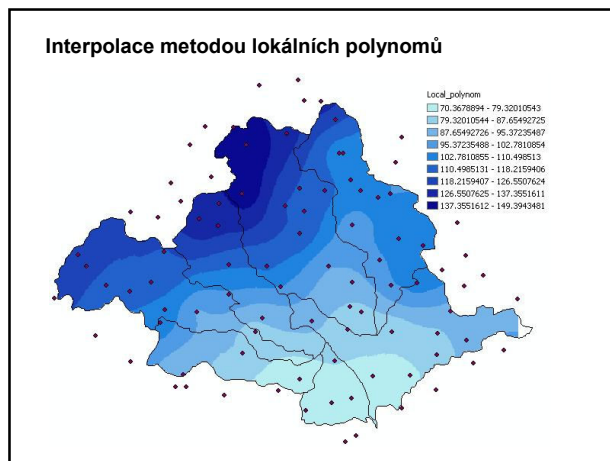
Interpolace metodou lokálních polynomů

Lokální interpolátory využívající regresní analýzy

Vazba mezi hodnotami interpolované veličiny a jinými vybranými atributy studovaného prostoru je vyjádřena regresní závislostí pouze pro část interpolovaného povrchu.

Tato část povrchu má podobu okolí interpolovaného bodu předem definovaného tvaru a velikosti.

Body jsou interpolovány s pravidelným krokem a okolí se „posouvá“ stejně jako v případě klouzavých průměrů (viz. metoda IDW)



Natural nearest neighbour

Plocha příslušející bodu P

$$A_p = \sum_{i=1}^k A_{ip}$$

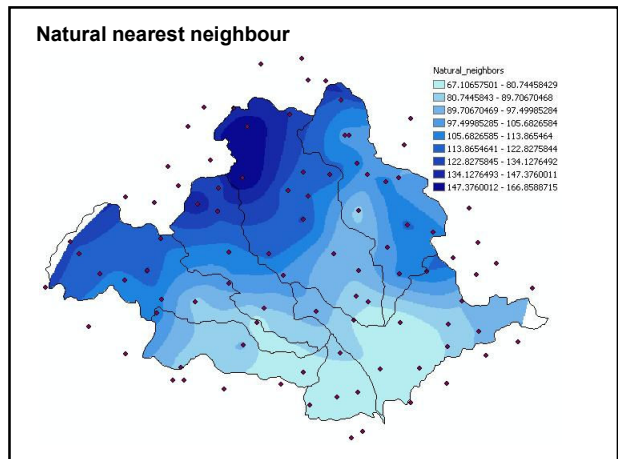
Váhy definované jako podíly ploch přirozených sousedů

$$\lambda_i = \frac{A_{ip}}{\sum_{i=1}^k A_{ip}}$$

Odhad hodnoty v bodě P

$$z_p = \sum_{i=1}^k \lambda_i z_i$$

(průměr vážený plochami, které si daný bod „půjčil“ z původních bodů měření)



Splínové funkce

Matematicky definované křivky, které po částech a exaktně interpolují jednotlivé body povrchu, jsou lokálním interpolátorem

Zajišťují kontinuální spojení jednotlivých částí interpolovaného povrchu.

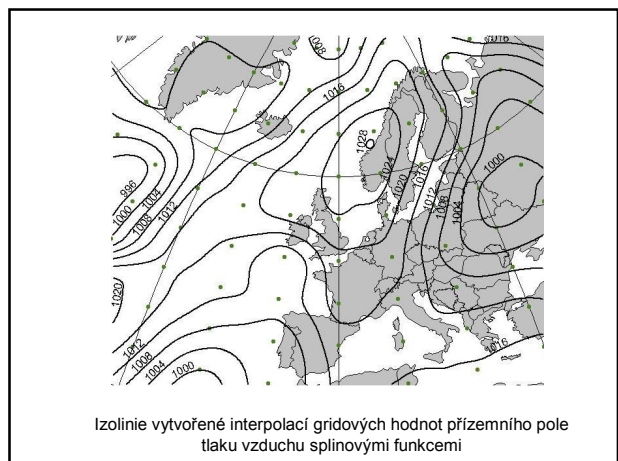
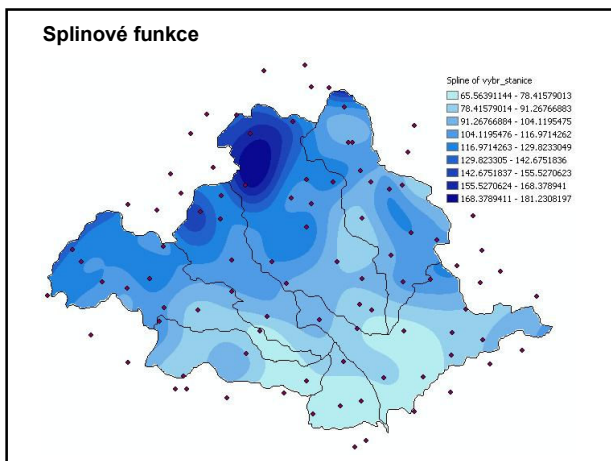
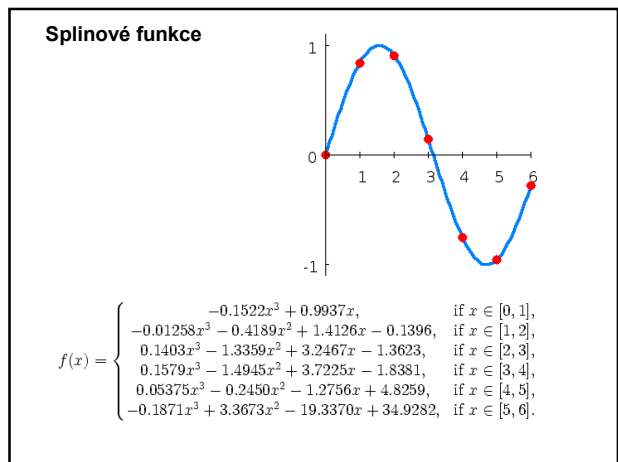
Lze modifikovat část povrchu bez přepočtu celého povrchu (toto neumožňují trendy).

Pro interpolování linií se používá tzv. **kubických splínů**, pro interpolování povrchů se využívá jejich 2D analogie označované jako „**thin plate splines**“

Nahrazují části povrchů interpolované přesným splínem lokálně shladenou průměrnou hodnotou.

Povrch je interpolován tak, aby procházel co nejlíže měřeným bodům a také aby zachoval **podmínku minimální křivosti**.

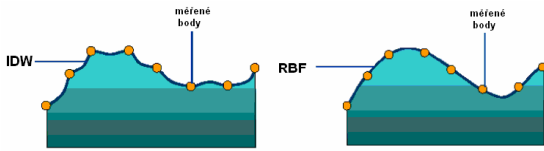
Interpolované povrchy jsou často značně shladené, jsou vhodné pro interpolaci jevů, které se mění spojitě.



„Radial basis functions“

Exaktní interpolátory využívající splinové funkce a umělé neuronové sítě

Analogie „přetažení“ gumové membrány přes body v prostoru.



Porovnání výsledků interpolace metodami splinových funkcí (RBW) a metodou inverzní vzdálenosti (IDW).

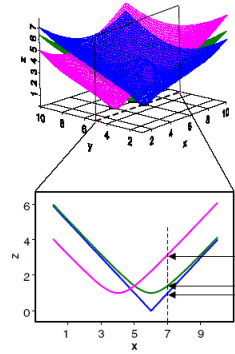
„Radial basis functions“

Hodnotu každé RBF v predikovaném bodě můžeme odečíst z grafu jako ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 .

Prediktor má podobu váženého průměru, tedy:

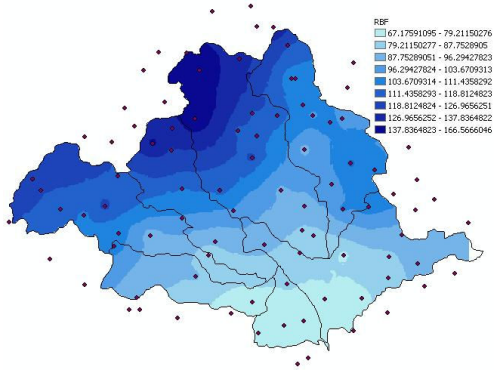
$$w_1\phi_1 + w_2\phi_2 + w_3\phi_3 + \dots$$

Váhy w_1, w_2, w_3 jsou nalezeny na základě podmínky, že pokud je odhadován bod v bodě měření, je interpolován přesně.



Princip interpolace metodou multiquadric RBF

„Radial basis functions“



Multiquadric RBF

$$B_i(x, y) = \sqrt{d_i(x, y)^2 + R^2}$$

$B_i(x, y)$ – radiální funkce vzdálenosti $d_i(x, y)$

$d_i(x, y)$ – relativní vzdálenost měřeného bodu v místě x_p, y_p od místa odhadu x, y

R^2 – vyhlazovací parametr

Pro funkce $B_i(x, y)$ jsou během výpočtu v každém interpolovaném bodě stanovovány váhy řešením soustavy lineárních rovnic.

Čím větší je hodnota R , tím více je shladený je výsledný interpolovaný povrch.

„Radial basis functions“

Parametry konkrétní interpolující funkce jsou optimalizovány výpočtem chyby RMSPE.

RBF jsou exaktní metodou a jsou vhodné pro hladké povrchy generované z velkého počtu bodů (např. modely terénu).

Nehodí se pro interpolaci jevů, které se výrazně mění v prostoru a dále pro interpolaci jevů, u nichž existuje jistá míra nejistoty ohledně přesnosti měřených bodů.

Metody prostorové interpolace ploch

Mnoho jevů se vztahuje k plošným jednotkám spíše než k bodům (hustota obyvatelstva, kvalita pitné vody...).

Metody řeší způsob, jakým lze odhadnout hodnoty jistého jevu na základě hodnot jiného jevu vázaných na plošné jednotky.

- plošné jednotky se shodují
- zdrojové jednotky jsou podmnožinou jednotek výstupních

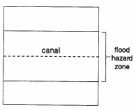
- metody zachovávající objem studovaného jevu (volume preserving)
- metody nezachovávající objem studovaného jevu (non-volume preserving)

Metody nezachovávající objem studovaného jevu

Map A: Administrative boundaries with total Martian population counts

A 200	B 400
D 600	C 800

Map B: Flood hazard map for the canal



Jaká je hustota obyvatelstva uvnitř záplavové zóny?

Map C: Population density counts

Area each cell 100 M units

*2	*4
*6	*8

Map D: Interpolated population density grid

2	3	4	4
3	4	5	5
4	5	7	6
6	6	7	7

1. výpočet hustoty obyvatelstva pro každou plochu
2. určení centroidu každé plochy

Map E: Estimated total population for grid

50	75	100	100
75	100	125	125
100	125	175	150
150	150	175	175

Map F: Total Martian population counts for flood zone

325
975
850

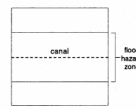
3. interpolace hustoty obyvatelstva výše popsanými metodami

Metody zachovávající objem studovaného jevu

Map A: Administrative boundaries with total Martian population counts

A 200	B 400
D 600	C 800

Map B: Flood hazard map for the canal



„pyncophylatic method“

1. Provede se překrytí cílových zón (oblastí) přes oblasti zdrojové.
2. Určí se poměrná část cílové zóny, která spadá do zóny zdrojové.
3. Celková hodnota atributu v cílové zóně je určena v závislosti na plošném zastoupení zón zdrojových.

Map C: Area ratio population counts

100	200
100	200
300	400
300	400

Map D: Estimated total population counts for flood zone

300
1000
700

• metoda zachovává sumu studovaného prvku

• dovoluje kontinuální změnu směrem k hranicím každé třídy.

• výrazně mění min a max hodnoty