Úloha: Predátor živící se dvěma nekonkurujícími si populacemi

Mějme model popsaný systémem rovnic

$$
\begin{aligned}
N_1'(t) &= N_1(t) \cdot \big(\alpha_1 - \beta_{13} \cdot N_3(t)\big),\\
N_2'(t) &= N_2(t) \cdot \big(\alpha_2 - \beta_{23} \cdot N_3(t)\big),\\
N_3'(t) &= N_3(t) \cdot \big(- \alpha_3 + \beta_{31} \cdot N_1(t) + \beta_{32} \cdot N_2(t)\big),
\end{aligned}
$$

kde $N_1 = N_1(t)$ a $N_2 = N_2(t)$ označují velikosti populací kořisti, $N_3 = N_3(t)$ označuje velikost populace predátora. U populací kořisti nenastává mezidruhová ani vnitrodruhová konkurence.

O parametrech modelu víme, že jejim hodnotám odpovídají následující pravděpodobnostní rozložení hodnot:

$$\alpha_1 = LN(3, 0.3),\ \alpha_2 = LN(2, 0.7),\ \alpha_3 = LN(50, 0.3),$$

$$\beta_{13} = T(0, 0.05, 0.1),\ \beta_{23} = T(0, 0.05, 0.1),\ \beta_{31} = U(0, 0.1), \beta_{32} = U(0, 0.1),$$

kde LN značí lognormální pravděpodobnostní rozložení (se střední hodnotou a rozptylem v závorce),
T trojúhelníkové rozložení pravděpodobnosti (s počáteční hodnotou, nejpravděpodobnější hodnotou a koncovou hodnotou v závorce)
a U uniformní rozložení pravděpodobnosti (s počátečním a koncovým bodem intervalu v závorce).

Proveďte Monte Carlo simulaci, při níž vygenerujete 1 000 000 nastavení parametrů a zjistíte (vyhodnocením modelu pro každé nastavení) pravděpodobnostní rozložení řešení modelu v čase $t = 1$, $t = 5$ a $t = 10$. Nechť $N_1(0) = 100, N_2(0) = 100, N_3(0) = 100$.