

# Teorie grup a molekuly

Lenka Matěchová

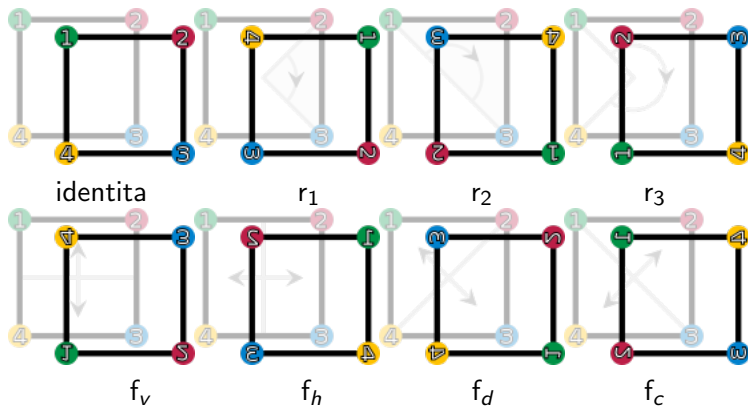
26.5.2010

- ▶ Množina spolu s operací
- ▶ 4 axiomy:
  - ▶ *uzavřenost*
  - ▶ *asociativita*  $a + (b + c) = (a + b) + c$
  - ▶ *existence neutrálního prvku*  $a + 0 = 0 + a = a$
  - ▶ *existence inverzních prvků*  $a + b = b + a = 0$

Cayleyho tabulka

| <b>x</b> | <b>i</b> | <b>a</b> | <b>b</b> |
|----------|----------|----------|----------|
| <b>i</b> | i        | a        | b        |
| <b>a</b> | a        | $a^2$    | ab       |
| <b>b</b> | b        | ba       | $b^2$    |

# Čtverec pro ilustraci



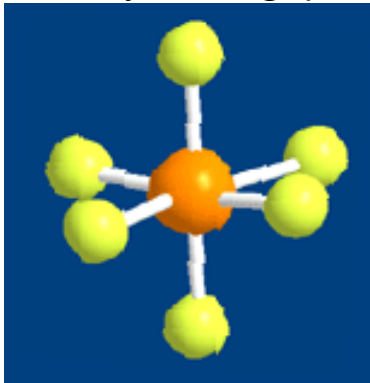
# Čtverec pro ilustraci

|                      |                |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <b>•</b>             | <b>id</b>      | <b>r<sub>1</sub></b> | <b>r<sub>2</sub></b> | <b>r<sub>3</sub></b> | <b>f<sub>v</sub></b> | <b>f<sub>h</sub></b> | <b>f<sub>d</sub></b> | <b>f<sub>c</sub></b> |
| <b>id</b>            | id             | r <sub>1</sub>       | r <sub>2</sub>       | r <sub>3</sub>       | f <sub>v</sub>       | f <sub>h</sub>       | f <sub>d</sub>       | f <sub>c</sub>       |
| <b>r<sub>1</sub></b> | r <sub>1</sub> | r <sub>2</sub>       | r <sub>3</sub>       | id                   | f <sub>c</sub>       | f <sub>d</sub>       | f <sub>v</sub>       | f <sub>h</sub>       |
| <b>r<sub>2</sub></b> | r <sub>2</sub> | r <sub>3</sub>       | id                   | r <sub>1</sub>       | f <sub>h</sub>       | f <sub>v</sub>       | f <sub>c</sub>       | f <sub>d</sub>       |
| <b>r<sub>3</sub></b> | r <sub>3</sub> | id                   | r <sub>1</sub>       | r <sub>2</sub>       | f <sub>d</sub>       | f <sub>c</sub>       | f <sub>h</sub>       | f <sub>v</sub>       |
| <b>f<sub>v</sub></b> | f <sub>v</sub> | f <sub>d</sub>       | f <sub>h</sub>       | f <sub>c</sub>       | id                   | r <sub>2</sub>       | r <sub>1</sub>       | r <sub>3</sub>       |
| <b>f<sub>h</sub></b> | f <sub>h</sub> | f <sub>c</sub>       | f <sub>v</sub>       | f <sub>d</sub>       | r <sub>2</sub>       | id                   | r <sub>3</sub>       | r <sub>1</sub>       |
| <b>f<sub>d</sub></b> | f <sub>d</sub> | f <sub>h</sub>       | f <sub>c</sub>       | f <sub>v</sub>       | r <sub>3</sub>       | r <sub>1</sub>       | id                   | r <sub>2</sub>       |
| <b>f<sub>c</sub></b> | f <sub>c</sub> | f <sub>v</sub>       | f <sub>d</sub>       | f <sub>h</sub>       | r <sub>1</sub>       | r <sub>3</sub>       | r <sub>2</sub>       | id                   |

- ▶ Důkaz, že nelze nalézt obecný vzorec pro kořeny rovnice pátého stupně
- ▶ Krystalografie – popis krystalových mřížek
- ▶ Symetrie molekul
- ▶ Vibrace molekul
- ▶ Základ pro ještě abstraktnější matematické i fyzikální teorie

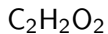
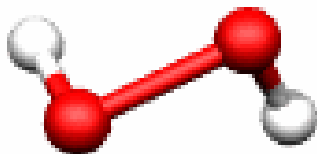
- ▶ *Písmeno O*: Symetrie osmistěnu/krychle
- ▶ *Písmeno T*: Symetrie čtyřstěnu,  $T_d$  s nevlastními operacemi,  $T_h$  s inverzí
- ▶  $C_n$  – *cyklické grupy*: Otočení o úhel  $\frac{2\pi}{n}$ ,  $C_{nh}$  s rovinou zrcadlení kolmou na osu rotace,  $C_{nv}$  s rovinou zrcadlení rovnoběžnou s osou rotace, pouze jedna  $n$ -četná osa rotace
- ▶  $S_n$ : Pouze nevlastní rotace o  $\frac{2\pi}{n}$ , tzn. rotace a zrcadlení
- ▶  $D_n$  – *diedrické grupy*: Rotační osa  $n$ -tého řádu a  $n$  os 2. řádu.  $D_{nh}$  a  $D_{nv}$  obdobně jako u cyklických grup

## Kubická symetrie – grupa $O_h$



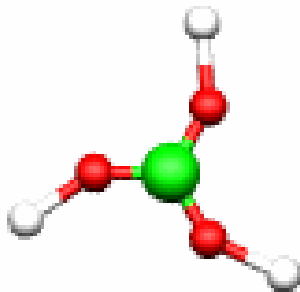
SF<sub>6</sub>

## Monoklinická soustava – grupa $C_2$



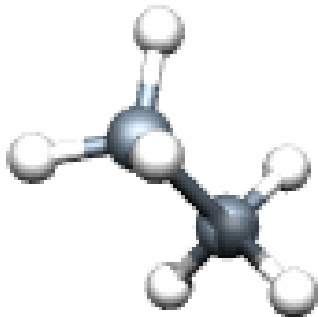


## Šestiúhelníková soustava – grupa $C_{3h}$



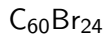
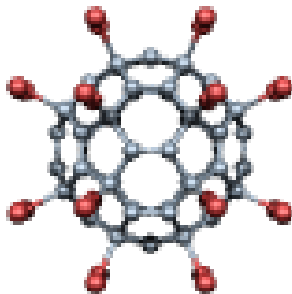
kyselina boritá

## Šestiúhelníková soustava – grupa $D_{3h}$



etan

## Kubická symetrie – grupa $T_h$



# Co grupy ovlivňují u krystalů

- ▶ Stáčení roviny polarizace světla
- ▶ Piezoelektrické vlastnosti – pouze u krystalů z grup s polární osou a bez středu symetrie
- ▶ V mineralogii zařazení do soustavy (např. monoklinická, triklinická, rombická)

[en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)

<http://www.staff.ncl.ac.uk/j.p.goss/symmetry/>

Litzman O., Sekanina M.: Užití grup ve fyzice