F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2009 - 2010

VII.
Neutronová interferometrie II.

KOTLÁŘSKÁ 7. DUBNA 2010

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2009 - 2010

VII.
Kvantová interferometrie

KOTLÁŘSKÁ 7. DUBNA 2010

Úvodem

- Druhá část přednášky o kvantové interferometrii
- Kromě samotné interferenční podmínky je důležitá otázka kontrastu, tedy viditelnosti „proužků“
- Výpočet intensit a zavedení koherenčních funkcí pro smíšený stav
- Interference pomocí vlnových klubek
- Koherenční délka a jak obnovit fázovou koherenci jakoby již ztracenou

Znovu Schrödingerovy vlny

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

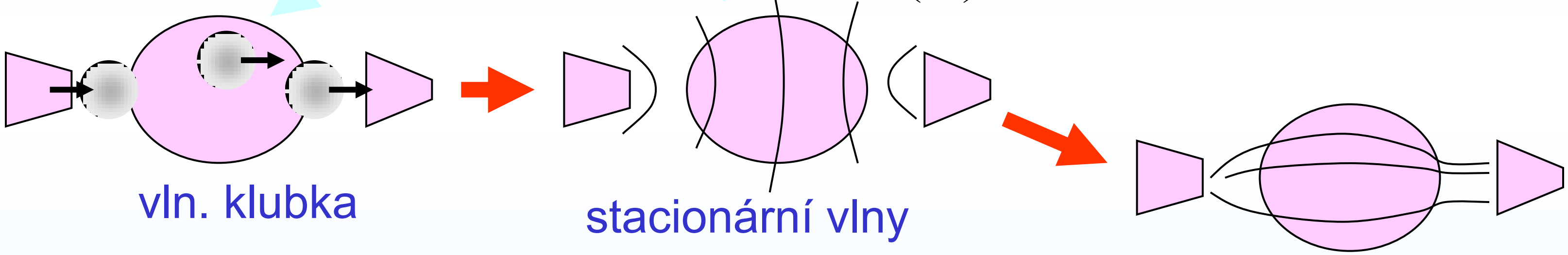
Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t_0)$$

stacionární řešení

$$+\Delta\psi(\boldsymbol{r}) + \underbrace{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))}_{k^2(\boldsymbol{r})}\psi(\boldsymbol{r}) = 0, \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t) = \psi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

velikost
lokálního vlnového vektoru



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\boldsymbol{r}) = A(\boldsymbol{r})\cdot\exp(\mathrm{i}/\hbar\cdot S)$$

$$S(\boldsymbol{r}) = \hbar\int \mathrm{d}s\cdot k(\boldsymbol{r}(s))$$

INDEX LOMU

$$k(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1-\frac{V(\boldsymbol{r})}{E}}$$

$$\boxed{k_0\cdot n(\boldsymbol{r})}$$

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t_0)$$

stacionární ...

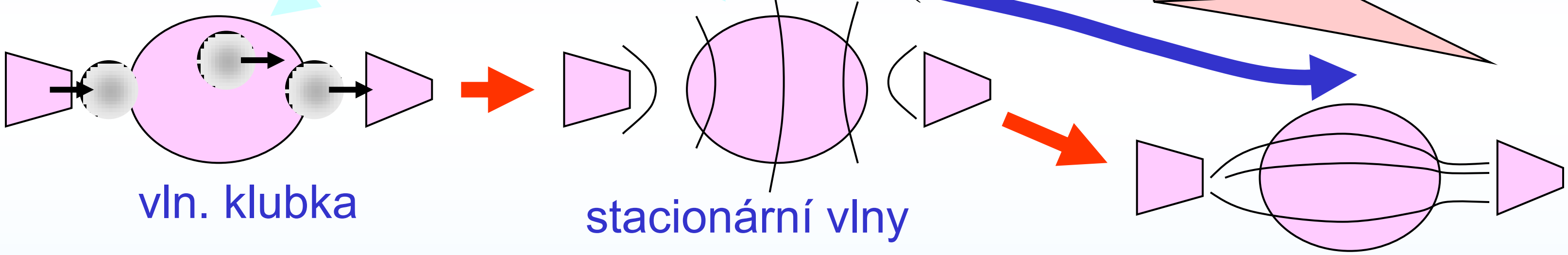
$$\ldots)\psi(\boldsymbol{r}) = 0, \quad \Psi(\boldsymbol{r},t) = \psi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

$k^2(\boldsymbol{r})$

...ost

lokál... ...vektoru

SESTUPNÁ HIERARCHIE



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\boldsymbol{r}) = A(\boldsymbol{r})\cdot\exp(\mathrm{i}/\hbar\cdot S)$$

$$S(\boldsymbol{r}) = \hbar\int \mathrm{d}s\cdot k(\boldsymbol{r}(s))$$

INDEX LOMU

$$k(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1-\frac{V(\boldsymbol{r})}{E}}$$

$$\boxed{k_0\cdot n(\boldsymbol{r})}$$

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\mathbf{r},t)+V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r},t) \qquad \Psi(\mathbf{r},t_0)$$

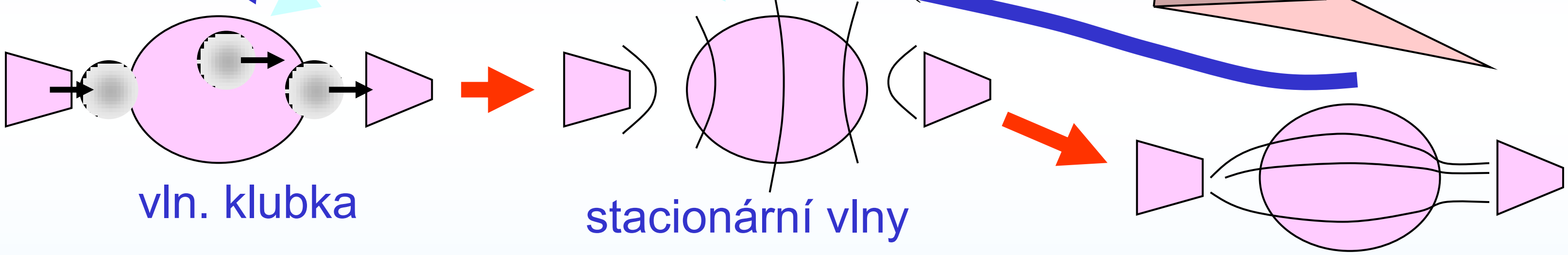
stacionárn… $\frac{2m}{\dots}$ … $(\mathbf{r}))\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r},t)=\psi(\mathbf{r})\,e^{-i\omega t}$

…likost

lokál… …vektoru

$k^2(\mathbf{r})$

DNES PŮJDEME POZPÁTKU



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})\cdot\exp(i/\hbar\cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \hbar\int ds\cdot k(\mathbf{r}(s))$$

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1-\frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$\boxed{k_0\cdot n(\mathbf{r})}$$

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t_0)$$

stacionárn…

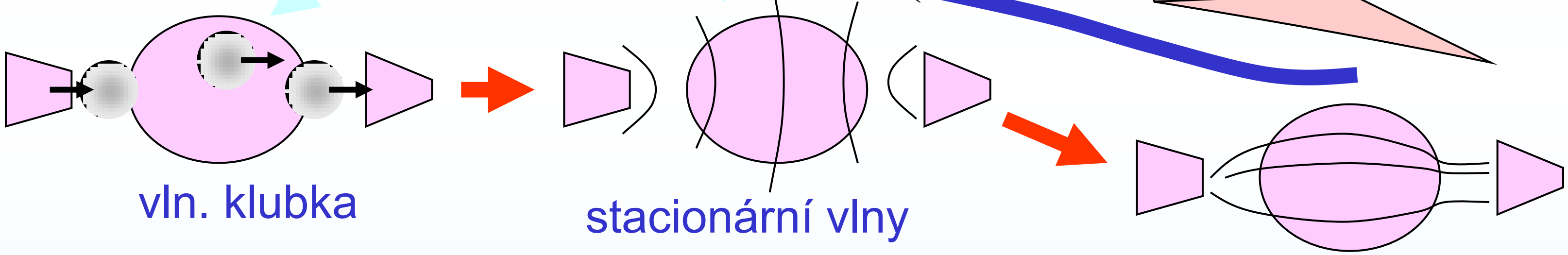
$$\ldots\psi(\boldsymbol{r}) = 0, \quad \Psi(\boldsymbol{r},t) = \psi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

$k^2(\boldsymbol{r})$

…ost

lokál… …vektoru

DNES PŮJDEME POZPÁTKU



…rie

vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

Rozdíly fází jako podmínka interference

$\ldots\hbar\cdot S)$

$S(\boldsymbol{r}) = \hbar\int \mathrm{d}s\cdot k(\boldsymbol{r}(s))$

INDEX LOMU

$$k(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1-\frac{V(\boldsymbol{r})}{E}}$$

$$\boxed{k_0\cdot n(\boldsymbol{r})}$$

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

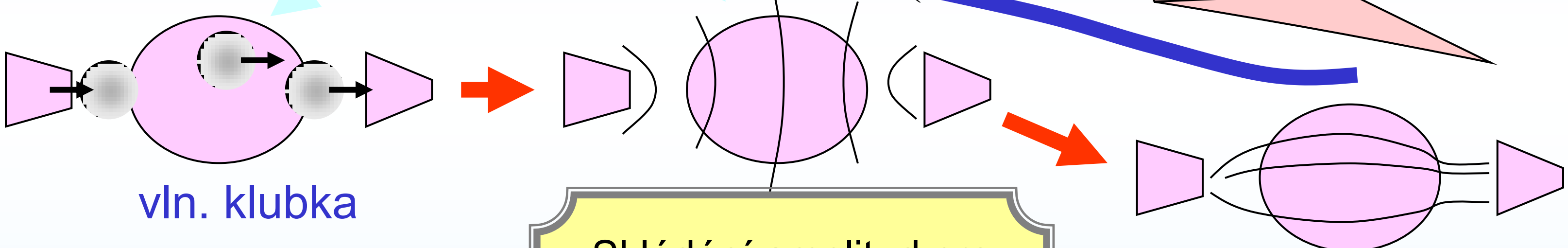
$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t_0)$$

stacionární ... $\psi(\boldsymbol{r}) = 0, \quad \Psi(\boldsymbol{r},t) = \psi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$

DNES PŮJDEME POZPÁTKU

...ost

$k^2(\boldsymbol{r})$ lokál... vektoru



vln. klubka

Skládání amplitud pro určení kontrastu
Vliv částečné koherence

vlastně Fresnelova a...

...rie

Rozdíly fází jako podmínka interference

$\hbar \cdot S)$

$S(\boldsymbol{r}) = \hbar\int \mathrm{d}s \cdot k(\boldsymbol{r}(s))$

INDEX LOMU

$$k(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1 - \frac{V(\boldsymbol{r})}{E}}$$

$$\boxed{k_0 \cdot n(\boldsymbol{r})}$$

B06 *Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace*

Částice ve vnějším poli: Schrödingerova rovnice

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\boldsymbol{r},t) + V(\boldsymbol{r})\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad \Psi(\boldsymbol{r},t_0)$$

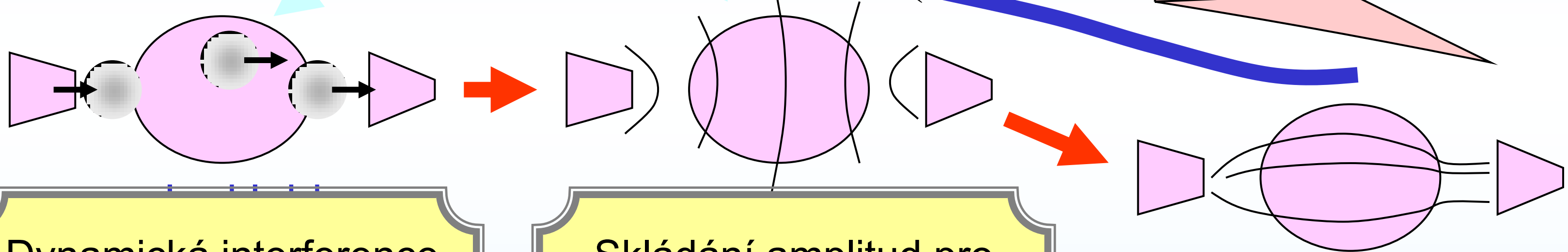
stacionární ... $)\psi(\boldsymbol{r}) = 0, \quad \Psi(\boldsymbol{r},t) = \psi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$

DNES PŮJDEME POZPÁTKU

$k^2(\boldsymbol{r})$

...ost

lokál... ...vektoru



Dynamická interference jako superposice letících vlnových klubek

Skládání amplitud pro určení kontrastu
Vliv částečné koherence

...a a...

...rie

Rozdíly fází jako podmínka interference

$\ldots\hbar\cdot S)$

$S(\boldsymbol{r}) = \hbar\int \mathrm{d}s\cdot k(\boldsymbol{r}(s)))$

INDEX LOMU

$$k(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\boldsymbol{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}\sqrt{1-\frac{V(\boldsymbol{r})}{E}}$$

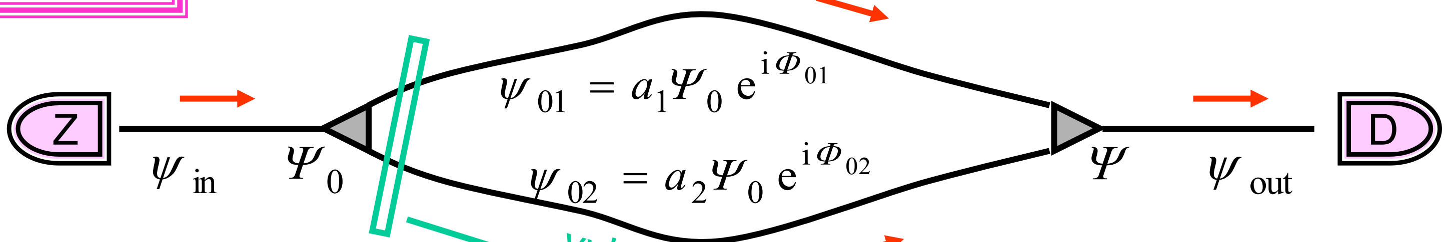
$$\boxed{k_0\cdot n(\boldsymbol{r})}$$

I. krok
Průchod stacionární vlny interferometrem

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

Obecné schema interferometru

prázdný interferometr



$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$ ostatní je ve fázi

$a_1^2 + a_2^2 = 1$ zachování toku

vykompensováno

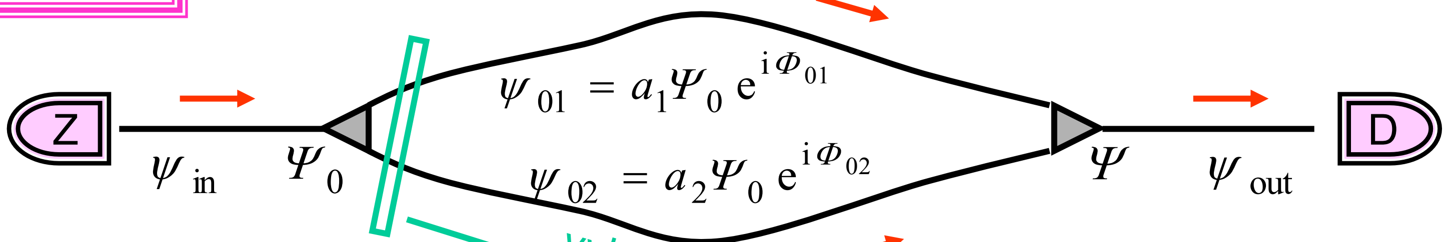
$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}$$

$$\Phi_{01} = \Phi_{02}$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

Obecné schema interferometru

prázdný interferometr



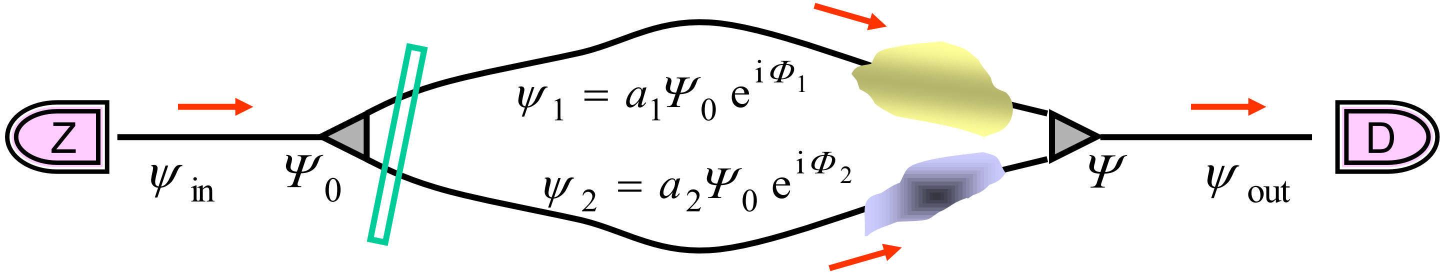
$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$	ostatní je ve fázi
$a_1^2 + a_2^2 = 1$	zachování toku

vykompensováno

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0\, e^{i\Phi_{01}}$$

$$\Phi_{01} = \Phi_{02}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem



$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = (a_1\, e^{i\Phi_1} + a_2\, e^{i\Phi_2})\Psi_0 =$$

$$\boxed{\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi}$$

$$e^{i(\Phi_1+\Phi_2)/2}\,\Psi_0 (a_1\, e^{+i(\Phi_1-\Phi_2)/2} + a_2\, e^{-i(\Phi_1-\Phi_2)/2})$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \; \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2)$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0 (1 + 2 a_1 a_2)$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0 (1 + 2 a_1 a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0 (1 - 2 a_1 a_2) \qquad I_0 (1 + 2 a_1 a_2)$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) \quad = I_{max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos\Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos\Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{min} \leq I \leq I_{max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \qquad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) \quad = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1 + \Phi_2)/2}\Psi_0(a_1 \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos\Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos\Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \qquad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1 a_2) \quad = \boldsymbol{I_{\max}}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1 + \Phi_2)/2}\Psi_0(a_1 \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1 a_2 \cdot \cos\Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos\Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1 a_2) \qquad I_0(1 + 2a_1 a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1 a_2) - I_0(1 - 2a_1 a_2)}{I_0(1 + 2a_1 a_2) + I_0(1 - 2a_1 a_2)}$$

$$V = 2a_1 a_2$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) \quad = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1+\Phi_2)/2}\Psi_0(a_1\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$\boxed{I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos\Delta\Phi)}$$

$$-1 \leq \cos\Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \qquad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

$$V = 2a_1a_2$$

$$\boxed{I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + V \cdot \cos\Delta\Phi)}$$

DNES ZÁKLADNÍ FORMULE

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

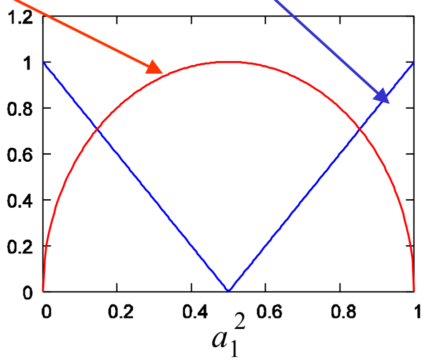
$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

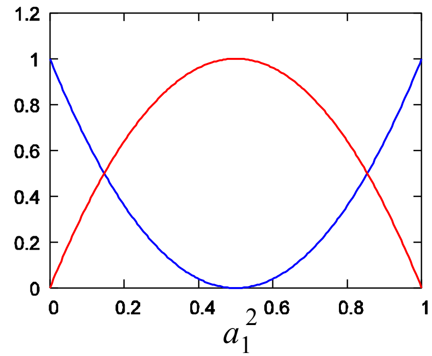
$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

$$\boxed{V = 2 a_1 a_2}$$

$$\boxed{W = | a_1^2 - a_2^2 |}$$

$$V^2 + W^2 = 1$$





Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

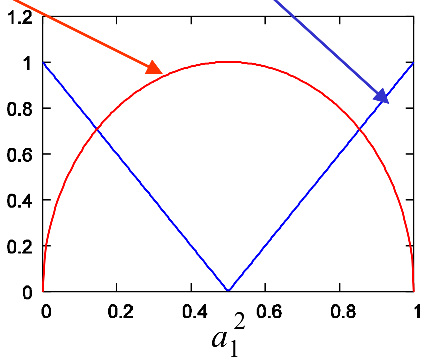
kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

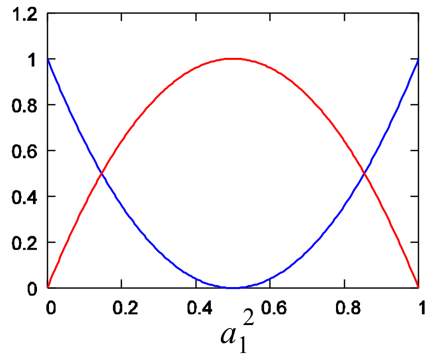
$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

$$\boxed{V = 2a_1 a_2} \qquad \boxed{W = |a_1^2 - a_2^2|}$$

$$V^2 + W^2 = 1$$



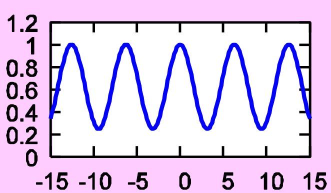


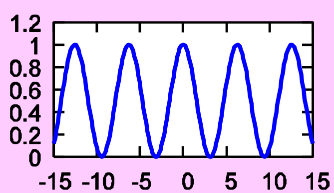
Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

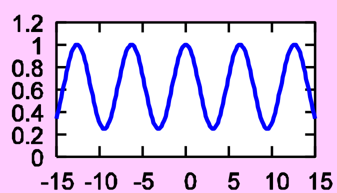
$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1 + 2a_1 a_2 \cdot \cos \Delta\Phi}{1 + 2a_1 a_2}$$

$a_1^2 = 0.9, a_2^2 = 0.1$ | $a_1^2 = 0.5, a_2^2 = 0.5$ | $a_1^2 = 0.1, a_2^2 = 0.9$

$V = 0.6, W = 0.8$ | $V = 1.0, W = 0.0$ | $V = 0.6, W = 0.8$







Vložka:

výpočet $\Delta\Phi$ pro optický potenciál

B06 *Optický potenciál neutronů v PL*

celková potenciální energie ve vzorku $\rightarrow$ efektivní konstantní pot. energie

$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \Sigma b_i \cdot \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \rightarrow V_{\mathrm{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

index lomu $\quad n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r}) / 2E$

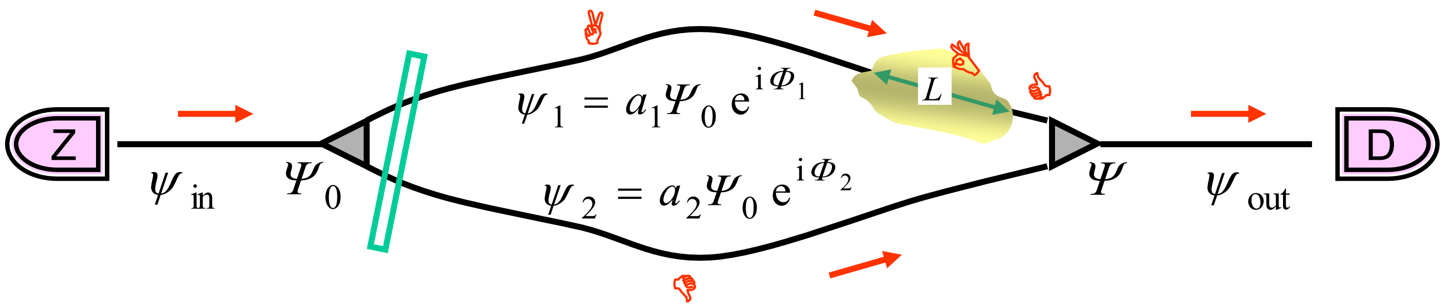
$$\boxed{n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi}$$

Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r}) / 2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

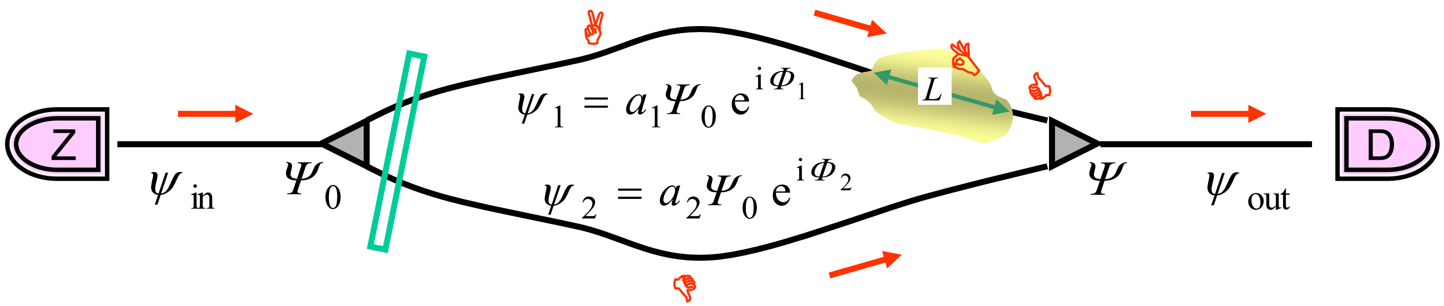


Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r})/2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



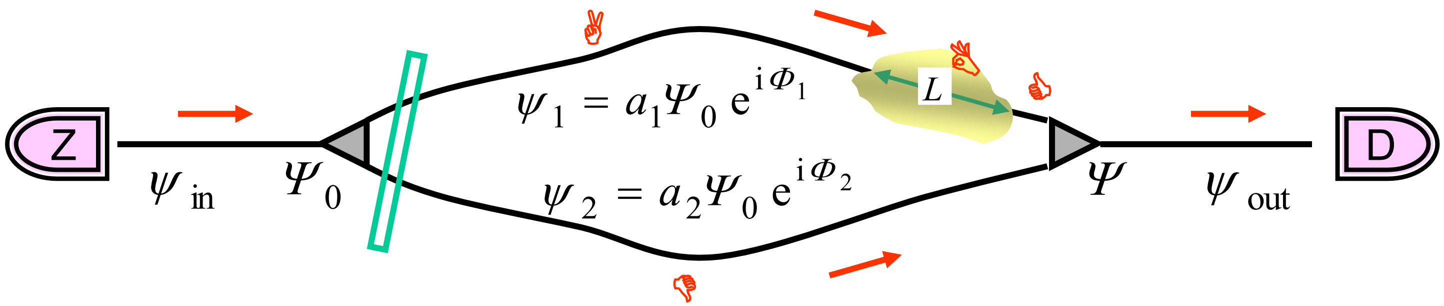
$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} \mathrm{d}s \cdot k_0 = k_0 s_2$$

Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{OPT}(\boldsymbol{r})/2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{D} \mathrm{d}s \cdot k_0 = k_0 s_2$$

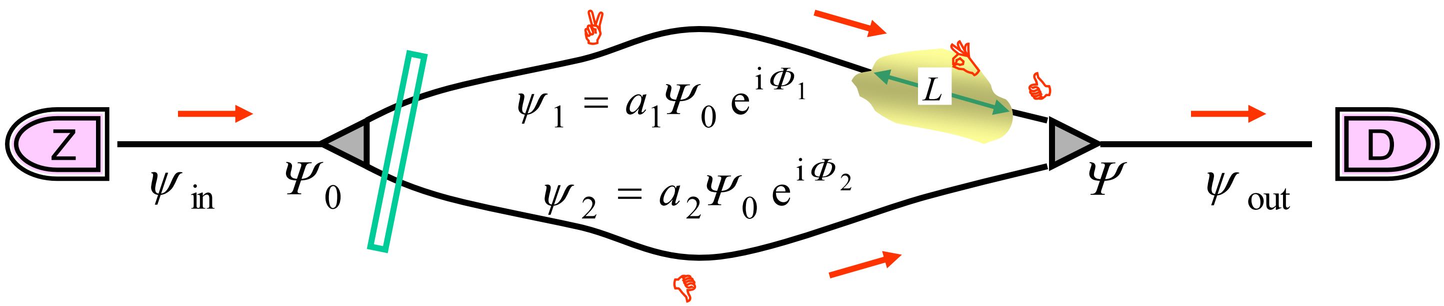
$$\Phi_1 = \int_{A} \mathrm{d}s \cdot k_0 + \int_{B} \mathrm{d}s \cdot k_0 \cdot n + \int_{C} \mathrm{d}s \cdot k_0$$

Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r})/2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} \mathrm{d}s \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} \mathrm{d}s \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} \mathrm{d}s \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} \mathrm{d}s \cdot k_0$$

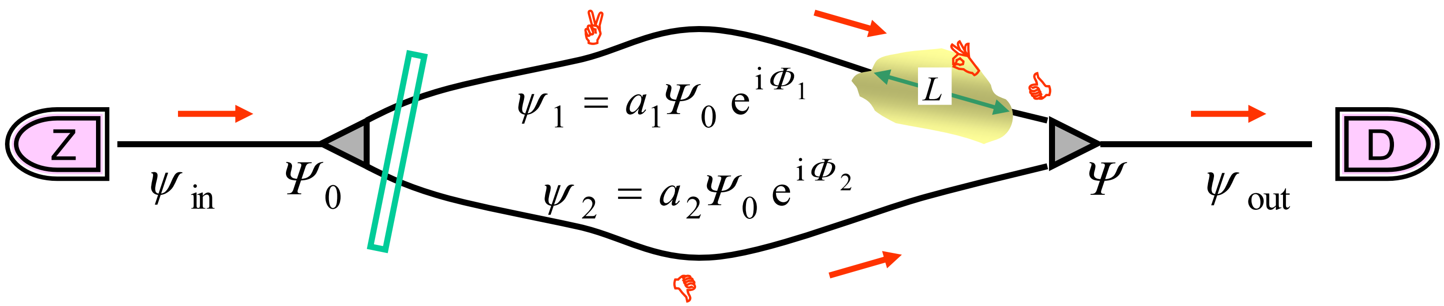
$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \overline{b} \cdot L \cdot N$$

Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r}) / 2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} \mathrm{d}s \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} \mathrm{d}s \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} \mathrm{d}s \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} \mathrm{d}s \cdot k_0$$

$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \overline{b} \cdot L \cdot N$$

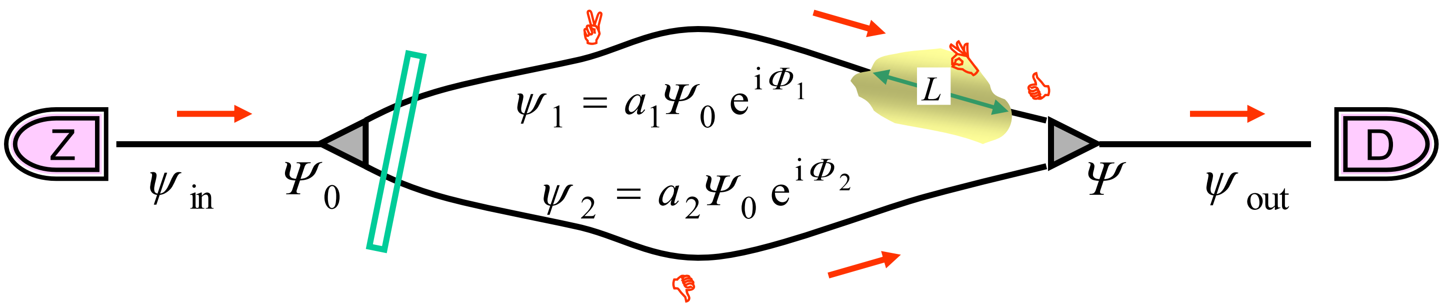
$$\boxed{\Delta\Phi = \cancel{k_0 (s_1 - s_2)} - \lambda_0 \overline{b} \, L \, N}$$

Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{\mathrm{OPT}}(\boldsymbol{r}) / 2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} \mathrm{d}s \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} \mathrm{d}s \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} \mathrm{d}s \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} \mathrm{d}s \cdot k_0$$

$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \overline{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \overline{b} \cdot L \cdot N$$

$$\boxed{\Delta\Phi = \cancel{k_0 (s_1 - s_2)} - \lambda_0 \overline{b}\, L\, N}$$

Numerický příklad pro **Al**

$$\Delta\Phi = .23 \times 10^{-9} \cdot 3.5 \times 10^{-15} \cdot 1 \times 10^{-3} \cdot 60.3 \times 10^{27}$$

$$= 48.5 = 15.5\,\pi$$

$L = 1$ mm volíme

II. krok
Interference reálného svazku:
Čisté a smíšené stavy v kvantové fyzice

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární čistý stav

Dopadající svazek je monochromatická vlna.

Koherentní vlna o jediné ostré energii: **Čistý stav ideální případ**

$$\boxed{I = I_0 (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi)}$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

<u>Intensity</u> od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \quad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

vážený průměr

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k\; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \qquad \int \mathrm{d}k\; w(k) = 1$$

EXPERIMENTÁLNÍ POHLED

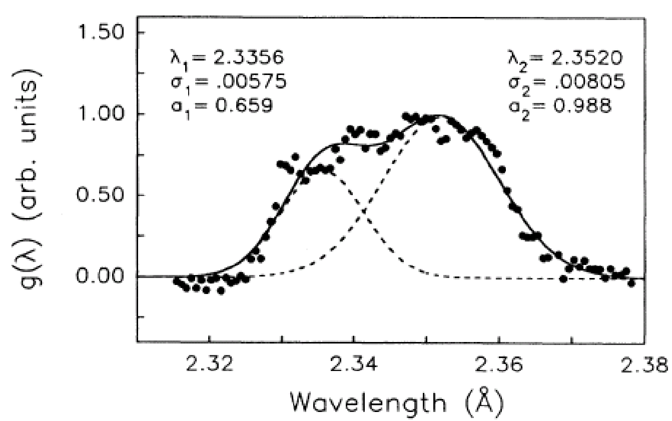


FIG. 3. Measured wavelength spectrum $g(\lambda)$ for the phase-echo experiment, and the double-Gaussian fit to it.

REÁLNÝ PŘÍKLAD

Dvojitý gaussovský profil

$$w(k) = 2\pi\, g(2\pi / k) \cdot k^{-2}$$

$$\frac{\delta k}{k} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{0.02}{2.34}$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \qquad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

POHLED ZÁKLADNÍ: STAVY KVANTOVÉ TEORIE

stav	čistý	smíšený
struktura	$\lvert \ell \rangle$	$\{\lvert \ell \rangle, w_\ell\} \qquad \sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell \rvert A \lvert \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum w_\ell \langle \ell \rvert A \lvert \ell \rangle$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní s... ...ích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od... ...ítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom ... energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

I ... $\Phi(k)),\quad \int \mathrm{d}k\ w(k) = 1$

Limitní případ:

$w_\ell = \delta_{\ell\ell'}$

...STAVY KVANTOVÉ TEORIE

stav	čistý	smíšený
struktura	$\lvert \ell \rangle$	$\{\lvert \ell \rangle, w_\ell\}$ $\sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell \lvert A \rvert \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum w_\ell \langle \ell \lvert A \rvert \ell \rangle$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní s… …ch: **Smíšený** …

Intensity od… …ítají: vlny…

Záleží na tom… …*energii vln…* …*u:*

I … $\Phi(k)),$

Limitní případ:

$w_\ell = \delta_{\ell\ell}$

Dvojí středování:

vnitřní **kvantově mechan.**

vnější **vážený průměr po směsi stavů**

oslabuje koherenci

…STAVY KVA…

stav	**čistý**	**smíšený**
struktura	$\vert\ell\rangle$	$\{\vert\ell\rangle, \ldots\}$ $\sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A\rangle = \langle\ell\vert A\vert\ell\rangle$	$\langle A\rangle = \sum w_\ell \langle\ell\vert A\vert\ell\rangle$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní s... ch: **Smíšený** ...

Intensity od... ítají: vlny...

Záleží na tor... energii vln... u:

$$I \quad \ldots \quad \Phi(k)),$$

Limitní případ:

$$w_\ell = \delta_{\ell\ell}$$

Dvojí středování:

vnitřní kvantově mechan.

vnější vážený průměr po směsi stavů

oslabuje koherenci

...STAVY KVA...

stav	čistý	smíšený
struktura	$\vert\ell\rangle$	$\{\vert\ell\rangle, \ldots\}$ $\quad \sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A\rangle = \langle\ell\vert A\vert\ell\rangle$	$\langle A\rangle = \sum w_\ell \langle\ell\vert A\vert\ell\rangle$

Dirac, von Neumann **matice hustoty**

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \quad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

$$I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot \left(1 + V \cdot \mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k)}\right)\right)$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

<u>Intensity</u> od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \quad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

$$I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot \left(1 + V \cdot \mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k)}\right)\right)$$

$$I = I_0 \cdot \left(1 + V \cdot \mathrm{Re} \int \mathrm{d}k \; w(k) \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k)}\right)$$

ekvivalentní, ale velmi produktivní přepis

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

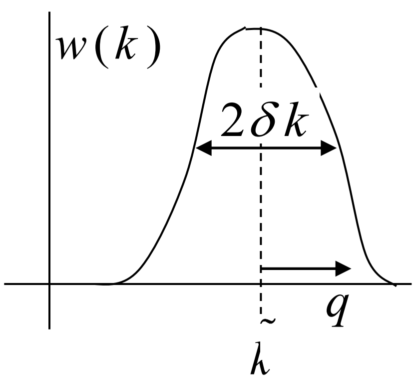
Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

<u>Intensity</u> od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k\; w(k)\cdot(1 + V\cdot\cos\Delta\Phi(k)),}\quad \int \mathrm{d}k\; w(k) = 1$$



$$I = I_0\cdot\left(1 + V\cdot\mathrm{Re}\int \mathrm{d}k\; w(k)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k)}\right)$$

Pro úzké rozdělení

$$\int \mathrm{d}k\; w(k)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k)} = \int \mathrm{d}q\; w(\tilde{k}+q)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot q\right)}$$

$$\boxed{I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\underbrace{\int \mathrm{d}q\; w(\tilde{k}+q)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot q}}_{W\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})\right)}\right)\right)}$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

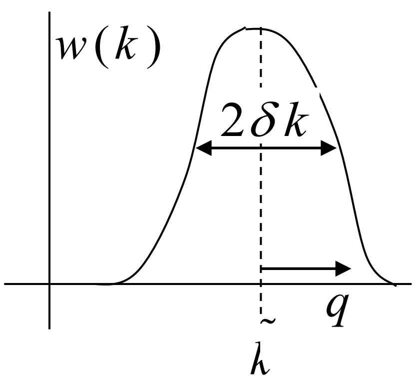
Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k\; w(k)\cdot\left(1 + V\cdot\cos\Delta\Phi(k)\right),}\quad \int \mathrm{d}k\; w(k) = 1$$



$$\boxed{I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\underbrace{\int \mathrm{d}q\; w(\tilde{k}+q)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi'(\tilde{k})\cdot q}}_{W\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})\right)}\right)\right)}$$

Čistý stav jako limita (ve spojitém spektru)

$$w(k) \to \delta(k-\tilde{k}) \quad \to \quad w(\tilde{k}+q) \to \delta(q),\, W(x) \to 1$$

$$I \to I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\right)\right)$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

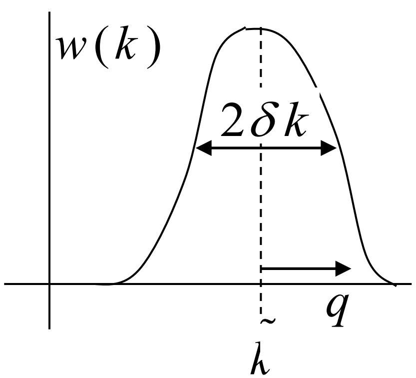
Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k\; w(k)\cdot\left(1 + V\cdot\cos\Delta\Phi(k)\right),} \qquad \int \mathrm{d}k\; w(k) = 1$$



$$I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}\left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\, W\!\left(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})\right)\right]\right)$$

$$W(x) = \int \mathrm{d}q\; w(\tilde{k}+q)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}xq}$$

Gaussovo rozdělení

$$w(\tilde{k}+q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\delta k}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\delta k}\right)^2}, \quad W(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\delta s}\right)^2}$$

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k})/\delta s\right)^2}\right) \qquad \boxed{\delta s = \frac{1}{\delta k}}$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{\ldots\,\Phi(\tilde{k})/\delta s)^2}\right) \qquad \boxed{\delta s = \frac{1}{\delta k}}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))/2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}}\,\frac{\ldots}{\hbar}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}}\cdot\frac{\ldots}{\hbar}\ldots\mathbf{r}\ldots = \frac{1}{\tilde{k}}\ldots\tilde{k}\ldots \text{[illegible]}$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})/\delta s\right)^2}\right)$$

$$\boxed{\delta s = \frac{1}{\delta k}}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k}\int ds\cdot V(\mathbf{r}(s))/2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}}\frac{m}{\hbar}\int ds\cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{d}{dk}\Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}}\cdot\frac{m}{\hbar}\int ds\cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde{k}}\cdot\Delta\Phi(\tilde{k})$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})\frac{\delta k}{\tilde{k}}\right)^2}\right)$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde k)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde k)/\delta s\right)^2}\right) \qquad \boxed{\delta s = \frac{1}{\delta k}}$$

$$\Delta\Phi(\tilde k) = -\tilde k \int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))/2\tilde E = -\frac{1}{\tilde k}\frac{m}{\hbar^2}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde k) = +\frac{1}{\tilde k^2}\cdot\frac{m}{\hbar^2}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde k}\cdot\Delta\Phi(\tilde k)$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde k)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde k)\frac{\delta k}{\tilde k}\right)^2}\right)$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{\ldots\,\Phi(\tilde{k})/\delta s)^2}\right)$$

$$\boxed{\delta s = \frac{1}{\delta k}}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))/2\tilde{L} = -\frac{1}{\tilde{k}}\,\frac{i}{\hbar}\int \mathrm{d}s\cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}}\cdot\frac{\ldots}{\hbar}\ldots\mathbf{r}\ldots = -\frac{1}{\tilde{k}}\cdot\ldots\tilde{k}\ldots$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})\,\frac{\ldots}{\tilde{k}}\right)^2}\right)$$

a jediné fázové proměnné

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})\ldots\tilde{k}\right)^2}\right)$$

<u>EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)</u>

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH\sin\varphi \times g\frac{m^2}{\hbar}\times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0\overline{b}\,LN = -2\pi\overline{b}\,LN\times k^{-1}$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})\frac{\ldots}{\tilde{k}}\right)^{2}}\right)$$

<u>EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)</u>

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH\sin\varphi \times g\frac{m^2}{\hbar}\times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0\overline{b}\,LN = -2\pi\overline{b}\,LN\times k^{-1}$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu
v neutronové gravimetrii

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k})\,\ldots\,\tilde{k}\right)^2}\right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH\sin\varphi \times g\frac{m^2}{\hbar} \times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0\bar{b}\,LN = -2\pi\bar{b}\,LN \times k^{-1}$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu
v neutronové gravimetrii

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0\left(1 + V\cos\Delta\Phi(\tilde{k})\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\Delta\Phi(\tilde{k}) - \ldots \tilde{k}\right)^2}\right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH\sin\varphi \times g\frac{m^2}{\hbar}\times k^{-1} \equiv C\sin\varphi$$

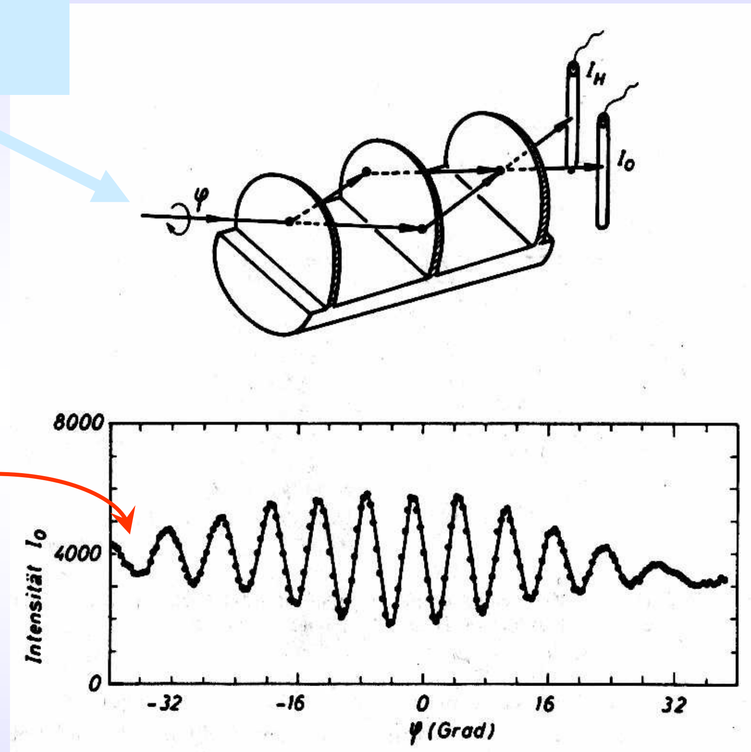
II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0\bar{b}\,LN = -2\pi\bar{b}\,LN\times k^{-1}$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu v neutronové gravimetrii

B06 *Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků*

osa natáčení je vodorovná



❷ kontrast brzo vymizí: to neumíme vysvětlit jen počítáním fázových posuvů.

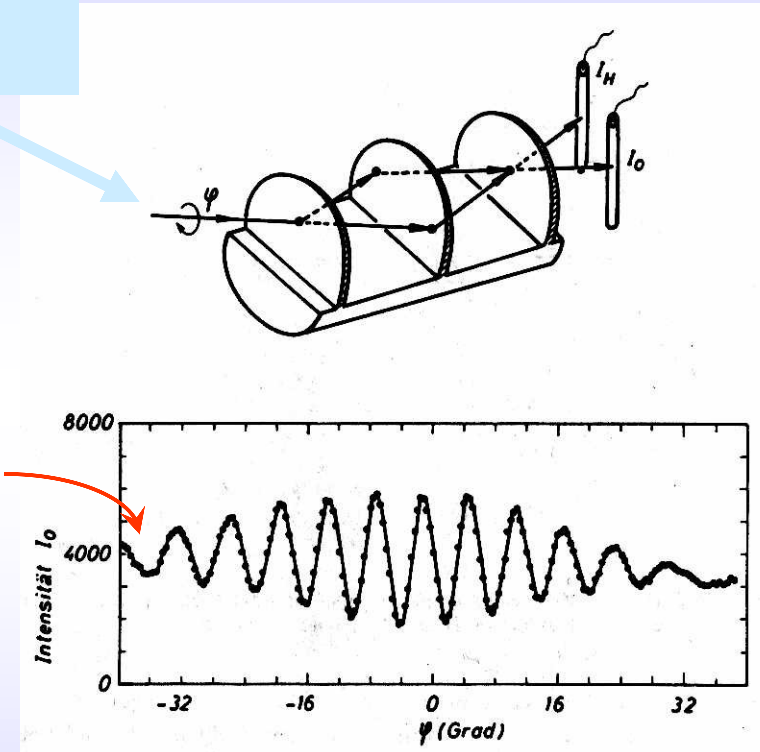
Příště úplnější teorie

COW experiment … Collela, Overhauser, Werner

B06 *Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků*

$$I = I_0\left(1 + V\cos(C\sin\varphi)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(C\sin\varphi\,\frac{\delta\tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}}\right)^2}\right)$$

osa natáčení je vodorovná

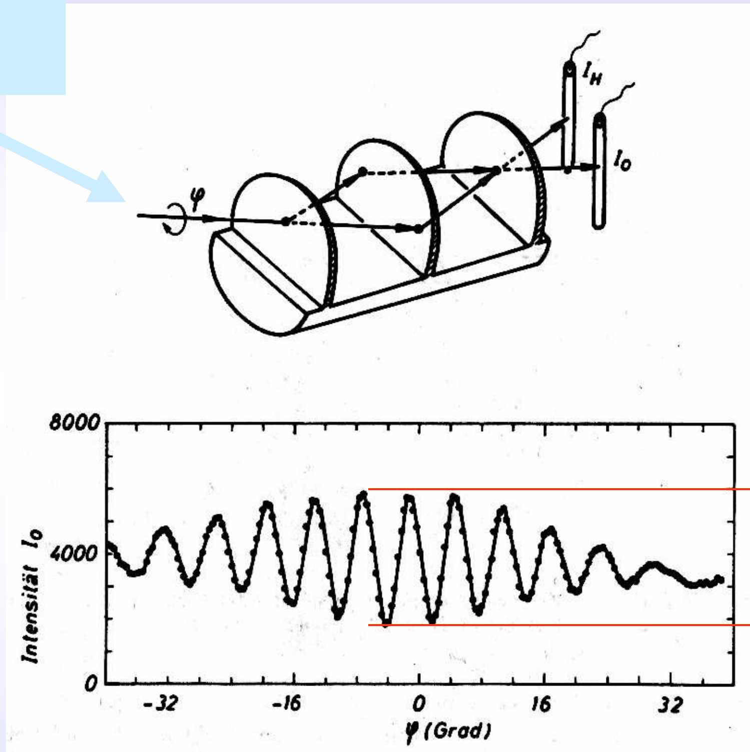


COW experiment … Collela, Overhauser, Werner

B06 *Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků*

$$I = I_0\left(1 + V\cos(C\sin\varphi)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(C\sin\varphi\,\frac{\delta\tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}}\right)^2}\right)$$

osa natáčení je vodorovná



FIT 1.

I_{max}

I_{min}

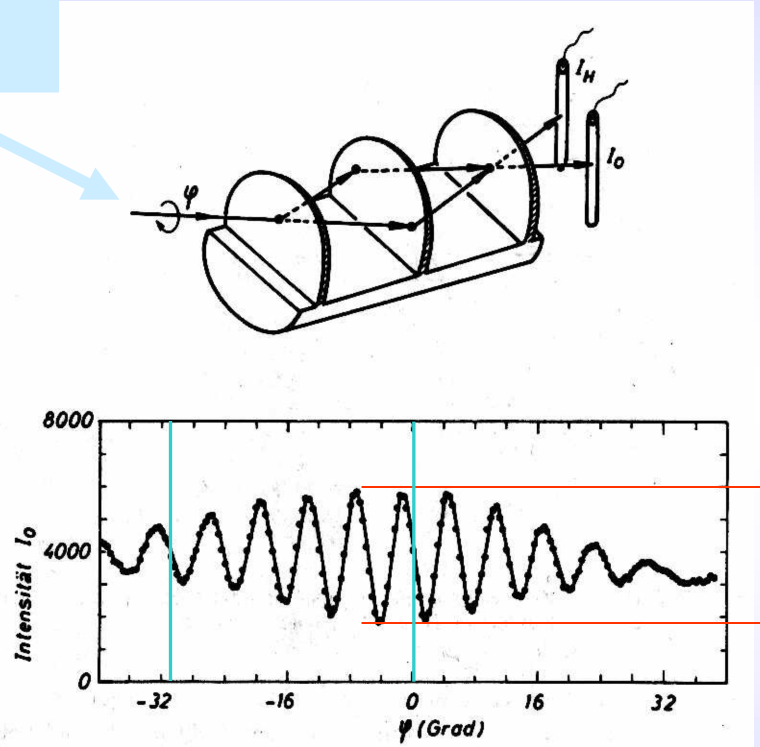
COW experiment … Collela, Overhauser, W

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 0.5$$

B06 *Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků*

$$I = I_0\left(1 + V\cos(C\sin\varphi)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(C\sin\varphi\,\frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}}\right)^2}\right)$$

osa natáčení je vodorovná



FIT 1.

I_{max}

I_{min}

FIT II.

$\Delta\Phi(-31{,}5^\circ) = C\sin(-31{,}5^\circ)$

C

hauser, W

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 0.5$$

B06 *Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků*

$$I = I_0\left(1 + V\cos(C\sin\varphi)\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(C\sin\varphi\,\frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}}\right)^2}\right)$$

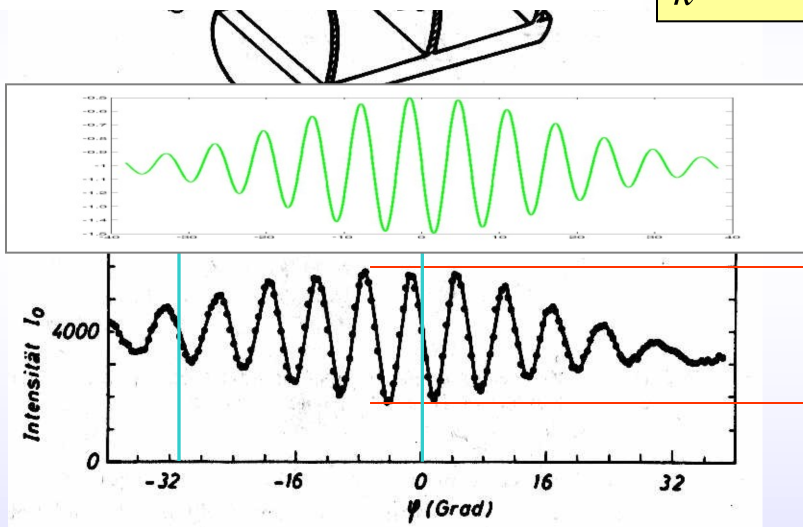
osa natáčení je vodorovná

FIT III.

metodou "trial and error"

$$\frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} = 0.041$$

FIT 1.



I_{max}

I_{min}

FIT II.

$\Delta\Phi(-31{,}5^\circ) = C\sin(-31{,}5^\circ)$

hauser, W

C

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 0.5$$

III. krok
Nestacionární popis interferometru:
Průlet vlnových klubek

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Popis svazku pomocí klubek je vlastně propoj mezi částicemi v reaktoru a vlnami v interferometru. Klubko se hodí tak nějak do obojích míst.

TŘI KROKY (1D klubka)

krok 1. stojící klubko

$$\varphi(x) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 2. klubko s nenulovou hybností

$$\psi(x) = \varphi(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k+k_0)x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot \underbrace{a(k-k_0)}_{c(k)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 3. klubko uvedeme do pohybu

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot c(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

Toto platí pro každou volbu počáteční vlnové funkce.

Co je "klubko"? Má omezený rozsah v *k*-prostoru

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2$$

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x-\omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x-v_0t)-\cancel{\omega(q)t})}$$

zanedbáme rozplývání: linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-v_0t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\times\varphi(x-v_0t)}$$

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2$$

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x-\omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x-v_0 t)-\cancel{\omega(q)t})}$$

zanedbáme rozplývání: linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-v_0 t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x-\omega(k_0)t)}\times\varphi(x-v_0 t)}$$

nosná vlna	$\times$	obálka klubka
$\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0(x-u_0 t)}$	$\times$	$\varphi(x-\upsilon_0 t)$
$u_0 = \dfrac{\omega(k_0)}{k_0} = \dfrac{\hbar}{2m}k_0$		$\upsilon_0 = \dfrac{\mathrm{d}\omega(k_0)}{\mathrm{d}k_0} = \dfrac{\hbar}{m}k_0 = 2u_0$
fázová rychlost		grupová rychlost

Interference vlnových klubek: zpožděné klubko ve vnějším potenciálu

Známe $\Delta\Phi(k)$; ***k*** snadno přepočteme na energii pomocí

$$\boxed{\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2}$$

$$\boxed{\Psi_1(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)}$$

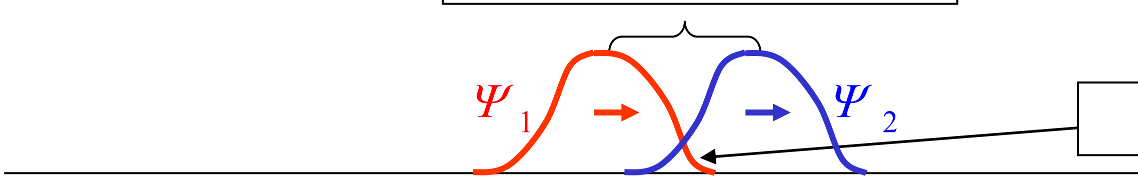
$$\Psi_2(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx + \Delta\Phi(k) - \omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x + \Delta\Phi(k_0+q) - \omega(k_0+q)t)}$$

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)}$$

$$\boxed{\Psi_2(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)}$$

DRÁHOVÝ POSUN Δx



překryv

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystřeďování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

spektrální intensita klubka

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

$$I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\,W(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k}))]\right)$$

$$W(x) = \int \mathrm{d}q\, w(\tilde{k} + q) \cdot \mathrm{e}$$

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{d}{dk}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$

$$I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}[e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})}\,W(\tfrac{d}{dk}\Delta\Phi(\tilde{k}))]\right)$$

$$W(x) = \int dq\, w(\tilde{k} + q) \cdot e^{iqx}$$

	$\delta k \times \delta s = 1$	
klubko	neurčitost hybnosti	velikost klubka
svazek	spektr. šířka svazku	koherenční délka

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

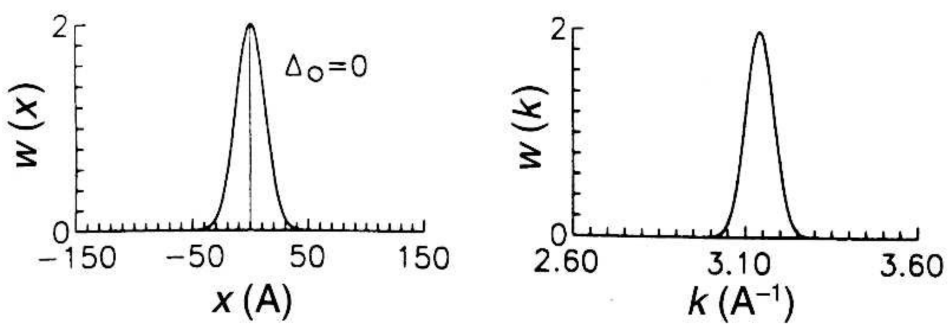
$$I(t)=|\Psi_1(t)+\Psi_2(t)|^2=|\Psi_1(t)|^2+|\Psi_2(t)|^2+2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I\propto 1+V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x)=\int\frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot|c(k_0+q)|^2\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

GAUSSOVSKÉ KLUBKO



Interference vlnových klubek: výpočet intensity

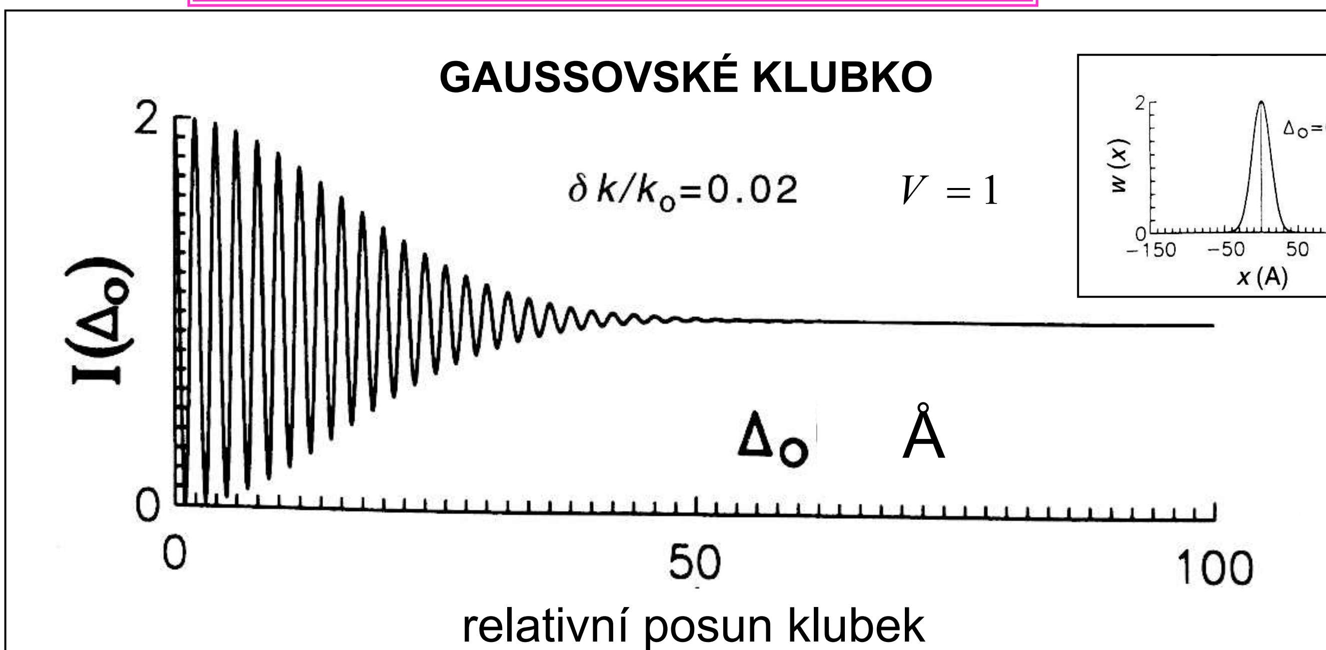
Časově závislá intensita

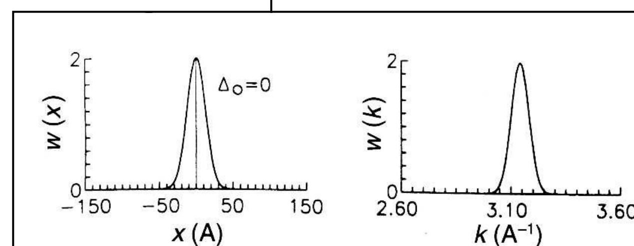
$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0+q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

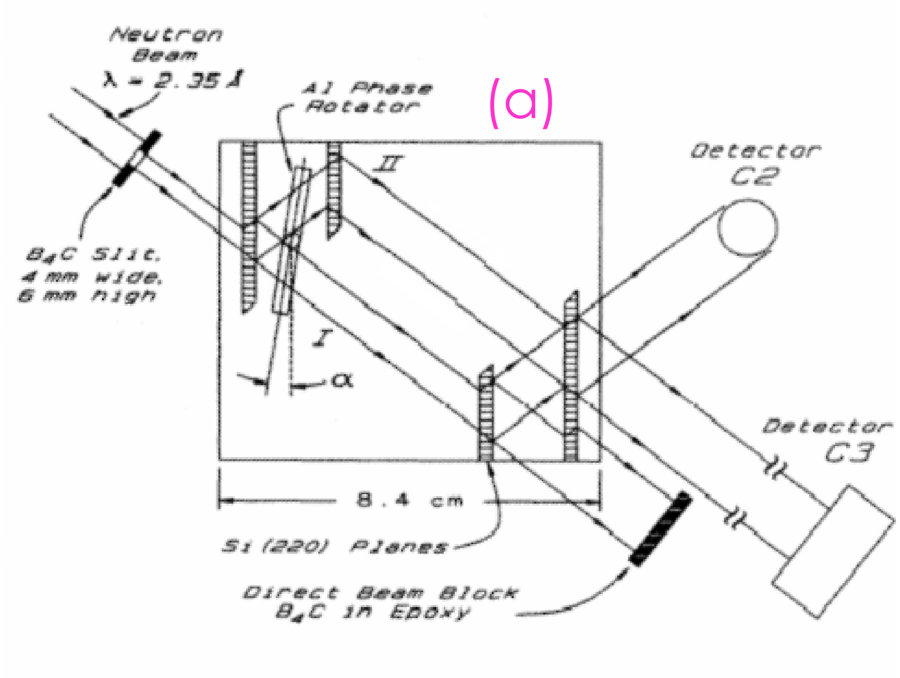




ukázka 1.

„fázové echo“ v neutronové interferometrii

Fázové echo v neutronové interferometrii



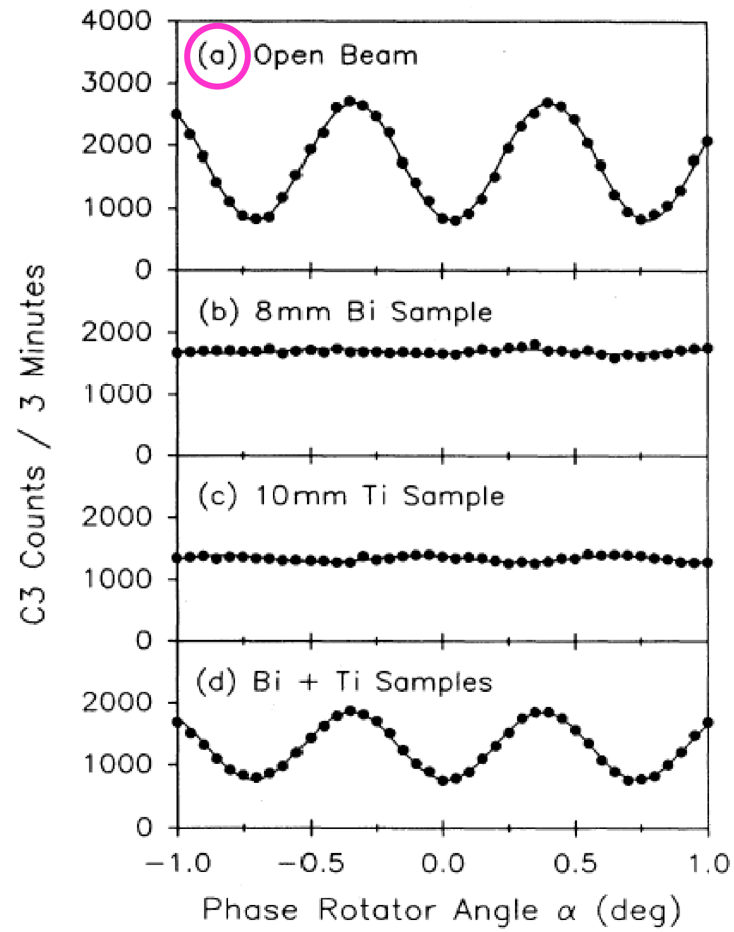
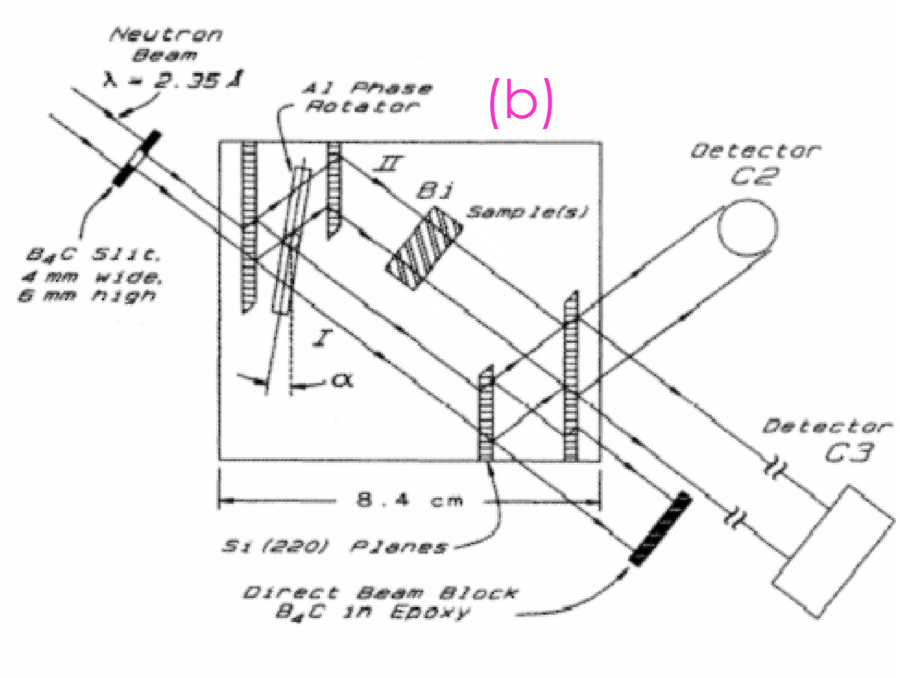


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

Fázové echo v neutronové interferometrii



do jedné cesty vložili blok Bi
tak tlustý, že interference
prakticky vymizela

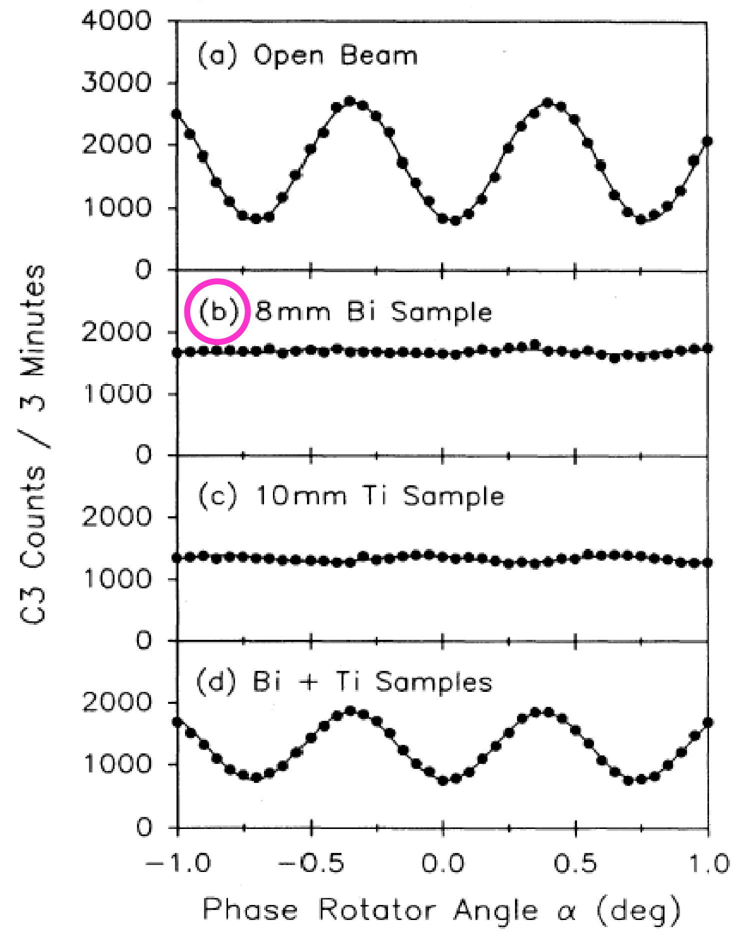
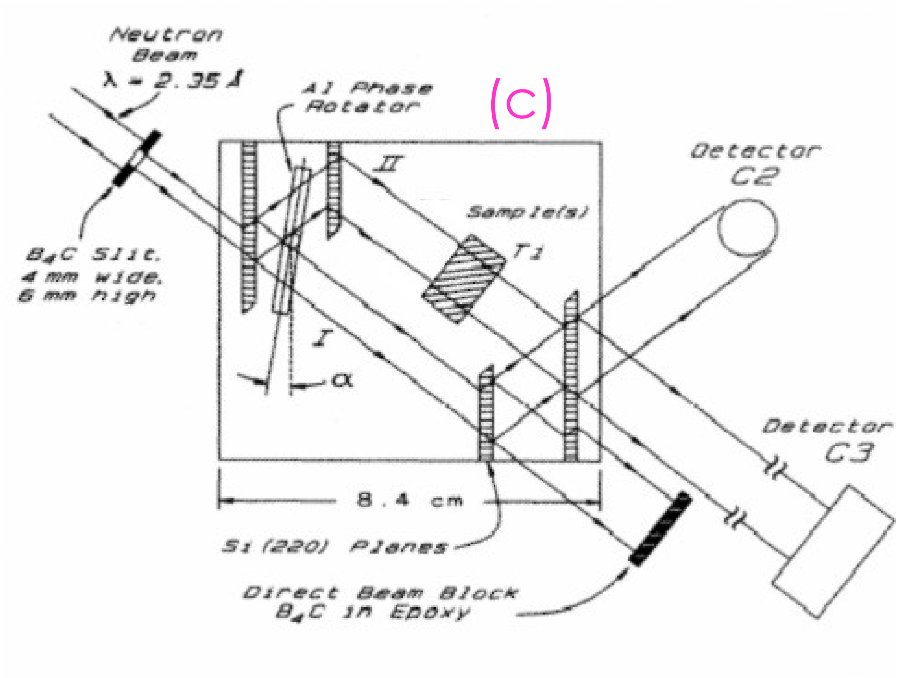


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

Fázové echo v neutronové interferometrii



do jedné cesty vložili blok Bi tak tlustý, že interference prakticky vymizela

podobně působil samotný blok Ti.

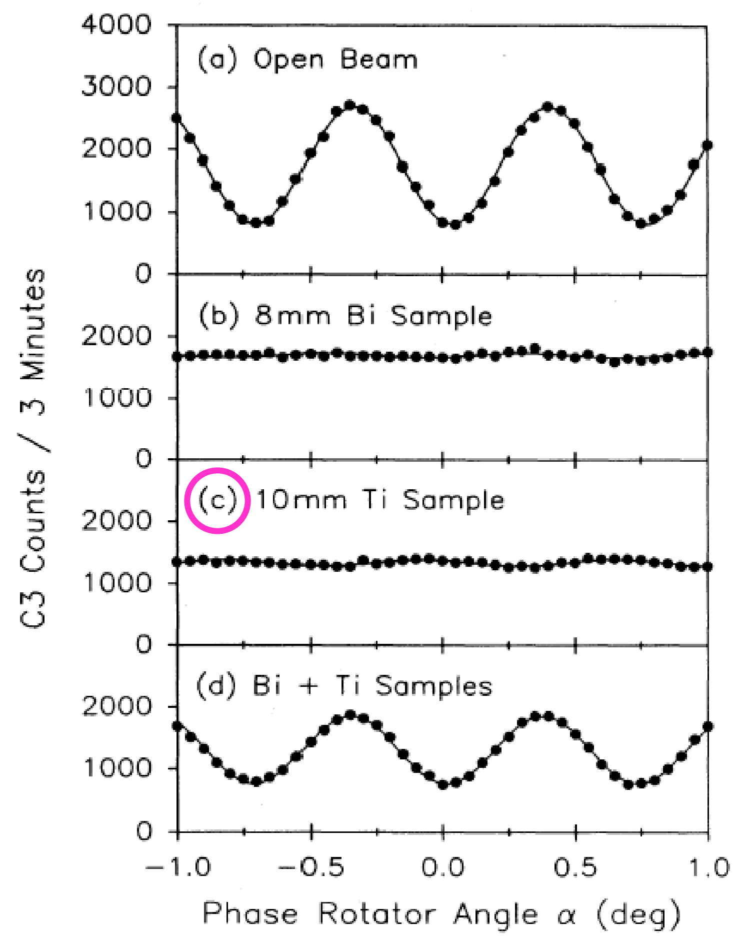
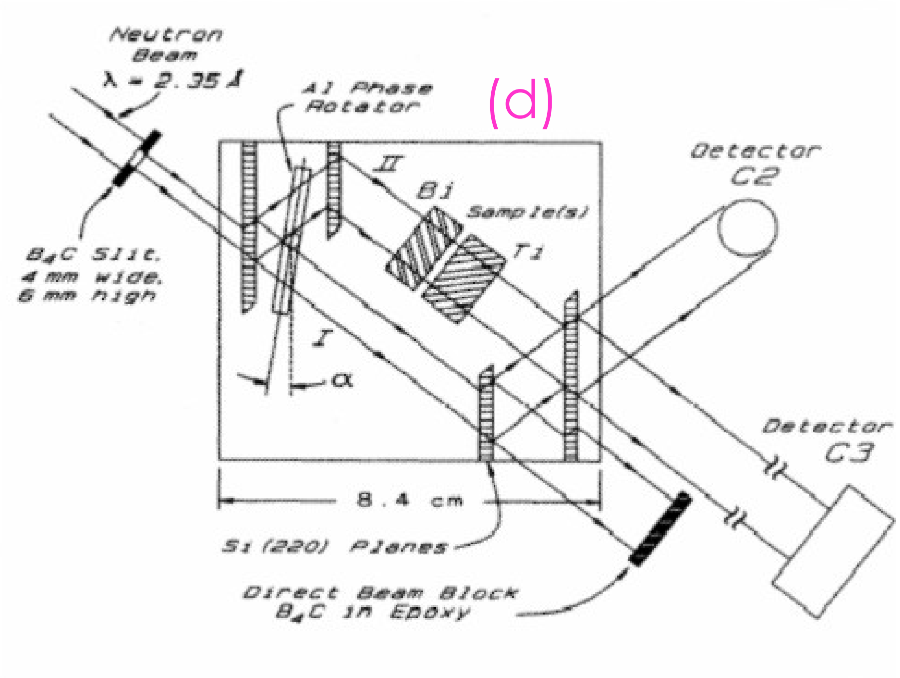


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

Fázové echo v neutronové interferometrii



nakonec vložili blok Bi tak tlustý, že interference prakticky vymizela,

pak za něj vsunuli blok Ti. Ten má zápornou rozptylovou délku *b*, protože je magnetický atd. Proto zase to dráhové zpoždění vykompensoval

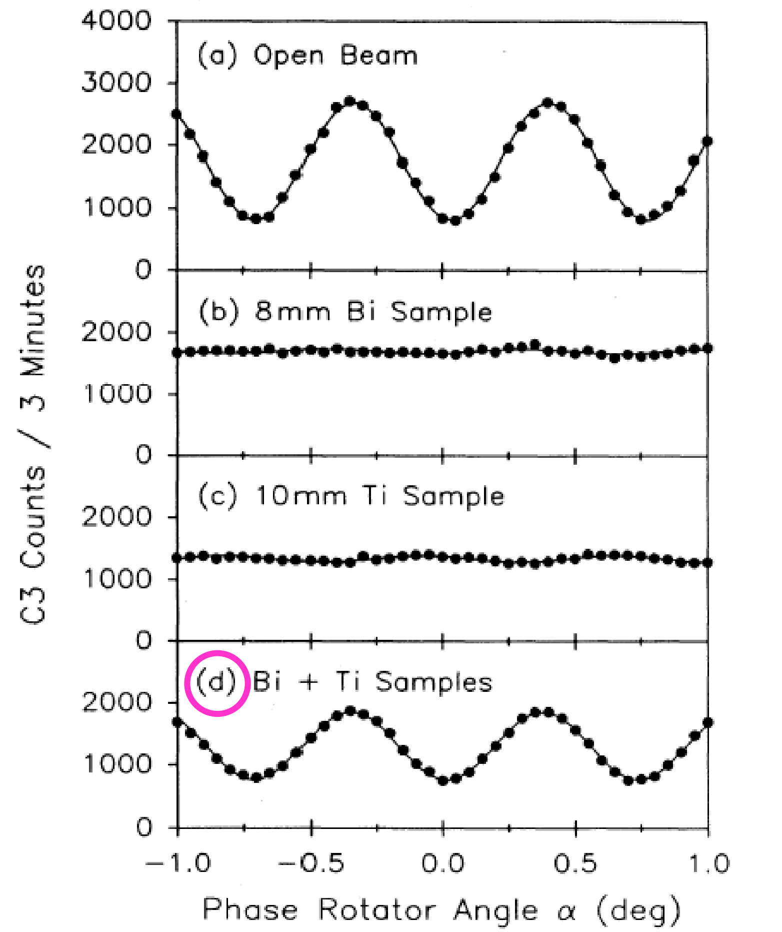
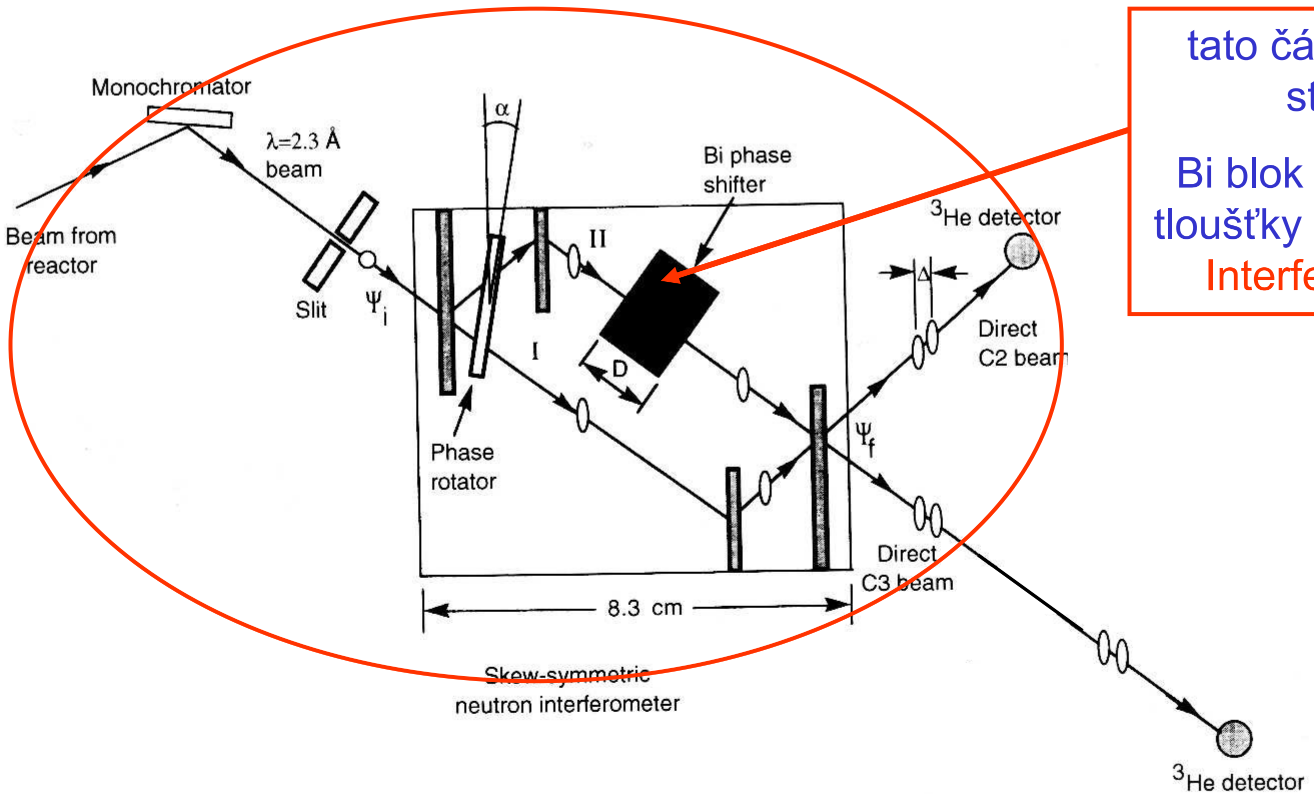


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

ukázka 2.

obnovení koherence dodatečnou filtrací

Dodatečný výběr impulsu … opravdu pěkný kvantový efekt

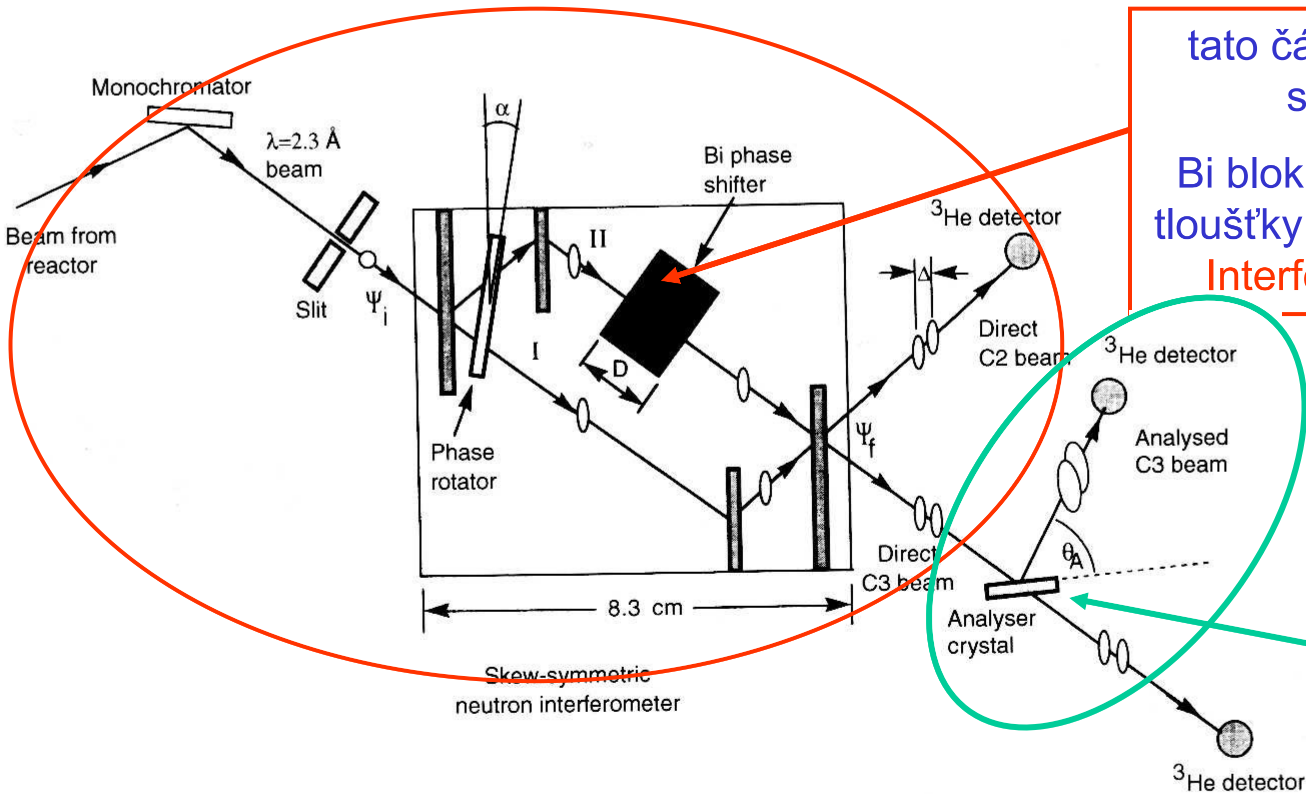


tato část aparatury je standardní

Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění

Interference zaniká

Dodatečný výběr impulsu … opravdu pěkný kvantový efekt



tato část aparatury je standardní

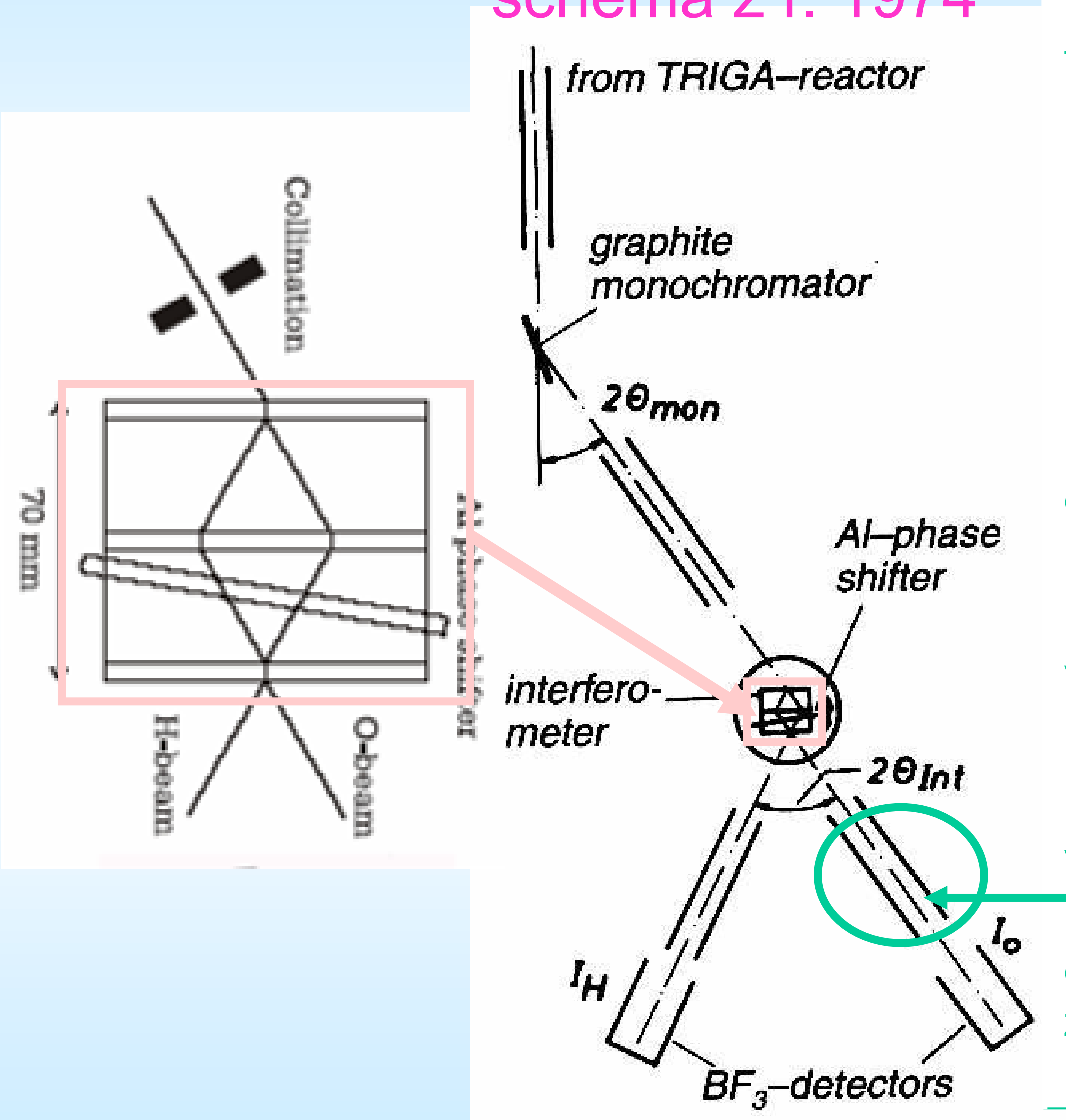
Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění
Interference zaniká

modifikace

vycházející neutrony nejdou rovnou do detektoru, ale ještě jednou jsou analysovány podle hybnosti
Interference obnovena

B06 *Celé zařízení kolem neutronového interferometru*

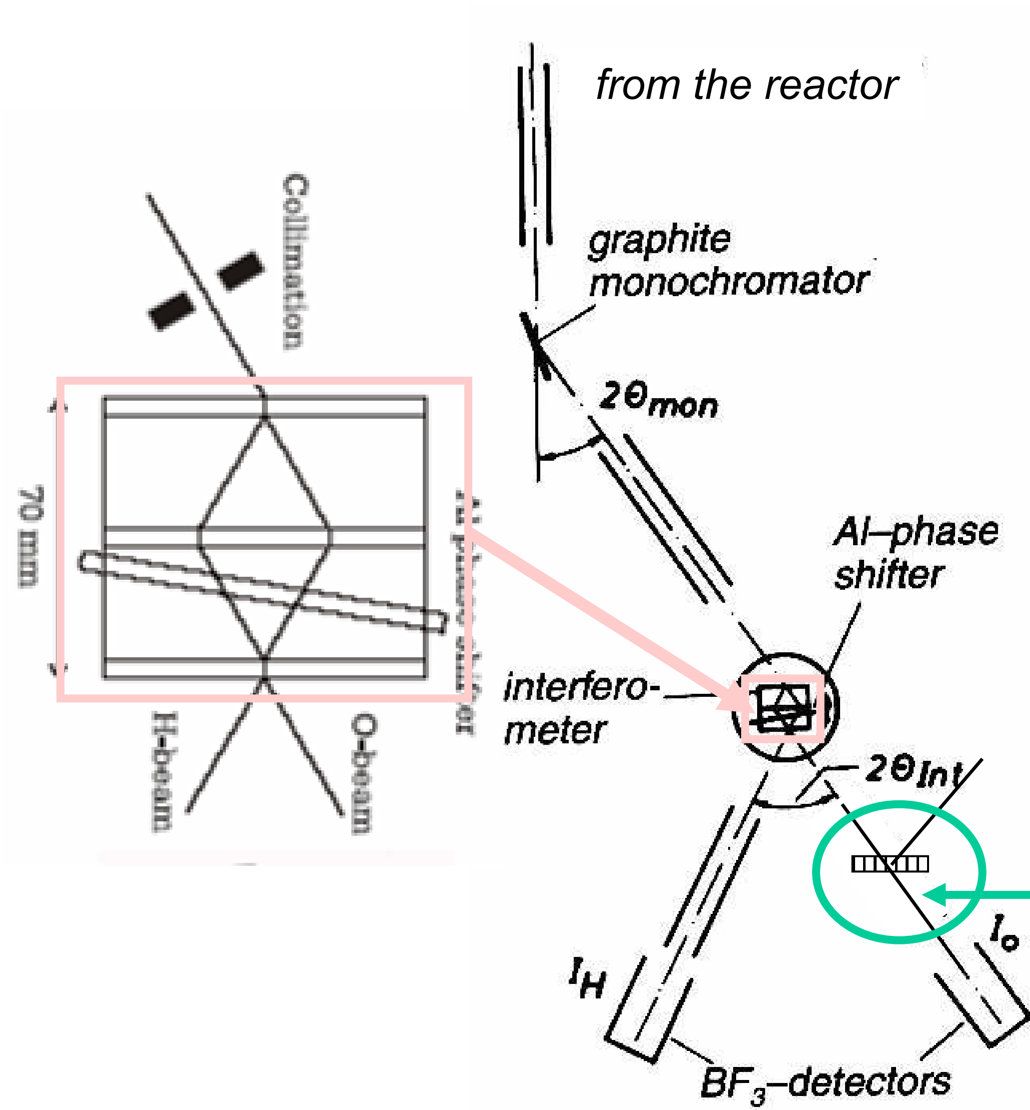
schema z r. 1974



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	*r*
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	*p*
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment **interference**	vlna	*p*
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	*r*

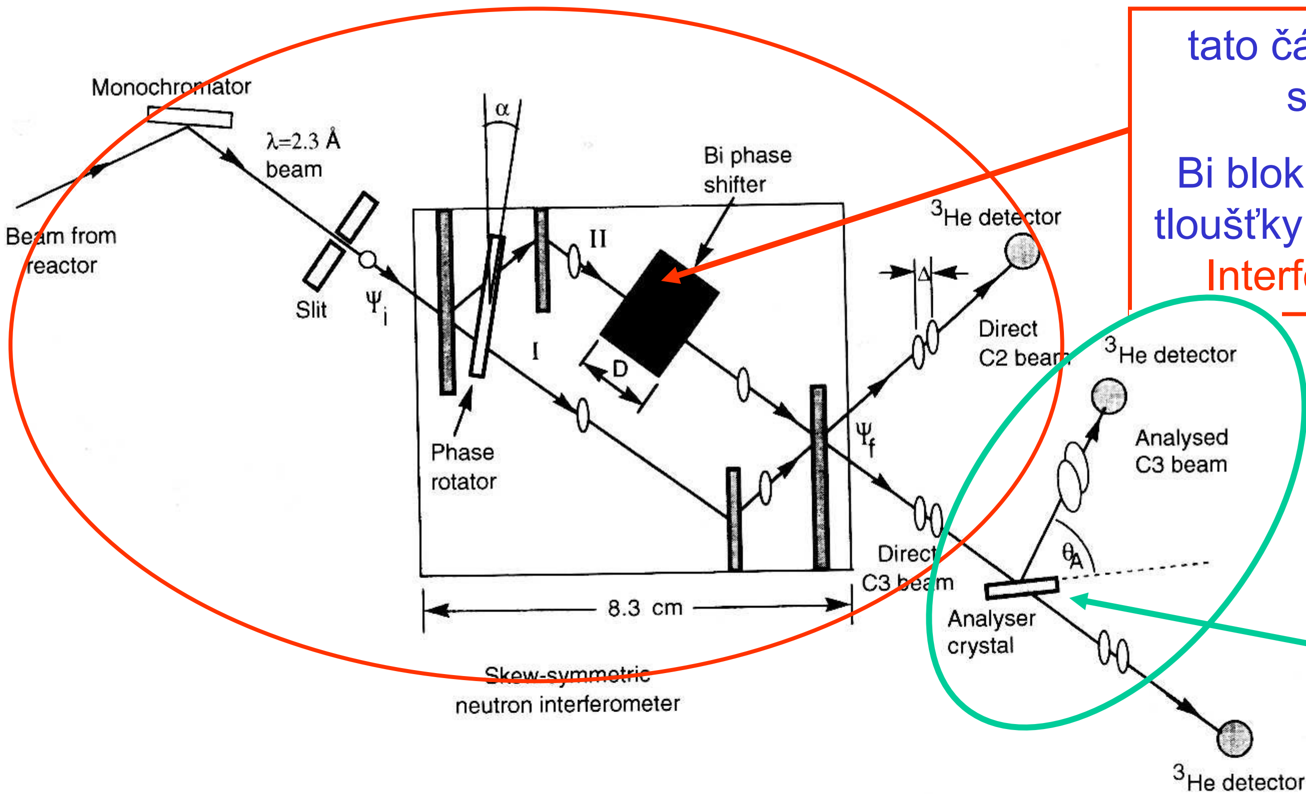
Celé zařízení kolem neutronového interferometru



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	***r***
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	***p***
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment **interference**	vlna	***p***
dodatečně filtrované vycházející svazky	vlna	***p***
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	***r***

Dodatečný výběr impulsu … opravdu pěkný kvantový efekt



tato část aparatury je standardní

Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění
Interference zaniká

modifikace

vycházející neutrony nejdou rovnou do detektoru, ale ještě jednou jsou analysovány podle hybnosti
Interference obnovena

Zachytí se tak zdánlivě již ztracená koherence klubek,
která se viditelně vůbec nepřekrývají,
ale mají ovšem stejné složky v impulsové representaci

Výsledky experimentu

interference klubek

spektrum hybností

bez filtrace

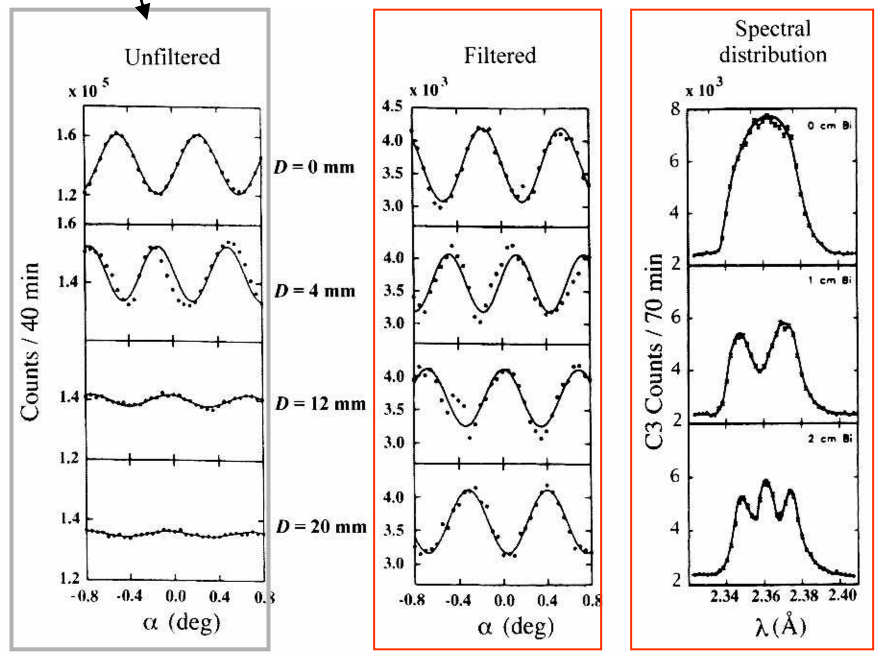
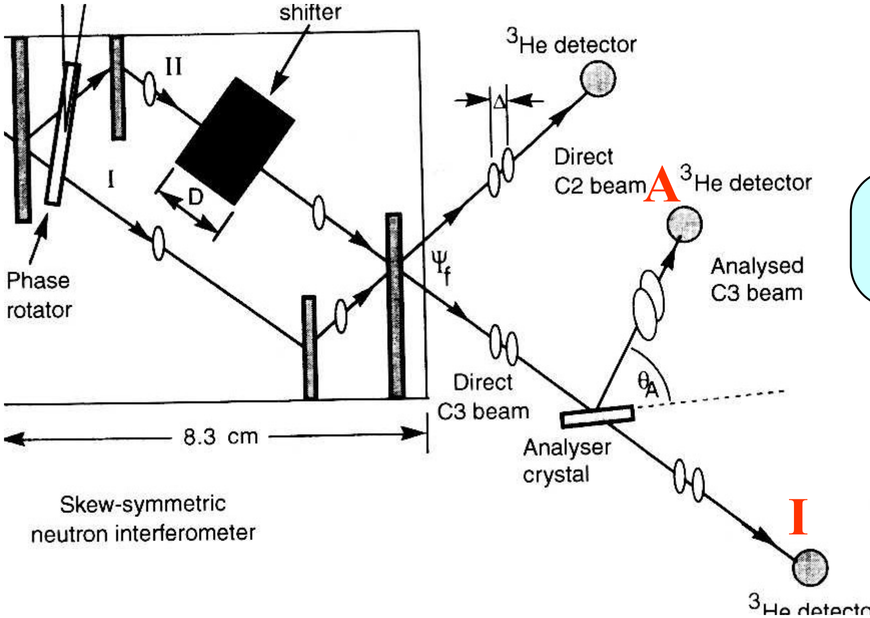


FIGURE 2.17 Measured interference pattern and momentum distributions in the case of momentum postselection [69].

Výsledky experimentu



interference klubek

spektrum hybností

bez filtrace

dodatečná filtrace

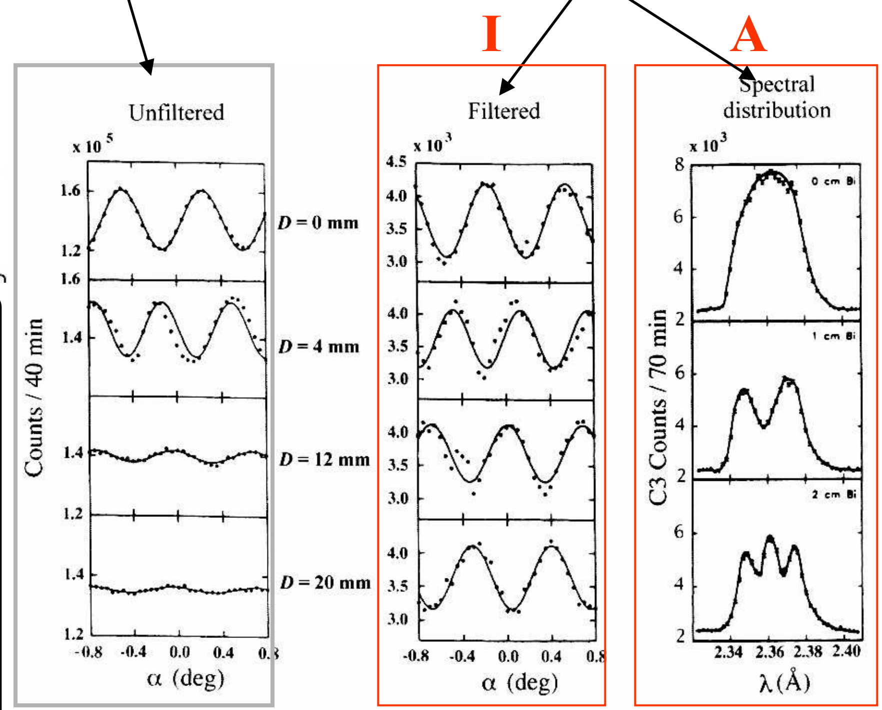


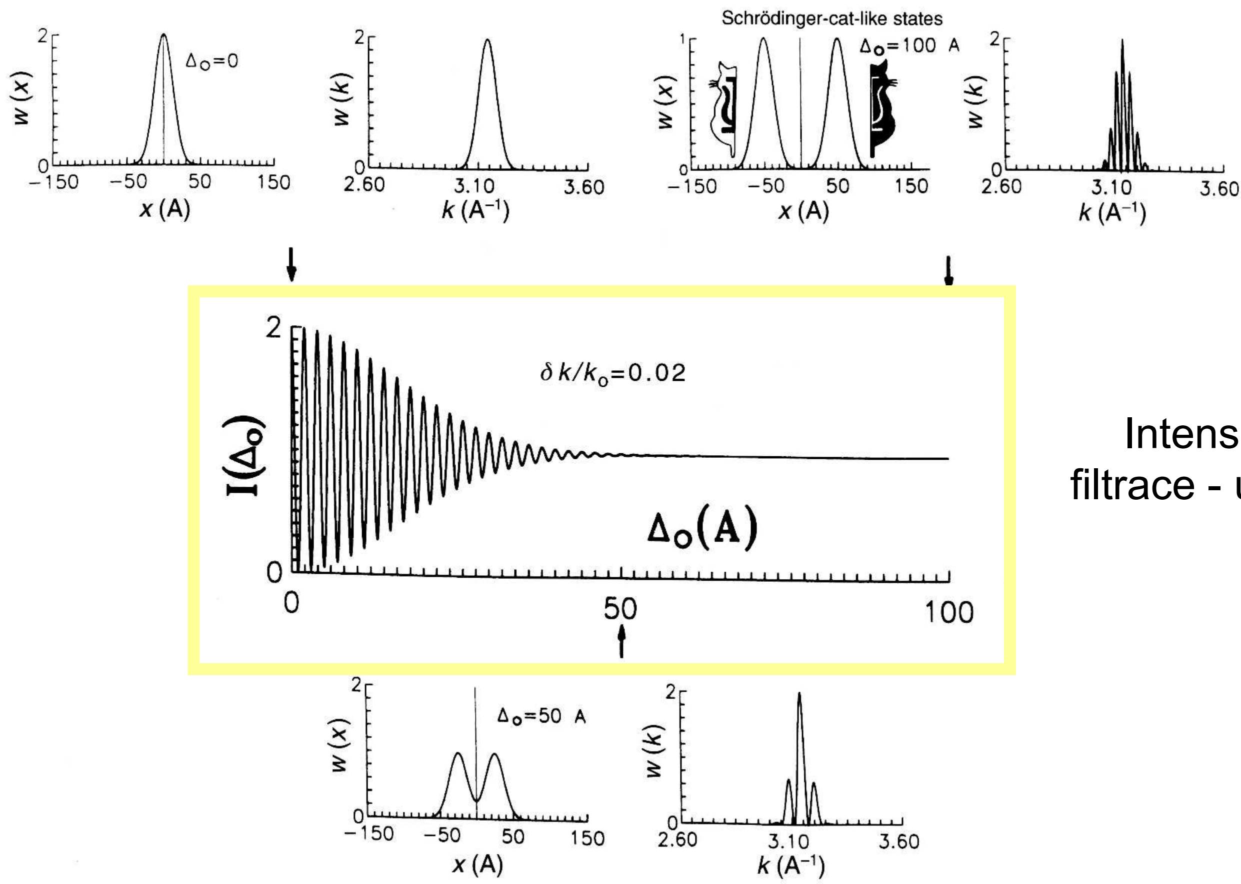
FIGURE 2.17 Measured interference pattern and momentum distributions in the case of momentum postselection [69].

MĚŘENÍ S DODATEČNOU FILTRACÍ

Musíme se rozhodnout mezi dvěma komplementárními měřeními

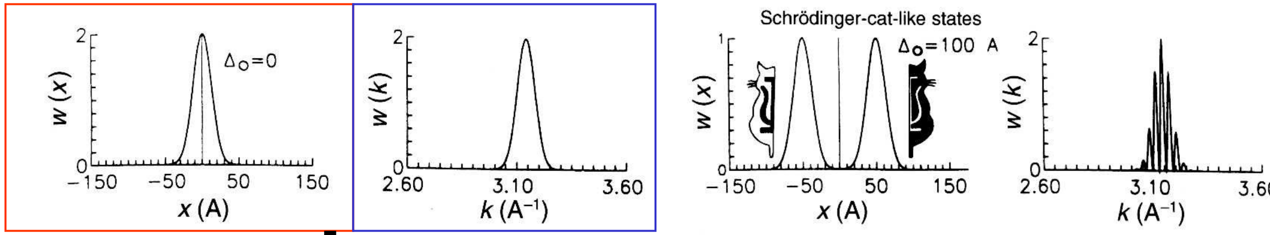
detektor	pevné	měníme	měříme
A	α	θ_A	$\left\|\langle k \| \Psi \| k \rangle\right\|^2$
I	θ_A	α	$I(\Delta\Phi)$

Interpretace postselekčního experimentu



Intensita bez filtrace - už známe

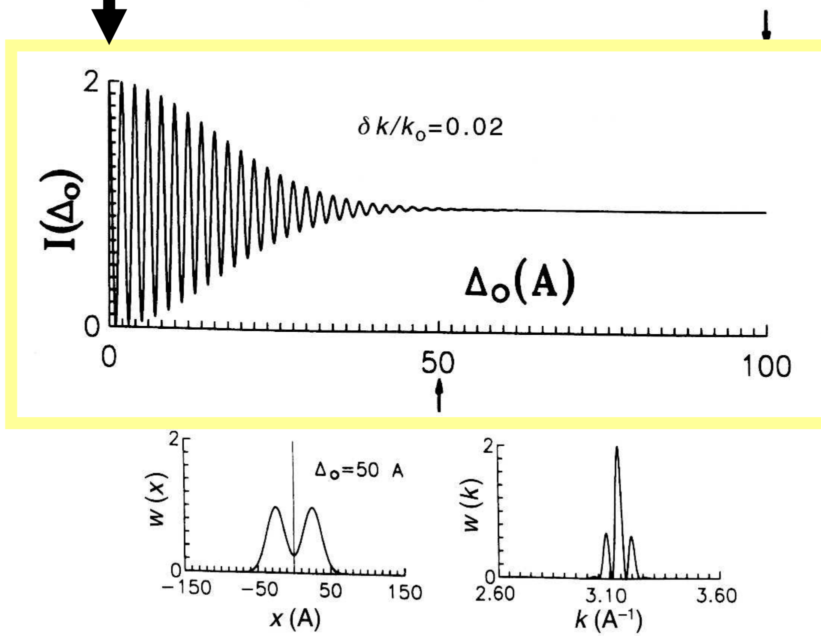
Interpretace postselekčního experimentu



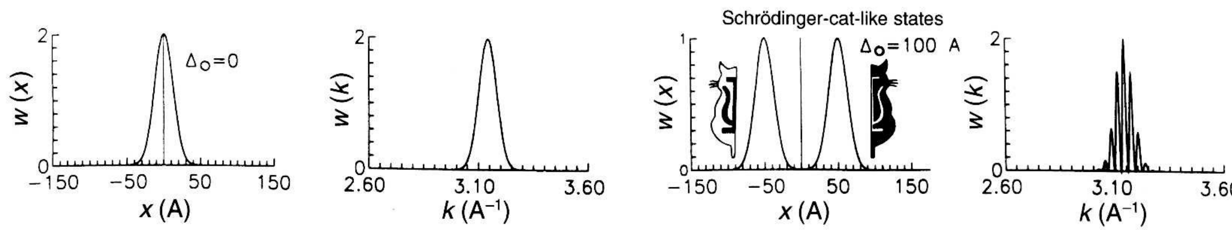
klubka splývají

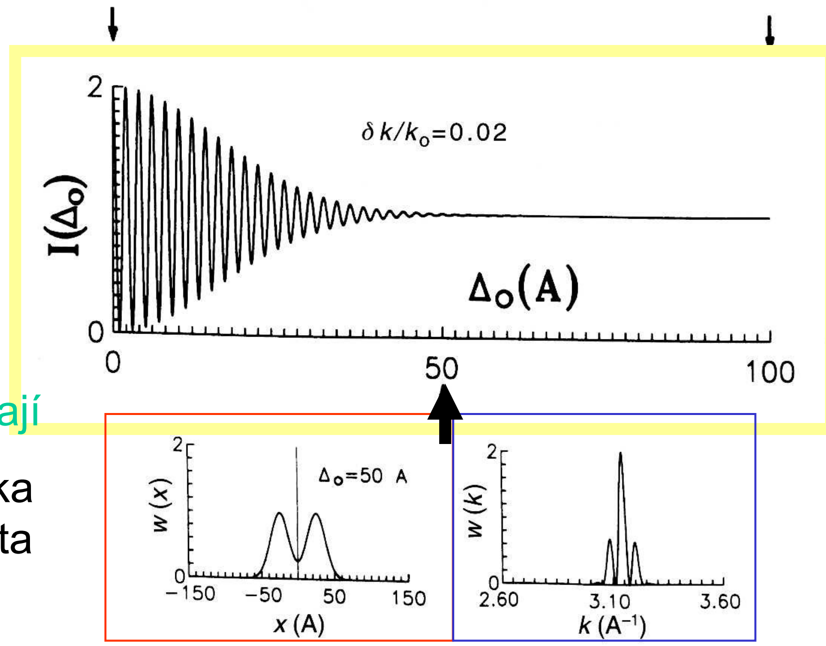
Gaussovské klubko o šíři 50Å posunuto o 0Å

odpovídá Gaussovské rozložení hybnosti kolem střední hodnoty



Interpretace postselekčního experimentu



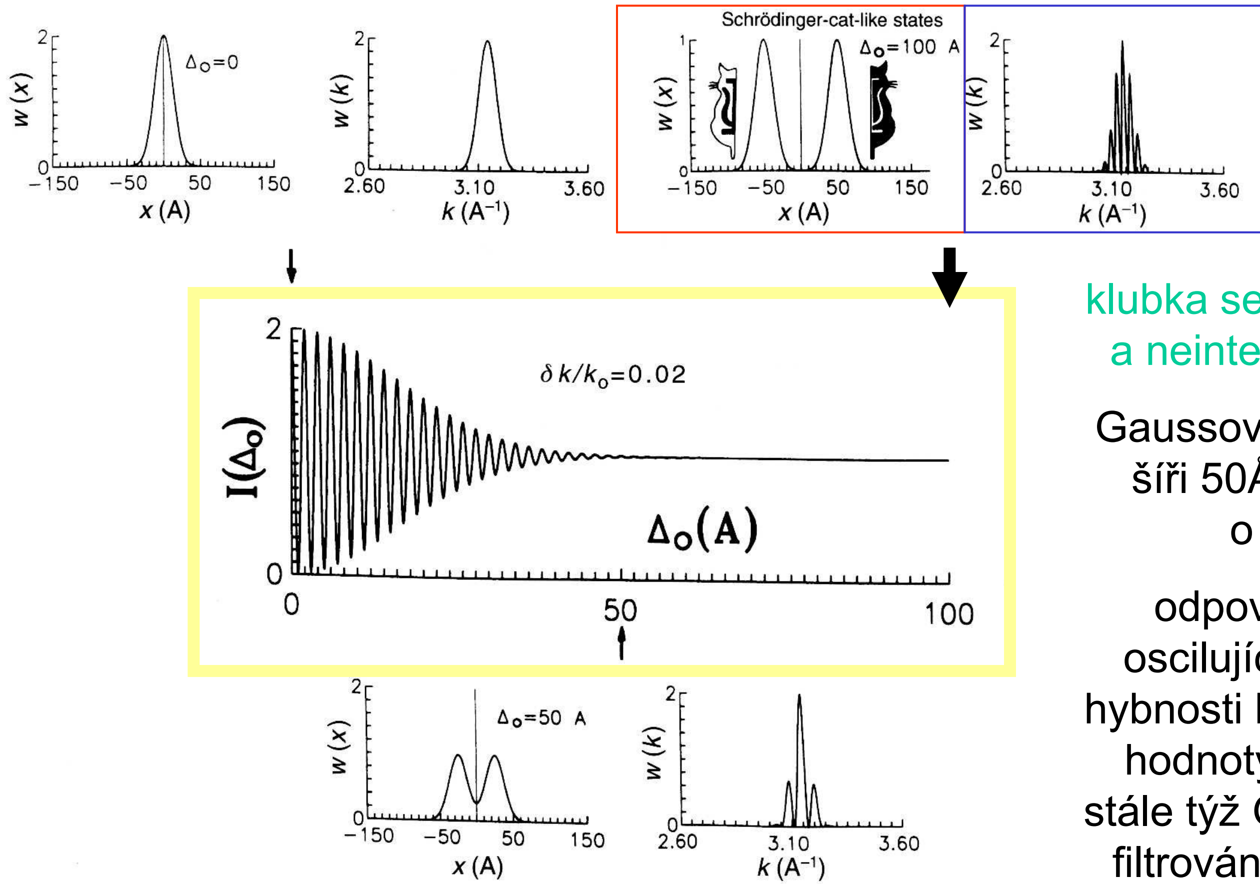


klubka se ještě podstatně překrývají

Gaussovská klubka o šíři 50Å posunuta také o 50Å

odpovídá oscilující rozložení hybnosti kolem střední hodnoty; obálka je stále týž Gauss

Interpretace postselekčního experimentu



klubka se nepřekrývají a neinterferují spolu

Gaussovská klubka o šíři 50Å posunuta o 100Å

odpovídá silně oscilující rozložení hybnosti kolem střední hodnoty; obálka je stále týž Gauss, avšak filtrování bude stále náročnější

Autoři označují obě klubka jako stavy Schrödingerovy kočky; to má význam spíše reklamní

Proč impulsové rozdělení osciluje

$$\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t) =$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot \underbrace{a(q) \cdot \left(1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}q \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}\right)}_{\substack{\text{rozdělení hybností=} \\ \text{Gaussovka} \times \text{oscilující faktor}}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x - v_0 t)}$$

Rychlost oscilací je přímo úměrná prostorové vzdálenosti obou klubek

Proč se obnoví interferenční obrazec

$$\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t) =$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot (1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}q \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}) \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x - v_0 t)}$$

$$\xrightarrow{\textit{filtrace}}$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot \underbrace{a_F(q)}_{\text{okno filtru}} \cdot a(q) \cdot (1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}q \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}) \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x - v_0 t)}$$

Okno filtru je úzké a tak se naopak zvětší koherenční délka a může být splněna

PODMÍNKA INTERFERENCE :

$\delta_F k$ □

$$\delta_F s = \frac{1}{\delta_F k} > \Delta x \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) > \frac{1}{\delta k} = \delta s$$

Proč tomu říkají „stavy Schrödingerovy kočky"

trochu nadnesené

Máme klubko rozdělené experimentem na dvě části,

natolik, že

nepozorujeme již interferenci,

v principu ale stále ještě kvantově koherentní!!

Postselekční experiment prokazuje, že

vzájemná koherence je stále zachována,

záleží jen na otázce, kterou položíme

The end