F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2009 - 2010

VII.
Neutronová interferometrie II.
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 7. DUBNA 2010

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

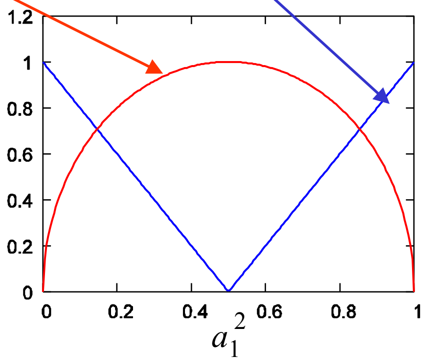
$V =$

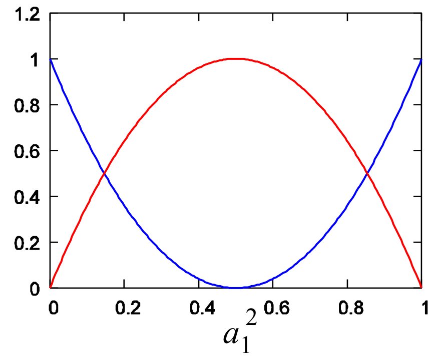
$W =$ $-$

$a_1 \geq 0,\quad a_2 \geq 0$

$a_1^2 + a_2^2 =$

$V^2 + W^2 =$

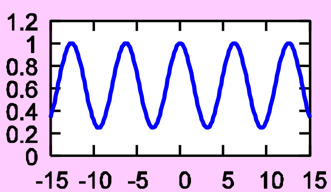


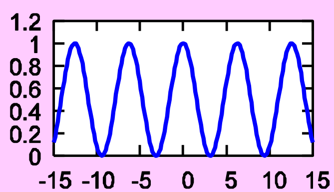


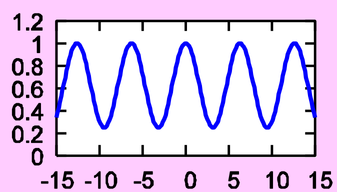
Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když
volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1 + \quad}{1 + \quad}$$

$a_1^2 = 0.9,\ a_2^2 = 0.1$	$a_1^2 = 0.5,\ a_2^2 = 0.5$	$a_1^2 = 0.1,\ a_2^2 = 0.9$
$V = 0.6,\ W = 0.8$	$V = .0,\ W = 0.0$	$V = 0.6,\ W = 0.8$





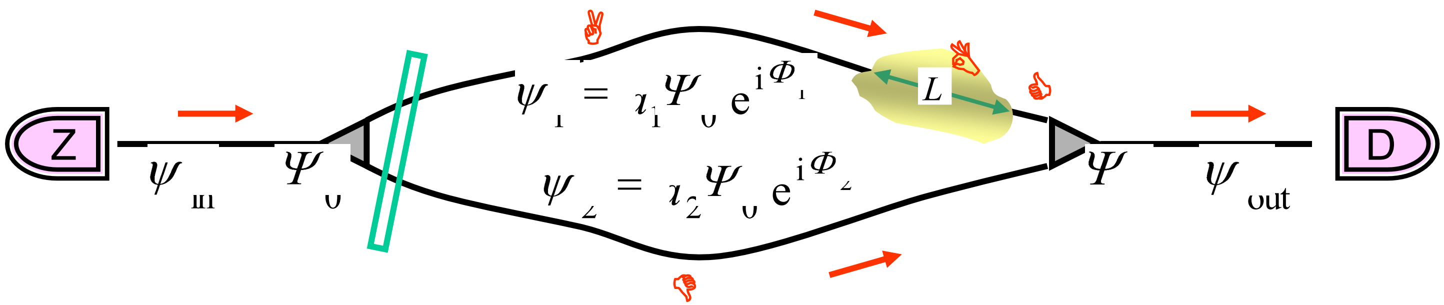


Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu $\quad n(\boldsymbol{r}) \approx 1 - V_{OPT}(\boldsymbol{r})/2E$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}}$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} \qquad \int_{\mathbf{B}} \qquad \int_{\mathbf{C}}$$

$$= \;_0 \;_1 - \;_0 \cdot \;_0 \times \cdot \qquad \cdot = \;_0 \;_1 - \;_0 \cdot \cdot \cdot$$

$$\Delta\Phi = \cancel{\;_0 \;_1 - \;_2} \; - \;_0$$

Numerický příklad pro **Al** $\quad \Delta\Phi = \times \cdot \times \cdot \times \cdot \times$

$$= \quad =$$

$L =$ volíme

II. krok
Interference reálného svazku:
Čisté a smíšené stavy v kvantové fyzice

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ *závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = {}_{\upsilon}\int \qquad \int$$

vážený průměr

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ *závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = {}_{\upsilon}\int \qquad \int$$

EXPERIMENTÁLNÍ POHLED

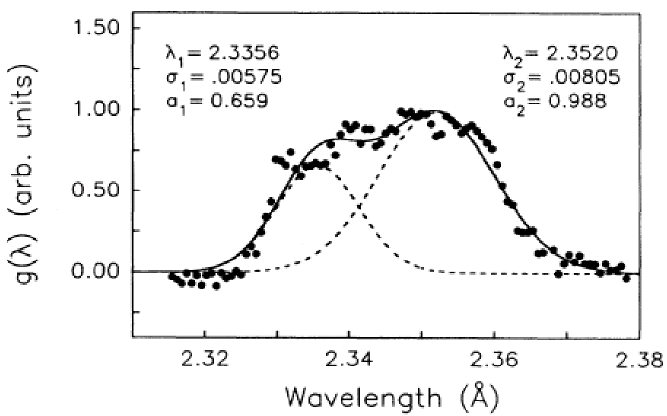


FIG. 3. Measured wavelength spectrum $g(\lambda)$ for the phase-echo experiment, and the double-Gaussian fit to it.

REÁLNÝ PŘÍKLAD

Dvojitý gaussovský profil

$$w(k) =$$

$$\frac{\delta}{k} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \approx$$

Převod jedné formule na druhou

$$w(k) = \quad g(\quad) \cdot$$

$$\frac{\delta}{k} = \frac{\delta \lambda}{\lambda} \approx \quad \square$$

základní identita $g(\lambda, \quad \lambda =$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad = -\frac{\pi}{k^2}$$

ale co znaménko?

$$\int_{k_{MIN}}^{k} \quad \int_{\lambda}^{\lambda_{MAX}} \quad \int_{k}^{k_{MIN}} \left(\quad \right)$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ *závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = \ _0\int \qquad \int$$

$$I = \ _0\int \qquad \cdot \qquad (\qquad))$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ *závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$\boxed{I = {}_{\upsilon}\int} \qquad \int$$

$$I = {}_{\upsilon}\int \qquad \cdot \qquad))$$

$$I = {}_{\upsilon} \cdot + \cdot \int \qquad \Delta\Phi \qquad)$$

ekvivalentní, ale velmi produktivní přepis

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

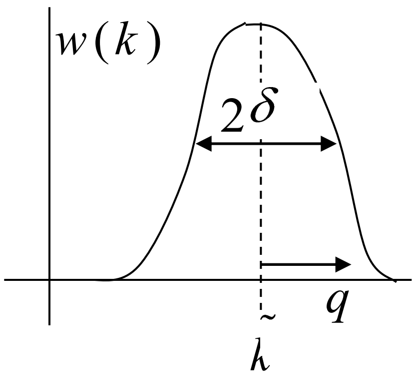
Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = {}_{0}\int \qquad} \qquad \int$$



$$I = {}_{0} \cdot + \cdot \int \quad \Delta\Phi \quad)$$

Pro úzké rozdělení

$$\int \qquad \int$$

$$\boxed{I = {}_{0} + \underbrace{\qquad\qquad}_{W(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi)}}$$

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

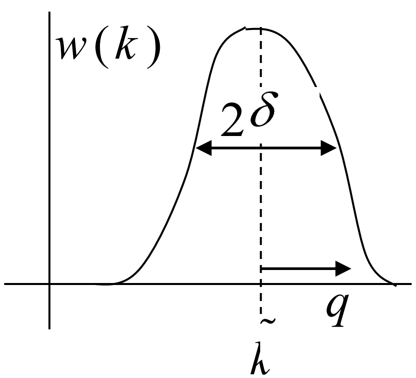
Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$I = \int \qquad \int$$



$$I = \quad + \quad \underbrace{\qquad\qquad}_{W\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi\right)}$$

Čistý stav jako limita (ve spojitém spektru)

$$w(k) \rightarrow \qquad \rightarrow$$

$$I \rightarrow \quad + \quad))$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

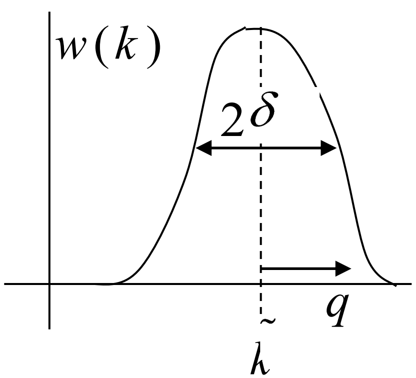
Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$I = {}_0\int \qquad \int$$



$$I = {}_0(+ \quad W\left(\frac{d}{dk}\Delta\Phi\right)$$

$$W \quad x = \int$$

Gaussovo rozdělení

$$w(\tilde{k} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\delta} \qquad =$$

$$I = {}_0(+ \qquad)$$

$$\delta = \frac{1}{\delta}$$

FT Gausse

$I =$ $+$ $W\left(\frac{d}{dk}\Delta\Phi\right)$

$W \quad x = \int$

Gaussovo rozdělení

$w(\tilde{k}$ $\sqrt{2\pi}\,\delta$ $=$

$I =$ $+$ $)$

$\delta \quad = \quad \delta$

$\int \qquad \int$

$- \; + \; = - \; - \; -$

$\int \qquad \int$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = \quad {}_0(\quad + \quad \tilde{} \; (\;\;) \quad \tilde{} \quad {}^2 \quad)$$

$$\delta \;=\; \frac{1}{\delta}$$

$$\Delta\Phi (\tilde{} \;) \quad \tilde{} \quad \mathbf{r} \quad \tilde{} \quad \tilde{k} \quad \hbar \quad \int \quad \mathbf{r}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,k}\Delta\Phi(\tilde{} \;) \quad \tilde{k} \quad \hbar \quad \mathbf{r} \quad \tilde{k} \quad \tilde{}$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$I =$ $_0($ $+$ $)$

δ $=$ δ

$\Delta\Phi$ $\mathbf{r}$ $\hbar$ $\mathbf{r}$

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,k}\Delta\Phi$ $\hbar$ $\mathbf{r}$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

$I =$ $_0($ $+$ $)$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

a jediné fázové proměnné

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = \; _0 (\quad + \quad \tilde{} \; (\;) \quad - \; (\quad \tilde{} \quad \tilde{} \quad \tilde{} \quad ^2 \quad)$$

<u>EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)</u>

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = \qquad \times \qquad \frac{\quad ^2}{\hbar} \times$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = - \; _0 \qquad = - \qquad \times$$

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = \;_0(\quad + \quad \tilde{} \quad (\;) \quad - \quad (\; \tilde{} \; \tilde{} \; \tilde{} \;)^2 \quad)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = \quad \times \quad \frac{\quad^2}{\hbar} \quad \times$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = - \;_0 \quad = - \quad \times$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu
v neutronové gravimetrii

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = \quad {}_0\Big(\quad + \quad \tilde{} \; (\;\;) \quad - \Big(\quad \tilde{} \quad \tilde{} \quad \tilde{} \;\Big)^2 \Big)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = \quad \times \quad \frac{\quad^2}{\hbar} \times$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = - \quad {}_0 \quad = - \quad \times$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu v neutronové gravimetrii

Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = {}_0\Big(+ \qquad \Big)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = \quad \times \quad {}^{2} \; \hbar \quad \times \quad \equiv$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = - \; {}_0 \quad = - \quad \times$$

… vrátíme se k interpretaci COW experimentu
v neutronové gravimetrii

III. krok
Nestacionární popis interferometru:
Průlet vlnových klubek

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Popis svazku pomocí klubek je vlastně propoj mezi částicemi v reaktoru a vlnami v interferometru. Klubko se hodí tak nějak do obojích míst.

TŘI KROKY (1D klubka)

krok 1. stojící klubko

$$\varphi(x) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 2. klubko s nenulovou hybností

$$\psi(x) = \varphi(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k+k_0)x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot \underbrace{a(k-k_0)}_{c(k)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 3. klubko uvedeme do pohybu

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot c(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

Toto platí pro každou volbu počáteční vlnové funkce.

Co je "klubko"? Má omezený rozsah v *k*-prostoru

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\boxed{\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2}$$

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x-\omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x-v_0t)-\cancel{\omega(q)}t)}$$

zanedbáme rozplývání: linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-v_0t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\times\varphi(x-v_0t)}$$

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2$$

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x-\omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x-v_0t)-\cancel{\omega(q)}t)}$$

zanedbáme rozplývání: linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-v_0t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0x-\omega(k_0)t)}\times\varphi(x-v_0t)}$$

nosná vlna × bálka klubka

$\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0(x-\ \ _0\ )}$ × $\varphi(\ \ -\ \ _0\ )$

$u_0 = \qquad k_0 \quad = \frac{\hbar}{2m}\ \ _0 \qquad _0 \ - \quad \mathrm{d}k_0 \ - \frac{\hbar}{m}\ \ _0 \ - \quad _0$

fázová rychlost grupová rychlost

Interference vlnových klubek: zpožděné klubko ve vnějším potenciálu

Známe $\Delta\Phi(k)$; ***k*** snadno přepočteme na energii pomocí

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2$$

$$\Psi_1(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)$$

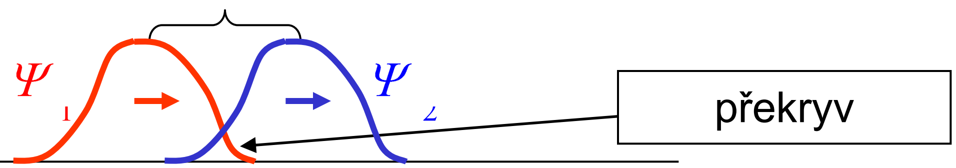
$$\Psi_2(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx + \Delta\Phi(k) - \omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x + \Delta\Phi(k_0+q) - \omega(k_0+q)t)}$$

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)}$$

$$\Psi_2(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \times \varphi\left(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t\right)$$

DRÁHOVÝ POSUN Δ



Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\quad _1(\quad) + \quad _2(\quad)| = |\quad _1(\quad)| + |\quad _2(\quad)| + [\quad _1(\quad) \quad _2(\quad)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto \quad + \quad [\quad \Delta\Phi \quad (\quad 0) \; \Gamma \quad (\mathrm{d}\, k \quad (\quad 0))]$$

$$\Gamma(\quad) = \int \quad .$$

spektrální intensita klubka

TO ODVODÍME

Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

$$I(t) = \quad + \quad = \underbrace{\quad + \quad}_{\int \quad |_{1,2}| \quad =} \quad + \quad \Psi$$

$$\int \quad = \int \quad - \quad = \quad \int$$

$$V \, \mathrm{Re}[\Psi \quad \Psi \quad] = \quad - \quad + \quad \mathrm{d}k$$

$$= \quad {}_{0})t) \; \varphi \quad - \quad + \quad \mathrm{d}k \quad -$$

$$= \quad \int \quad \int$$

$$= \quad \int \quad \int$$

$$=$$

$$\boxed{\begin{aligned} & I \propto \quad + \quad \Delta\Phi \quad \Gamma \quad \mathrm{d}k \\ & \Gamma \quad = \int \quad . \end{aligned}}$$

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = \ldots + \ldots = \ldots + \ldots + \ldots$$

Po vystřeďování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto \ldots + \ldots \, \Delta\Phi \ldots \Gamma \ldots \mathrm{d}k \ldots$$

$$\Gamma \ldots = \int \ldots$$

$$I = \ldots + \ldots \, \tilde{\Phi} \ldots W\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k} \Delta\tilde{\Phi} \ldots\right)$$

$$W \; x = \int \ldots \tilde{\ } \ldots$$

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = \quad + \quad = \quad + \quad + \quad$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto \quad + \quad \Delta\Phi \quad \Gamma \quad \mathrm{d}k$$

$$\Gamma \quad = \int \quad .$$

$$I = \quad + \quad \Phi \quad W\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi\right)$$

$$W \quad x \quad = \int \quad .$$

	$\delta \quad \times \quad =$	
klubko	neurčitost hybnosti	velikost klubka
svazek	spektr. šířka svazku	koherenční délka

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

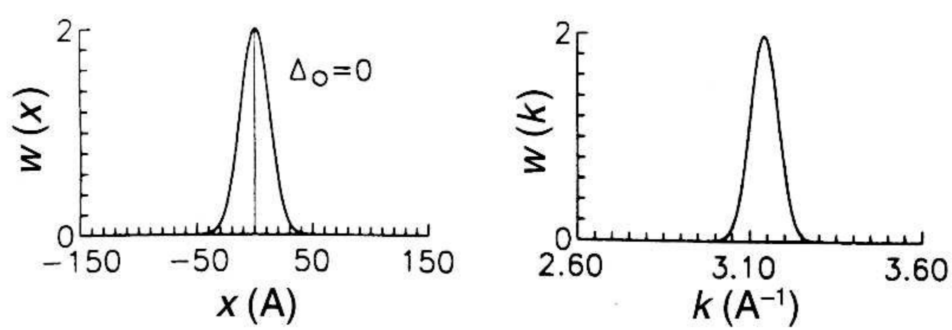
$$I(t) = \quad + \quad = \quad + \quad +$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto \quad + \quad \Delta\Phi \quad \Gamma \quad \mathrm{d}\,k$$

$$\Gamma = \int \quad .$$

GAUSSOVSKÉ KLUBKO



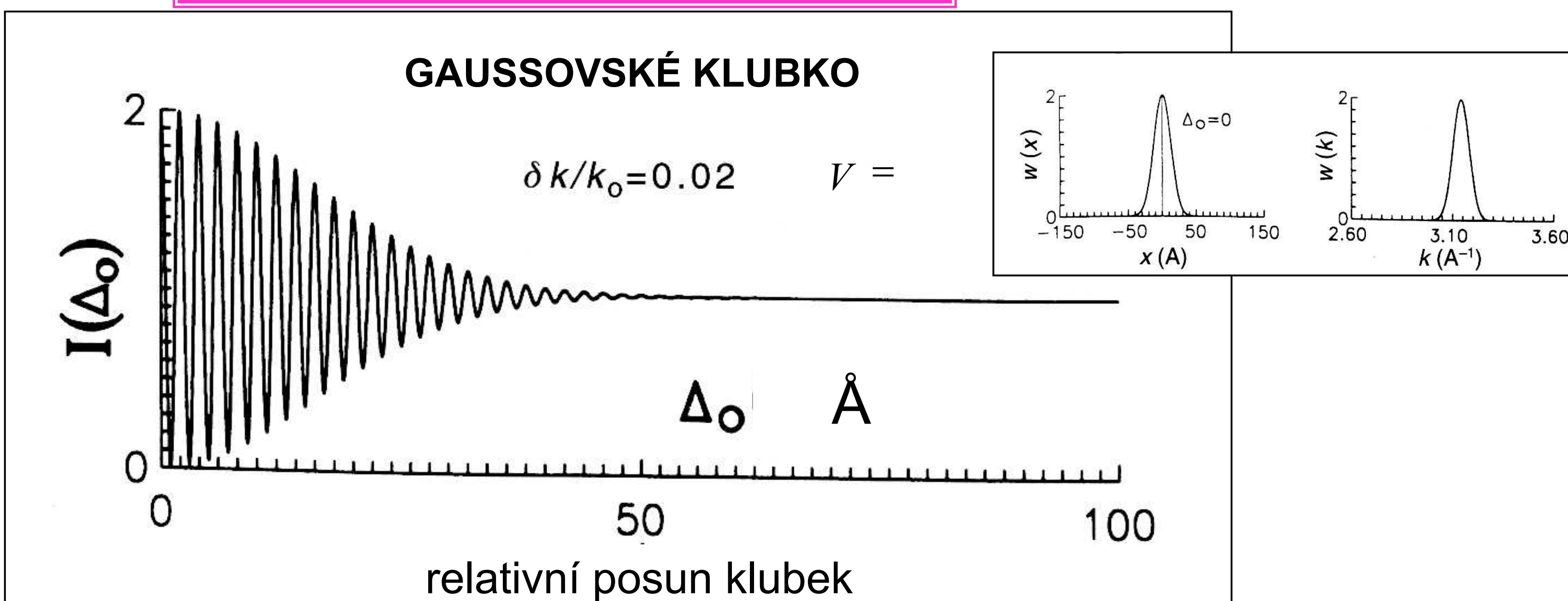
Časově závislá intensita

$$I(t) = \quad + \quad = \quad + \quad +$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto \quad + \quad \Delta\Phi \quad \Gamma \quad \mathrm{d}\,k$$

$$\Gamma = \int \quad .$$



The end