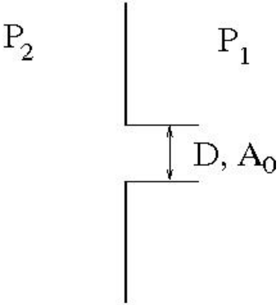
Vodivost vakuových spojů

Vodivost otvorů

$P_2 > P_1$



Molekulární proudění

$\lambda > D$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_2}{kT} v_a$$

$$\nu_{1-2} = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_1}{kT} v_a$$

$$\nu_1' = \nu_{2-1} - \nu_{1-2} = \frac{1}{4} \frac{v_a}{kT} (P_2 - P_1)$$

$$I_A = kT\nu' A_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 (P_2 - P_1)$$

$$G = \frac{I_A}{P_2 - P_1} = \frac{1}{4} v_a A_0$$

$$\boxed{G = \frac{1}{4} v_a A_0}$$

$$T = 293\ K, M_0 = 29(vzduch)$$

$$\boxed{G = 115.6 A_0\ \ [m^3 s^{-1}]}$$

Vakuová vodivost kruhového otvoru při T= 293 K, v molekulárním režimu proudění pro vzduch:

Průměr [mm]	G [l/s]
16	23.2
25	56.7
40	145.3
63	360
100	908
160	2324
200	3622

Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny: A
Plocha otvoru: A_0
Plochu A_0 nahradíme efektivní plochou

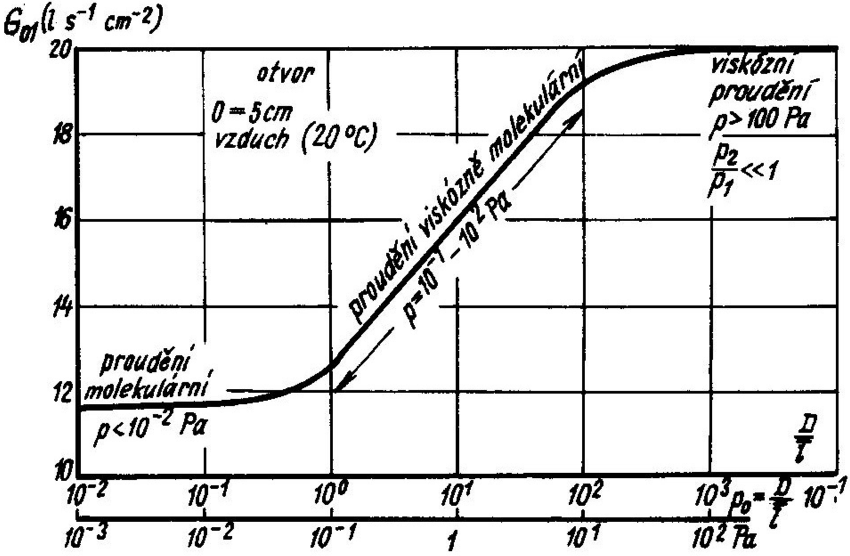
$$A_0' = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

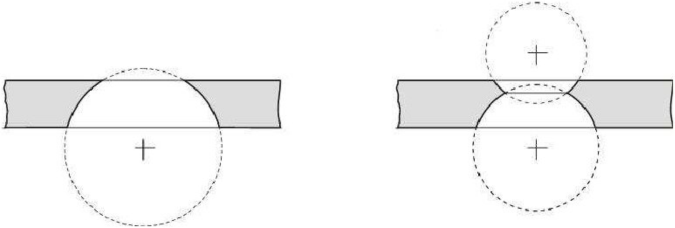
$$G_0' = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

Laminární proudění

$$G = A_0 \frac{1}{1-\beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} (1-\beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{m_0}{kT} \right)^{\frac{1}{2}}$$

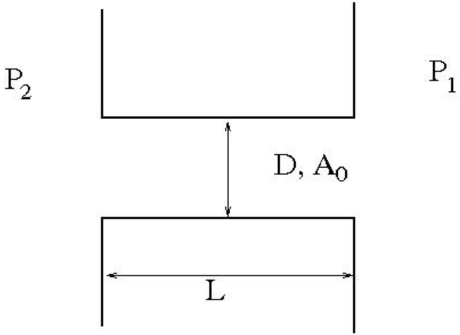
$$\beta = \frac{P_1}{P_2} \quad , \quad \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$


G_{01} (l s^{-1} cm^{-2})
otvor
0 = 5 cm
vzduch (20 °C)
proudění viskózně molekulární
p = 10^{-1} – 10^{2} Pa
viskózní
proudění
p > 100 Pa
$\frac{p_2}{p_1} \ll 1$
proudění
molekulární
p < 10^{-2} Pa
$p_0 = \frac{D}{l}$
Pa



Speciální clony NPL (vyrábí National Physical Laboratory)
Dynamická expanze - kalibrace manometrů

Vodivost trubic



Obecně platí

$$R = R_T + R_O = \frac{1}{G_T} + \frac{1}{G_O}$$

speciální případy:

$$L \rightarrow 0 \Rightarrow R_T \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow R_O$$

$$L \gg D \Rightarrow R_T \gg R_O \Rightarrow R \rightarrow R_T$$

Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D \quad , \quad \lambda \gg L$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad P = nkT$$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\omega = \nu_2 - \nu_1 = \frac{P_2 - P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$I = kT\nu A_0, \quad G = \frac{I}{P_2 - P_1}$$

$$I = CkT\omega \Rightarrow G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 kT}} = C\sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

Pro vzduch, $T = 293\ K$ a kruhový průřez trubice:

$$\boxed{G = 121\frac{D^3}{L} \quad [m^3 s^{-1}]}$$

Známeli vodivost trubice pro vzduch, pak vodivost pro molekulární proudění pro plyn X je dána vztahem:

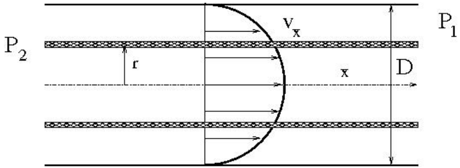
$$G_X = \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(X)}}}\ G_{vz}$$

Pro L = 1 m, D = 40 mm, T = 293 K:

Plyn	G [l/s]
vzduch	7.7
H_2	29.3
He	20.7
Ar	6.5
Xe (M=131)	3.6
dif.olej (M∼ 500)	1.8

Laminární proudění

rozdělení rychlostí má osovou symetrii, sloupec plynu ve válci s poloměrem r se pohybuje působením síly $F_+ = \pi r^2(P_2 - P_1)$
třecí síla působí na ploše $2\pi r L$ a je rovna $F_- = -\eta 2\pi r L \frac{dv_x}{dr}$



$$F_+ = F_- \Rightarrow \pi r^2 (P_2 - P_1) = -\eta 2\pi r L \frac{dv_x}{dr}$$

$$dv_x = -\frac{P_2 - P_1}{2\eta L} r dr$$

$$v_x = -\frac{P_2 - P_1}{4\eta L} r^2 + konst.$$

$$pro\ r = \frac{D}{2}\ je\ v_x = 0 \Rightarrow konst. = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L}\ \frac{D^2}{4}$$

$$v_x = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L} \left(\frac{D^2}{4} - r^2 \right)$$

označme $P_s = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)$

$$dI = P_s d\left(\frac{dV}{dt}\right)_{P_s} = P_s v_x dA_r = 2P_s \pi v_x r dr$$

$$dI = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L}\int_0^{\frac{D}{2}}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi}{128\eta}\frac{D^4}{L}(P_2 - P_1) \Rightarrow G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

$$\boxed{G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}}$$

Pro vzduch, $T = 293\ K, \;\; M_0 = 29$

$$\boxed{G = 1358 P_s \frac{D^4}{L}\ [m^3 s^{-1}]}$$

pro jiný plyn a teplotu $T = 293\ K$

$$G_x = G_{vz} \frac{d_{0(x)}^2}{d_{0(vz)}^2} \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(x)}}}$$

Molekulárně-laminární(Knudsenovo) proudění

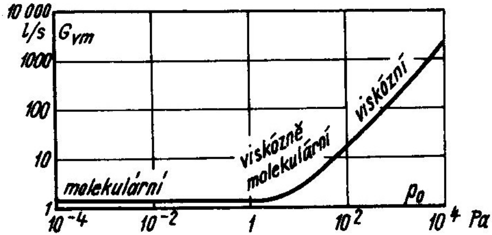
$$G_{ML} = G_L + a.G_M$$

kde a je koeficient pro vzduch určený empirickým vztahem

$$a = \frac{1 + 1.88 P_s D}{1 + 2.33 P_s D} \quad [Pa; cm]$$

$$a \in < 0.8, 1 > \quad ; \quad a \approx 0.9$$

$$\boxed{G_{ML} = 1358 P_s \frac{D^4}{L} + 109 \frac{D^3}{L}}$$

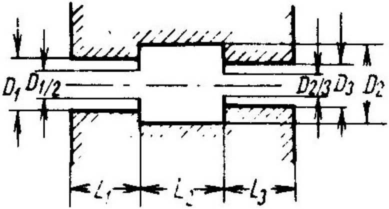


Obr. 2.39. Vodivost potrubí G jako funkce tlaku p_0 v širokém oboru tlaků. Vzduch o teplotě 20 °C, potrubí o $L = 10$ cm a $D = 1$ cm

Vakuová vodivost ohybu (kolena)

V prvním přiblížení použijeme aproximaci trubicí s délkou rovnou osové délce oblouku (kolena).

$$L_{os} \ < \ L_{ef} \ < \ L_{os} + 1.33 \times D$$

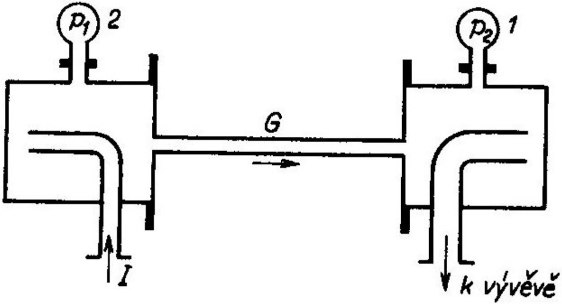


$$R = R_{D1} + R_{L1} + R_{D1/2} + R_{L2} + R_{D2/3} + R_{L3}$$

Určení vodivosti vakuového prvku

- výpočtem
- simulací - metoda Monte-Carlo
- měřením

Měření vodivosti trubice



Proudění plynu kapilárou

$P_1 = 0\ Pa$, $P_2 = 10^5\ Pa$, element dL má tlakový spád dP a odpor dR, předpokládáme Knudsenovo proudění

$$I = \frac{dP}{dR},\ R = \frac{1}{G} \Rightarrow dR = \frac{1}{D^3}\ \frac{dL}{109 + 1358PD}$$

$$I = D^3(109 + 1358PD)\frac{dP}{dL}$$

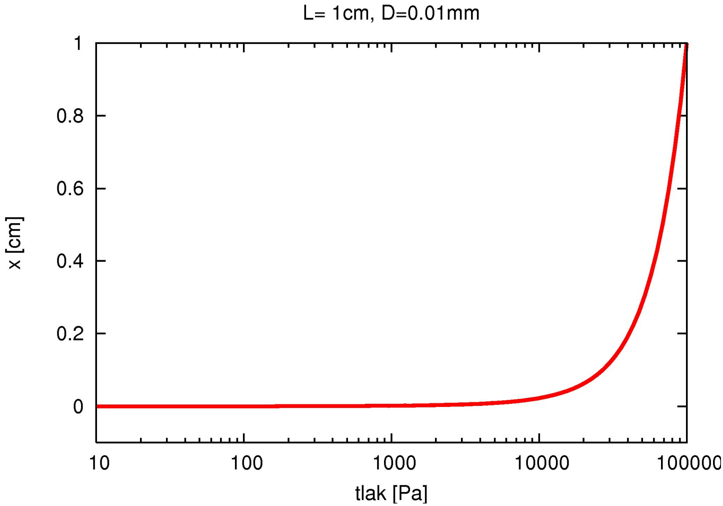
$$I \int_0^L dL = IL = D^3 \int_0^{P_2} (109 + 1358PD)dP$$

$$I = P_2 \frac{D^3}{L} (109 + 679 P_2 D)$$

tlak ve vzdálenosti x od konce s tlakem P_1

$$I \int_0^x dL = Ix = D^3 \int_0^{P_x} (109 + 1358PD)dP$$

$$x = \frac{D^3}{I} P_x (109 + 679 P_x D)$$


L= 1cm, D=0.01mm
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
x [cm]
10
100
1000
10000
100000
tlak [Pa]

Čerpací rychlost

Čerpací rychlostí se rozumí množství plynu, odčerpaného vývěvou z daného prostoru za jednotku času při daném tlaku.

$$S = -\frac{dV}{dt}$$

$$pV = (p - dp)(V + dV) \Rightarrow p\frac{dV}{dt} = V\frac{dp}{dt}$$

$$S = -\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{p}\frac{dp}{dt}$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}p$$

označme p_0 mezní tlak

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$ln(p - p_0) = -\frac{S}{V}t + konst,\ \ pro\ t = 0\ s,\ \ p = p_1$$

$$konst = ln(p_1 - p_0) \Rightarrow ln\left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$p - p_0 = (p_1 - p_0)e^{\left(-\frac{S}{V}t\right)}$$

pro $p_0 \ll p_1$

$$p = p_0 + p_1 e^{\left(-\frac{S}{V}t\right)}$$

tento vztah udává hodnotu tlaku v čase t pro S=konst

Průměrná čerpací rychlost
v čase od t_1 do t_2

$$ln\left(\frac{p-p_0}{p_1-p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$\boxed{S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2-t_1}ln\left(\frac{p_{t1}-p_0}{p_{t2}-p_0}\right)}$$

$$pro\ p_0 \ll p_{t1}\ a\ p_0 \ll p_{t_2} \Rightarrow S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2-t_1}ln\left(\frac{p_{t1}}{p_{t2}}\right)$$

doba potřebná k snížení tlaku z p_{t1} na p_{t2} , při konstantní čerpací rychlosti S

$$\boxed{t = t_2 - t_1 = \frac{V}{S}ln\left(\frac{p_{t1}}{p_{t2}}\right)}$$

Okamžitá čerpací rychlost

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}\left(1 - \frac{p_0}{p}\right)p = \frac{S_p}{V}p$$

$$\boxed{S_p = S\left(1 - \frac{p_0}{p}\right)}$$

je okamžitá čerpací rychlost při tlaku p.
V čase $t = 0\ s$ a při $p \gg p_0$ je $S_p \approx S$
V čase $t \to \infty$, $p = p_0$ je $S_p = 0$

Měření čerpací rychlosti

- Metoda stálého objemu
- Metoda stálého tlaku
- Metoda stálého množství plynu

Metoda stálého objemu

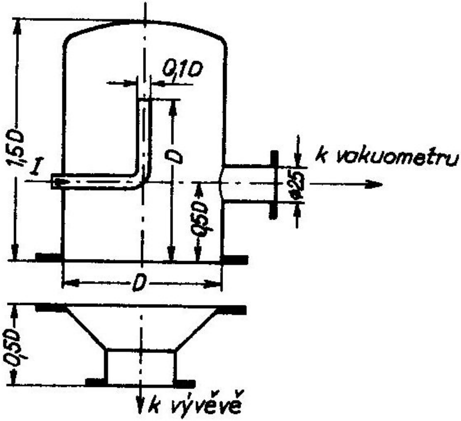
Je založena na měření závislosti $p = f(t)$ pro $V = konst$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} ln\left(\frac{p_{t1} - p_0}{p_{t2} - p_0}\right)$$

Metoda stálého tlaku

Je založena na měření proudu plynu na vstupu do vývěvy při daném tlaku

$$S = \frac{I}{p}$$



Metoda stálého množství plynu

Plyn cirkuluje v uzavřeném okruhu

$$I = G(P_2 - P_1) = p_1 S \Rightarrow S = G\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$$