АЛГЕБРА

Квадратные уравнения

Уравнение вида

$ax^2+bx+c=0$ **(1)**

где, a, b, c - действительные числа, причем $a \neq 0$, называют *квадратным уравнением*. Если $a = 1$, то квадратное уравнение называют *приведённым*; если $a \neq 1$, - то *неприведённым*. Числа a, b, c носят следующие названия a - *первый коэффициент*, b - *второй коэффициент*, c - свободный член.

Корни уравнения $ax^2+bx+c=0$ находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \textbf{(2)}$$

Выражение $D = b^2- 4ac$ называют *дискриминантом* квадратного уравнения. *Если $D < 0$, то уравнение не имеет действительных корней; если $D = 0$, то уравнение имеет один действительный корень; если $D > 0$, то уравнение имеет два действительных корня.*

В случае, когда $D = 0$, иногда говорят, что квадратное уравнение имеет два одинаковых корня.

Используя обозначение $D = b^2- 4ac$, можно переписать формулу (2) в виде

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если $b = 2k$, то формула (2) принимает вид:

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

Итак,

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

где $k = b / 2$.

Последняя формула особенно удобна в тех случаях, когда $b / 2$ - целое число, т.е. коэффициент b - чётное число.

Пример 1: Решить уравнение $2x^2- 5x + 2 = 0$. Здесь $a = 2, b = -5, c = 2$. Имеем $D = b^2- 4ac = (-5)^2- 4*2*2 = 9$. Так как $D > 0$, то уравнение имеет два корня. Найдём их по формуле (2)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

Итак $x_1=(5 + 3) / 4 = 2$, $x_2=(5 - 3) / 4 = 1 / 2$,

то есть $x_1 = 2$ и $x_2 = 1 / 2$ - корни заданного уравнения.

Пример 2: Решить уравнение $2x^2- 3x + 5 = 0$. Здесь $a = 2, b = -3, c = 5$. Находим дискриминант $D = b^2- 4ac = (-3)^2- 4*2*5 = -31$. Так как $D < 0$, то уравнение не имеет действительных корней.

Неполные квадратные уравнения. Если в квадратном уравнении $ax^2+bx+c=0$ второй коэффициент b или свободный член c равен нулю, то квадратное уравнение называется *неполным*. Неполные уравнения выделяют потому, что для отыскания их корней можно не пользоваться формулой корней квадратного уравнения - проще решить уравнение методом разложения его левой части на множители.

Пример 1: решить уравнение $2x^2 - 5x = 0$.

Имеем $x(2x - 5) = 0$. Значит либо $x = 0$, либо $2x - 5 = 0$, то есть $x = 2.5$. Итак, уравнение имеет два корня: **0** и **2.5**

Пример 2: решить уравнение $3x^2 - 27 = 0$.

Имеем $3x^2 = 27$. Следовательно корни данного уравнения - **3** и **-3**.

Теорема Виета. Если приведённое квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет действительные корни, то их сумма равна $-p$, а произведение равно q, то есть

$x_1 + x_2 = -p$,

$x_1 x_2 = q$

(сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену).

http://mathem.h1.ru/algebra3.html

3.9. 2009

приведённое уравн*е*ние redukovaná rovnice
своб*о*дный член absolutní člen
действ*и*тельное числ*о* reálné číslo
чётное числ*о* sudé číslo
реш*и*ть по ф*о*рмуле řešit podle vzorce
м*о*жно не п*о*льзоваться чем není nutné použít
противопол*о*жный знак opačné znaménko
произвед*е*ние součin; dílo (umělecké)