MATEMATICKÁ ANALÝZA 2, učitelské studium

2. června 2010

I. část

1. Ukažte, jak pomocí diferenciálu vypočíst hodnotu $\operatorname{tg} 44^\circ$ s přesností na dvě desetinná místa, víte-li, že postačuje vzít $\pi \doteq 3$.
2. Určete Taylorův mnohočlen třetího stupně pro funkci $f\colon y = x^4$ se středem v bodě -1. (Mocniny příslušného lineárního dvojčlenu neroznásobujte.)
3. Určete první dva členy s nenulovými koeficienty v Maclaurinově vzorci pro funkci $f\colon y = (x - \sin x)(1 - \cos x)$. (Faktoriály ve výsledku nemusíte vyčíslovat.)
4. K funkci $f(x) = |x + 2|$ sestavte horní a dolní integrální součet na intervalu $\langle -3, 0\rangle$ pro dělení tvořené všemi celými čísly z daného intervalu.
5. Udejte příklad funkce f integrovatelné na intervalu $\langle 1, 6\rangle$, pro kterou zároveň platí $\int_1^4 f(x)\,dx = 3$ a $\int_2^6 f(x)\,dx = 8$.
6. Vypočtěte $\int_{-2}^{2} |x^3|\,dx$.
7. Nechť funkce F a G jsou primitivní k téže funkci f na témže intervalu I. Ke které funkci je primitivní na I funkce $\frac{1}{3}F + \frac{2}{3}G$? Zdůvodněte.
8. K funkci $f\colon y = x^9(1 - x^{20})$ určete primitivní funkci na $(-\infty, +\infty)$.
9. Zapište jedním integrálem obsah rovinného útvaru, který je omezen částmi křivek $y = x^2 - 3$ a $y = 2x$ (integrál nepočítejte).
10. Určete číslo a a spojitou funkci f splňující $\int_a^x f(t)\,dt = (x - 1)^3$ pro každé $x \in \mathbb{R}$.

II. část

1. Vypočtěte
$$\int \frac{3\,dx}{x^4 - x^3 - x + 1}.$$
2. Vypočtěte
$$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2\sin^2 x}$$
a výsledek určete na dvě desetinná místa pomocí hodnot $\pi \doteq 3{,}14$ a $\sqrt{3} \doteq 1{,}73$.
3. Vypočtěte délku křivky $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \le x \le 5$. Výsledek vyjádřete s přesností na dvě desetinná místa pomocí hodnoty $\ln 2 \doteq 0{,}69$.

Typeset by $\mathcal{A}_{\mathcal{M}}\mathcal{S}$-TEX