

Regresní analýza trendu v časových řadách

Pojem časové řady: Časovou řadou rozumíme řadu hodnot y_{t_1}, \dots, y_{t_n} určitého ukazatele uspořádanou podle přirozené časové posloupnosti $t_1 < \dots < t_n$. Jsou-li časové intervaly $(t_1, t_2), \dots, (t_{n-1}, t_n)$ stejně dlouhé (ekvidistantní), zjednodušeně zapisujeme časovou řadu jako y_1, \dots, y_n . Přitom ukazatel je veličina, která charakterizuje nějaký jev v určitém prostoru a určitém čase (okamžiku či intervalu).

Druhy časových řad

- Časová řada okamžiková:** příslušný ukazatel udává, kolik jevů existuje v daném časovém okamžiku (např. počet obyvatelstva k určitému dnu).
- Časová řada intervalová:** příslušný ukazatel udává, kolik jevů vzniklo či zaniklo v určitém časovém intervalu (např. počet sňatků během roku). Nejsou-li jednotlivé časové intervaly ekvidistantní, musíme provést očištění časové řady od důsledků kalendářních variací.

Příklad: Máme k dispozici údaje o tržbě obchodní organizace (v tis. Kč) v jednotlivých měsících roku 1995: 2400, 2134, 2407, 2445, 2894, 3354, 3515, 3515, 3225, 3063, 2694, 2600. Vypočtete očištěné údaje.

Řešení: Průměrná délka měsíce je $365/12$ dne. Očištěná hodnota

$$\text{pro leden } y_1^{(o)} = 2400 \cdot \frac{365}{12 \cdot 31} = 2354,84,$$

$$\text{pro únor } y_2^{(o)} = 2134 \cdot \frac{365}{12 \cdot 28} = 2318,18.$$

Pro ostatní měsíce analogicky dostaneme

2361,71; 2478,96; 2839,54; 3400,58, 3448,86; 3448,86; 3269,79; 3005,36; 2731,42; 2551,08.

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme nový datový soubor o třech proměnných: trzba, dm (délky jednotlivých měsíců) a ot (očistěná tržba) a 12 případech. Do proměnné trzba zapíšeme zjištěné hodnoty. Do proměnné dm vložíme délky jednotlivých měsíců, tj. 31, 28, 30, ..., 31. Do Dlouhého jména proměnné ot napíšeme $=\text{trzba} * 365 / (12 * \text{dm})$.

	1	2	3
	trzba	dm	ot
1	2400	31	2354,839
2	2134	28	2318,185
3	2407	31	2361,707
4	2445	30	2478,958
5	2894	31	2839,543
6	3354	30	3400,583
7	3515	31	3448,858
8	3515	31	3448,858
9	3225	30	3269,792
10	3063	31	3005,363
11	2694	30	2731,417
12	2600	31	2551,075

Grafické znázornění okamžikové časové řady

Použijeme **spojnicový diagram**. Na vodorovnou osu vynášíme časové okamžiky t_1, \dots, t_n , na svislou osu odpovídající hodnoty y_1, \dots, y_n . Dvojice bodů (t_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ spojíme úsečkami.

Příklad: Časová řada obsahuje údaje o počtu zaměstnanců určité akciové společnosti v letech 1989 – 1996 vždy k 31.12.

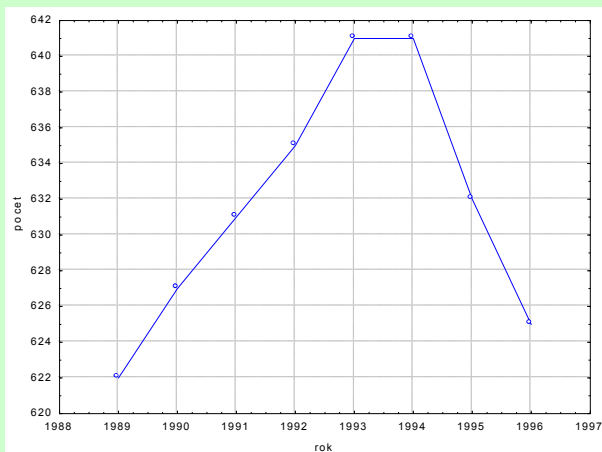
1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
622	627	631	635	641	641	632	625

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných nazvaných rok a počet a 8 případech.

Grafy – Bodové grafy – odškrtneme Lineární proložení – Proměnné X – rok, Y – počet – OK – OK. 2x klikneme na pozadí grafu – vybereme Graf: obecné – zaškrtneme Spojnice – OK.



Grafické znázornění intervalové časové řady

Použijeme **sloupcový diagram**. Je to soustava obdélníků, kde šířka obdélníku je rovna délce intervalu a výška odpovídá hodnotě ukazatele v daném intervalu. Ke znázornění intervalové časové řady lze použít i spojnicový diagram, přičemž na vodorovnou osu vynášíme středy příslušných intervalů.

Příklad: Máme k dispozici údaje o produkci určitého podniku (v tisících výrobků) v letech 1991-1996.

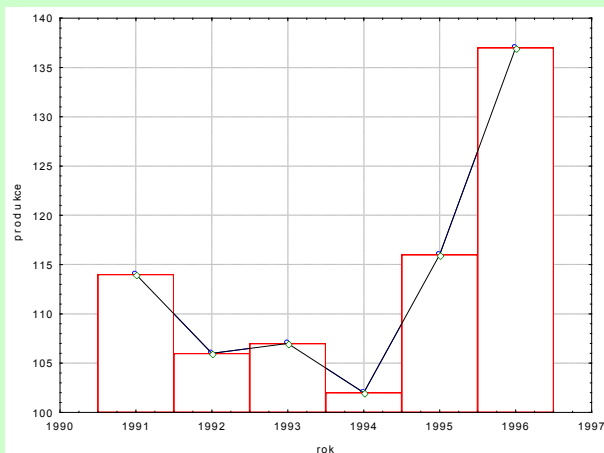
1991	1992	1993	1994	1995	1996
114	106	107	102	116	137

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných nazvaných rok a produkce a 6 případech.

Grafy – Bodové grafy – odškrtneme Lineární proložení – Proměnné X – rok, Y – produkce – OK – OK. 2x klikneme na pozadí grafu – vybereme Graf: obecné – zaškrtneme Spojnice – Přidat nový graf – typ Sloupcový graf – OK. Do sloupců označených jako Nový1, Nový2 okopírujeme hodnoty proměnných rok a produkce. Ve Všech možnostech: Sloupce upravíme šířku sloupce na 1.



Aditivní model časové řady

Předpokládejme, že pro časovou řadu y_1, \dots, y_n platí model

$$y_t = f(t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n, \text{ kde}$$

$f(t)$ je neznámá **trendová funkce (trend)**, kterou považujeme za systematickou (deterministickou) složku časové řady (popisuje hlavní tendenci dlouhodobého vývoje časové řady),

ε_t je **náhodná složka** časové řady zahrnující odchylky od trendu. Náhodná složka splňuje předpoklady

$$E(\varepsilon_t) = 0,$$

$$D(\varepsilon_t) = \sigma^2,$$

$$C(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = 0,$$

$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ (říkáme, že ε_t je **bílý šum**).

Odhad trendu časové řady pomocí klouzavých průměrů

Podstata klouzavých průměrů

Předpokládáme, že časová řada se řídí aditivním modelem

$$y_t = f(t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n.$$

Odhad trendu v bodě t získáme určitým zprůměrováním původních pozorování z jistého okolí uvažovaného časového okamžiku t . Můžeme si představit, že podél dané časové řady klouže okénko, v jehož rámci se průměruje.

Nejprve musíme zvolit délku okna $h > 1$, v němž se bude počítat průměrná hodnota k pozorovaných hodnot y_i , $i = z, z+1, \dots, z+h-1$ v po sobě jdoucích časech $t = t_z, t = t_{z+1}, \dots, t = t_{z+h-1}$. Hodnota z představuje začátek okna.

- a) Nechť šířka h vyhlazovacího okénka je liché číslo: $h = 2d + 1$. Pak $\hat{y}_{z+d} = \frac{1}{2d+1} \sum_{i=1}^{2d+1} y_{z+i-1}$ pro $z = 1, \dots, n - 2d$.

Vypočtený průměr se přiřadí časovému okamžiku, který odpovídá středu okna.

- b) Nechť šířka h vyhlazovacího okénka je sudé číslo: $h = 2d$. Pak $\hat{y}_{z+d} = \frac{1}{4d} \left(\sum_{i=1}^{2d} y_{z+i-1} + \sum_{i=1}^{2d} y_{z+i} \right)$ pro $z = 1, \dots, n - 2d$. Odhad

trendu v bodě t se vypočte jako průměr ze dvou klouzavých průměrů, které příslušejí časovým okamžikům nejbližše vlevo a vpravo od středu okna. Tento průměr se přiřadí nejbližše většímu okamžiku od středu okna.

Hodnoty centrovaného klouzavého průměru a trendové funkce $\hat{f}(t)$ jsou definovány v časech $t = t_{d+1}, t = t_{d+2}, \dots, t = t_{n-d}$.

Šířka vyhlazovacího okénka

Velmi důležitou otázkou je stanovení šířky vyhlazovacího okénka. Je-li okénko příliš široké, bude se odhad trendu blížit přímce (říkáme, že je přehlazen) a zároveň se ztratí velký počet členů na začátku a na konci časové řady. Je-li naopak okénko úzké, bude se odhad trendu blížit původním hodnotám (říkáme, že odhad je podhlazen). Nejčastěji se volí šířka okénka $h = 3, 5, 7$, pro čtvrtletní hodnoty pak 4.

Příklad: Časová řada 215, 219, 222, 235, 202, 207, 187, 204, 174, 172, 201, 272 udává roční objemy vývozu piva (v milionech litrů) z Československa v letech 1980 až 1991.

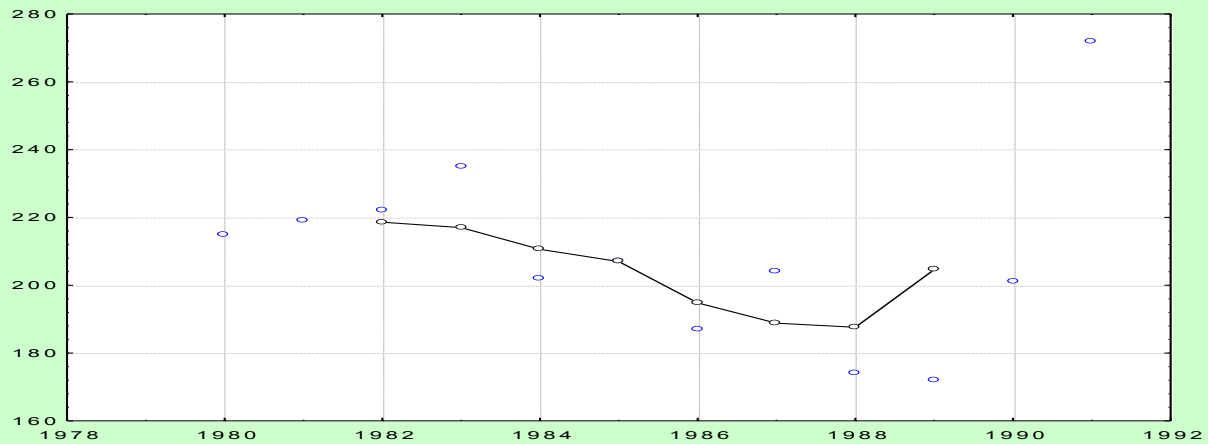
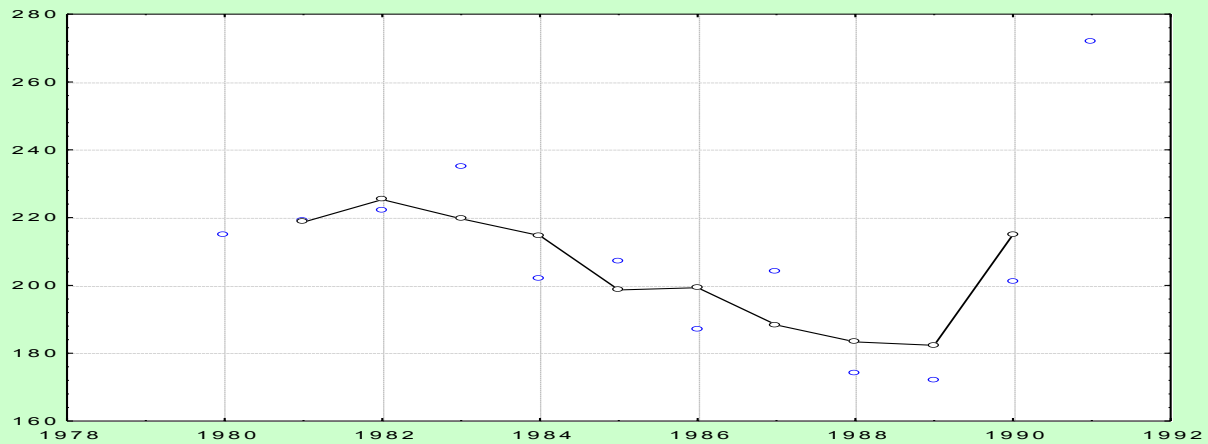
- Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 3 a poté 5.
- Graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor export_piva.sta o dvou proměnných ROK a VYVOZ a dvanácti případech. Statistika – Pokročilé lineární/nelineární modely – Časové řady/predikce – Proměnné Y – OK – OK (transformace, autokorelace, kříž. korelace, grafy) – Vyhlažování – zaškrtneme N-bod. klouzavý průměr, N = 3 – OK (Transformovat vybrané řady) – vykreslí se graf, vrátíme se do Transformace proměnných – Uložit proměnné. Otevře se nový spreadsheet, kde v proměnné VYVOZ_1 jsou uloženy klouzavé průměry pro N = 3. Totéž uděláme pro případ N = 5. Ve spreadsheetu se proměnná VYVOZ_1 přepíše na VYVOZ_2 a nová proměnná se uloží jako VYVOZ_1. Nově vzniklé proměnné nazveme KP3 a KP5. K datovému souboru přidáme proměnnou ROK, do jejíhož Dlouhého jména napíšeme =1979+v0.

	export_piva.sta			
	1 rok	2 VYVOZ	3 KP3	4 KP5
1	1980	215,000		
2	1981	219,000	218,667	
3	1982	222,000	225,333	218,600
4	1983	235,000	219,667	217,000
5	1984	202,000	214,667	210,600
6	1985	207,000	198,667	207,000
7	1986	187,000	199,333	194,800
8	1987	204,000	188,333	188,800
9	1988	174,000	183,333	187,600
10	1989	172,000	182,333	204,600
11	1990	201,000	215,000	
12	1991	272,000		

Grafické znázornění časové řady s odhadnutým trendem provedeme pomocí vícenásobných bodových grafů.



Cíl regresní analýzy trendu

Regresní analýza trendu má objasnit vztah mezi závisle proměnnou veličinou Y a časem t .

Předpokládáme, že trend $f(t)$ závisí (lineárně či nelineárně) na neznámých parametrech $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ a známých funkcích $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_k(t)$, které již neobsahují žádné neznámé parametry, tj.

$$f(t) = g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k; \varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_k(t)).$$

Odhady b_0, b_1, \dots, b_k neznámých parametrů $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ lze získat např. metodou nejmenších čtverců a pak vyjádřit odhad $\hat{f}(t)$ neznámého trendu v bodě t pomocí odhadů b_0, b_1, \dots, b_k a funkcí $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_k(t)$, tj.

$$\hat{f}(t) = g(b_0, b_1, \dots, b_k; \varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_k(t)).$$

Nejdůležitější typy trendových funkcí

Volba typu trendové funkce se provádí

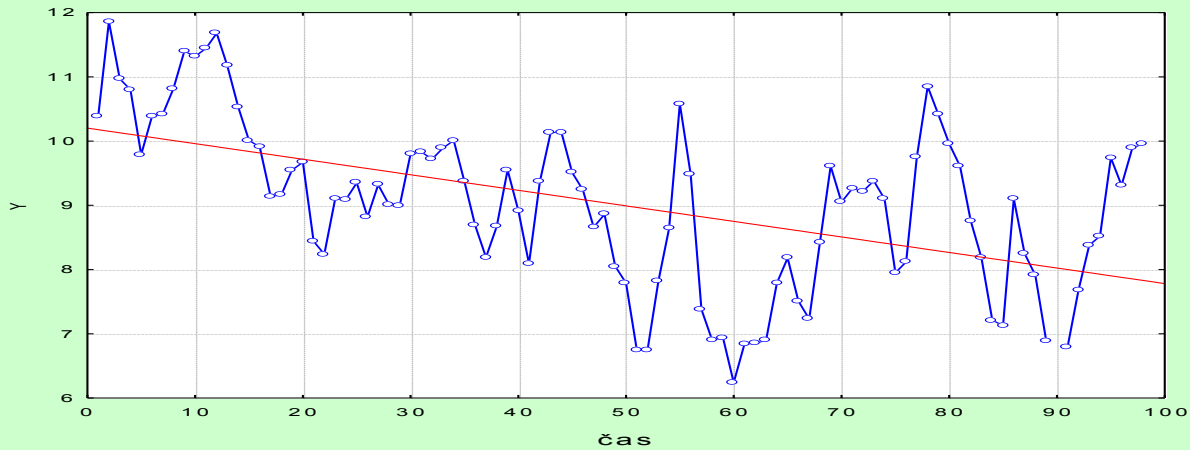
- na základě teoretických znalostí a zkušeností se zkoumanou veličinou Y_t
- pomocí grafu časové řady
- pomocí informativních testů založených na jednoduchých charakteristikách časové řady

a) Lineární trend

Analytické vyjádření: $f(t) = 3_0 + 3_1 t$

Informativní test: 1. difference ($\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, t = 2, \dots, n$) jsou přibližně konstantní.

Příklad lineárního trendu:

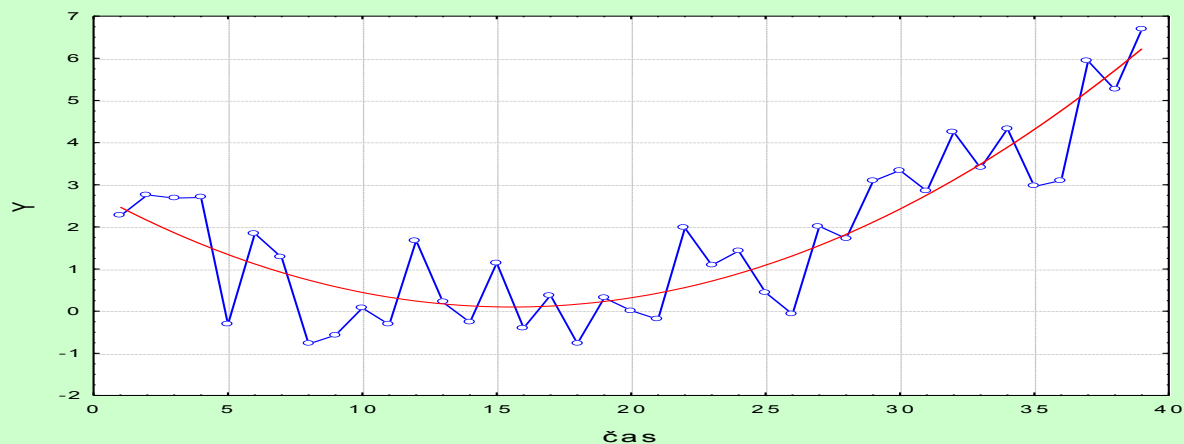


b) Kvadratický trend

Analytické vyjádření: $f(t) = 3_0 + 3_1 t + 3_2 t^2$

Informativní test: 1. difference mají přibližně lineární trend, 2. difference ($\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}, t = 3, \dots, n$) jsou přibližně konstantní.

Příklad kvadratického trendu:

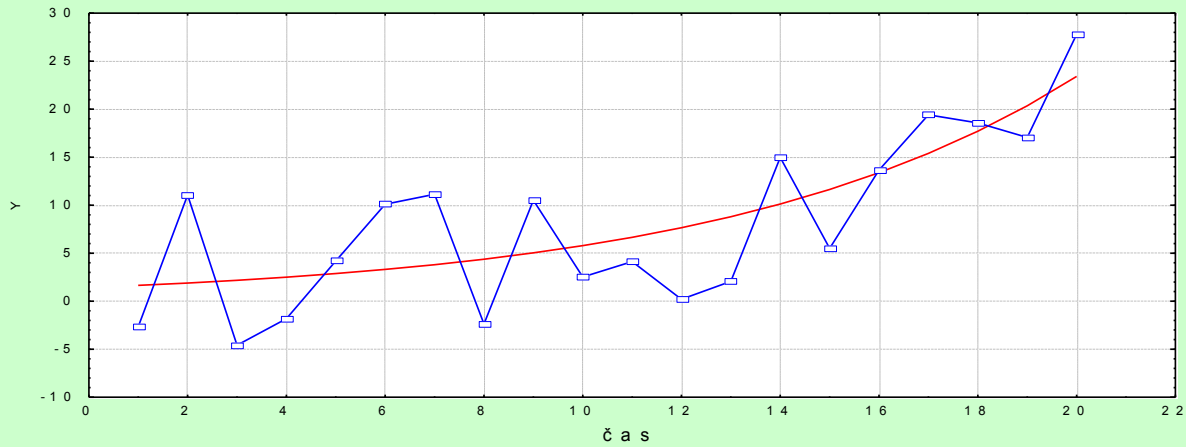


c) Exponenciální trend

Analytické vyjádření: $f(t) = 3 \cdot \beta_1^t$.

Informativní test: koeficienty růstu ($k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}$, $t = 2, \dots, n$) jsou přibližně konstantní.

Příklad exponenciálního trendu:

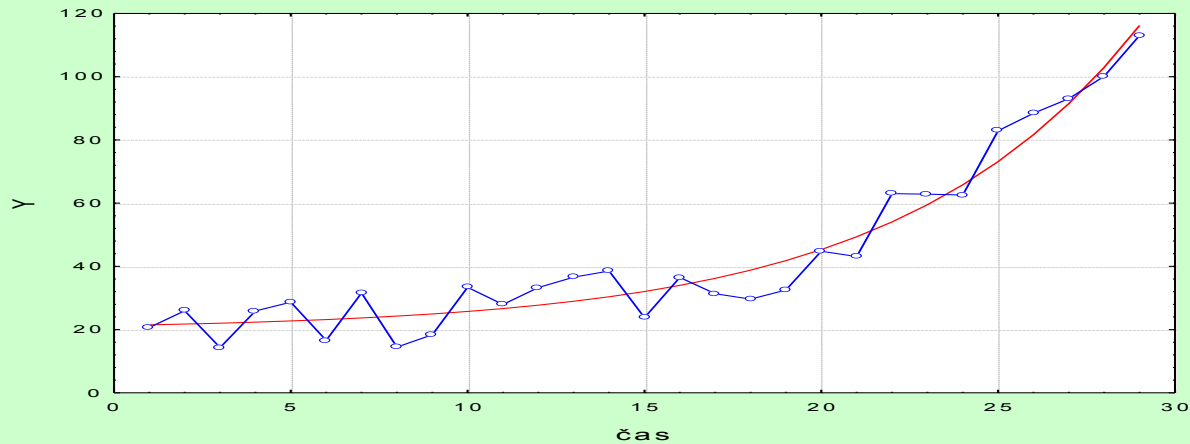


d) Modifikovaný exponenciální trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \alpha + \beta_0 \beta_1^t$.

Informativní test: řada podílů sousedních 1. diferencí je přibližně konstantní.

Příklad modifikovaného exponenciálního trendu

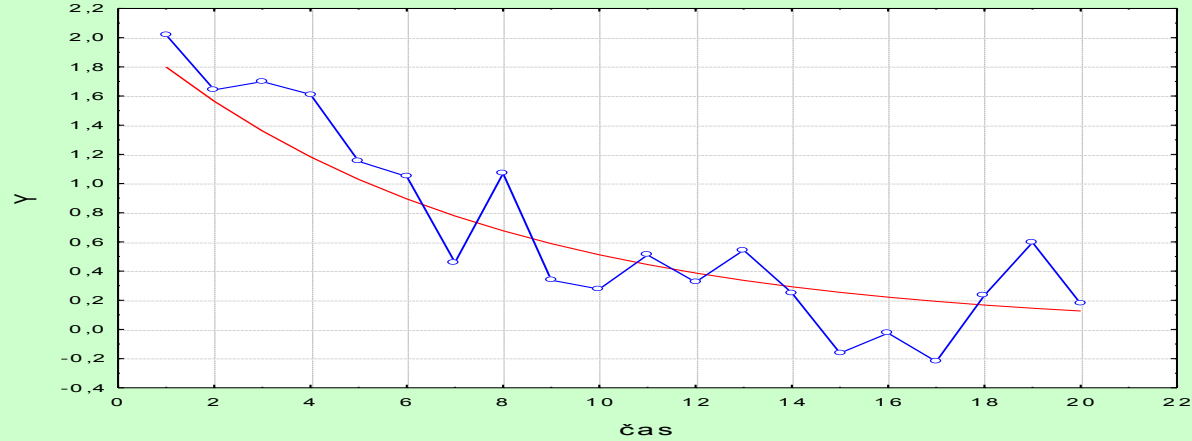


e) **Logistický trend**

Analytické vyjádření: $f(t) = \frac{\alpha}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 t}}$

Informativní test: průběh 1. diferencí je podobný Gaussově křivce a podíly $\frac{1/y_{t+1} - 1/y_t}{1/y_{t+1} + 1/y_t}$ jsou přibližně konstantní.

Příklad logistického trendu:

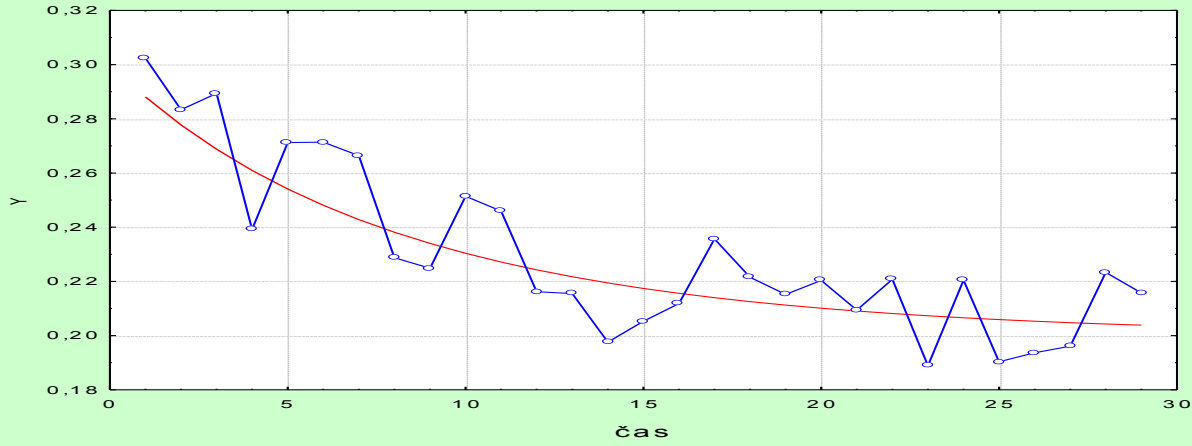


f) Gompertzova křivka

Analytické vyjádření: $f(t) = \alpha \beta_0^{\beta_1 t}$

Informativní test: podíly $\frac{\ln y_{t+1} - \ln y_t}{\ln y_t - \ln y_{t-1}}$ jsou přibližně konstantní.

Příklad Gompertzovy křivky



Příklad:

Je dána časová řada potratů (v tisících) v ČR v letech 1986 až 1996: 99,5 126,7 129,3 126,5 126,1 120,1 109,3 85,4 67,4 61,6 60.

Předpokládejte, že tato časová řada má kvadratický trend. Odhadněte parametry trendové funkce.

Vypočtete index determinace ID^2 .

Proveďte celkový F-test.

Proveďte dílčí t-testy.

Proveďte analýzu reziduí.

Sestrojte 95% intervaly spolehlivosti pro parametry trendové funkce.

Stanovte střední absolutní procentuální chybu predikce (MAPE).

Graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem, 95% pásem spolehlivosti a 95% predikčním pásem.

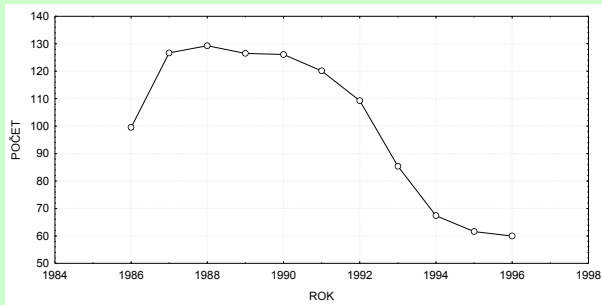
Řešení v systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor o 4 proměnných rok, počet, t, tkv a 11 případech. Do proměnné rok uložíme 1986 až 1996, do proměnné počet zapíšeme zjištěné hodnoty, do proměnné t uložíme pořadová čísla 1 až 11 a do proměnné tkv druhé mocniny pořadových čísel.

Grafické znázornění časové řady:

Grafy – Bodové grafy – Proměnné X ROK, Y POCET – OK – vypneme Lineární proložení – OK.

Formát – Všechny možnosti – Graf: Obecné – zaškrtneme Spojnice – OK. Vznikne spojnicový diagram.



Trendová funkce $\hat{f}(t) = 3_0 + 3_1 t + 3_2 t^2$

Získání odhadů parametrů:

Statistiky – Vícenásobná regrese – Proměnné Závislé, Nezávislé t, tkv - OK

Výsledky regrese se závislou proměnnou : POCET (potraty.sta)						
R= ,94015284 R2= ,88388736 Upravené R2= ,85485920						
F(2,8)=30,449 p<,00018 Směrod. chyba odhadu : 10,629						
N=11	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(8)	Úroveň p
Abs.člen			103,2418	11,67235	8,84499	0,000021
t	1,30140	0,531476	10,9470	4,47060	2,44866	0,040020
tkv	-2,16020	0,531476	-1,4748	0,36285	-4,06453	0,003611

Odhadnutá trendová funkce má tedy tvar:

$$\hat{f}(t) = 103,2418 + 10,947 t - 1,4748 t^2, \text{ kde } t = 1, \dots, 11.$$

Index determinace je 0,884, tedy kvadratická trendová funkce vysvětluje variabilitu dané časové řady z 88,4%.

Výsledky regrese se závislou proměnnou : PO CET (potraty .sta)						
R= ,94015284 R2= ,88388736 Upravené R2= ,85485920						
F(2,8)=30,449 p<,00018 Směrod. chyba odhadu : 10,629						
N=11	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(8)	Úroveň p
Abs.člen			103,2418	11,67235	8,84499	0,000021
t	1,30140	0,531476	10,9470	4,47060	2,44866	0,040020
tkv	-2,16020	0,531476	-1,4748	0,36285	-4,06453	0,003611

Testová statistika celkového F-testu je 30,449, p-hodnota je blízká 0, tedy na hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézu o nevýznamnosti modelu jako celku.

Všechny tři dílčí t-testy mají p-hodnoty menší než 0,05, tedy na hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézy o nulovosti parametrů $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

Posouzení nezávislosti reziduí pomocí Durbinovy – Watsonovy statistiky:

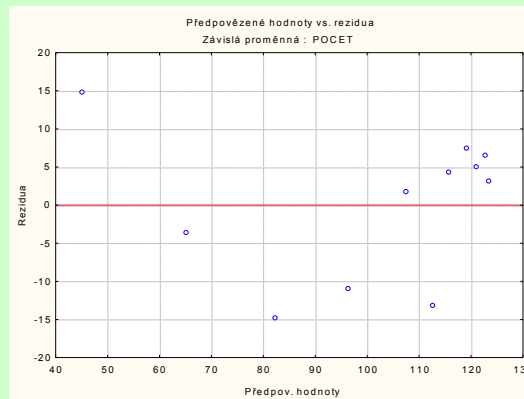
Statistiky – Vícenásobná regrese – proměnná Závislá: y, nezávislá t, tkv – OK – na záložce Residua/předpoklady/předpovědi vybereme Reziduální analýza - Detaily – Durbin-Watsonova statistika:

	Durbin-Watson.d	Sériové korelace
Odhad	1,211196	0,233166

Hodnota D-W statistiky je poněkud nízká, ale máme jen málo pozorování (n = 11), nemůžeme provést test autokorelace.

Posouzení homoskedasticity reziduí

Reziduální analýza – Bodové grafy – Předpovědi vs. rezidua



Testování nulovosti střední hodnoty reziduí:

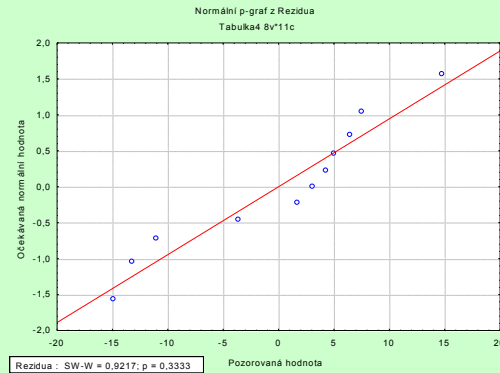
Pro proměnnou Rezidua z tabulky uložené pomocí Reziduální analýzy provedeme jednovýběrový t-test: Statistiky - Základní statistiky/tabulky – t-test, samost. vzorek – OK – proměnné Rezidua – OK.

Proměnná	Průměr	Sm.odch.	N	Sm.chyba	Referenční konstanta	t	SV	p
Rezidua	0,000000	9,506458	11	2,866305	0,00	0,000000	10	1,000000

Na hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu, že střední hodnota reziduí je 0.

Ověření normality reziduí

Sestrojíme N-P plot reziduí a současně provedeme S-W test:



S-W test poskytuje p-hodnotu 0,333, tedy na hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o normalitě reziduí.

Sestrojení 95% intervalů spolehlivosti pro parametry trendu:

Ve výstupní tabulce výsledků regrese přidáme za proměnnou Úroveň p dvě nové proměnné dm (pro dolní meze 95% intervalů spolehlivosti) a hm (pro horní meze 95% intervalů spolehlivosti). Do Dlouhého jména proměnné dm resp. hm napíšeme: $=v3-v4*VStudent(0,975;8)$ resp. $=v3+v4*VStudent(0,975;8)$

Výsledky regrese se závislou proměnnou : POCET (potraty .sta)								
R= ,94015284 R2= ,88388736 Upravené R2= ,85485920								
F(2,8)=30,449 p<,00018 Směrod. chyba odhadu : 10,629								
N=11	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(8)	Úroveň p	dm =v3-v4*	hm =v3+v4
Abs.člen			103,2418	11,67235	8,84499	0,000021	76,32533	130,1583
t	1,30140	0,531476	10,9470	4,47060	2,44866	0,040020	0,637767	21,25622
tkv	-2,16020	0,531476	-1,4748	0,36285	-4,06453	0,003611	-2,31156	-0,63809

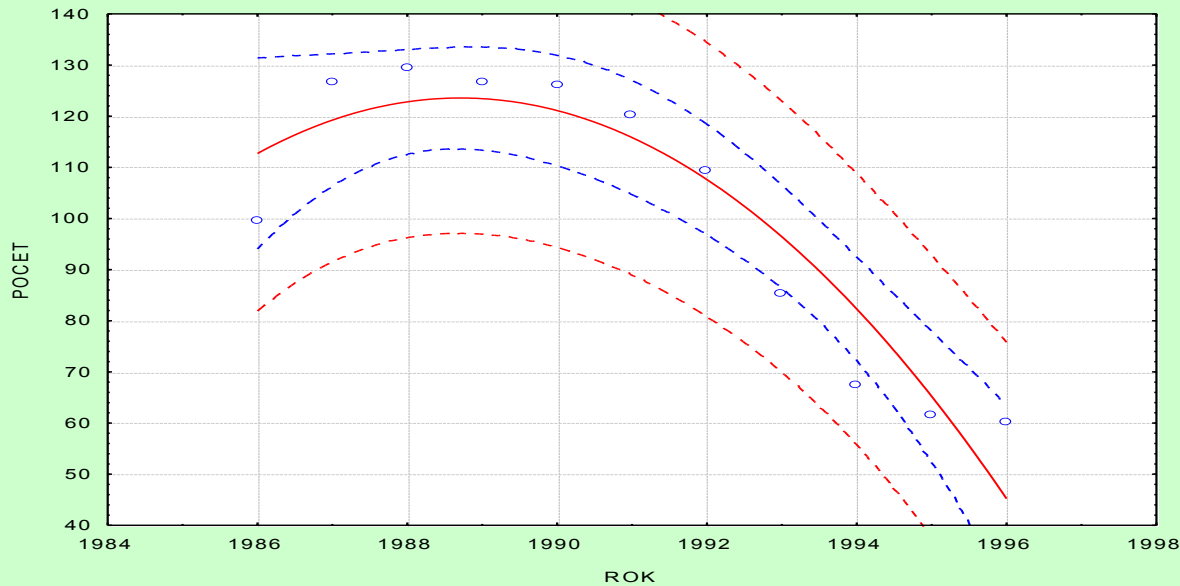
Vidíme, že $76,32 < \beta_0 < 130,16$ s pravděpodobností aspoň 0,95, $0,64 < \beta_1 < 21,26$ a $-2,31 < \beta_2 < -0,64$ s pravděpodobností aspoň 0,95.

Výpočet MAPE:

Ve tabulce s uloženými rezidui odstraníme proměnné 7 – 12, přidáme proměnnou chyby a do jejího Dlouhého jména napíšeme $=100 \cdot \text{abs}(v6/v2)$. Pak spočteme průměr této proměnné a zjistíme, že $\text{MAPE} = 9,21\%$.

Graf časové řady s proloženým kvadratickým trendem a pásem spolehlivosti a predikčním pásem získáme takto:

Grafy – Bodové grafy – Proměnné X ROK, Y POCET – OK – Detaily Proložení Polynomiální. Ve vytvořeném grafu 2x klikneme na pozadí, vybereme Graf: Regresní pásy – Přidat nový pár pásů – Typ Spolehlivostní – OK. Totéž provedeme ještě jednou a nyní zaškrtneme Typ Predikční.



Příklad: Časová řada 112, 149, 238, 354, 580, 867 udává zisk (v tisících dolarů) jisté společnosti v prvních šesti letech její existence.

a) Graficky znázorněte průběh této časové řady.

b) Vypočtete koeficienty růstu a graficky je znázorněte.

c) Z grafu časové řady a chování koeficientů růstu lze usoudit, že časová řada má exponenciální trend $f(t) = 3 \cdot \beta_1^t$.

Odhadněte jeho parametry.

d) Najděte odhad zisku společnosti v 7. a 8. roce její existence.

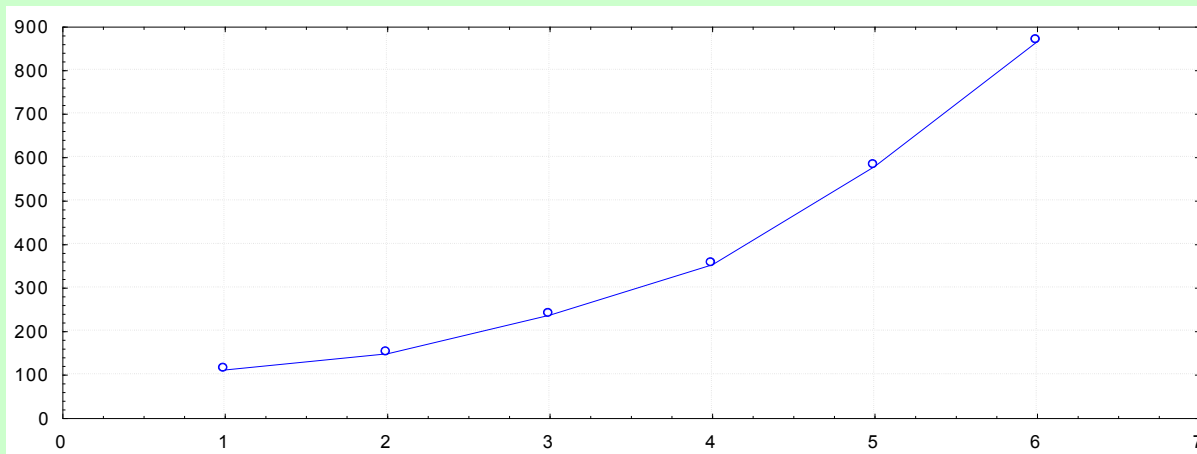
e) Zjistěte index determinace a sestrojte graf (y_t, \hat{y}_t) $t = 1, \dots, 6$.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor se dvěma proměnnými čas a Y a 6 případy.

ad a) Graficky znázorníme průběh této časové řady:

Grafy – Bodové grafy – Proměnné čas, Y – OK – vypneme proložení – OK.



ad b) Výpočet koeficientů růstu:

Statistiky – Pokročilé lineární/nelineární modely – Časové řady/predikce – Proměnné Y – OK – OK (transformace, autokorelace, kříž. korelace, grafy) – Posun – Posun řad vzad - OK (transformovat vybrané řady) – návrat do transformace proměnných – Uložit proměnné.

Ve výstupní tabulce máme proměnné Y a Y_1:

	1 Y	2 Y_1
0		112,000
1	112,000	149,000
2	149,000	238,000
3	238,000	354,000
4	354,000	580,000
5	580,000	867,000
6	867,000	
7		

Za proměnnou Y_1 přidáme proměnnou KR a do jejího Dlouhého jména napíšeme $=v2/v1$.

	1 Y	2 Y_1	3 KR
0		112,000	
1	112,000	149,000	1,330357
2	149,000	238,000	1,597315
3	238,000	354,000	1,487395
4	354,000	580,000	1,638418
5	580,000	867,000	1,494828
6	867,000		
7			

Vytvoření grafu koeficientů růstu:

Klikneme pravým tlačítkem na název proměnné KR – Grafy bloku dat – Spojnicový graf: celé sloupce



Vidíme, že koeficienty růstu jsou přibližně konstantní.

ad c) Parametry modelu $f(t) = \beta_0 \beta_1^t$ odhadneme pomocí nelineární regrese:

Statistiky – Pokročilé lineární/nelineární odhady - Nelineární odhady - Vlastní regrese(MNČ) - OK. Do odhadované funkce vepíšeme $y = \beta_0 \cdot \beta_1^{cas}$ - OK

Otevře se okno s názvem Odhad nelineárního modelu metodou nejmenších čtverců. Na liště Základní výsledky máme na výběr mezi Levenbergovou - Marquardtovou a Gaussovou - Newtonovou iterační metodou - jednu z nich zvolíme.

Na liště Detailní výsledky máme v případě problémů možnost změnit počet iterací, požadovanou přesnost a počáteční hodnoty parametrů.

Pokračujeme OK - otevře se okno Výsledky. Na liště Základ zvolíme Souhrn: Odhady parametru a získáme tabulku:

Model je: $y = \beta_0 \cdot \beta_1^{cas}$ (zisk_spolecnosti.sta)						
Záv. prom.: Y						
Hladina spolehlivosti: 95.0% (alfa = 0.050)						
	Odhad	Standard chyba	t-hodn. sv = 4	p-hodn.	Dol. sp. Mez	Hor. sp. Mez
beta0	65,35424	3,575415	18,27879	0,000053	55,42730	75,28119
beta1	1,53973	0,015590	98,76297	0,000000	1,49644	1,58301

Odhadnutý model má tvar: $y = 65,35424 \cdot 1,53973^{cas}$

Oba parametry jsou významné na hladině významnosti 0,05.

ad d) Odhad zisku společnosti v 7. a 8. roce existence: Ve výstupní tabulce regrese odstaníme všechny proměnné kromě proměnné Odhad a sloupec parametrů transponujeme (Data – Transponovat – Soubor – OK)
 Přidáme dvě nové proměnné Y7, Y8 a do Dlouhého jména proměnné Y7 napíšeme $=v1*v2^7$ (resp. do Dlouhého jména proměnné Y8 napíšeme $=v1*v2^8$).

	1 beta0	2 beta1	3 y7	4 y8
Odhad	65,3542445	1,53972973	1340,866	2064,571

Předpověď zisku v 7. roce existence společnosti je tedy 1340,866 tisíc dolarů a v 8. roce 2064,571 tisíc dolarů.

ad e) Index determinace je $ID^2 = 0,9987$, jak je uvedeno v záhlaví tabulky regresní analýzy.

Výsledky: zisk_spolecnosti.sta

Model je: $y = \text{beta0} + \text{beta1}^{\text{cas}}$
 Závislá proměnná: Y Nezávislé proměnné: 1
 Ztrát. funkce: nejm. čtverce
 Koneč. hodn.: 665,1451654
 Podíl rozptylu vysvětlený modelem: 0,99866436 R = 0,99933196

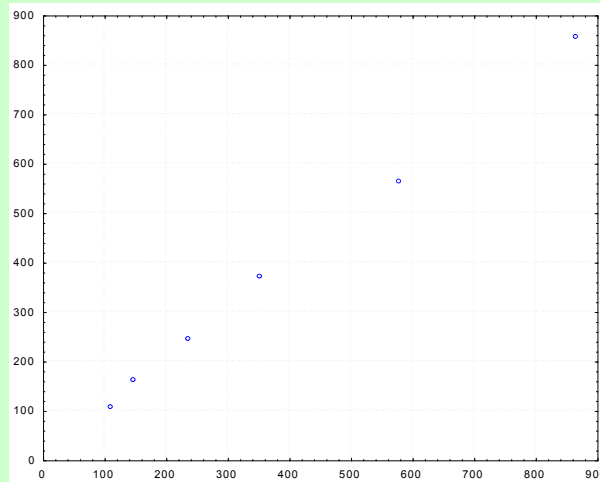
Základ | Detailní výsledky | Residua | Přehled

Souhrn: Odhady parametrů
 Předpovědi, residua, atd.
 Historie iterací
 Analýza rozptylu

Výpočet
 Storno
 Možnosti
 Anal.Sk.

Prolož. 2D funkce & pozor. hodn.
 Prolož. 3D funkce & pozor. hodn.

Graf závislosti predikovaných hodnot na hodnotách časové řady vytvoříme tak, že na liště Rezidua vybereme Pozorování vs. Předpovědi.



Jak index determinace, tak graf y_t, \hat{y}_t svědčí o tom, že model byl zvolen správně.

Můžeme též nakreslit dvourozměrný tečkový diagram s odhadnutou regresní křivkou: Na liště Základ vybereme Prolož. 2D funkce & pozor. hodn.

