Odhad plemenné hodnoty pomocí sire modelu (otcovského modelu)

Př.:

Z populace jsou náhodně vybráni otcové a každý byl náhodně pářen se samicemi. Z každého páření byli sledováni potomci. Sledujeme několik potomků, kteří byli chováni v různých chovech (**Viz zadání**). Model předpokládá, že není interakce mezi otcem a chovem. **Chceme odhadnout PH otců podle užitkovosti jejich dcer (Sire model).**

$$y_{ijk} = b_i + u_j + e_{ijk}$$

Náhodný efekt – efekt j-tého otce (3 úrovně); pevný efekt – efekt i-tého stáda (2 úrovně)

Potomek	otec	chov	užitkovost
1	1	1	9
2	1	2	12
3	2	1	11
4	2	1	6
5	3	1	7
6	3	2	14

Smíšený model: **Y** = **Xb** + **Zu** + **e**

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{111} \\ y_{121} \\ y_{211} \\ y_{212} \\ y_{311} \\ y_{321} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \\ 11 \\ 6 \\ 7 \\ 14 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{111} \\ e_{121} \\ e_{211} \\ e_{212} \\ e_{311} \\ e_{321} \end{bmatrix}$$

Předpoklady: - E(**u**) = E(**e**) = 0, V(**u**) = **G**, V(**e**) = **R**

- kovarianční matice pro vektor pozorování **y** je **V = ZGZ` + R**
- reziduální chyby mají konstantní variance a jsou nekorelovány $\Rightarrow$ **R** = **I** σ_e^2

Ve smíšeném modelu: pozorujeme **y**, **X**, **Z** zatímco **b**, **R** a **G** jsou obecně neznámé.

> Pro řešení odhadů pevných efektů se používá procedura BLUE a pro odhad náhodných efektů BLUP. Odhady jsou *nejlepší* v tom smyslu, že minimalizují výběrovou varianci, *lineární*, že jsou lineární funkcí pozorovaných fenotypů **y**, a nevychýlené, že E[BLUE(**b**)] = **b** a E[BLUP(**u**)] = **u**.

Chceme zjistit plemenné hodnoty otců (u_1, u_2, u_3)?

1. Výpočet vyžaduje variančně-kovarianční matici pro otce (**G**) a reziduální (**R**) .
   a. Zde **R** = **I** σ_E^2 $\mathbf{I}_{(6)}$
   b. otcové jsou nepříbuzní – **G** = **I** σ_O^2 $\mathbf{I}_{(3)}$
2. Za předpokladu jen aditivní genetické variance – efekt otců (PH) je polovina otcovské aditivní genetické hodnoty - $\sigma_O^2 = \sigma_A^2/4$ (σ_A^2 - aditivní genetická variance).
   - zadáme si, že $\sigma_A^2 = 8$ a $\sigma_E^2 = 6$

3. Variančně kovarianční matice **V** pro vektor **y** je dána **V** = **ZGZ`** + **R**.

Smíšený model: **Y** = **Xb** + **Zu** + **e**

1. řešení:

BLUE $\mathbf{b} = (\mathbf{X'V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X'V}^{-1}\mathbf{y})$

BLUP $\mathbf{u} = (\mathbf{GZ'V}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{Xb})$

2. řešení: normální rovnice smíšeného modelu:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X'R}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{X'R}^{-1}\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z'R}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{Z'R}^{-1}\mathbf{Z} + \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X'R}^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{Z'R}^{-1}\mathbf{y} \end{bmatrix}$$

Vyřešte oba způsoby pomocí programu R!

Doc. Ing. Tomáš Urban, Ph.D.
UMFGZ
MENDELU v Brně
urban@mendelu.cz