8. Prednáška

Prestup tepla vedením

Prestup tepla

Kde: ohrievanie alebo chladenie prúdov vstupujúcich do zariadení (vystupujúcich zo zariadení) - predhrievač nástreku pri destilácii, rektifikácii..., chladenie produktov po reakcii, ohrev suroviny vo varáku destilačného zariadenia, kondenzátory, odparky, sušiarne...

Čo nás bude zaujímať: kinetika prestupu tepla – za aký čas prevedieme *Q*

teplotné a hydrodynamické podmienky procesu

⇒ návrh veľkosti a usporiadania zariadení, izolácií...

Druhy prestupu tepla

Vedením:

- termický pohyb molekúl (kovy-voľné elektróny)
- uplatňuje sa vo všetkých skupenských stavoch

Prúdenie:

- Mechanické premiešavanie častíc (prirodzené a nútené)

Sálanie:

- Vyžarovanie energie vo forme elektromagnetického vedenia

Prestup tepla

Základný tvar rýchlostných rovníc

Hnacia sila – rozdiel teplôt

$$Rýchlost = \frac{Hnacia\ sila}{Odpor}$$

Rýchlosť prestupu tepla – množstvo tepla prevedeného za jednotku času - tok tepla:

$$\overset{0}{Q} = \frac{dQ}{d\tau}$$

Hustota toku tepla:

$$q = \frac{d\overset{0}{Q}}{dA}$$

Odpor ↔ vlastnosti prostredia a rozmery, cez ktoré teplo prestupuje

Spôsoby prestupu tepla

Ustálený prestup tepla – (stacionárny prestup tepla)

$$\overset{0}{Q} = konst.$$

$$t = f(x, y, z)$$

Neustálený prestup tepla – (nestacionárny prestup tepla)

$$\overset{0}{Q} = f(\tau)$$

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

Prestup tepla – vedením

Fourierov zákon - rýchlostná rovnica vedenia tepla (empirický charakter)

Udáva tok tepla $\overset{0}{Q}$ šíriaci sa v smere kolmom ku izotermickej ploche A

$$\overset{0}{Q} = \frac{dQ}{d\tau} = -\lambda A \,\mathrm{grad}\, t$$

$$q = -\lambda \,\mathrm{grad}\, t$$

– Pokles teploty v smere šírenia tepla (teplotný spád)

Teplotný gradient, udáva zmenu teploty pripadajúcu na jednotkovú vzdialenosť kolmú na izotermickú plochu.

Ak sa teplo šíri v priestore, potom gradient

$$\mathrm{grad} = \nabla t = i\frac{\partial t}{\partial x} + j\frac{\partial t}{\partial y} + k\frac{\partial t}{\partial z}$$

V jednom smere

$$\mathrm{grad} = \frac{\partial t}{\partial x}$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

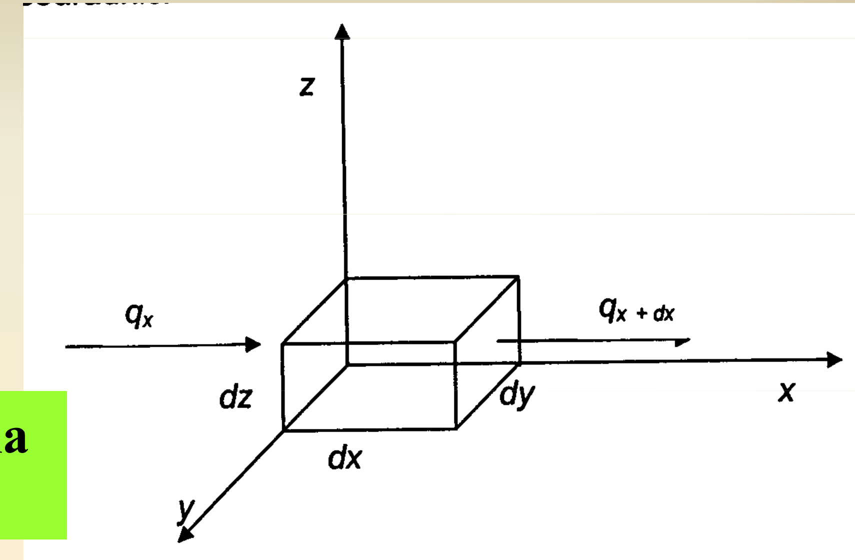
Integrácia rovnice !!!

λ – súčiniteľ tepelnej vodivosti

- Udáva množstvo tepla, ktoré prešlo jednotkovou plochou kolmou na smer toku za jednotku času pri jednotkovom teplotnom rozdiele 1 K na jednotkovej vzdialenosti ($Wm^{-1}K^{-1}$)
- Závisí od vlastností materiálu (zloženia, ρ, vlhkosti, štruktúry, P, T)
- Lineárna závislosť $\lambda = f(T)$
- Tabuľkové údaje

Prestup tepla – odvodenie diferenciálnej rovnice teplotného poľa

Bilancia tepelného toku v smere osi x



Vstup tep.toku + **Zdroj tepla** = **Výstup tep.toku** + **Akumulácia tepla**

$$q_x dydz$$

$$q^* dxdydz$$

$$q_{x+dx} dydz$$

$$\rho\, c_v\, dxdydz \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$\frac{q_x - q_{x+dx}}{dx} dxdydz + q^* dxdydz = \rho c_v \frac{\partial t}{\partial \tau} dxdydz$$

$$-\frac{dq_x}{dx} + q^* = \rho c_v \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$\frac{q_{x+dx} - q_x}{\partial x} = \frac{\partial q_x}{\partial x}$$

$$q_x = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Bilancia tepelného toku v smere osi x

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c_v} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{q^*}{\rho c_v}$$

Diferenciálna rovnica teplotného poľa (rovnica vedenia tepla vo všeobecnom tvare)

Pre trojsmerný tok tepla

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c_V} \nabla^2 t + \frac{q^*}{\rho c_V}$$

Poznámka: $C_P = C_V$ (s)

teplotná vodivosť - ***a***

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q^*}{\rho c_p}$$

Rozloženie teploty v homogénnom prostredí v priestore a čase

Zjednodušené tvary diferenciálnej rovnice teplotného poľa

Bez vnútorného zdroja, t.j. $q^*=0$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t$$

Pre jednosmerný tok tepla

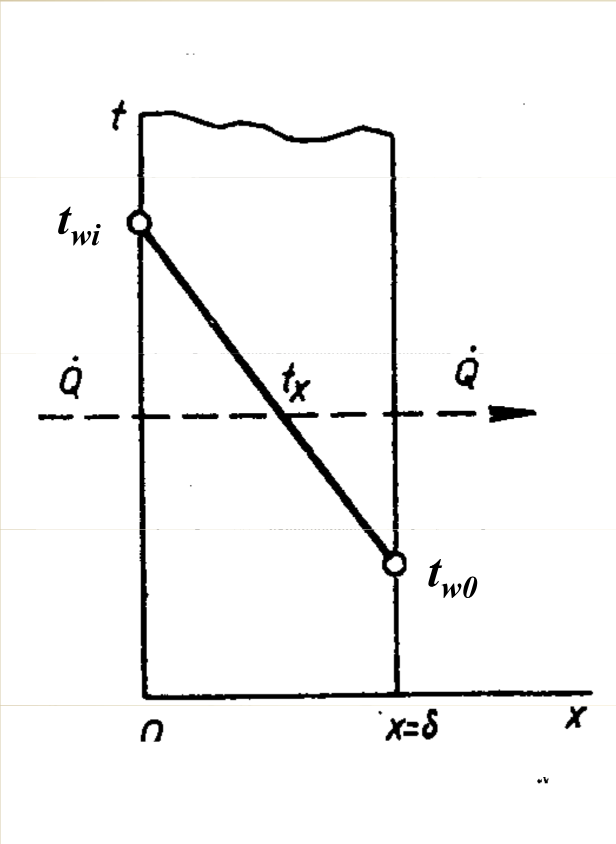
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Ustálený tok tepla (bez vnútorného zdroja $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$

$$\nabla^2 t = 0$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$$

Riešenie pre ustálené vedenie tepla cez jednoduchú rovnú stenu



A=konšt; q= konšt; $\overset{0}{Q}$=konšt.

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$$

$$t_x = c_1 x + c_2$$

C_1 a C_2 získame riešením sústavy rovníc pre hraničné podmienky:

$x=0$	$t=t_{wi}$
$x=\delta$	$t=t_{w0}$

Rovnica ustáleného teplotného poľa homogénneho telesa

$$t_x = t_{wi} - \frac{(t_{wi} - t_{w0})}{\delta} x$$

Integráciou Fourierovej rovnice

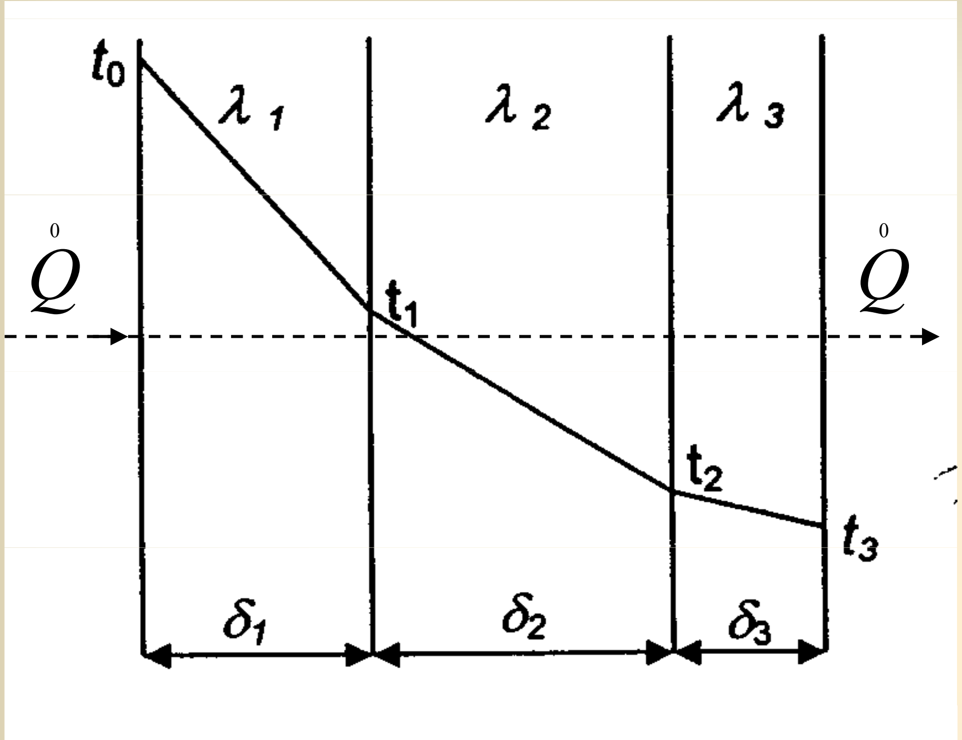
$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

Rýchlostná rovnica prestupu tepla vedením

$$q = \lambda \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\delta}$$

$$\overset{0}{Q} = \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\dfrac{\delta}{\lambda A}}$$

Riešenie: Ustálené vedenie tepla cez zloženú rovnú stenu



$$\overset{0}{Q} = \frac{t_0 - t_1}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}}$$

$$\overset{0}{Q} = \frac{t_1 - t_2}{\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}}$$

$$\overset{0}{Q} = \frac{t_2 - t_3}{\dfrac{\delta_3}{\lambda_3 A}}$$

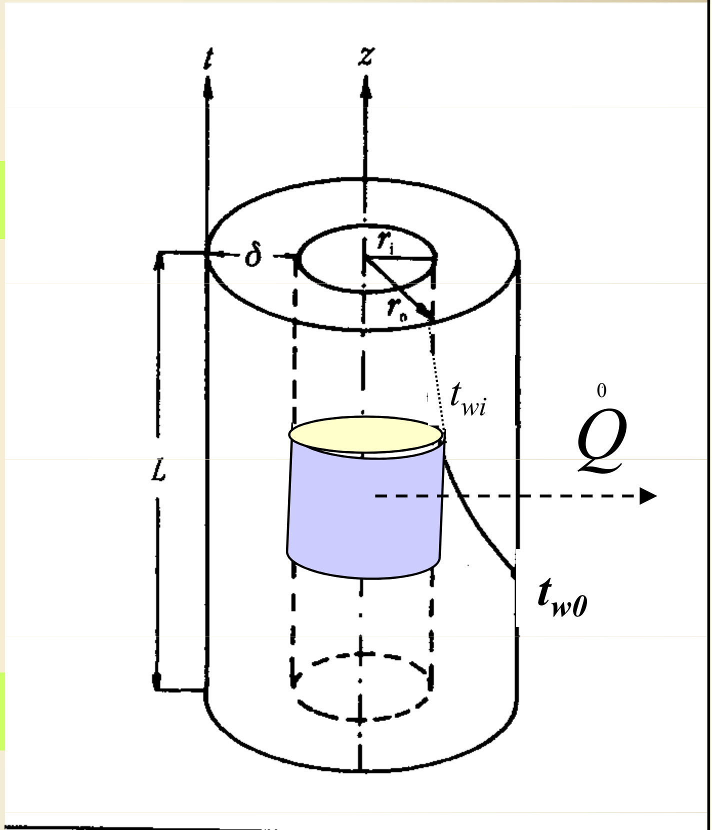
$$\Longrightarrow$$

$$\overset{0}{Q} = \frac{t_0 - t_m}{\sum_m \dfrac{\delta_j}{\lambda_j A}}$$

Prestup tepla – Prepis dif. rovnice vedenia tepla do cylindrických súradníc

Zápis diferenciálnej rovnice vedenia tepla v kartézskyh súradniciach

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q^*}{\rho c_V}$$



Osová symetria

Vnútorný zdroj

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right] + \frac{q^*}{c_V \rho}$$

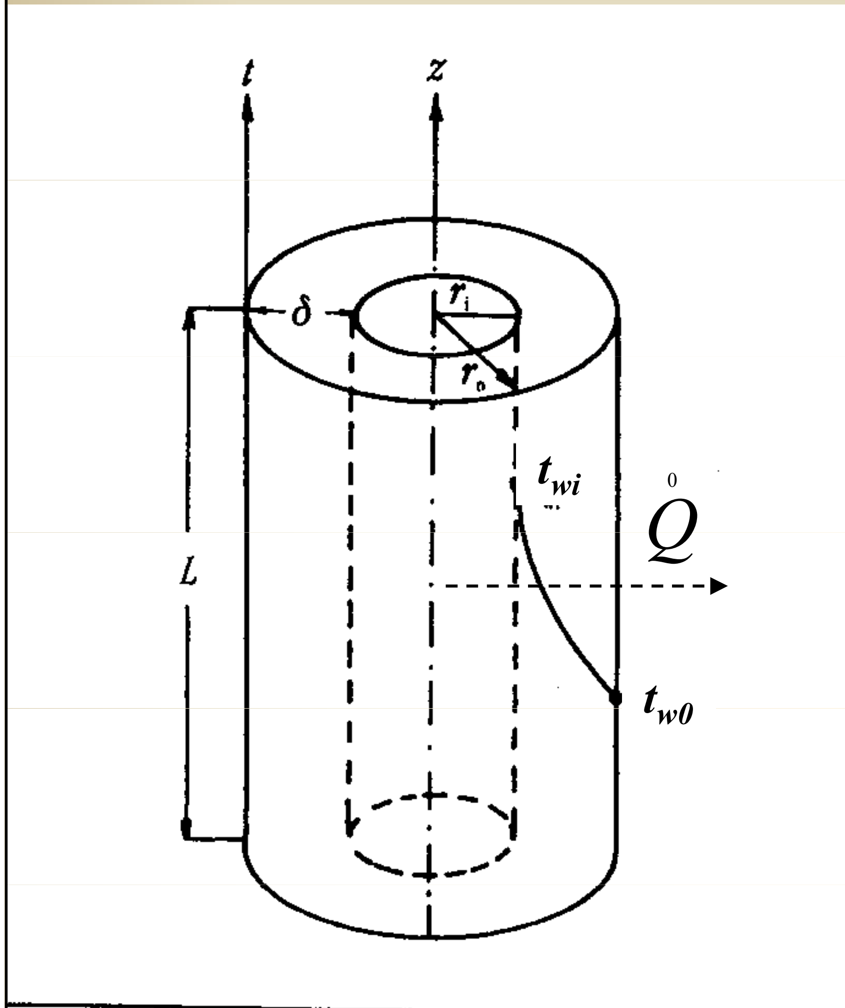
„Nekonečný valec“

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right]$$

Ustálený stav

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right] = 0$$

Prestup tepla - Ustálené vedenie tepla cez jednoduchú valcovú stenu



$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right] = 0$$

$$t = c_1 \ln x + c_2$$

V hraniciach:

$r=r_0$	$t=t_{w0}$
$r=r_i$	$t=t_{wi}$

Rovnica teplotného poľa

$$t = t_{wi} - \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\ln\frac{r_0}{r_i}} \ln\frac{r}{r_i}$$

$A \neq$ konšt; $q \neq$ konšt; $\overset{0}{Q}$ =konšt.

Integrácia FZ:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dr}$$

$$\overset{0}{Q} = 2\pi r L q$$

$$A = 2\pi r L$$

$$\delta = r_0 - r_i$$

Rýchlostná rovnica prestupu tepla vedením

$$\overset{0}{Q} = 2\pi L \lambda \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\ln\frac{r_0}{r_i}} = \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\dfrac{\delta}{\lambda A_{ls}}}$$

Logaritmický stred plôch valcovej steny A_{ls}, (polomerov r_{ls})

$$A_{ls} = \frac{A_0 - A_i}{\ln \frac{A_0}{A_i}} = 2\pi L \frac{r_0 - r_i}{\ln \frac{r_0}{r_i}}$$

Prestup tepla - Ustálené vedenie tepla cez zloženú valcovú stenu

Analógia so zloženou rovnou stenou

$$\overset{0}{\dot{Q}} = \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\frac{\delta}{\lambda A}}$$

Jednoduchá rovná stena

$$\overset{0}{\dot{Q}} = \frac{t_{wi} - t_{w0}}{\frac{\delta}{\lambda A_{ls}}}$$

Jednoduchá valcová stena

$$\overset{0}{\dot{Q}} = \frac{t_0 - t_m}{\sum_m \frac{\delta_j}{\lambda_j A}}$$

Zložená rovná stena

$$\overset{0}{\dot{Q}} = \frac{t_0 - t_m}{\sum_m \frac{\delta_j}{\lambda_j A_{ls_j}}}$$

Zložená valcová stena