

**letní semestr 2010- 2011**

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2010- 2011**

## **F4110 Kvantová fyzika atomárních soustav**

**Přírodovědecká fakulta**

jaro 2010

**Rozsah**

2/1. 4 kr. (příf plus uk plus > 4). Ukončení: zk.

**Vyučující**

prof. Bedřich Velický, CSc. (přednášející)

**Garance**

prof. RNDr. Michal Lenc, Ph.D.

**Rozvrh**

St 13:00--13:50 **F3** St 14:00--15:50 **F3**

**Předpoklady**

( **F1040** Mechanika a molekulová fyzika && **F2070** Elektřina a magnetismus )

| ( **F1030** Mechanika a molekulová fyzika && **F2050** Elektřina a magnetismus )

**Anotace**

Tento kurs je pojat jako proseminář doplňující přednášky

Úvod do fyziky mikrosvěta F4100 nebo F4050.

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2010- 2011**

**Přednášející**  
**Bedřich Velický ÚTFA**  
**velicky@karlov.mff.cuni.cz**

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2010- 2011**

**Přednášející**  
**Bedřich Velický ÚTFA**  
**velicky@karlov.mff.cuni.cz**

- Prosím e-mailovou korespondenci vést na tuto adresu

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2010- 2011**

**Rozvrh**

**St 13:00--13:50 F3 cvičení**

**St 14:00--15:50 F3 přednáška**

**F4110****Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2010- 2011  
PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY**

1	Měřítka kvantového světa	23.2.
2	Brownův pohyb	2. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	9.3.
4	Elektronová optika	16. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	23. 3.
6	Neutronová interference	30. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	6. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	13. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	20. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	27. 4.
11	Inverzní linie čpavku: Sláva a pád	4. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	11. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	18. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	25. 5.

**F4110**

**Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2010- 2011**

**PODMÍNKY PRO VYKONÁNÍ ZKOUŠKY**

**Podmínky**

1. Úspěšné vykonání písemného testu na posledním cvičení nebo jednom ze zápočtových termínů
2. Forma zkoušky: Zpracování a seminární přednesení dílčí otázky k některému z přednesených témat po dohodě s přednášejícím

**Termíny**

Termíny zkoušky budou

- vyhlášeny na poslední přednášce a
- vystaveny na SIS

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2010- 2011**

**I.**  
**Měřítko kvantového světa**

**KOTLÁŘSKÁ 23. ÚNORA 2011**



# Úvodem

- Dnes: čekám, až trochu postoupí hlavní přednášky
- Odvolám se na znalosti středoškolské a z předchozí části Kursu
- Cíl ... orientace v nepřehledné oblasti atomárních soustav
- Fundamentální konstanty a zavedení přirozených jednotek
- Rozměrové a jiné kvalitativní úvahy
- Zamyšlení nad Bičákovým diagramem velikostí a hmotností objektů

*Klasický a kvantový svět*

*vs.*

*mikrosvět a makrosvět*

## *Klasický a kvantový svět*

Kvantové zákony ovládají titěrné mikroobjekty,  
jako jsou atomy a molekuly.

V každodenním životě však kvantové efekty  
zpravidla nepozorujeme.

Kde je rozhraní obou světů a jak je můžeme  
rozpoznat a charakterisovat?

## *Klasický a kvantový svět*

Kvantové zákony ovládají titěrné mikroobjekty,  
jako jsou atomy a molekuly.

V každodenním životě však kvantové efekty  
zpravidla nepozorujeme.

Kde je rozhraní obou světů a jak je můžeme  
rozpoznat a charakterisovat?

*Moje stará formulace*

## *Nový pokus*

*odpovídající na kritiku se strany filosofů*

Makrosvět a mikrosvět spolutvoří svět fyziky.

Makrosvět se týká předmětů a dějů, se kterými se můžeme setkat v každodenním životě, často je proto tendence podsunout jej za přirozený svět.

Mikrosvět tvoří titěrné mikroobjekty, jako jsou atomy a molekuly. Přirozenému světu je cizí.

## *Nový pokus*

Makrosvět a mikrosvět spolutvoří svět fyziky.

Makrosvět se týká předmětů a dějů, se kterými se můžeme setkat v každodenním životě, často je proto tendence podsunout jej za přirozený svět.

Mikrosvět tvoří titěrné mikroobjekty, jako jsou atomy a molekuly. Přirozenému světu je cizí.

## *Nový pokus*

Makrosvět a mikrosvět spolutvoří svět fyziky.

Makrosvět se týká předmětů a dějů, se kterými se můžeme setkat v každodenním životě, často je proto tendence podsunout jej za přirozený svět.

Mikrosvět tvoří titěrné mikroobjekty, jako jsou atomy a molekuly. Přirozenému světu je cizí.

## *Nový pokus*

Makrosvět a mikrosvět spolutvoří svět fyziky.

Makrosvět se týká předmětů a dějů, se kterými se můžeme setkat v každodenním životě, často je proto tendence podsunout jej za přirozený svět.

Mikrosvět tvoří titěrné mikroobjekty, jako jsou atomy a molekuly. Přirozenému světu je cizí.



## *Nový pokus*

Makrosvět a mikrosvět spolutvoří svět fyziky.

Makrosvět se týká předmětů a dějů, se kterými se můžeme setkat v každodenním životě, často je proto tendence podsunout jej za přirozený svět.

Mikrosvět tvoří titěrné mikroobjekty, jako jsou atomy a molekuly. Přirozenému světu je cizí.

Umíme však rozmezí těchto různých světů přesně rozpoznat a charakterisovat?

# *Fyzikální svět a přirozený svět*

přirozený  
svět

fyzikální  
svět

# *Fyzikální svět a přirozený svět*



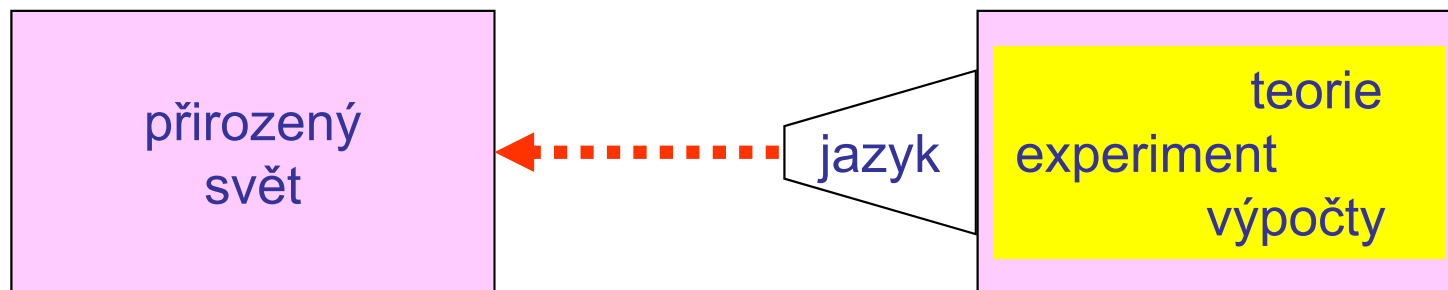
# *Fyzikální svět: tradiční představa*



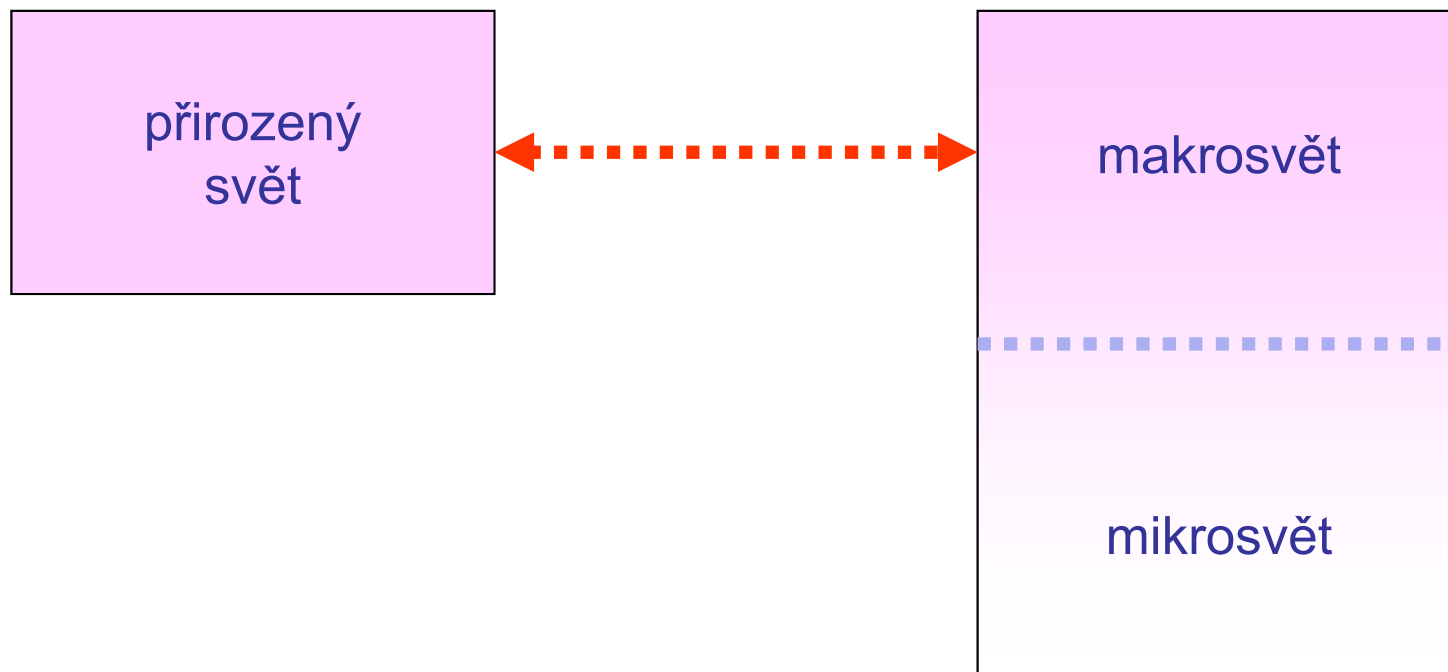
# *Fyzikální svět: dnešní skutečnost*



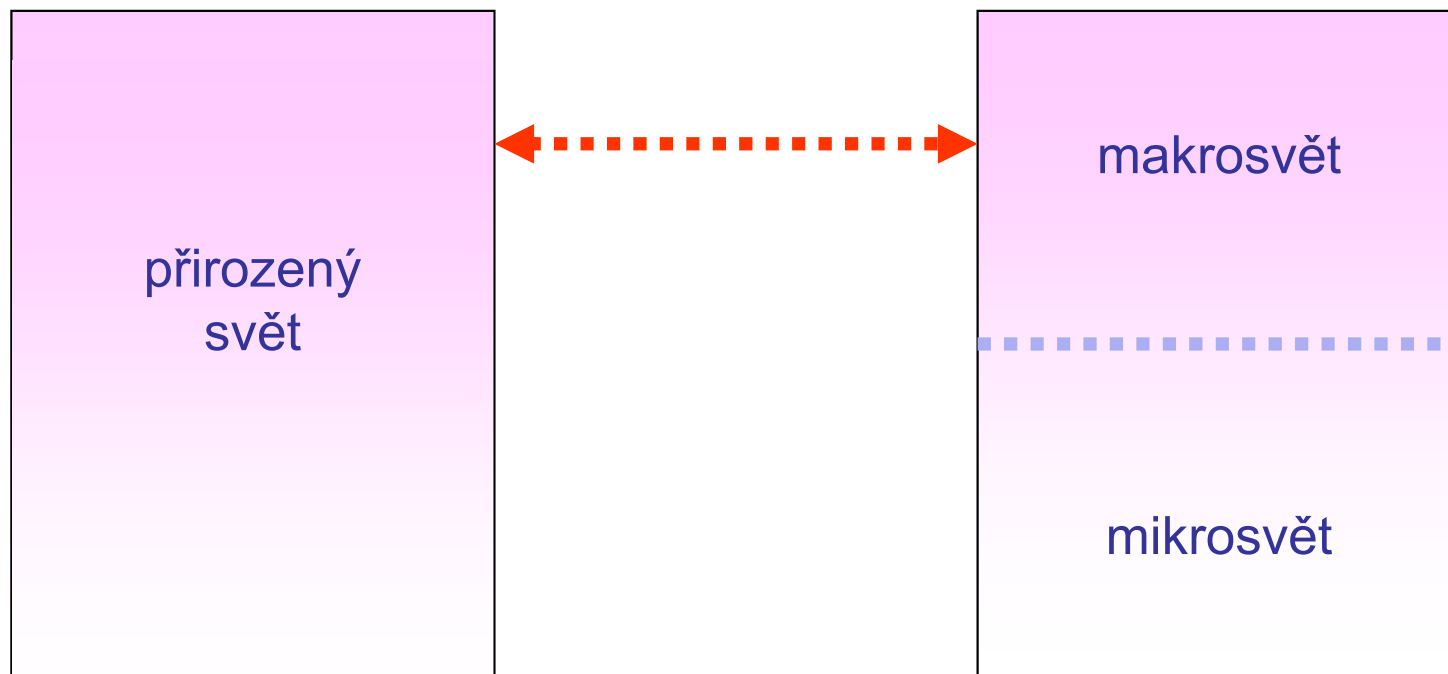
# *Fyzikální svět a přirozený svět: SCHEMA $\mathcal{A}$*



*Fyzikální svět = Makrosvět + Mikrosvět*

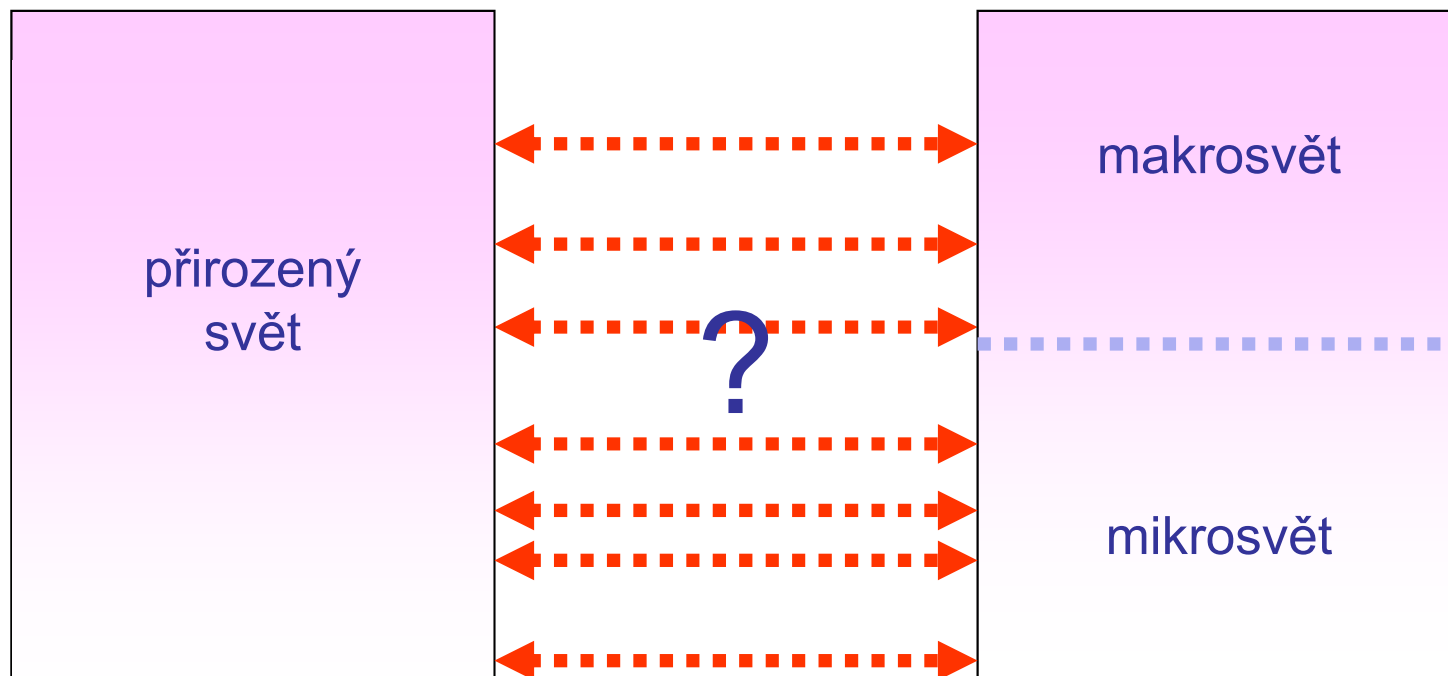


# *Mikrosvět proniká do přirozeného světa*

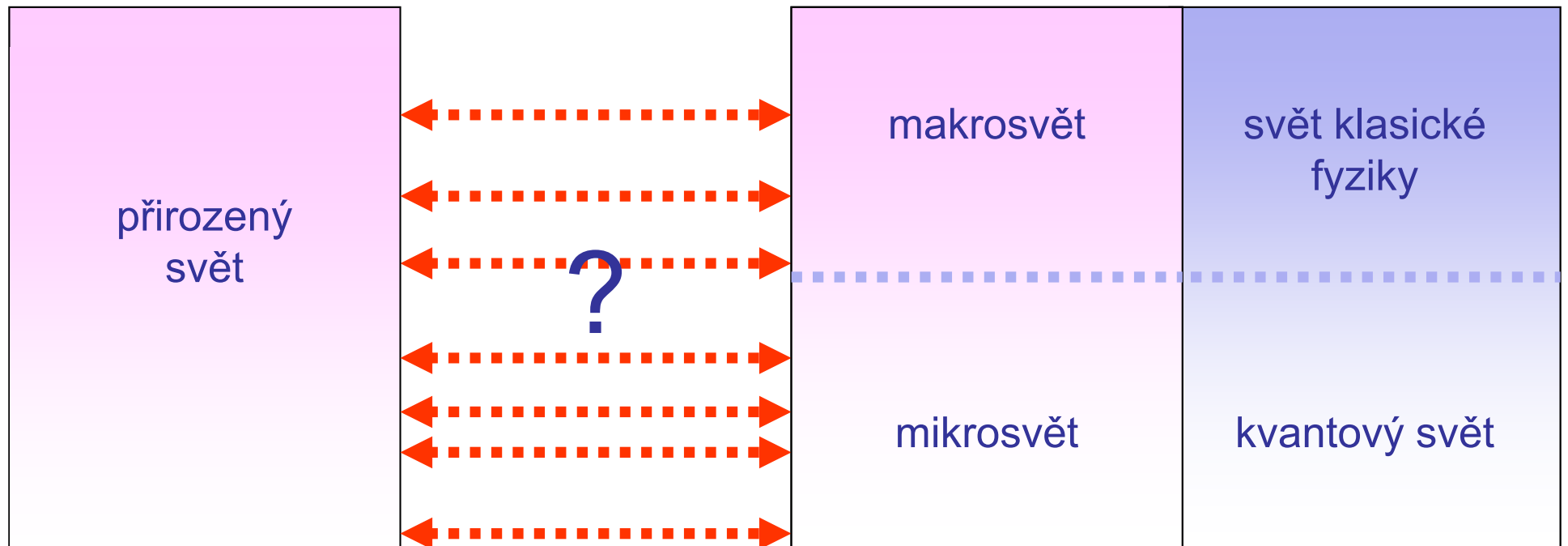




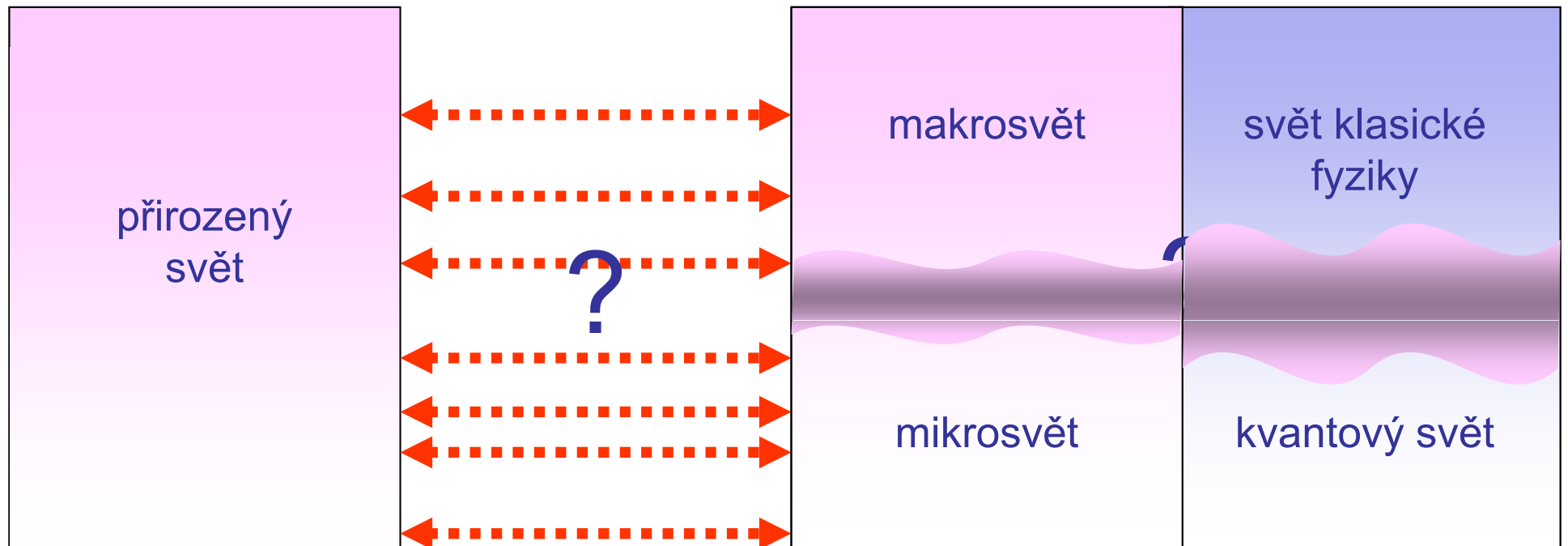
# *Mikrosvět proniká do přirozeného světa*



*Makrosvět + Mikrosvět vs. Klasický svět + Kvantový svět*

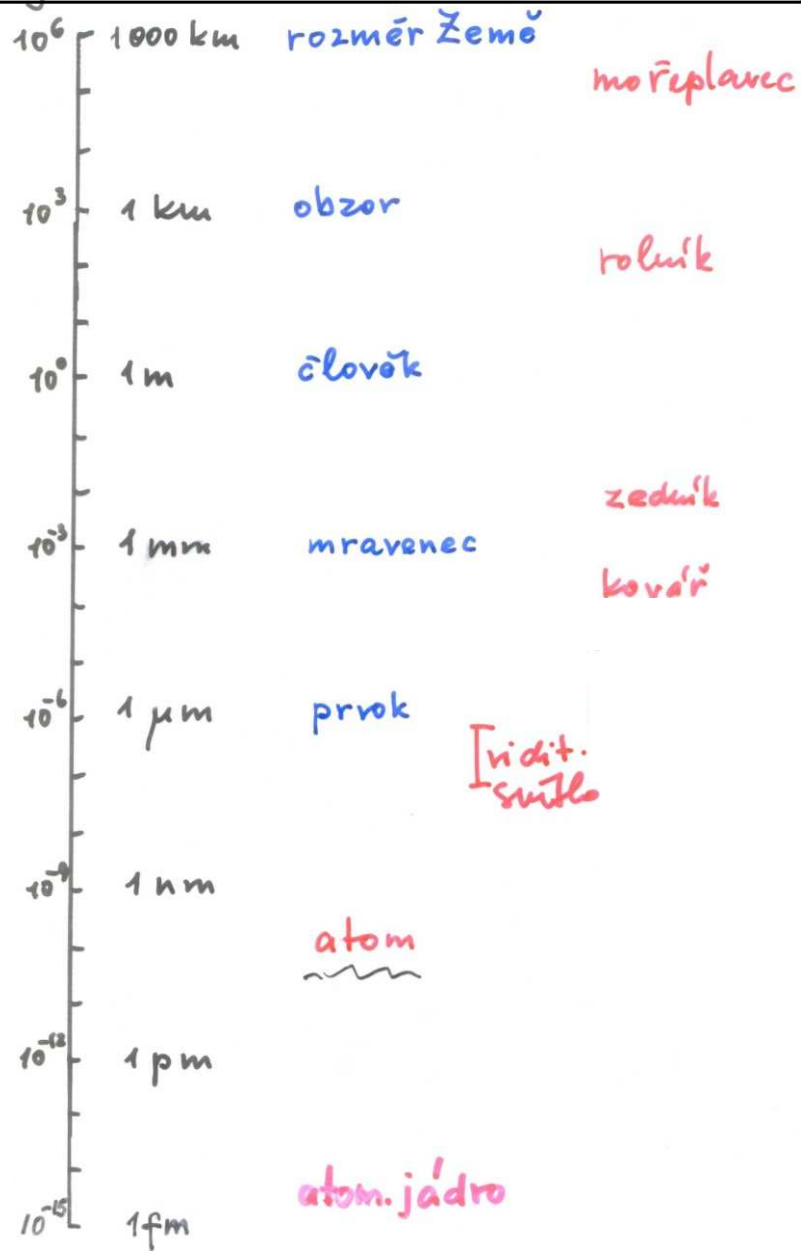


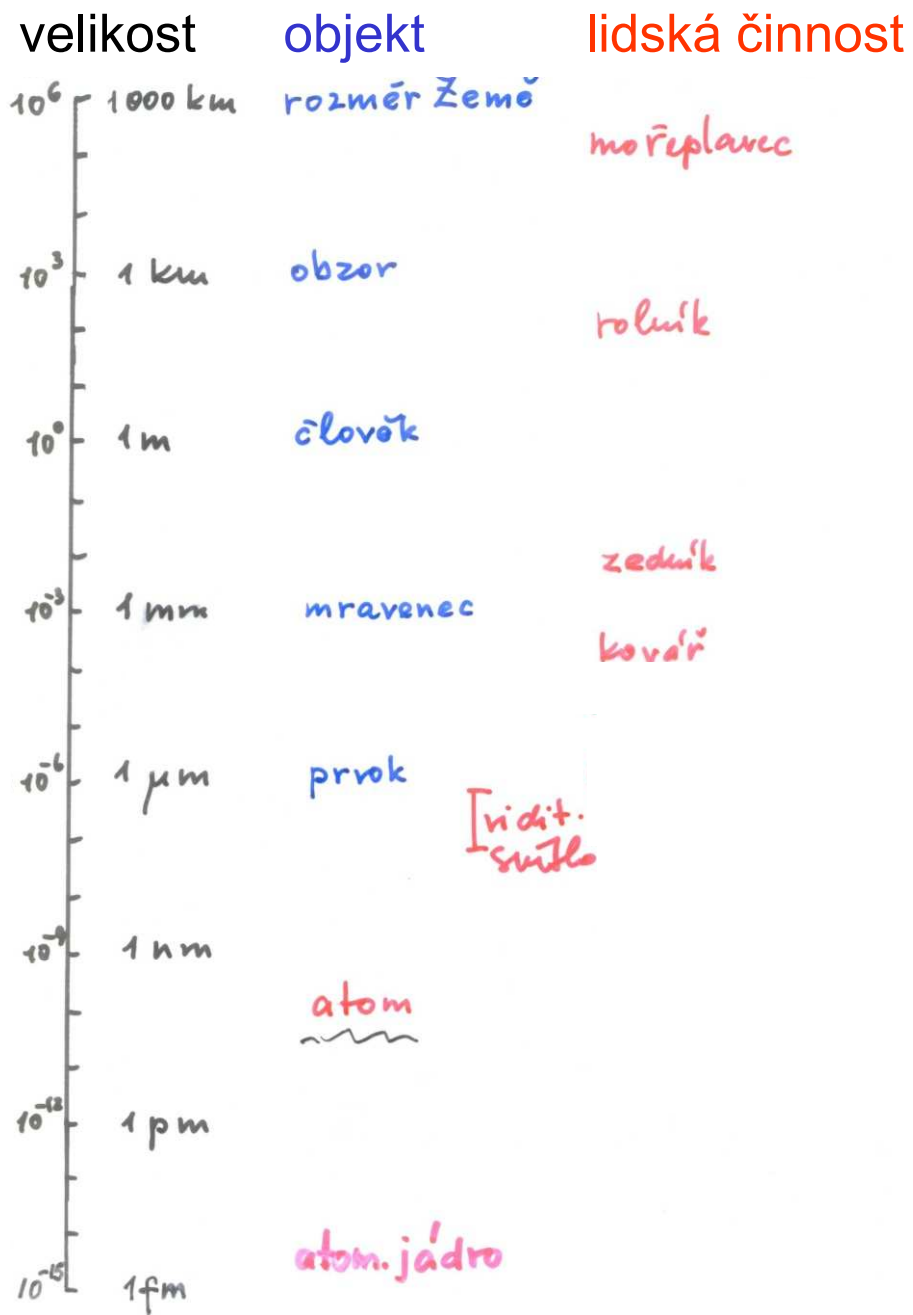
# Makrosvět + Mikrosvět *vs.* Klasický svět + Kvantový svět



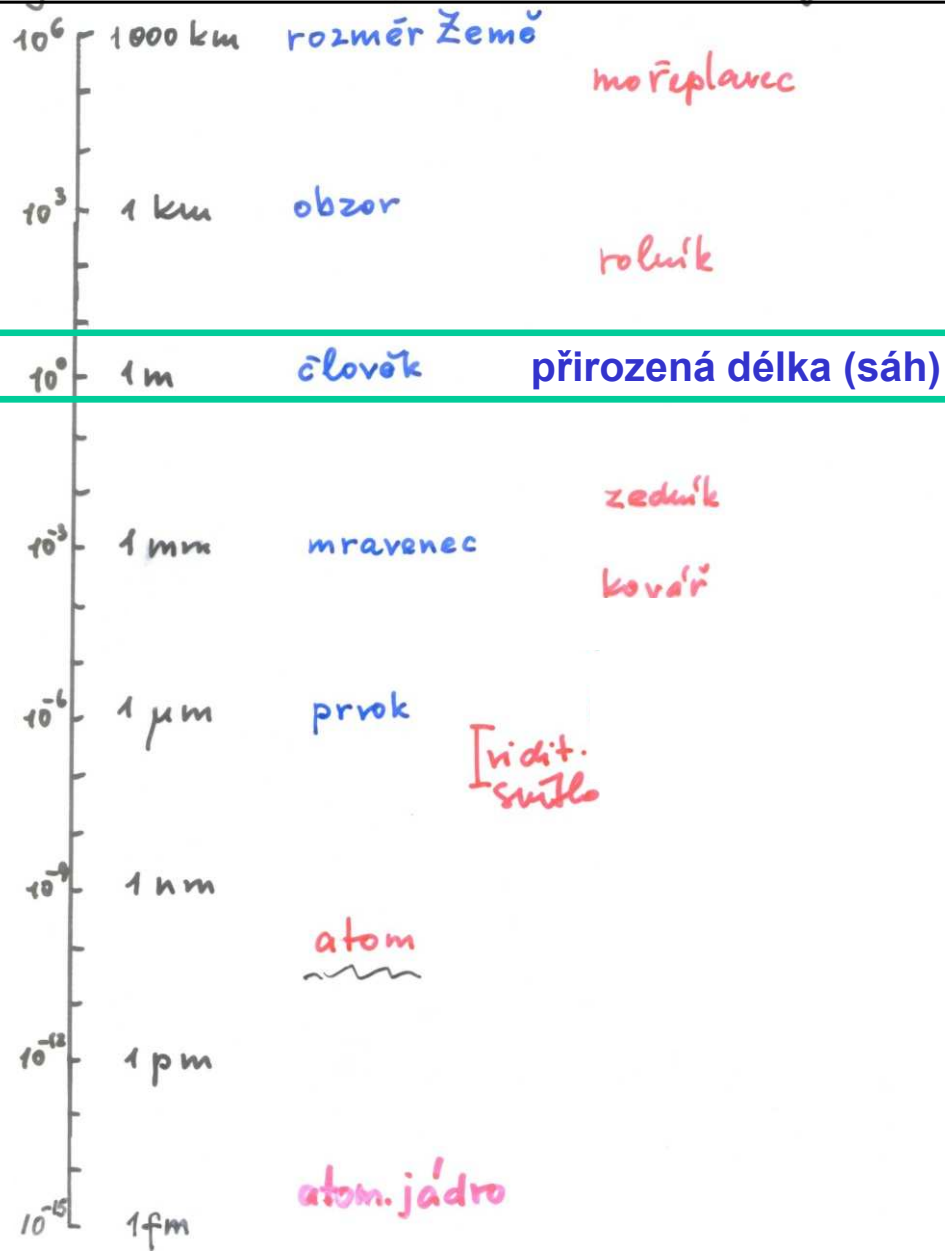
**ne tak docela!!  
obě rozmezí rozmytá  
navzájem se neshodují**

# Logaritmická škála velikosti objektů

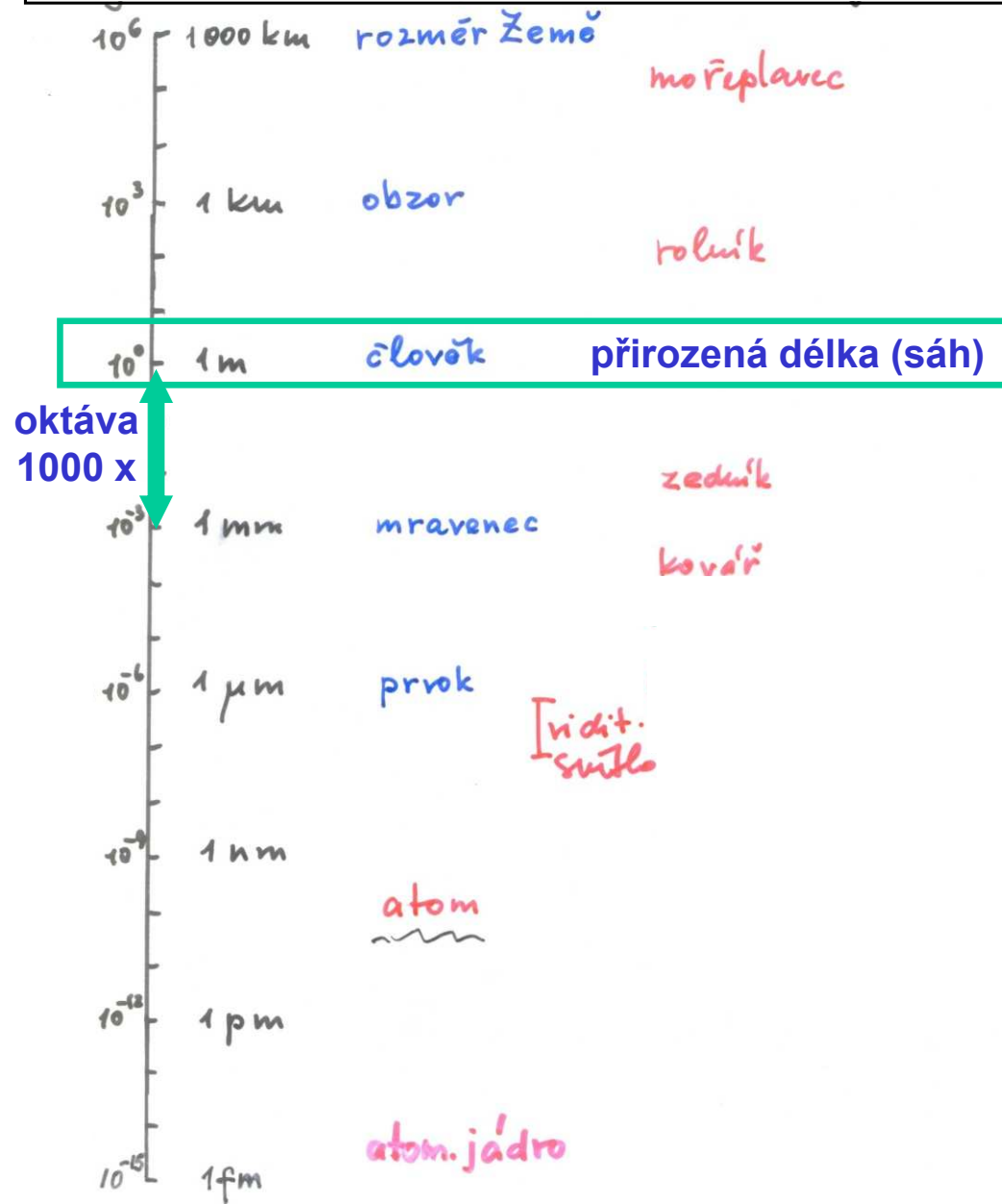




# Logaritmická škála velikosti objektů



# Logaritmická škála velikosti objektů

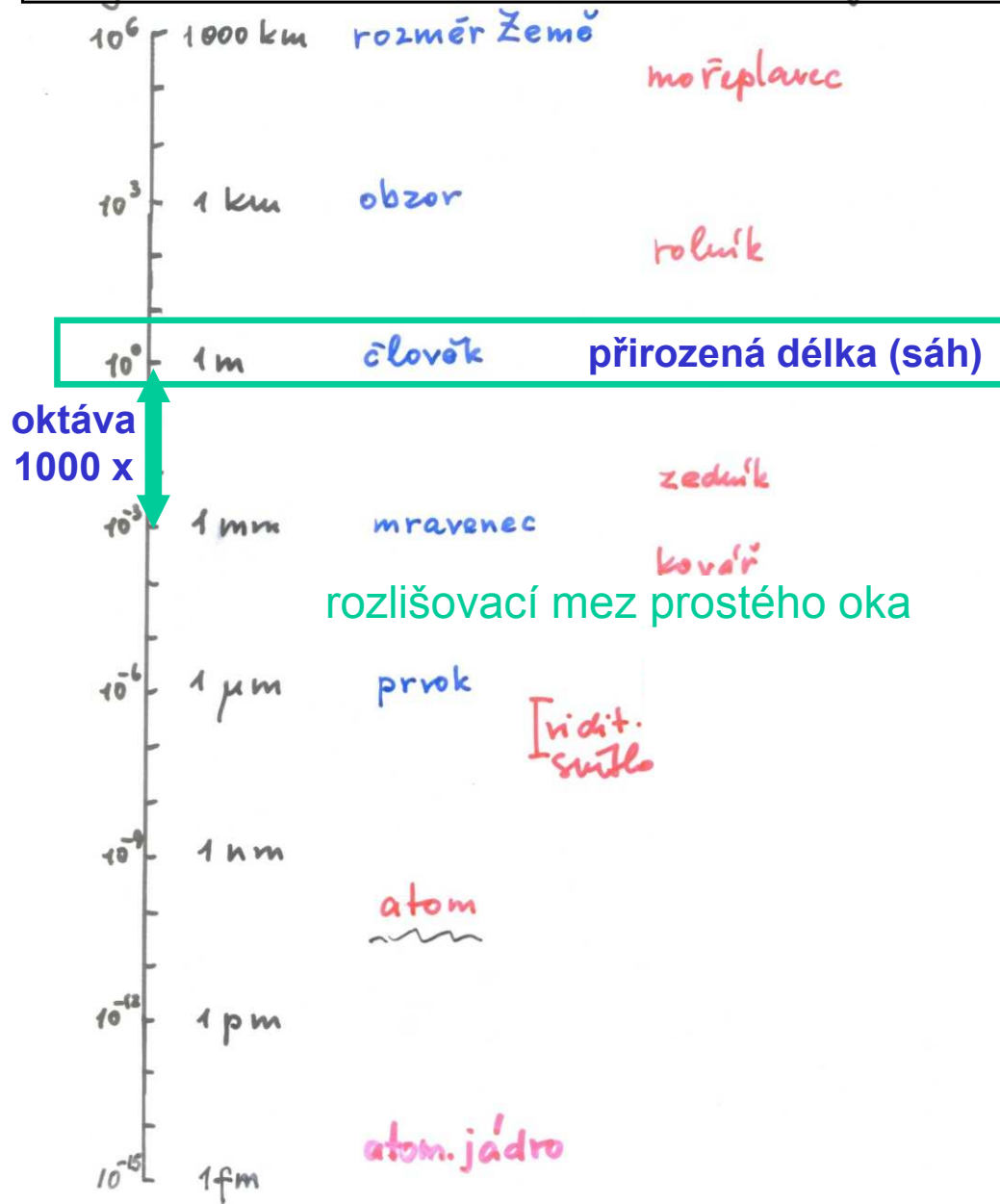


# Logaritmická škála velikosti objektů





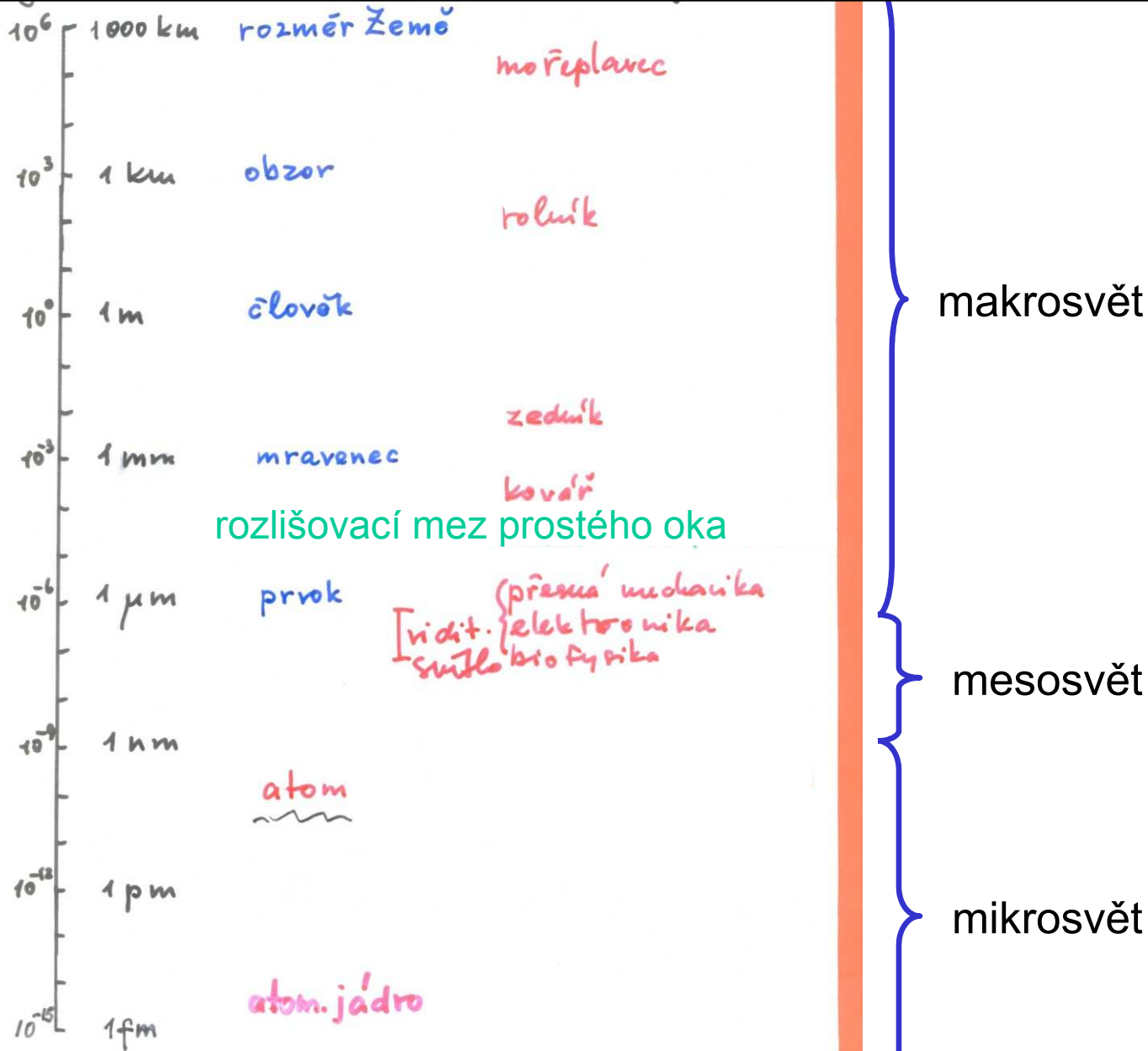
# Logaritmická škála velikosti objektů



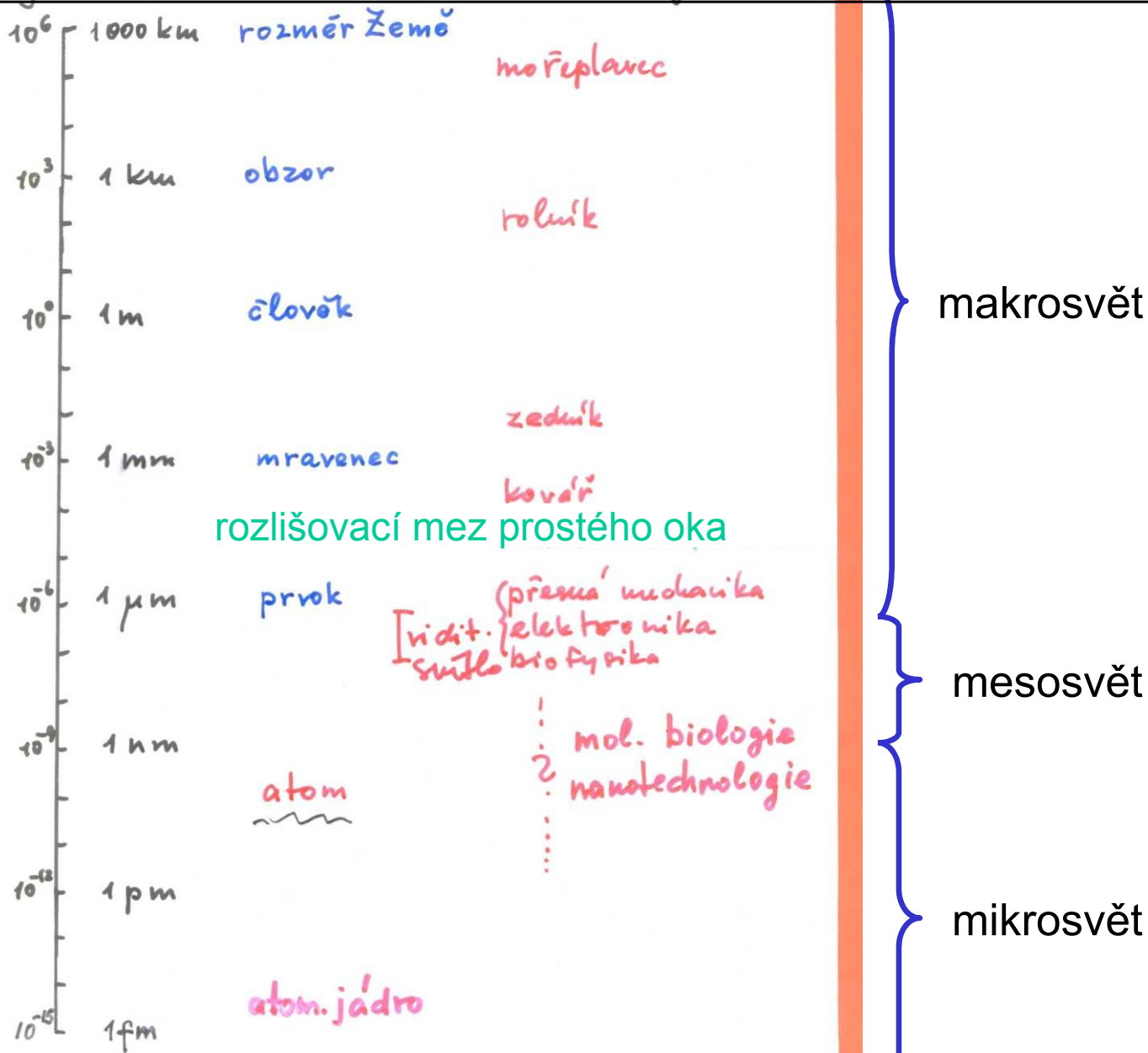
makrosvět

mikrosvět

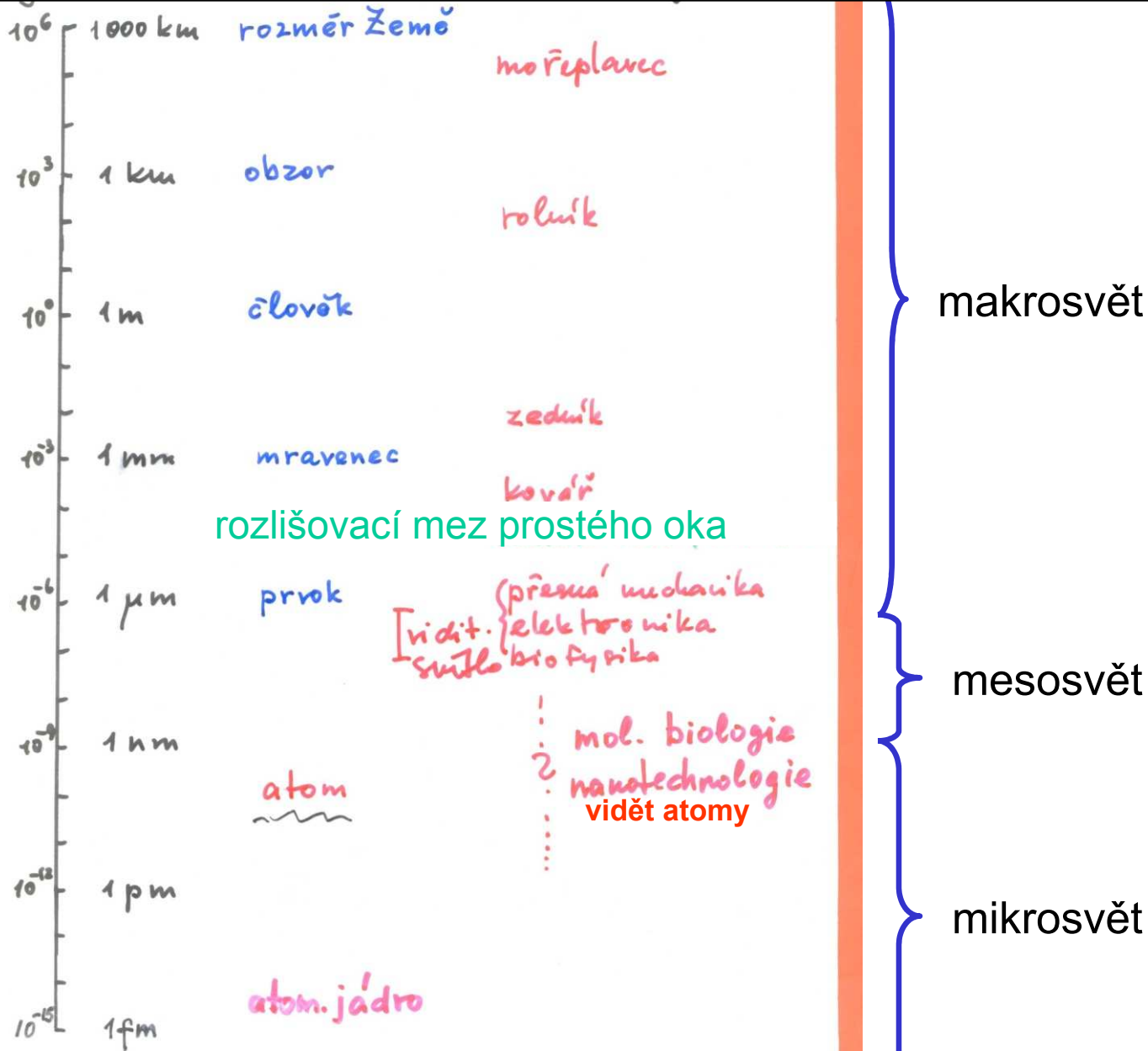
# Logaritmická škála velikosti objektů



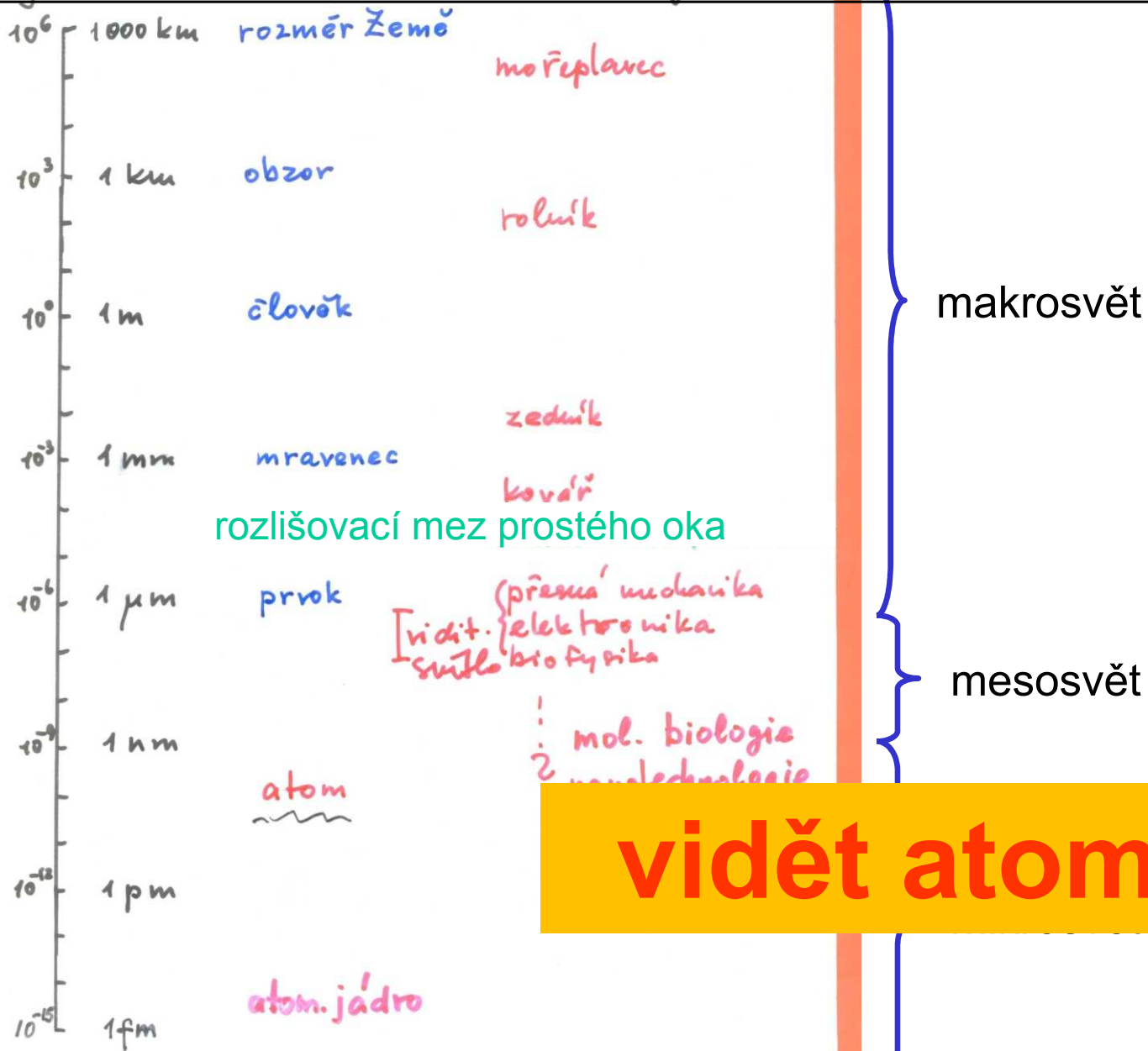
# Logaritmická škála velikosti objektů



# Logaritmická škála velikosti objektů



# Logaritmická škála velikosti objektů



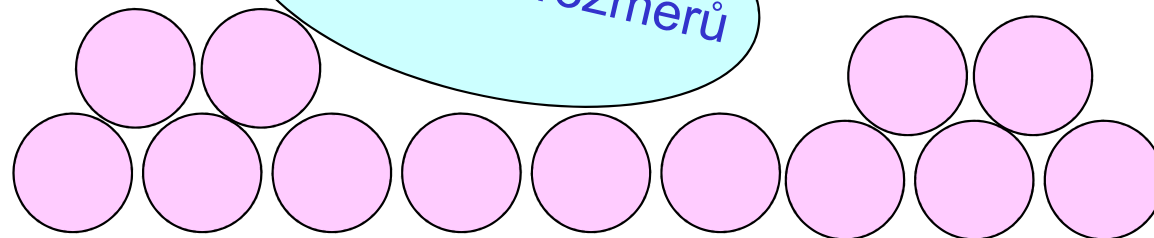
**vidět atomy**

# Vidět atomy

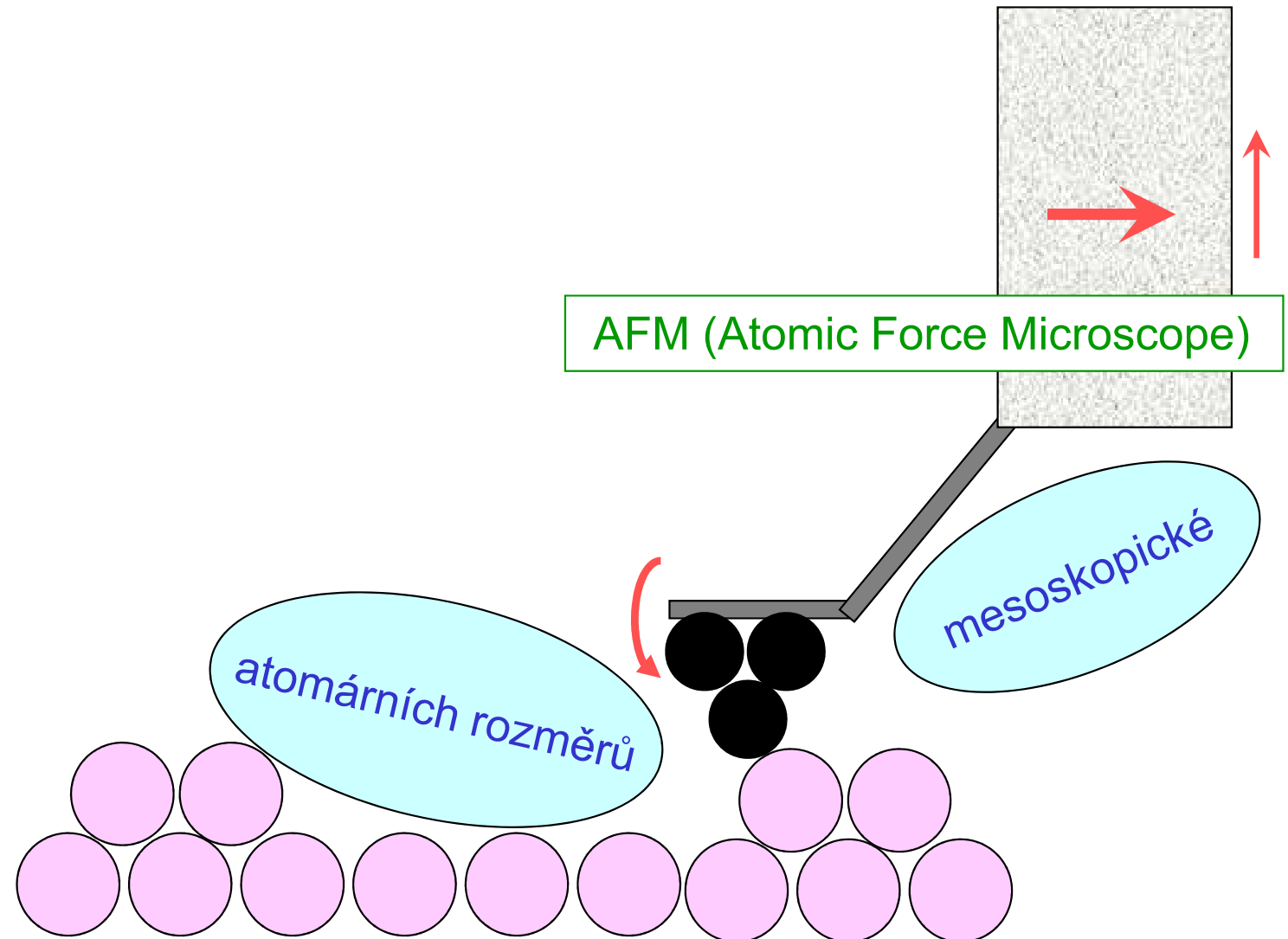
Stačí dvaapůl oktávy

AFM (Atomic Force Microscope)

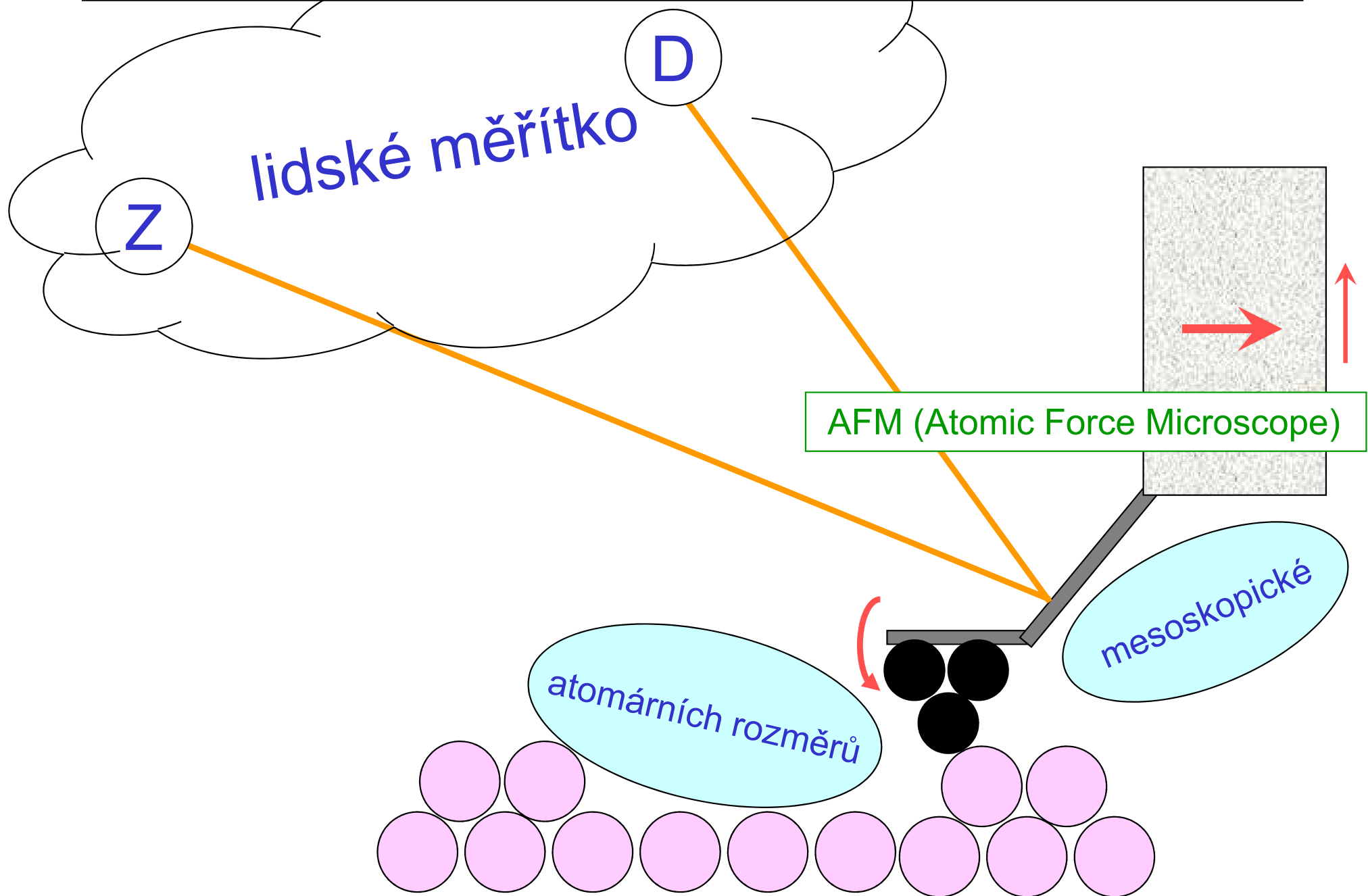
atomárních rozměrů



# Vidět atomy

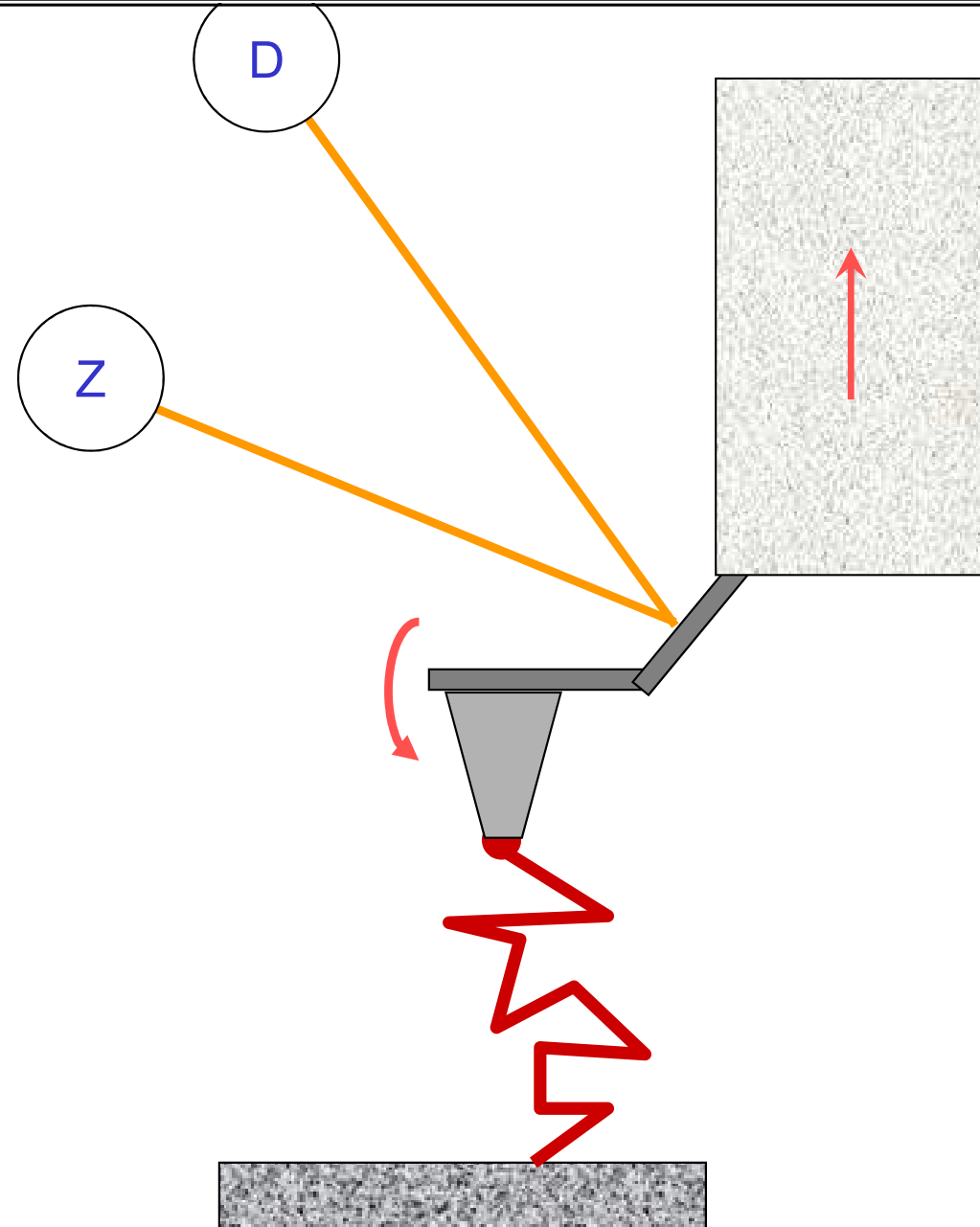


# Vidět atomy

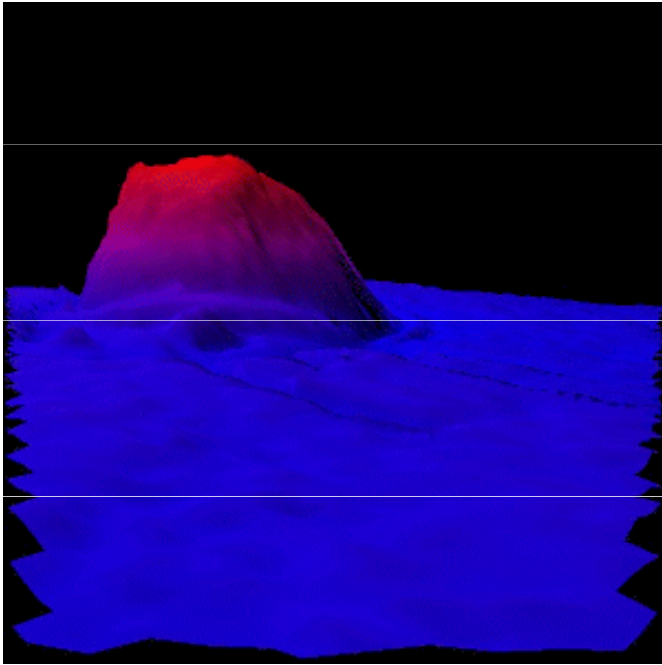




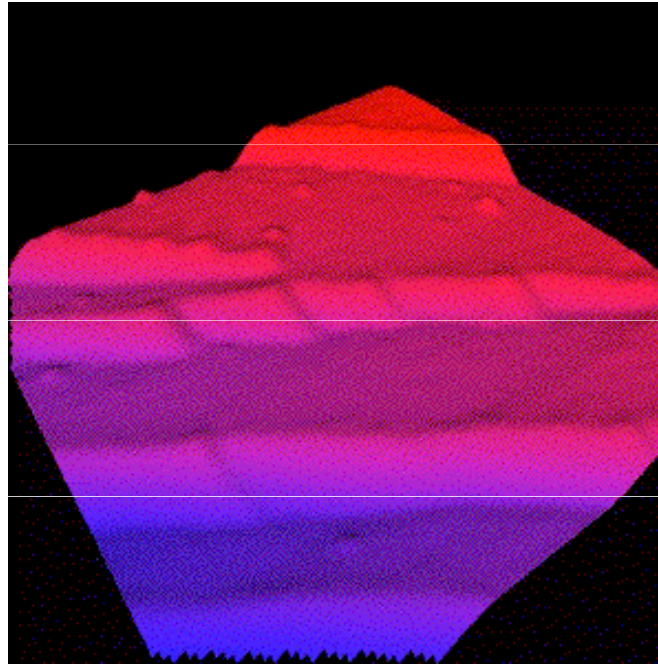
# *Elastické vlastnosti molekul pomocí AFM*



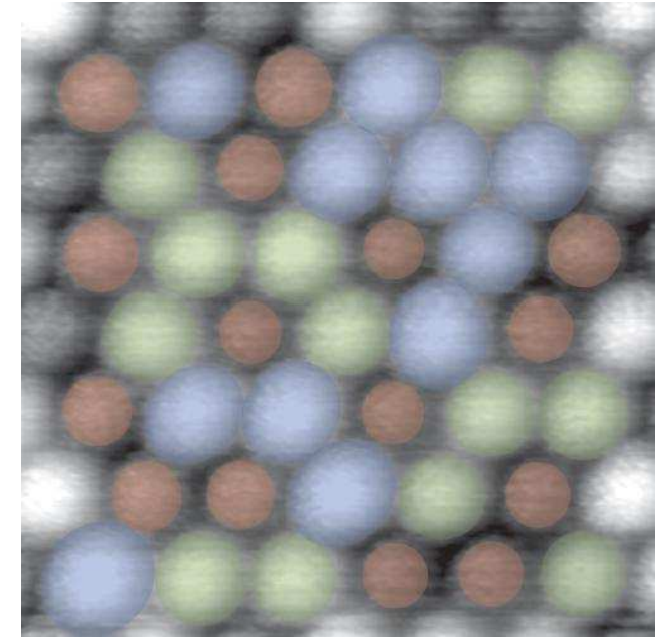
# Několic obrázků z AFM



cluster Au na slídě



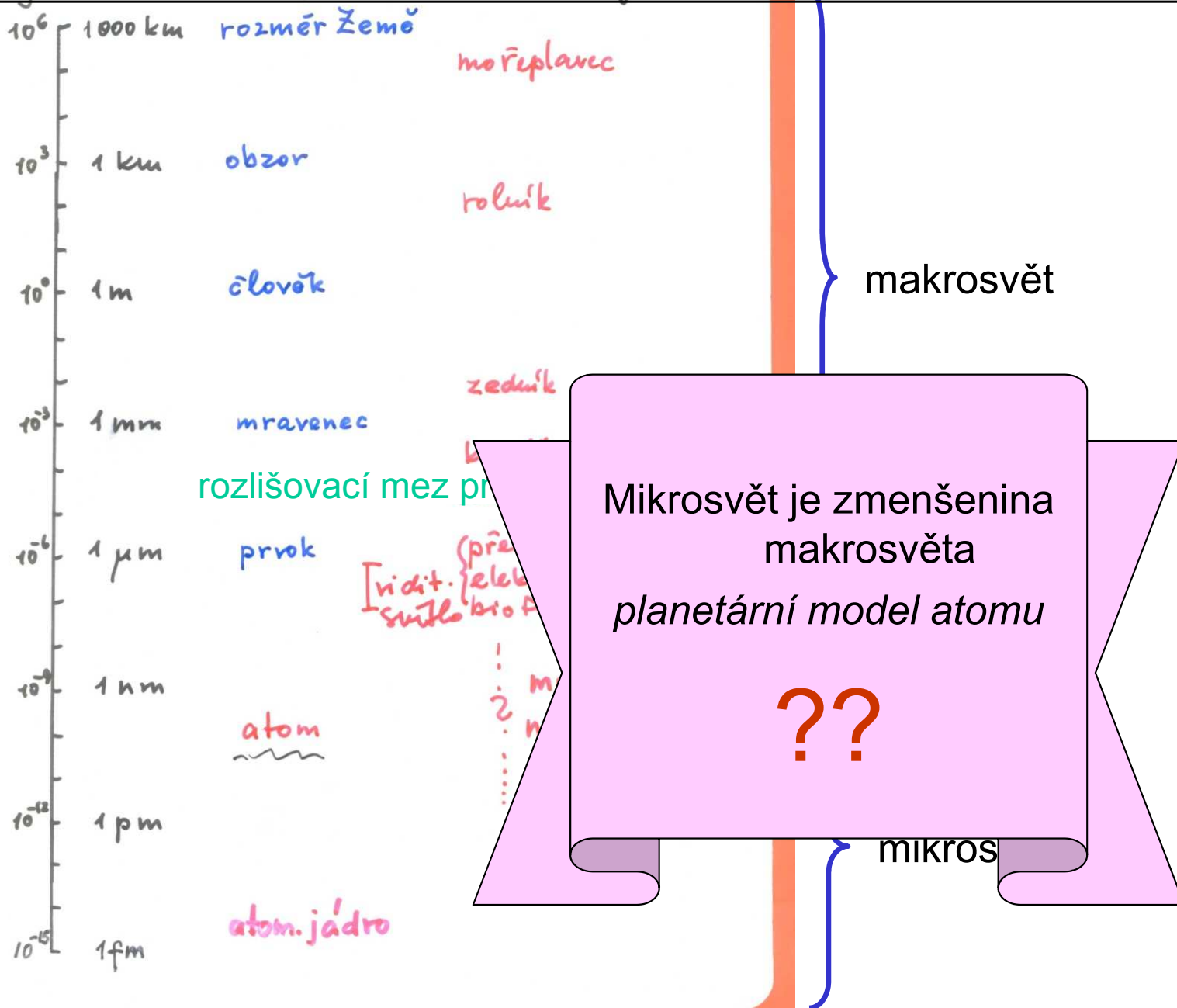
malé clustery na terasách



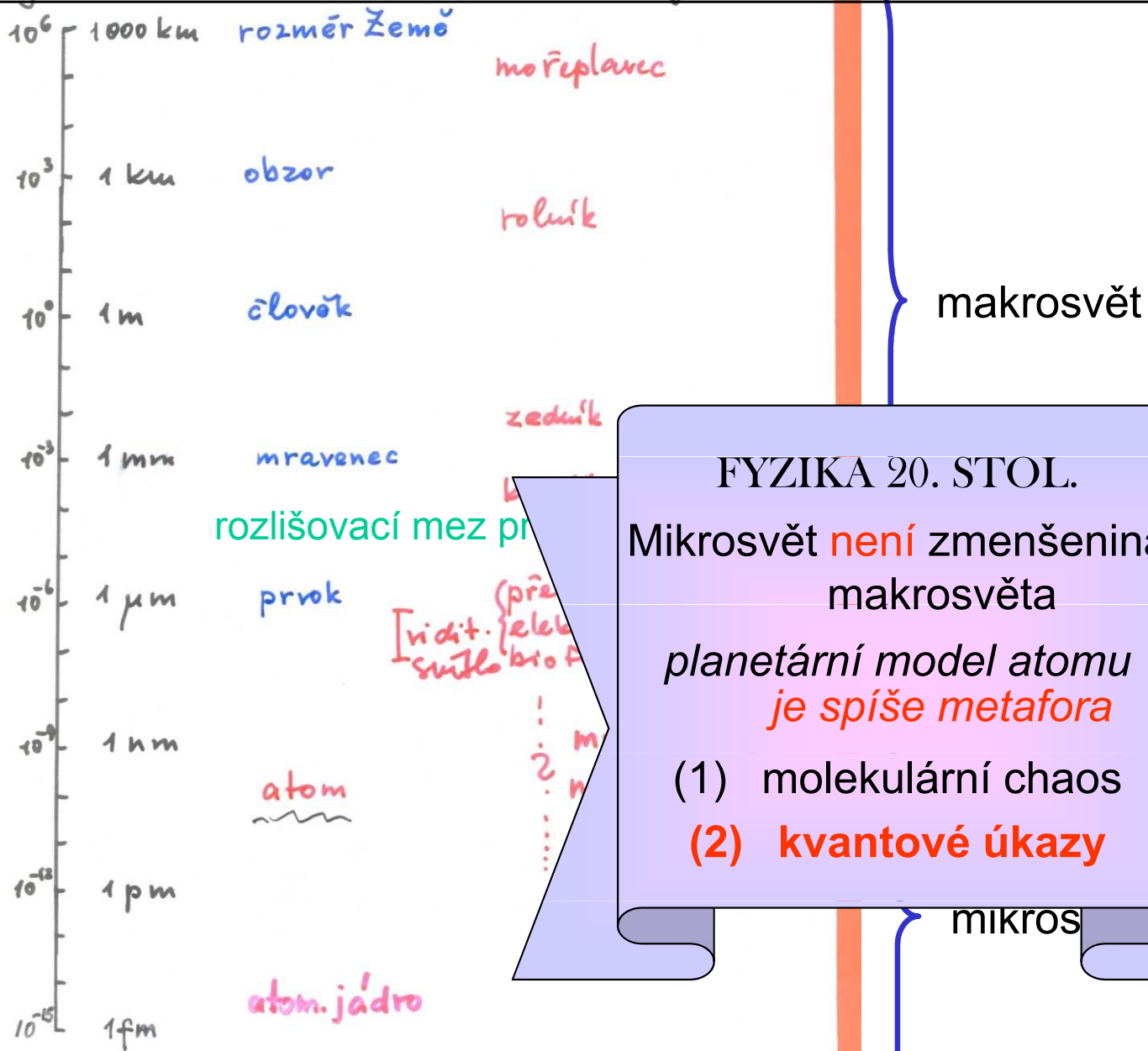
barevné rozlišení různých atomů

... vzhledově jsou atomy jako kuličky

# Představa klasické fyziky o hierarchii měřítek



# Obraz "moderní" fyziky je jiný

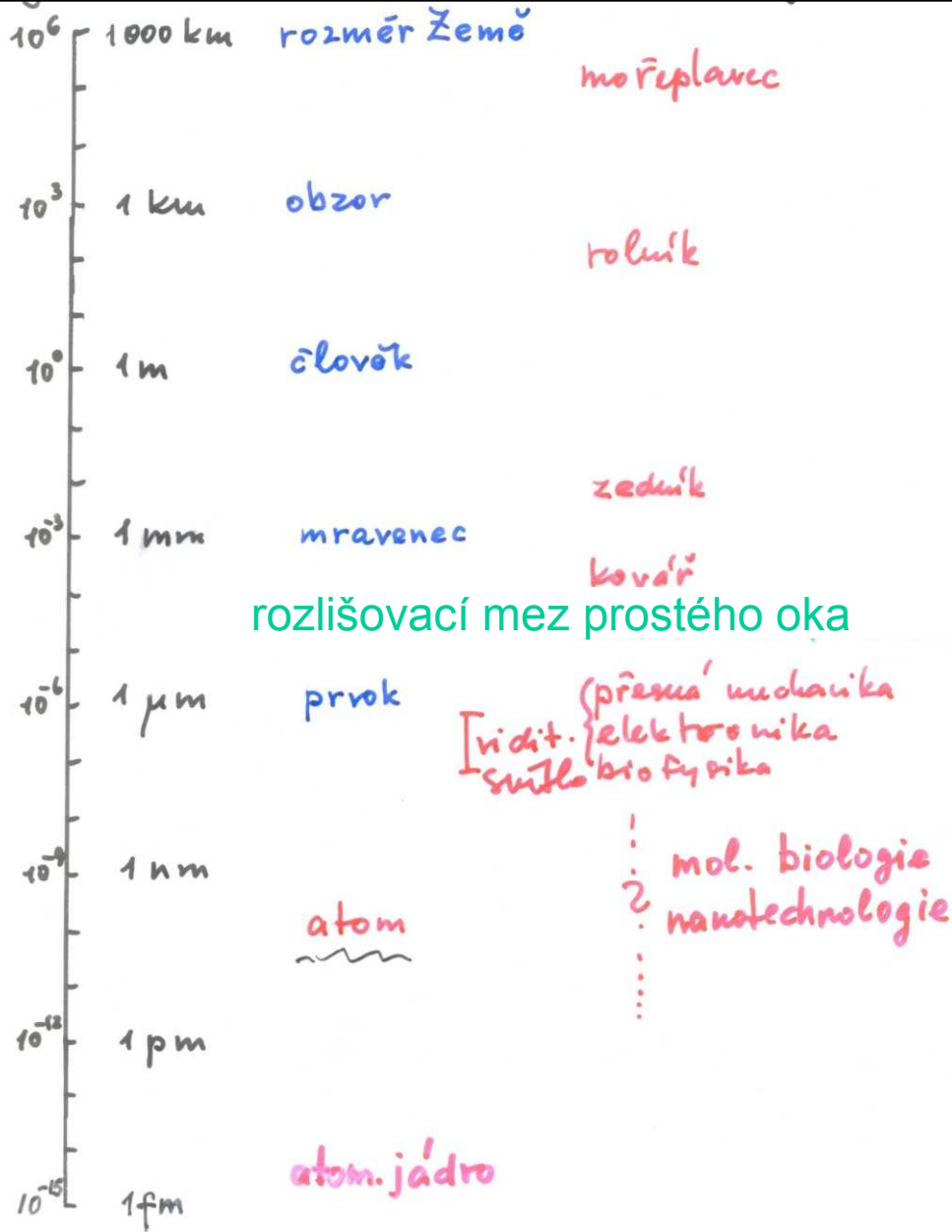


*Procházka kvantovými jevy  
v celé škále velikostí objektů*

Samotná velikost objektů není rozhodující pro  
jejich kvantové chování.

Kvantové projevy mohou být různorodé a  
neočekávané

# Souběh dvou stupnic



makrosvět

mesosvět

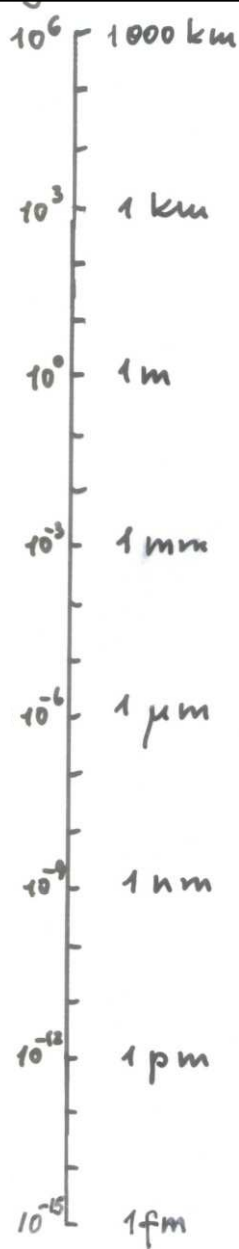
mikrosvět

Klasický svět

Kvantový svět



# Klasický a kvantový svět v různých měřítkách



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické

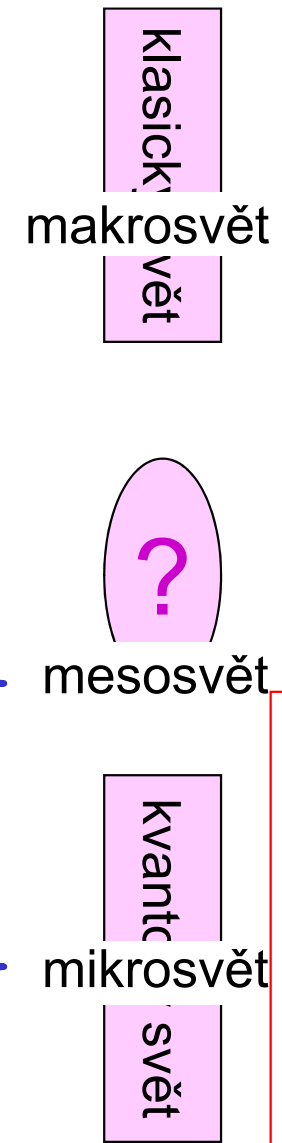
kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty



- KVANTOVÉ ÚKAZY**
- kvantování energií
  - vlnové šíření – interference, difrakce ...
  - provázané stavy
  - korelované chování identických částic

# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN



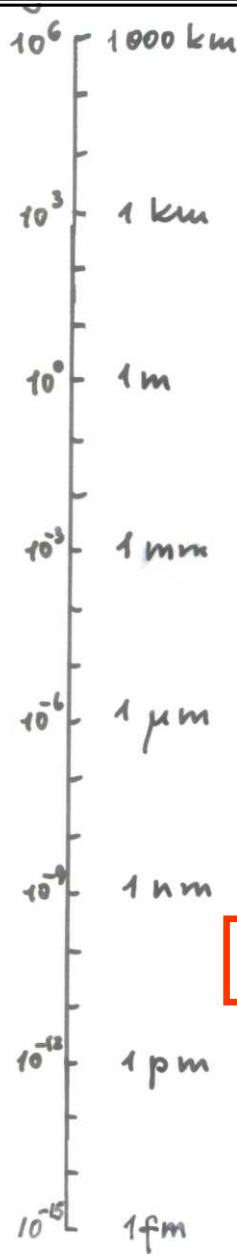
1

SIZE (# OF ATOMS)

$10^{23}$



# Klasický a kvantový svět



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty  
atomová jádra  
subjaderné objekty

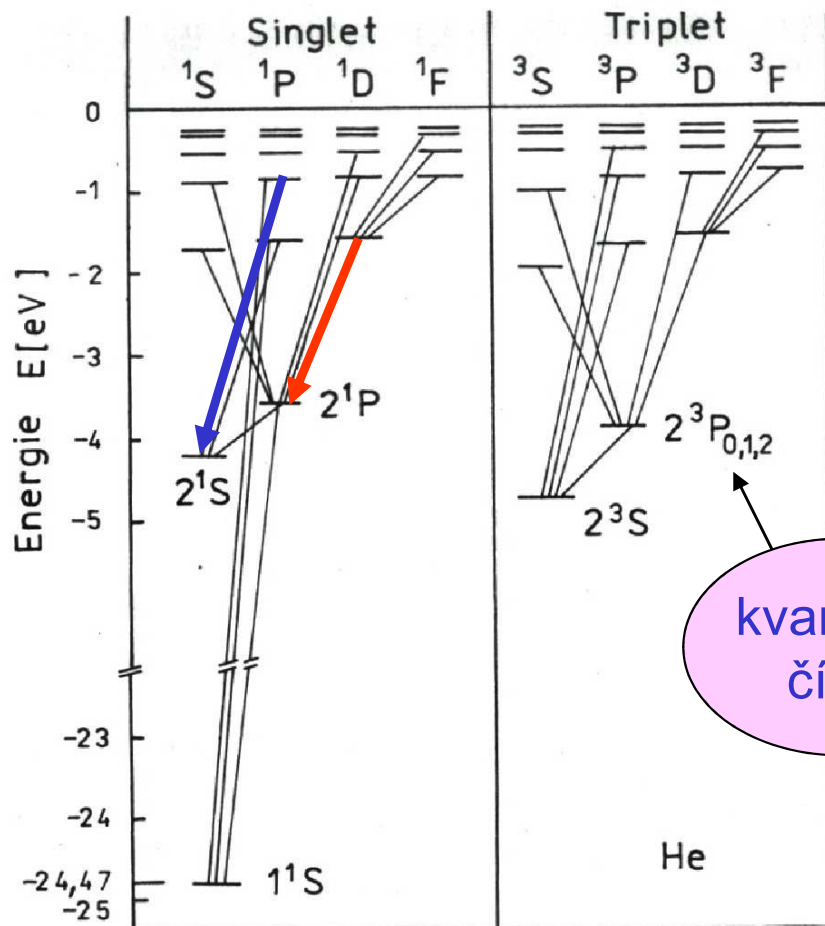
klasický svět  
makrosvět

mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

- KVANTOVÉ ÚKAZY**
- kvantování energií
  - vlnové šíření – interference, difrakce ...
  - provázané stavy
  - korelované chování identických částic

# Kvantování energie v atomu (helia)

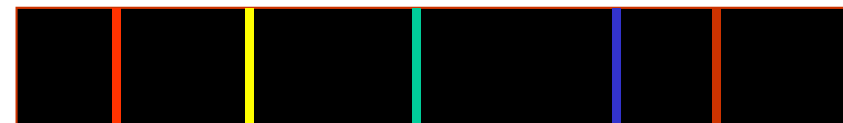


Bohrova podmínka

$$h\nu = E_1 - E_2$$

dává fotony s určitou energií,  
čili ostré spektrální linie

Uvidíme něco takového:

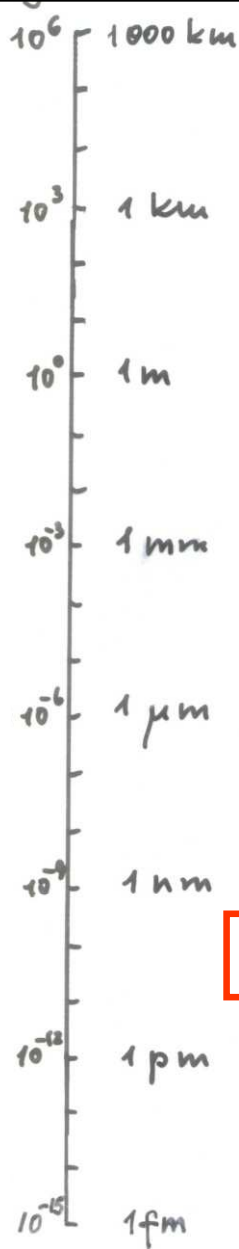


Celkový spin 0

Celkový spin 1

2-elektronové hladiny

# Klasický a kvantový svět



**KVANTOVÉ OBJEKTY**  
makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět

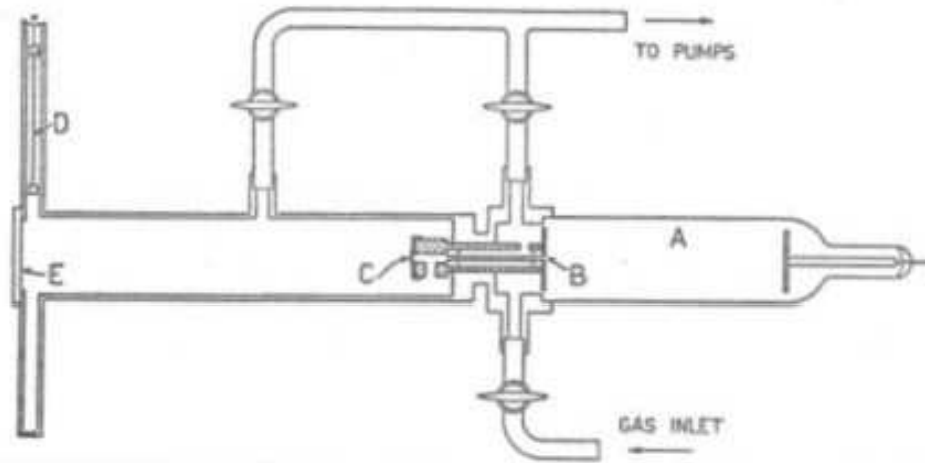
mesosvět

kvantový svět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

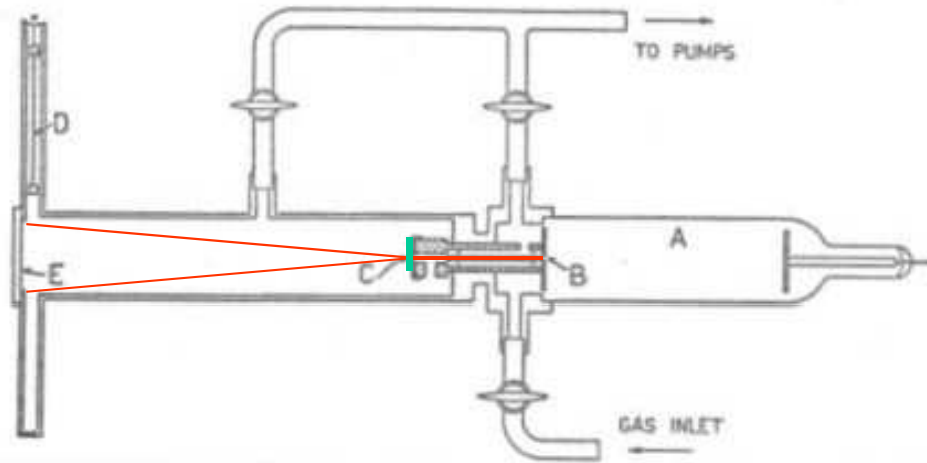
- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

# *Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii*



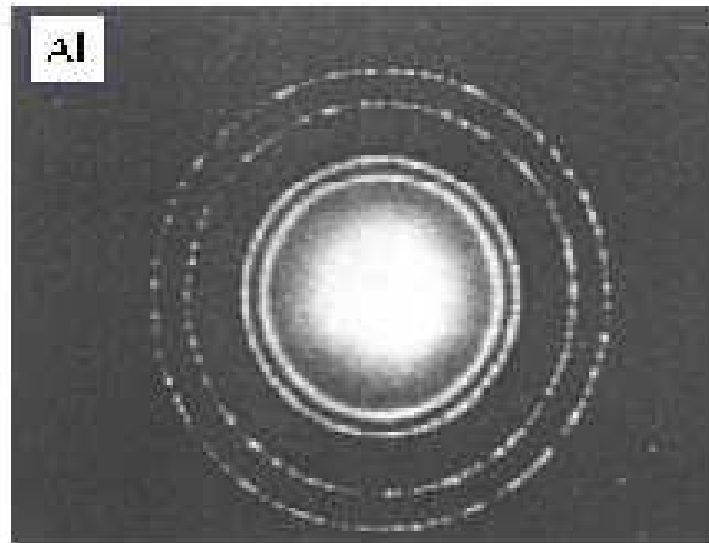
G.P. Thomson 1927

# *Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii*

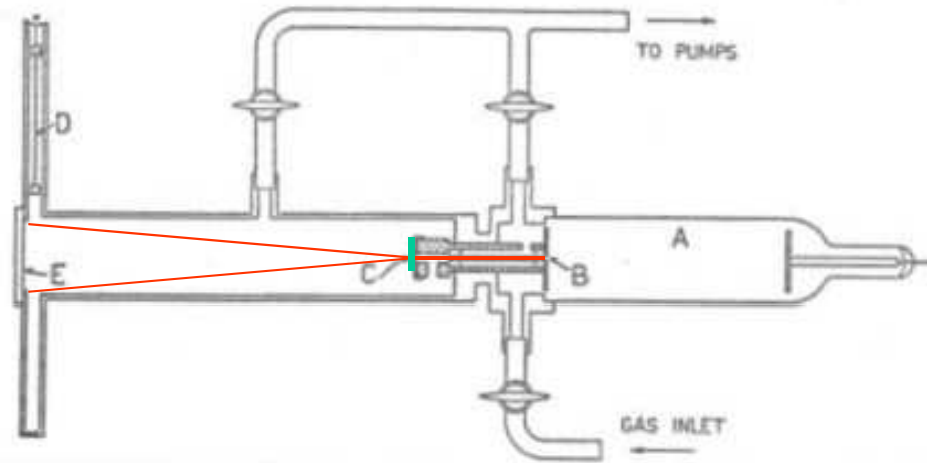


G.P. Thomson 1927 *NP*

elektrony



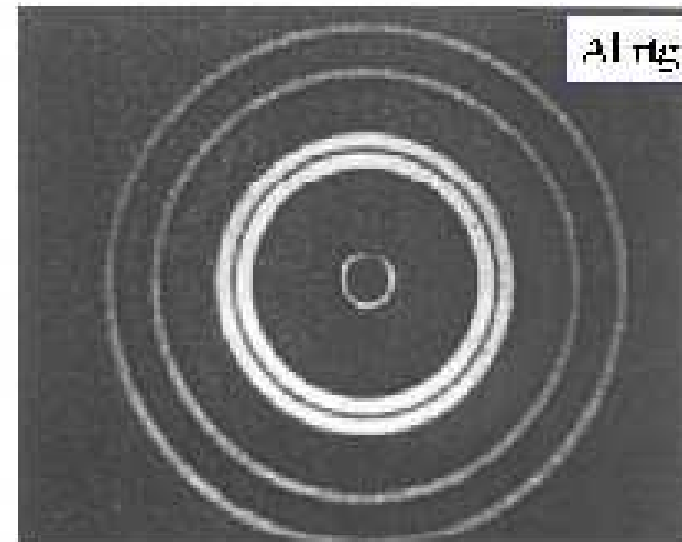
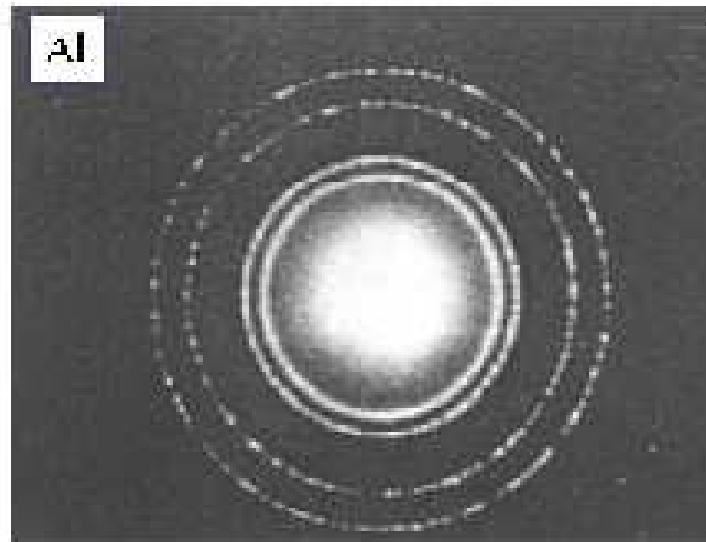
# Difrakce rychlých elektronů na hliníkové folii



G.P. Thomson 1927 *NP*

elektrony

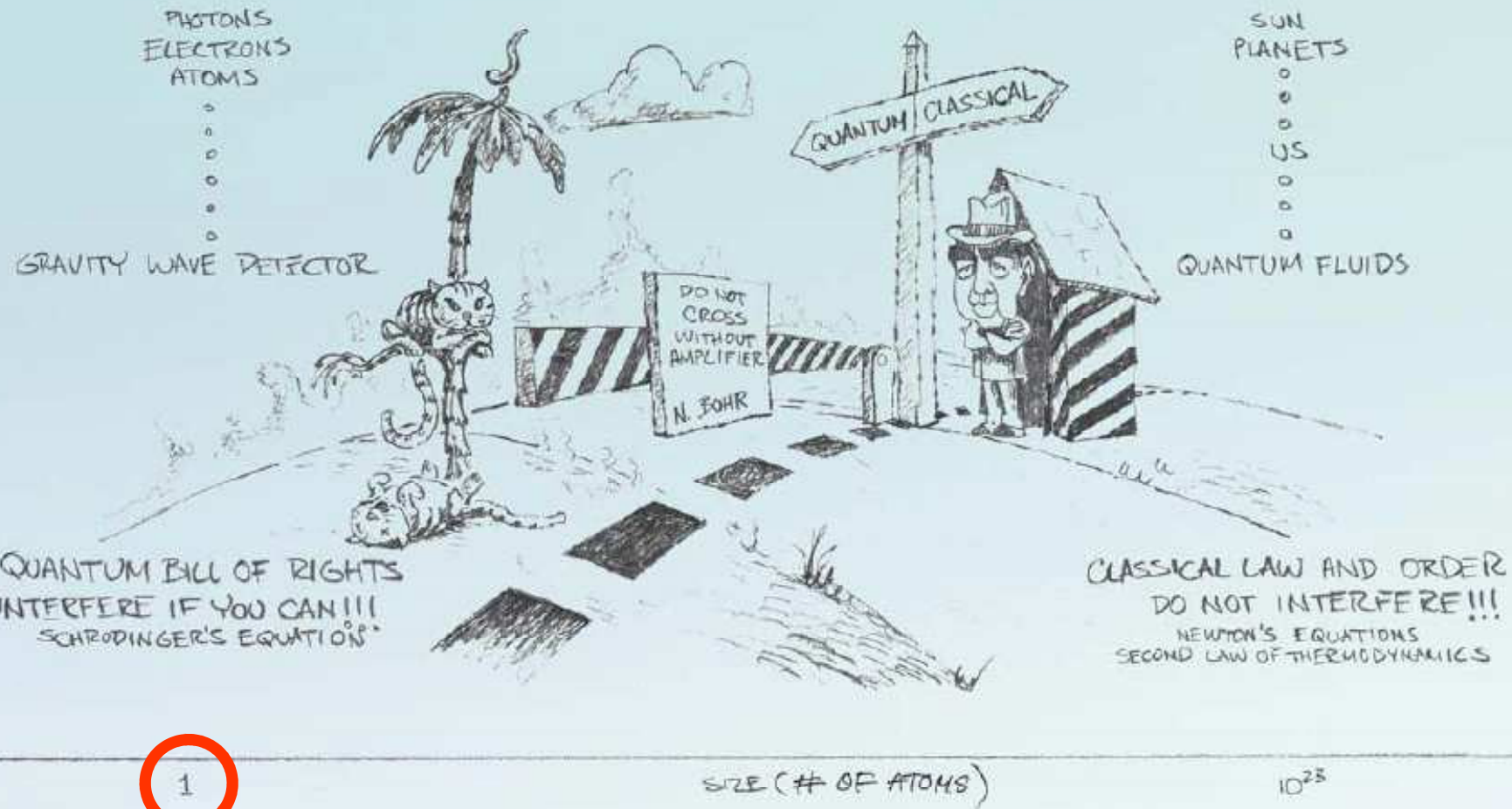
Röntgenovy paprsky



# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN

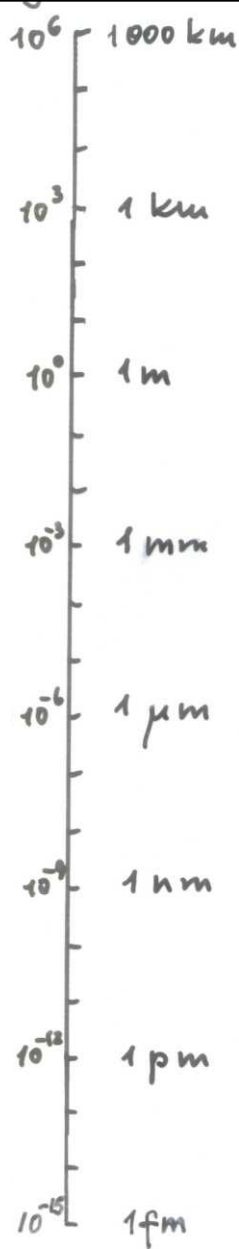


*Rozmazané rozmezí  
klasického a kvantového světa*

**To jest:  
makroskopické se nekryje s klasickým,  
mikroskopické se nekryje s kvantovým**



# Klasický a kvantový svět



## KVANTOVÉ OBJEKTY makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

## meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

## mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět



mesosvět

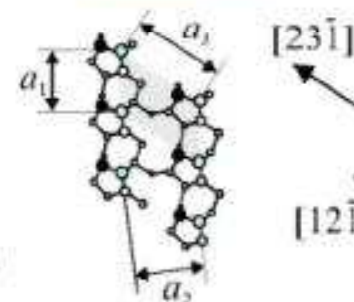
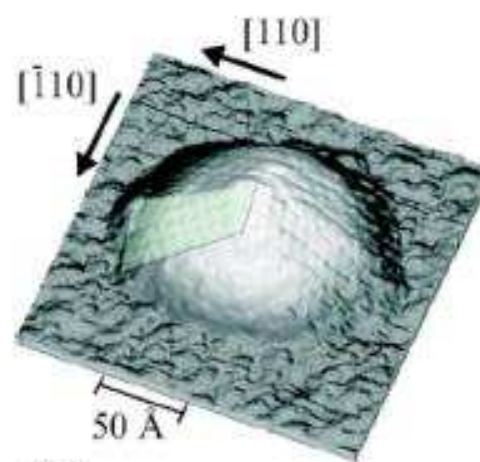
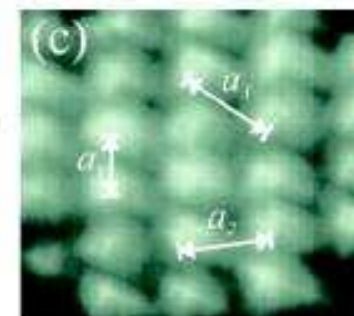
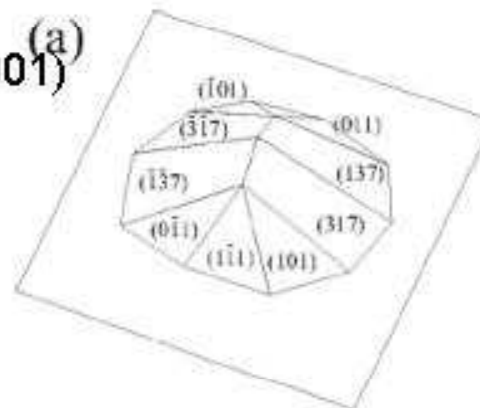
kvantový svět  
mikrosvět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic



Kvantové tečky InAs na GaAs (001)  
(STM)



$$a_1 = 6,5 \pm 0,1 \text{ \AA}$$

$$a_2 = 9,0 \pm 0,3 \text{ \AA}$$

$$a_3 = 10,5 \pm 0,2 \text{ \AA}$$

$$\angle(a_1, a_2) = 82,4^\circ \pm 0,7^\circ$$

(b)

(d)

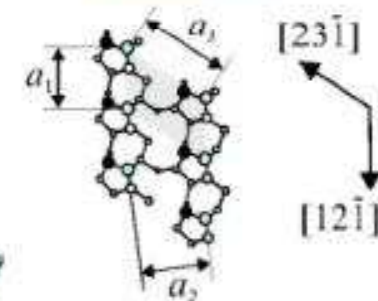
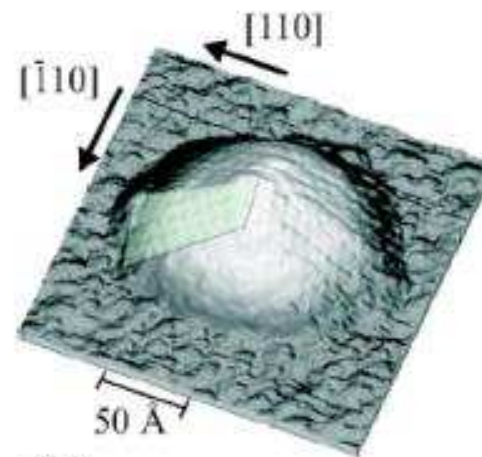
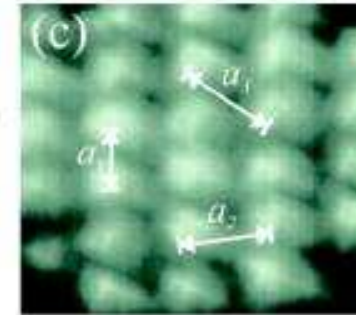
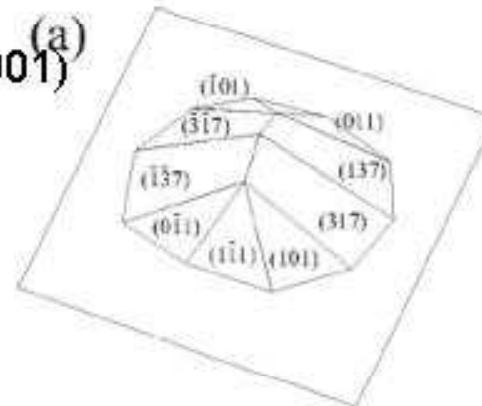
# Kvantové tečky

Kvantové tečky InAs na GaAs (001)  
(STM)

UMĚLÉ ATOMY  
(dimense 0)

průměr tečky 10 nm  
průměr atomu 0.3 nm

elektrony jsou v  
resonančních  
vlnových stavech  
s kvantovanou  
energií



$$a_1 = 6,5 \pm 0,1 \text{ \AA}$$

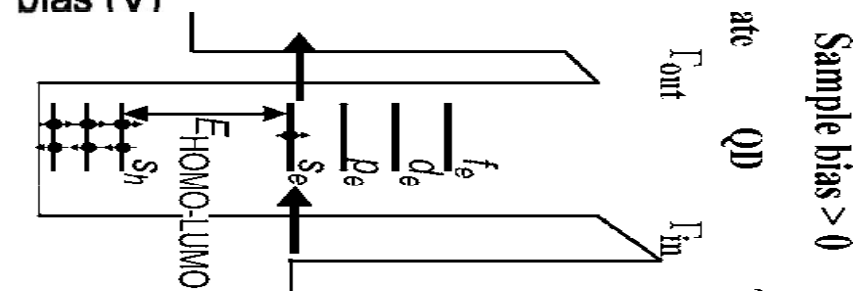
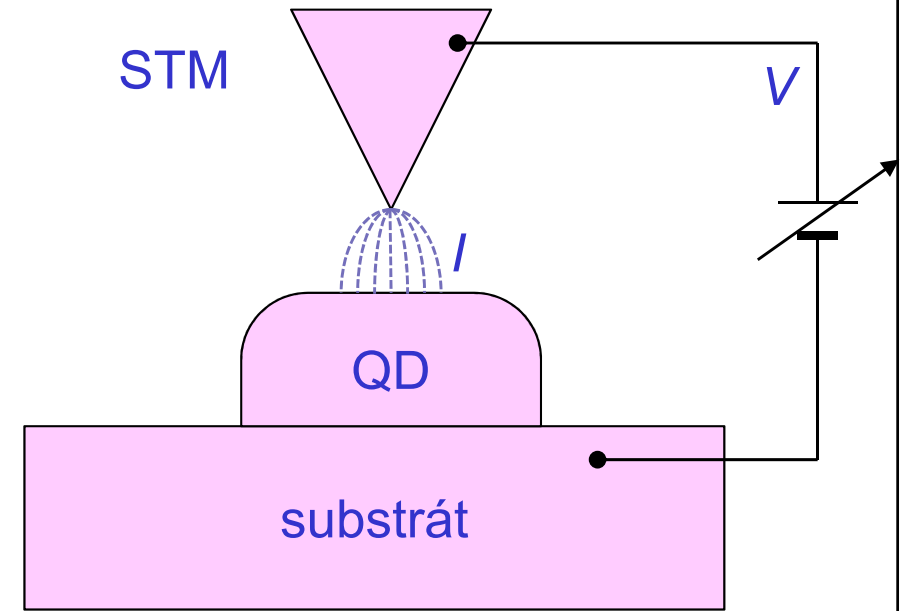
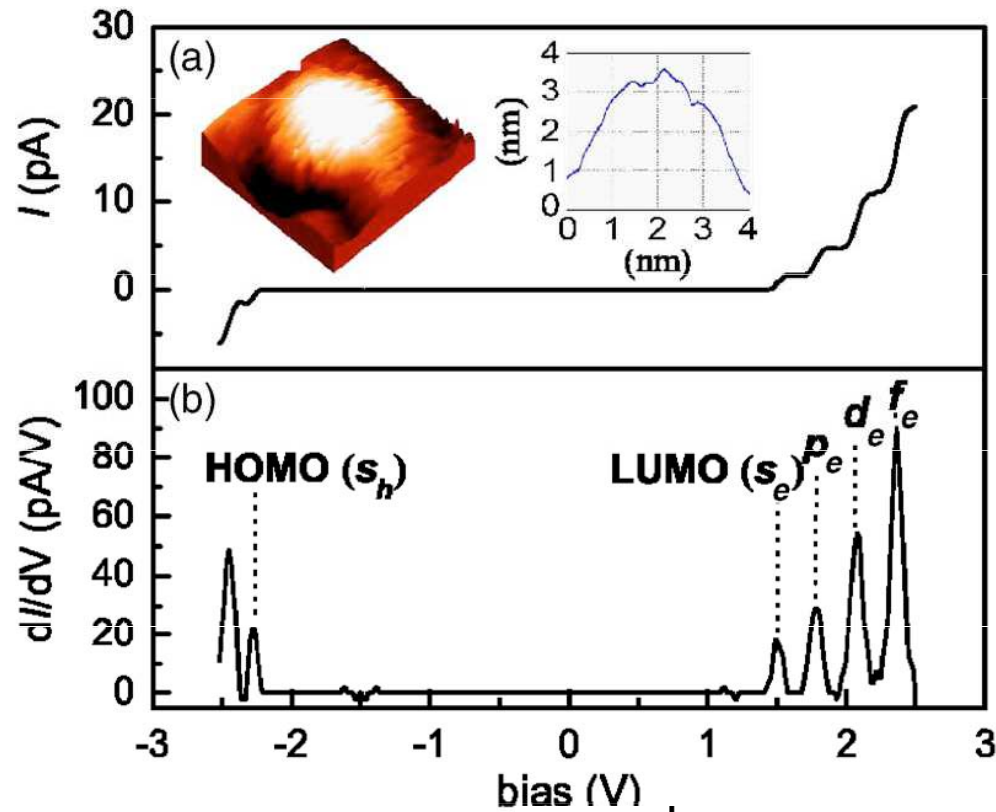
$$a_2 = 9,0 \pm 0,3 \text{ \AA}$$

$$a_3 = 10,5 \pm 0,2 \text{ \AA}$$

$$\angle(a_1, a_2) = 82,4^\circ \pm 0,7^\circ$$

(d)

# Kvantová tečka v CdSe

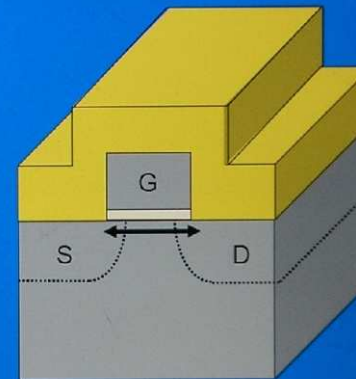
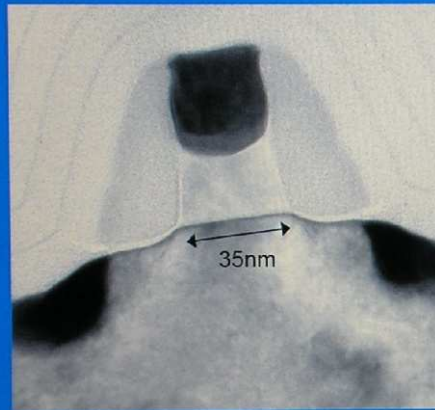


*Rozmazané rozmezí  
klasického a kvantového světa*

V MOSFETech i při dnešním stupni  
miniaturisace (ULSI) se elektrony řídí  
(semi)klasickými zákony pohybu

# Technologie 65 nm firmy Intel

## NMOS with Enhanced Strain



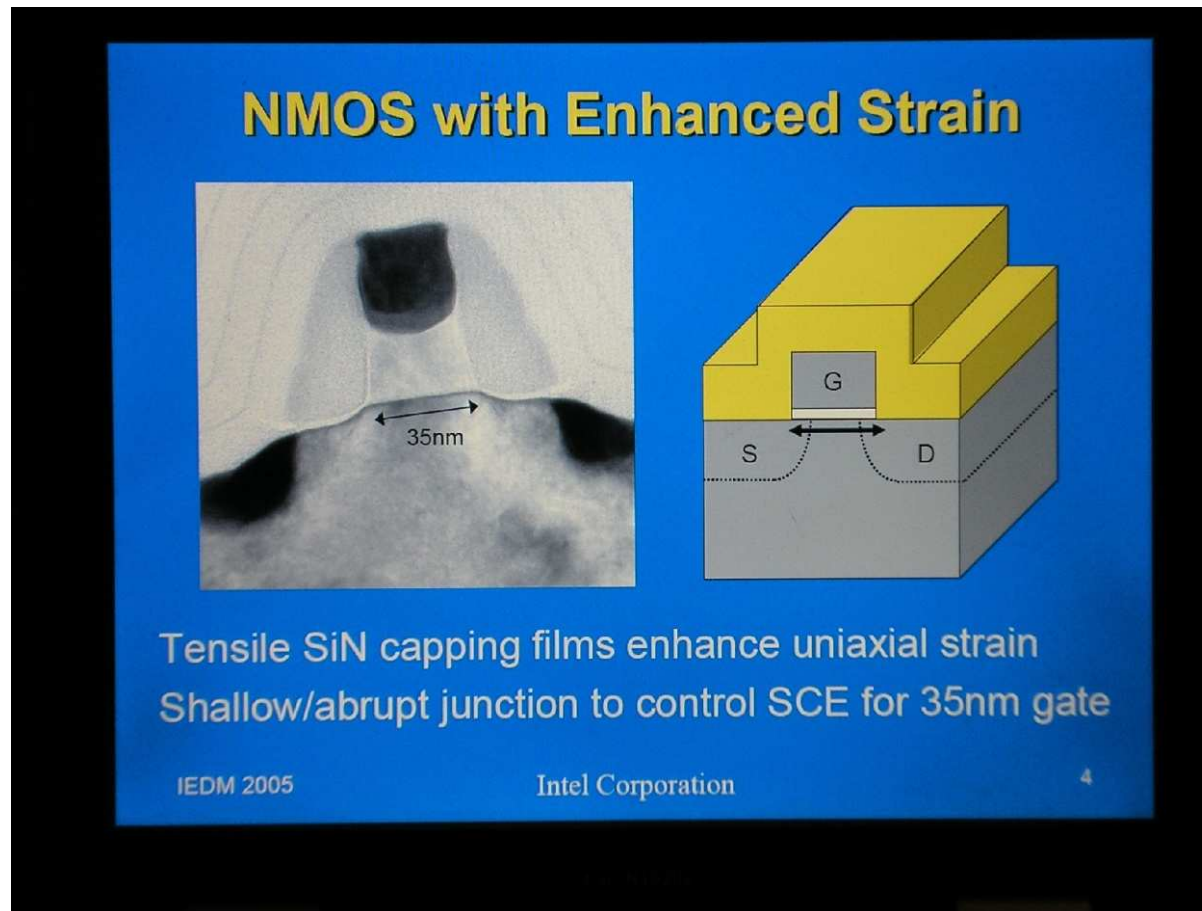
Tensile SiN capping films enhance uniaxial strain  
Shallow/abrupt junction to control SCE for 35nm gate

IEDM 2005

Intel Corporation

4

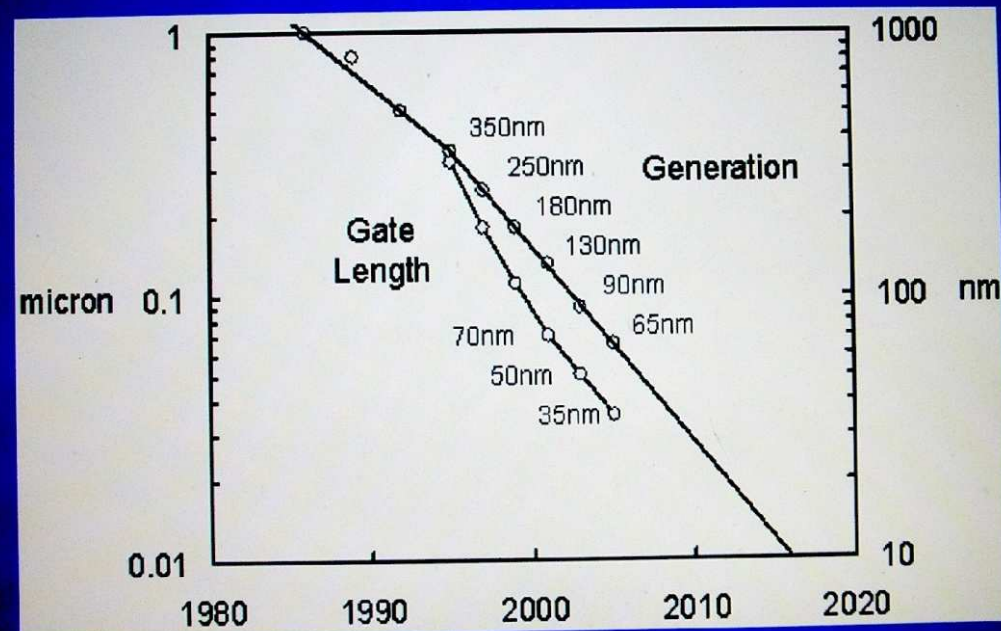
# Technologie 65 nm firmy Intel



Elektrony jsou zde jako malé nabitě kuličky, které přenášejí proud

# Technologie 65 nm firmy Intel

## Logic Transistor Gate Length Trend



65nm continues aggressive gate length scaling

IEDM 2005

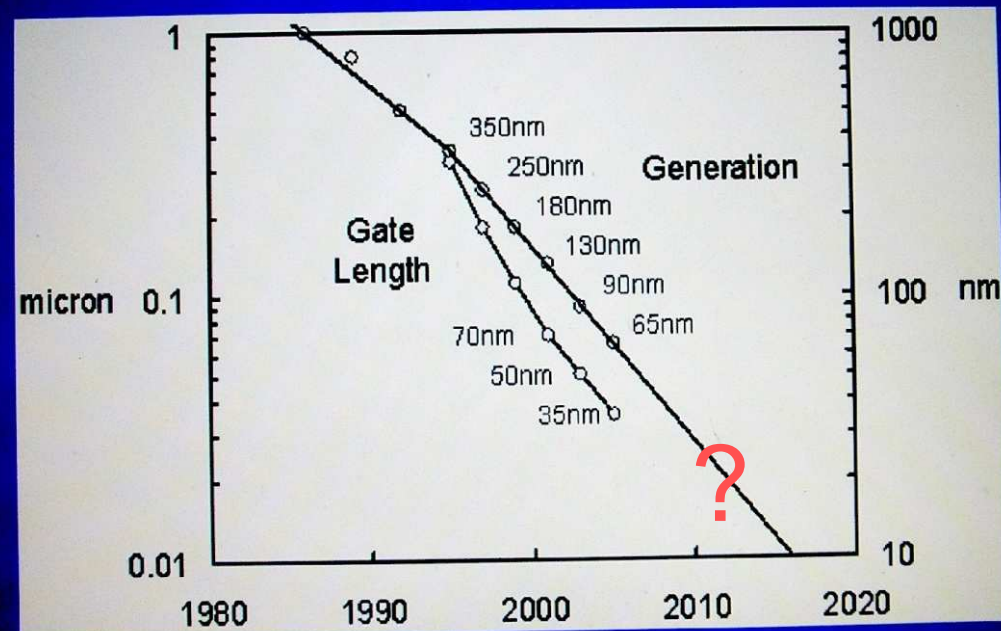
Intel Corporation

2



# Technologie 65 nm firmy Intel

## Logic Transistor Gate Length Trend



65nm continues aggressive gate length scaling

IEDM 2005

Intel Corporation

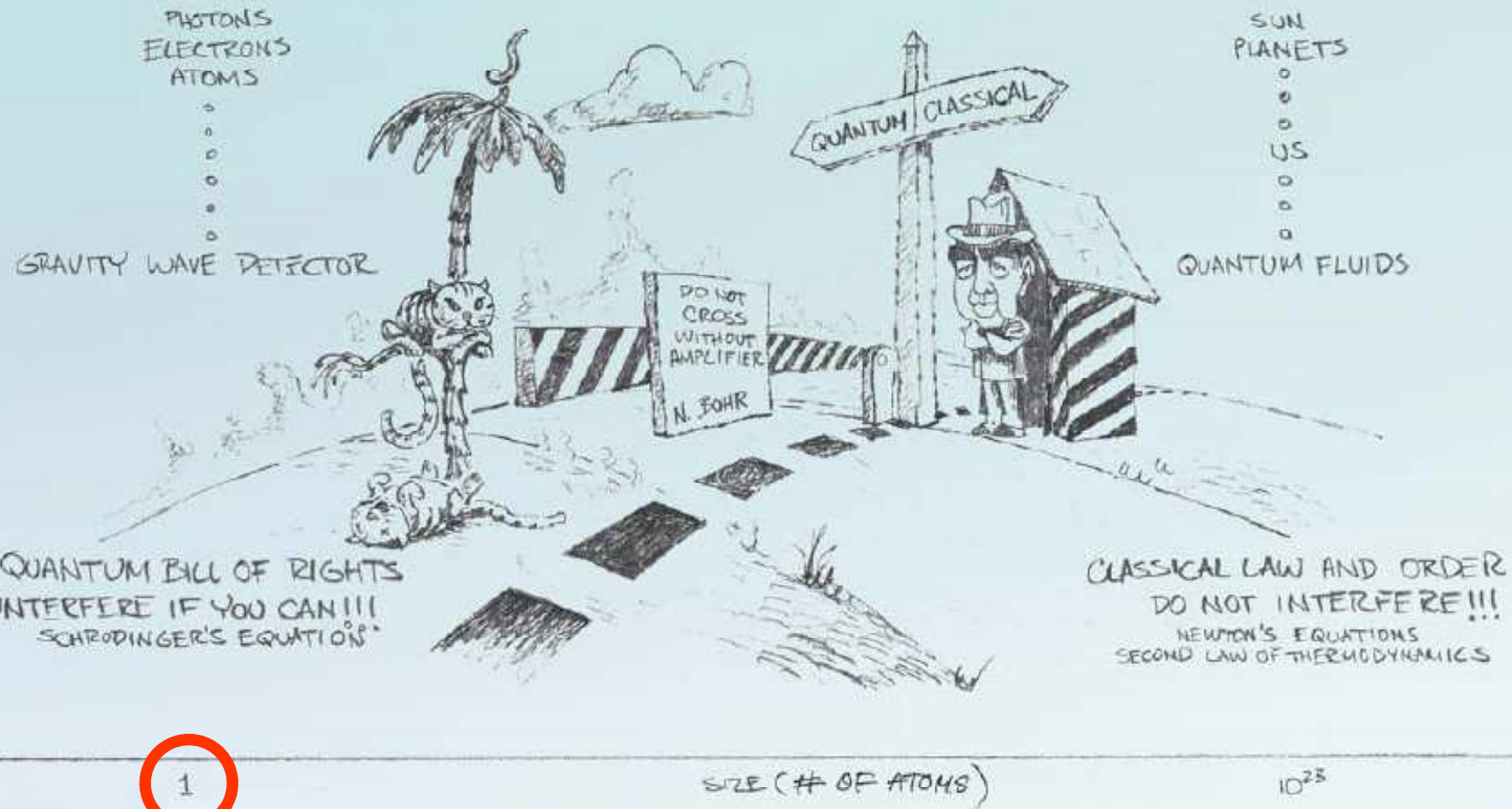
2

Postupné nenápadné přibližování ke kvantové limitě

# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

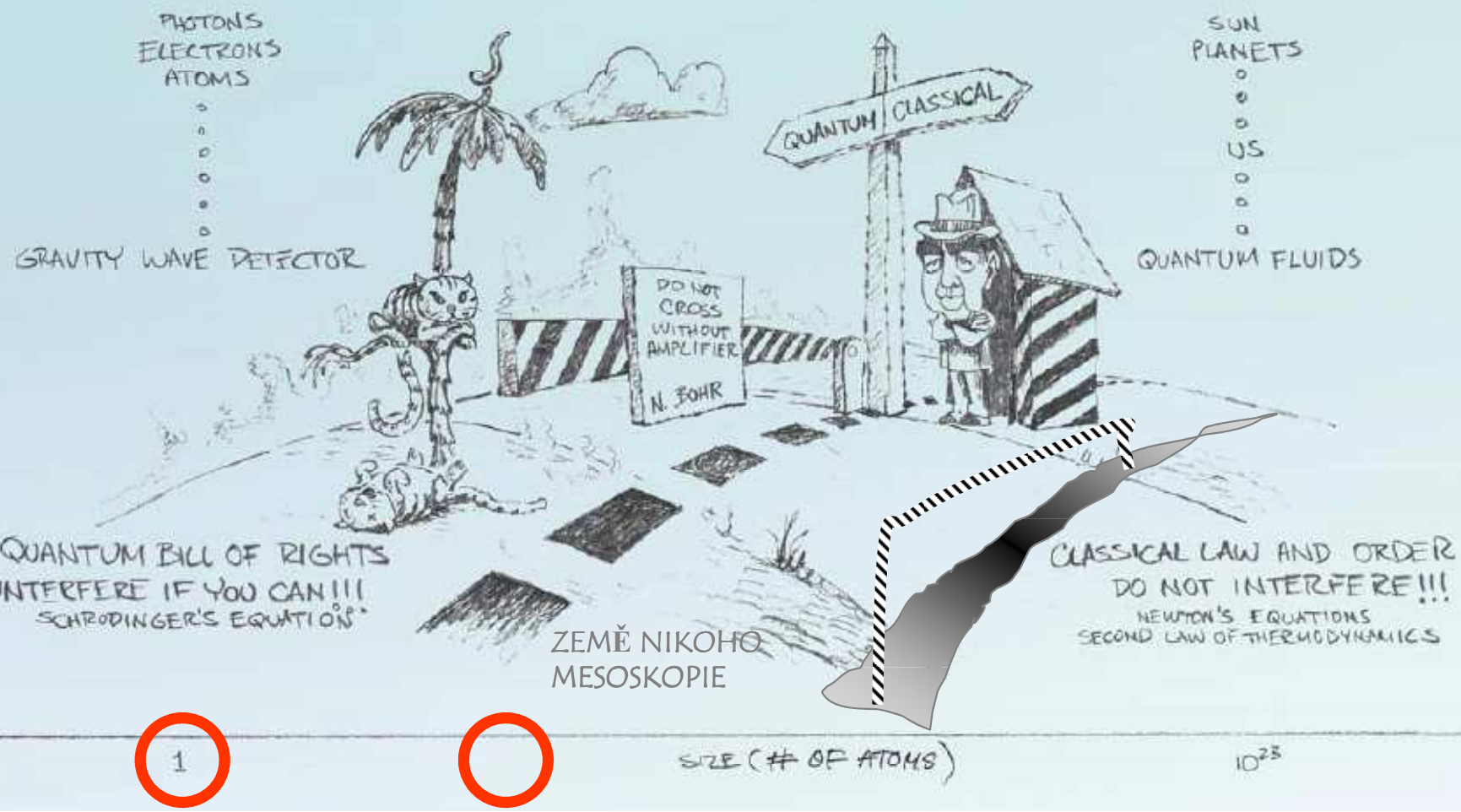
CLASSICAL DOMAIN



# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

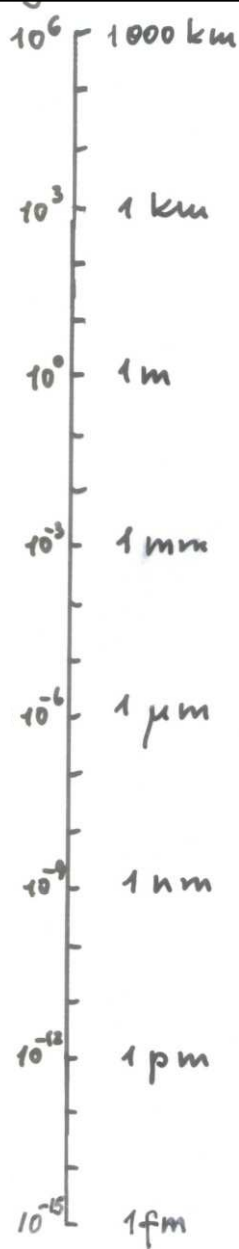
CLASSICAL DOMAIN



# *Kvantové objekty a úkazy v makroskopickém světě*

**Ještě výrazněji:  
makroskopické se nekryje s klasickým,  
mikroskopické se nekryje s kvantovým**

# Klasický a kvantový svět



## KVANTOVÉ OBJEKTY makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

meso("nano")skopické  
kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

mikroskopické  
molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět



mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

# *Bose-Einsteinova kondensace atomů v pastech*

Obláček atomů (alkalických kovů) za extrémně nízkých teplot přejde do zvláštního stavu – BE kondensátu, ve kterém všechny atomy se pohybují naprosto shodně, koherentně a dohromady vytvoří makroskopickou vlnovou funkci

*objeveno 1995*

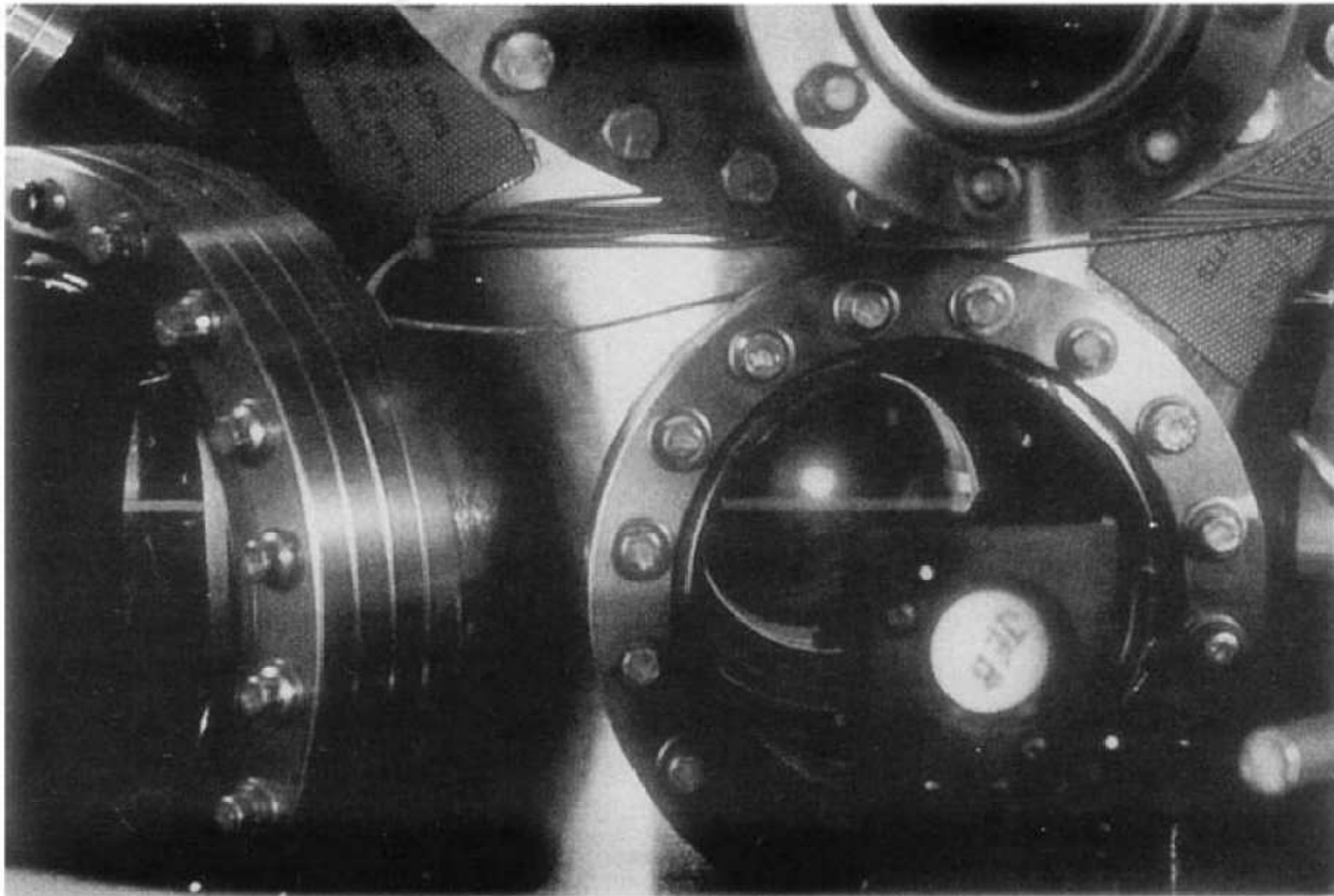
*Nobelova cena 2001*

Příbuzný jev – supratekutost znám v kapalném heliu od 30tých let

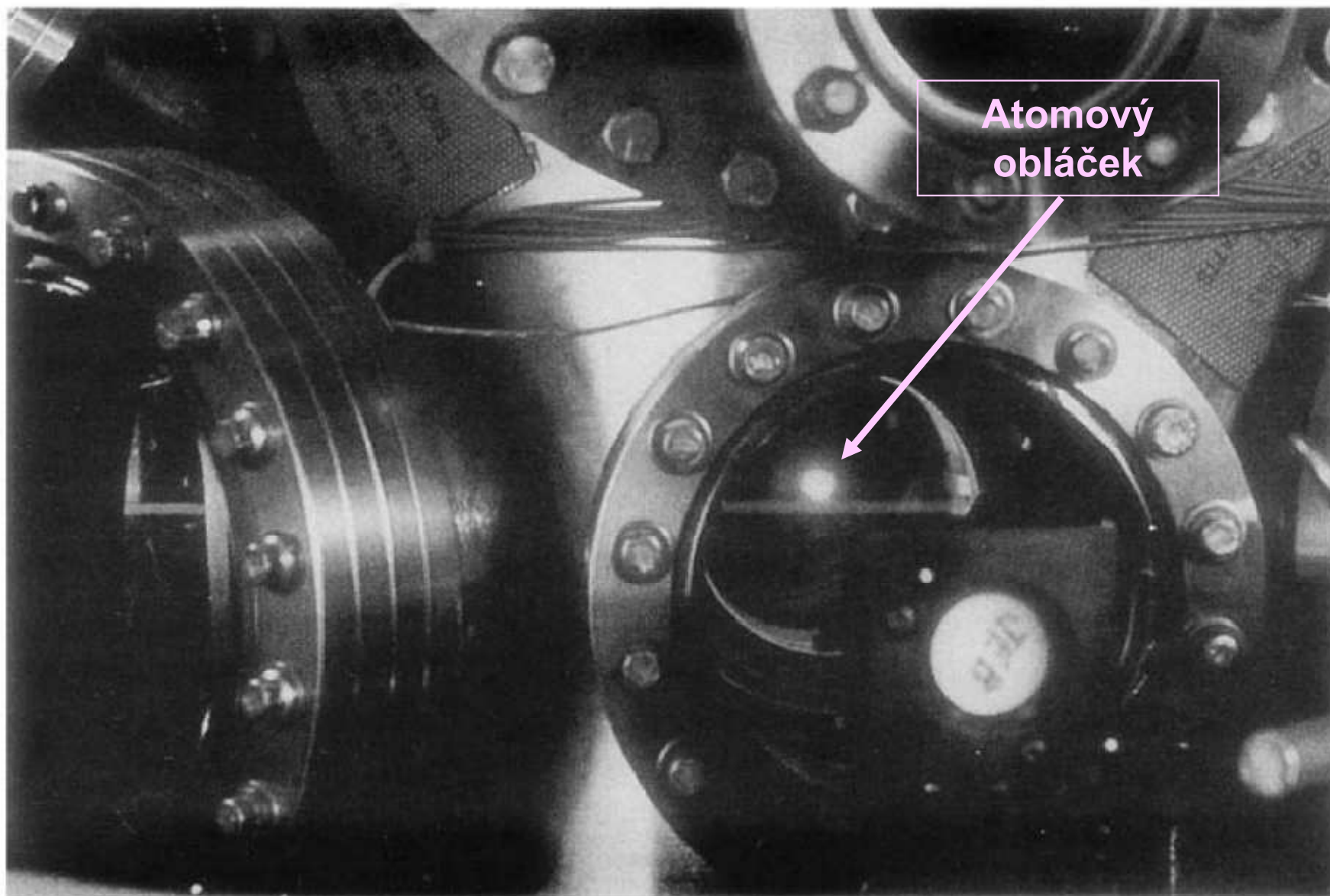
## PŘIBLIŽNÉ ÚDAJE KRITICKÝCH TEPLIT

system	$M$	$n$	$T_c$
He liquid	4	$2 \times 10^{28}$	1.47 K
Na trap	23	$2 \times 10^{20}$	1.19 $\mu$ K
Rb trap	87	$2 \times 10^{17}$	3.16 nK

# *Atomový obláček*

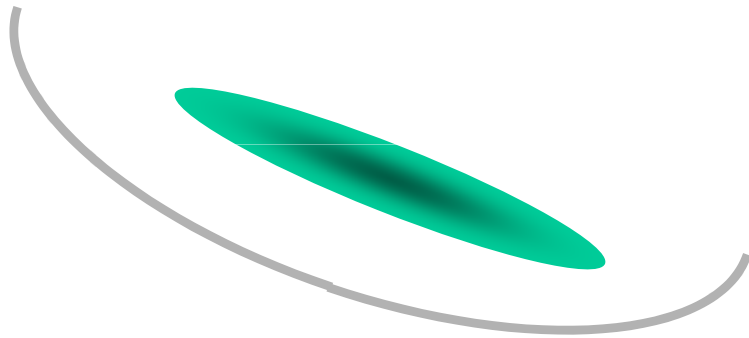


# *Atomový oblaček*





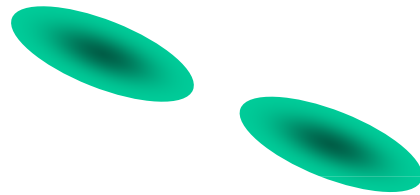
# Princip experimentu s interferencí atomů



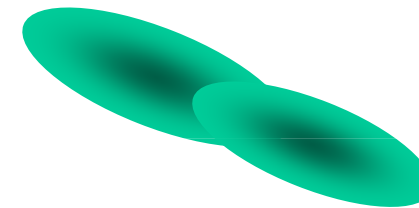
1. Atomový obláček vytvořený v pasti



2. Rozdělen na dvě části laserem



3. Past a laser vypnuty



4. Oba obláčky se roztékají, pronikají navzájem a interferují

# *Interference atomů BE zkonzensovaných v pastech*

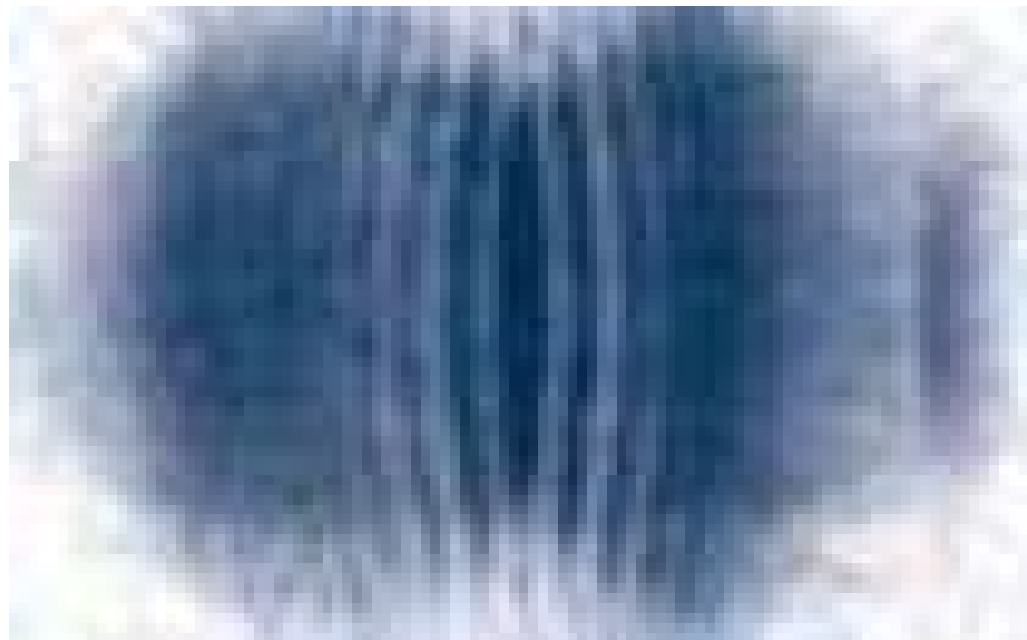
Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci

Experimentální důkaz:

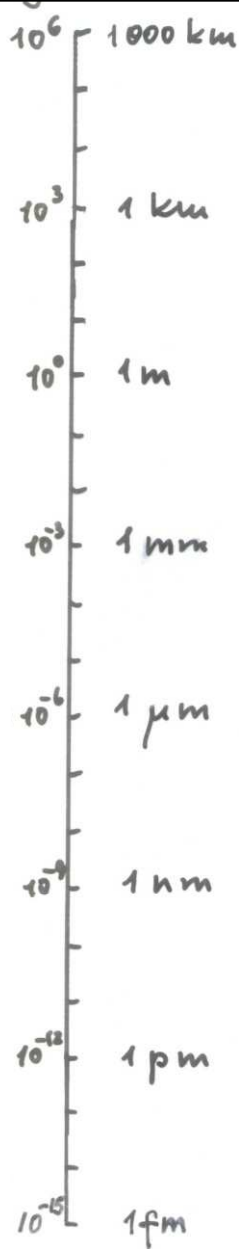
Dvě části obláčku rozdělené a opět se prolínající spolu interferují. Jsou to tedy koherentní (makroskopické) vlny

Vlnová délka v řádu desetin milimetru

*experiment ve skupině Ketterle a spol.*



# Klasický a kvantový svět



## KVANTOVÉ OBJEKTY makroskopické

teleportace přes Dunaj

supravodiče, supratekuté helium  
BE kondensace v atom. oblacích  
kohese a chem. vazba v látkách

## meso("nano")skopické

kvantové multivrstvy, kvant. tečky,  
vortexové struktury, qubity

## mikroskopické

molekuly  
atomy a ionty

atomová jádra

subjaderné objekty

klasický svět  
makrosvět



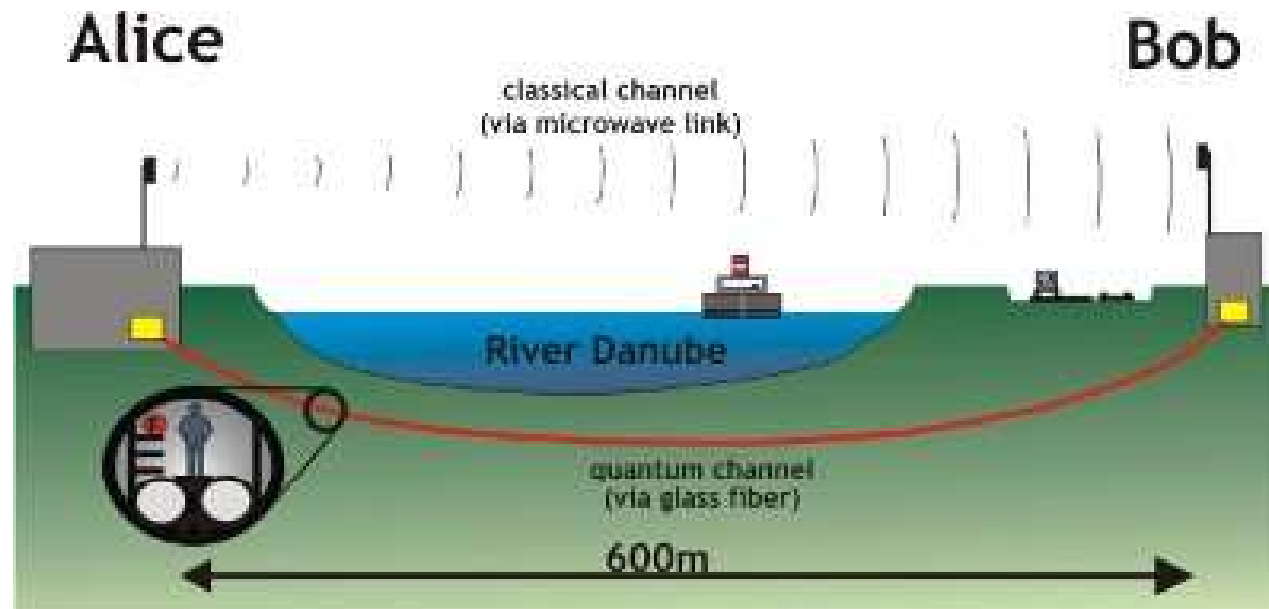
mesosvět

kvantový svět  
mikrosvět

## KVANTOVÉ ÚKAZY

- kvantování energií
- vlnové šíření – interference, difrakce ...
- provázané stavy
- korelované chování identických částic

# *Kvantová teleportace fotonů*

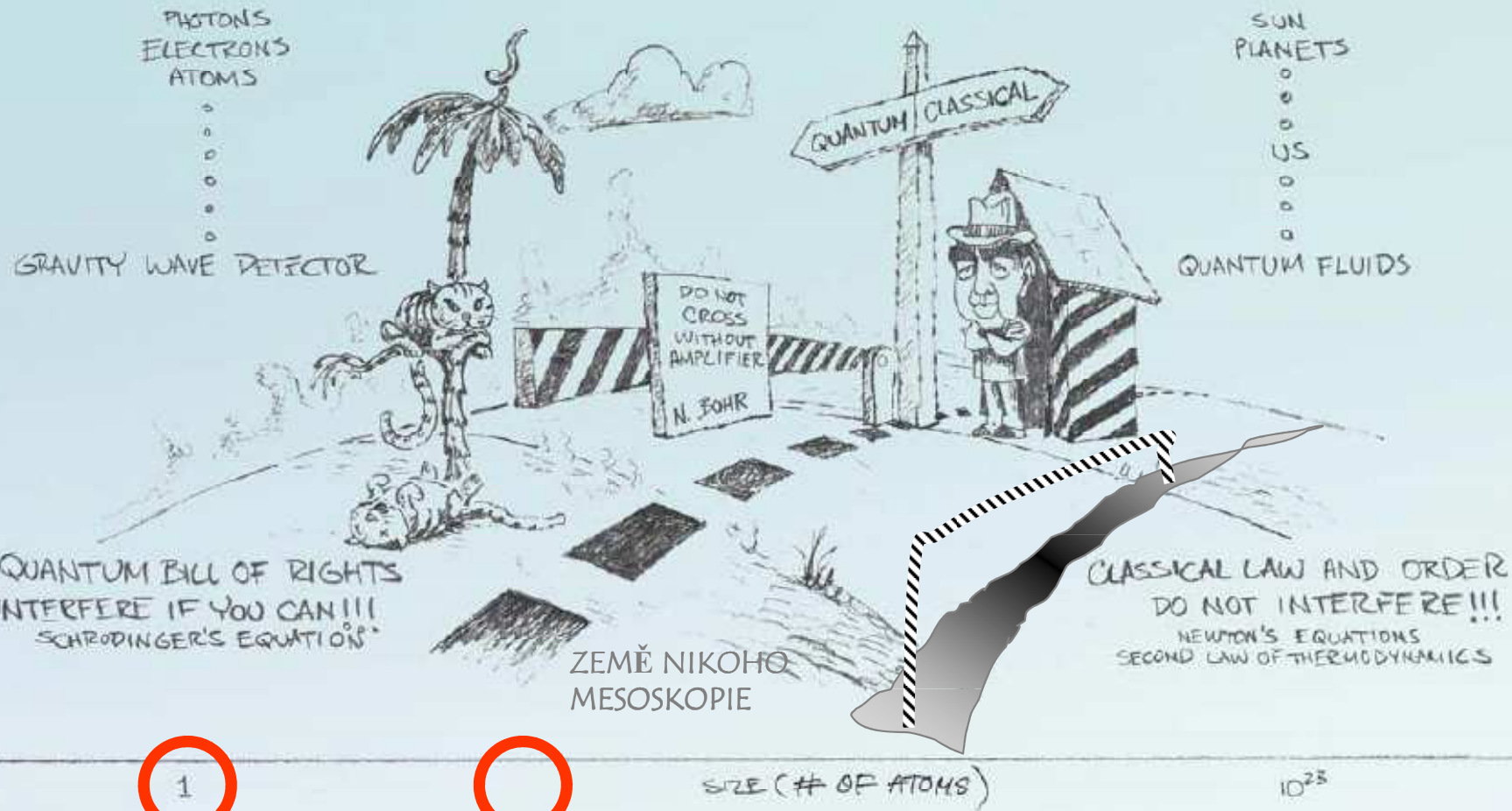


R. Ursin et.al: *Quantum Teleportation link across the Danube*, [Nature](#) **430**, 849 (2004)

# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN



# THE BORDER TERRITORY

QUANTUM DOMAIN

CLASSICAL DOMAIN

PHOTONS  
ELECTRONS  
ATOMS  
GRAVITY WAVE DETECTOR

SUN  
PLANETS  
MY

PODIVNÝ  
SEZNAM

KVANTOVÉ  
KAPALINY

QUANTUM BILL OF RIGHTS  
INTERFERE IF YOU CAN!!!  
SCHRÖDINGER'S EQUATION

KVANTOVÉ PROVÁZÁNÍ

DO NOT  
CROSS  
WITHOUT  
AMPLIFIER  
N. BOHR

QUANTUM CLASSICAL

CLASSICAL LAW AND ORDER  
DO NOT INTERFERE!!!  
NEWTON'S EQUATIONS  
SECOND LAW OF THERMODYNAMICS

NO-MAN'S LAND  
MESOSCOPY

SIZE (# OF ATOMS)

1

$10^{23}$

## *Planckova konstanta*

Samotná velikost objektů není tedy rozhodující pro jejich kvantové chování.

Obecné kritérium je spíše, jak důležitá je pro daný problém Planckova konstanta.

# *Planckova konstanta*

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$



# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$  **Planckův vztah**

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

## Více rolí Planckovy konstanty

1. V základních rovnicích  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$

Planckův vztah

3. Jako charakteristická mezní veličina  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$

relace neurčitosti

# Planckova konstanta

$$\hbar \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$1,05457168(18) \times 10^{-34} \text{ Js}$$

CODATA recomm. value

- hodně malé číslo
- rozměr energie $\times$ čas=akce=délka  $\times$ hybnost=moment hybnosti
- Planck původně zavedl  $h = 2\pi\hbar$
- dnes již známo s velkou přesností

Více rolí Planckovy konstanty

DNES NE

1. ~~V základních rovnicích~~  $[x, p] = i\hbar$   $i\hbar\partial_t\psi = H\psi$

2. Jako převodní koeficient  $E = \hbar\omega = h\nu$

Planckův vztah

3. Jako charakteristická mezní veličina  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$

relace neurčitosti

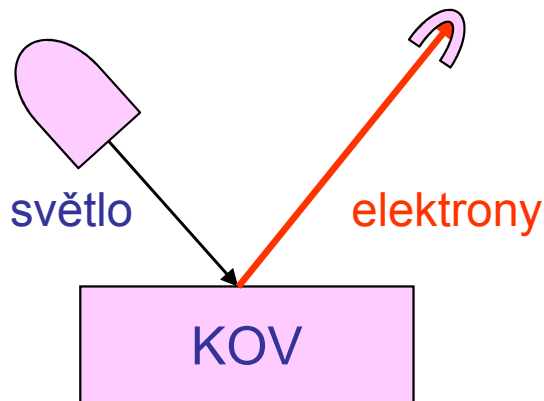
## 2. Planckova konstanta jako převodní koeficient

$$E = \hbar\omega = h\nu \quad \text{Planckův vztah}$$

Překlad mezi jazyky dvou teorií ... most C  $\leftrightarrow$  Q

„Světlo o frekvenci  $\nu$  je tvořeno fotony o energii  $E$ “

Tak uvažoval Einstein při vysvětlení **fotoefektu**



elektrony vyletují jen pro  $\nu > \nu_0$

Důvod:  $h\nu_0 \equiv W$  je **výstupní práce elektronu**

foton musí mít energii větší, aby ho vyrval.

*Einstein 1905 ... NP*

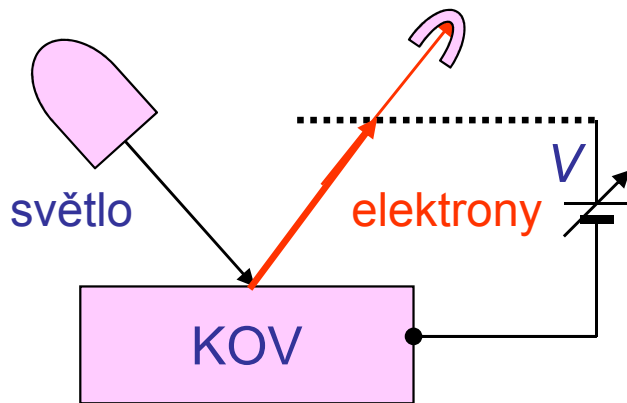
## 2. Planckova konstanta jako převodní koeficient

$$E = \hbar\omega = h\nu \quad \text{Planckův vztah}$$

Překlad mezi jazyky dvou teorií ... most C  $\leftrightarrow$  Q

„Světlo o frekvenci  $\nu$  je tvořeno fotony o energii  $E$ “

Tak uvažoval Einstein při vysvětlení **fotoefektu**



elektrony vyletují jen pro  $\nu > \nu_0$

Důvod:  $h\nu_0 \equiv W$  je **výstupní práce elektronu**

foton musí mít energii větší, aby ho vyrval.

*Einstein 1905 ... NP*

**Experiment zejména Lenard .... NP**

Určení energie elektronu ... brzdný potenciál

$$E_{\text{kin}} = h\nu - W = e \cdot V$$

elektronvolt



## Odbočka: děsivé hodnoty a šikovní jednotky

Uvažme, že

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Je rozumné si zavést jednotky atomistice přiměřené.  
Např. (v rámci zákonné soustavy SI)

nm, eV, fs

1 eV je energie, kterou elementární náboj získá při  
průchodu potenciálním rozdílem 1 V,

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Pak vyjde neobyčejně šikovně

$$\hbar = 0.66 \text{ eVfs}$$

$$m_e = 5.7 \text{ eVfs}^2 \text{nm}^{-2}$$

## Odbočka: děsivé hodnoty a šikovní jednotky

Uvažme, že

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Je rozumné si zavést jednotky atomistice přiměřené.  
Např. (v rámci zákonné soustavy SI)

nm, eV, fs

1 eV je energie, kterou elementární náboj získá při  
průchodu potenciálním rozdílem 1 V,

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Pak vyjde neobyčejně šikovně

$$\hbar = 0.66 \text{ eVfs}$$

$$m_e = 5.7 \text{ eVfs}^2 \text{nm}^{-2}$$

Ještě lepší je přejít k **přirozeným jednotkám**

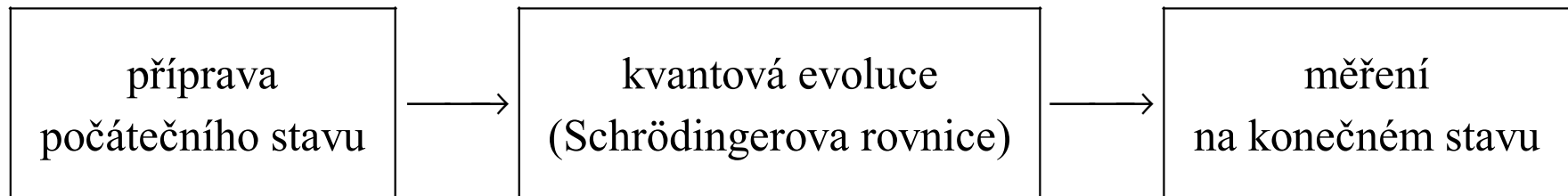
$$m_e = e = \hbar = 1 \quad \dots \text{ za chvíli}$$

### 3. Planckova konstanta jako hraniční hodnota

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Matematické vyjádření Heisenbergova principu

#### KVANTOVÝ EXPERIMENT



opakované měření souřadnice  $\rightarrow x_\ell \rightarrow \frac{1}{N} \sum x_\ell \rightarrow \langle x \rangle$  střední hodnota  
 $(\Delta x)^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$  neurčitost

opakované měření hybnosti  $\rightarrow p_\ell \rightarrow \frac{1}{N} \sum p_\ell \rightarrow \langle p \rangle$  střední hodnota  
 $(\Delta p)^2 = \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$  neurčitost

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar$$

# Relace neurčitosti -- aplikace

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Propojíme prostorovou rozlehlost  $L$  a energii  $E$  vázaného stavu částice o hmotnosti  $m$  ... *kriterium ultrakvantového režimu*

1. krok kinetická energie částice ve vázaném stavu (v potenciál. jámě)

$$mE_{\text{kin}} \approx (\Delta p)^2$$

energie kvant. fluktuací

2. krok odhad z relace neurčitosti

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} \approx \frac{\hbar}{L}$$

~ příznak ultrakvantového stavu

3. krok kinetická a celková energie stejného řádu

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2$$

Platí pro coulombickou interakci:  
⇒ Stabilita atomů a hmoty vůbec

# Relace neurčitosti -- aplikace

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{relace neurčitosti}$$

Propojíme prostorovou rozlehlost  $L$  a energii  $E$  vázaného stavu částice o hmotnosti  $m$  ... *kriterium superkvantového režimu*

1. krok kinetická energie částice ve vázaném stavu (v potenciál. jámě)

$$mE_{\text{kin}} \approx (\Delta p)^2$$

2. krok odhad z relace neurčitosti

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} \approx \frac{\hbar}{L}$$

3. krok kinetická a celková energie stejného řádu

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2$$



zkusíme pro atomy

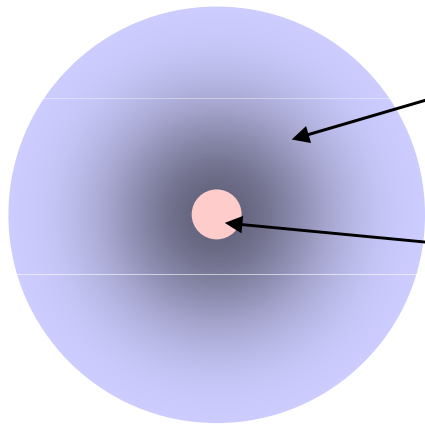
## *Velikost atomů*

Jaké jsou empirické údaje o velikosti atomů

Jaké jsou teoretické důvody pro tyto údaje

Test pomocí relací neurčitosti

# Opakování o atomech



OBAL  
Z elektronů

JÁDRO  
Z protonů  
N=A-Z neutronů

atom  ${}^A_Z X$

náboj jádra

$$Q = Z |e|$$

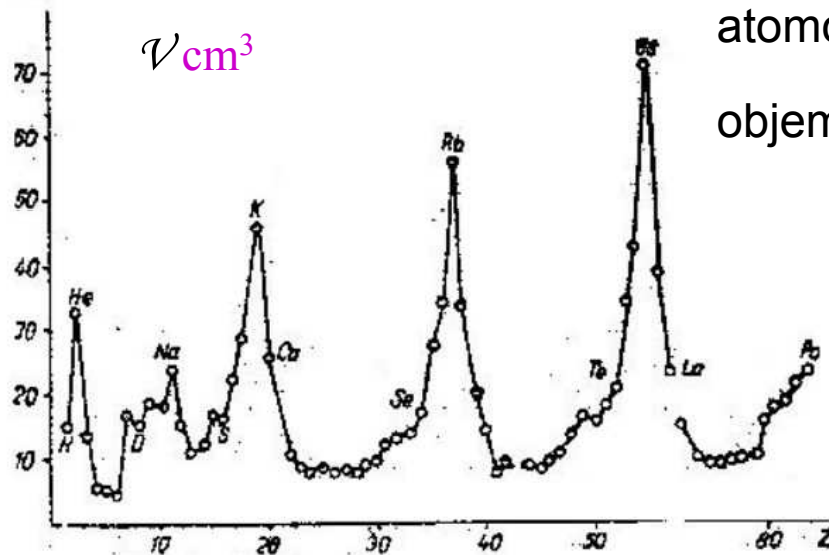
hmotnost atomu

$$M \sim A \text{ u}$$

poloměr jádra

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$



atomový objem = rel. at. hmotnost  $\text{g} / 10^3 \times$  hustota

objem na atom = atomový objem / Avogadr. číslo

$$V = 10^{-3} M / \rho$$

$$r = \left( \frac{3}{4\pi} \times V / N_A \right)^{1/3}$$

... odhad z empirických dat

Obr. 4. Závislost atomového objemu na atomovém čísle

## Odhad ionizační energie atomu z relace neurčitosti

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2 \quad \text{obecný vztah}$$

$$m_e \cdot I \cdot r^2 \approx \hbar^2 \quad \text{odhad ionizačního potenciálu}$$

použijeme našich jednotek nm, eV, fs

$$\frac{\hbar^2}{m_e} = \frac{0,66^2}{5,7} \approx 0.076$$

Empirické poloměry atomů mají hodnoty v řádu 0,1 nm (1Å)

Energie valenčních elektronů v atomech pak vycházejí v řádu eV



# Odhad ionizační energie atomu z relace neurčitosti

$$m \cdot E \cdot L^2 \approx \hbar^2 \quad \text{obecný vztah}$$

$$m_e \cdot I \cdot r^2 \approx \hbar^2 \quad \text{odhad ionizačního potenciálu}$$

použijeme našich jednotek nm, eV, fs

$$\frac{\hbar^2}{m_e} = \frac{0,66^2}{5,7} \approx 0.076$$

Empirické poloměry atomů mají hodnoty v řádu 0,1 nm (1Å)

Energie valenčních elektronů v atomech pak vycházejí v řádu eV

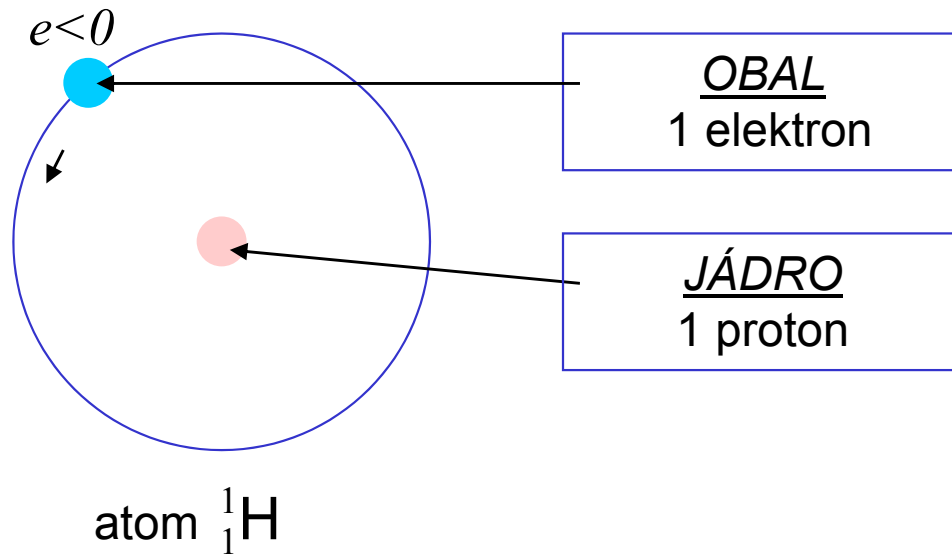
v tabulkách lze ověřit, že je to  
správný odhad

*Planckova konstanta jako součást  
teoretického aparátu kvantové teorie*

Jako příklad použijeme původní Bohrovy teorie  
atomu vodíku.

Ta je teoreticky překonaná, ale všichni ji známe a  
vykazuje charakteristickou strukturu, nad kterou se  
zamyslíme

# Semiklasický popis atomu vodíku podle Bohra



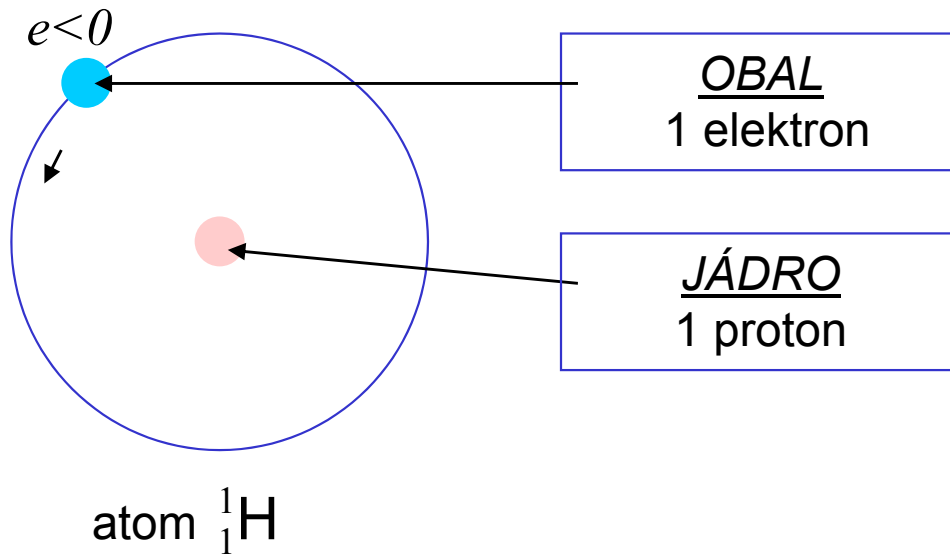
náboj jádra	$Q =  e $
hmotnost atomu	$M \sim u \gg m_e$
poloměr jádra	$R = r_0 \ll r$
	$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$

- Elektron obíhá rychlostí  $v$  kolem nehybného jádra. Má hybnost  $p = m_e v$ , moment hybnosti  $m_e v r$ , odstředivá síla je  $m_e v^2/r$  ... všechno klasické
- Přitahován je coulombickou silou

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \equiv \frac{e'^2}{r^2}$$

- Připojeno je kvantování, prostřednictvím *kvanta akce*, Planckovy konstanty  $\hbar$ .
- Veličina ke kvantování vhodná má rozměr akce. To je právě moment hybnosti.

# Semiklasický popis atomu vodíku podle Bohra



náboj jádra	$Q =  e $
hmotnost atomu	$M \sim u \gg m_e$
poloměr jádra	$R = r_0 \ll r$
	$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$

- Elektron obíhá rychlostí  $v$  kolem nehybného jádra. Má hybnost  $p = m_e v$ , moment hybnosti  $m_e v r$ , odstředivá síla je  $m_e v^2/r$  ... všechno klasické
- Přitahován je coulombickou silou

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \equiv \frac{e'^2}{r^2}$$

- Připojeno je kvantování, prostřednictvím kvanta akce, Planckovy konstanty  $\hbar$ .
- Veličina ke kvantování vhodná má rozměr akce. To je právě moment hybnosti.

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

odstř. síla = dostř. síla

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e'^2}{r^2}$$

Klasická podmínka

kvantování momentu hybnosti

$$m_e r v = k \cdot \hbar, \quad k = 1, 2, \dots$$

Kvantová podmínka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

odstř. síla = dostř. síla

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e'^2}{r^2}$$

Klasická podmínka

kvantování momentu hybnosti

$$m_e r v = k \cdot \hbar, \quad k = 1, 2, \dots$$

Kvantová podmínka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

2x ionizační energie vodíku

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

$$m_e v^2 = e^2$$

Klasická podmínka

o tyto výpočty nejde, důležité je podívat se na výsledek který je exaktní

kvantování

hka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrův poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2},$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

# Bohrova teorie vodíku

- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii

$$m_e v^2 = e^2 / r$$

Klasická podmínka

o tyto výpočty nejde, důležité je podívat se na výsledek který je exaktní

kvantování

hka

- Výsledek

$$r_k = a_0 \cdot k^2, \quad E_k = -\frac{1}{2} E_0 \cdot k^{-2}$$

Bohrov poloměr  
0,053 nm

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2}$$

$$E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

Hartreeho energie  
27,2 eV

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}$$

shoduje se s odhadem  
z relací neurčitosti



## *Přirozené jednotky*

Rozměrové úvahy a zavedení  
přirozených jednotek

jsou založeny na víře (dobře již osvědčené), že  
rozměrová úvaha vede k výsledku, který se od  
přesného liší jen numerickým faktorem v řádu  
jednotek

# *Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)*

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

*Gravitační zákon*

$$F = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2}$$

# *Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)*

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

**c** Teorie elektromagnetického pole  
*Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice*

$$\partial_{tt}\mathbf{E} - c^2 \Delta \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

# Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

**c** Teorie elektromagnetického pole

**$\hbar$**  Kvantová teorie  
*Komutační relace, Schrödingerova rovnice*

$$[x, p] = i\hbar$$

$$i\hbar\partial_t\psi = H\psi$$

# Tři klíčové teorie (pro atomární systémy)

Nepůjdeme-li na sub-atomární úroveň,  
jsou pro popis fyzikálního světa klíčové **tři teorie**  
a ty mají jako svůj symbol **tři universální konstanty**

**G** Klasická mechanika a teorie gravitace

**c** Teorie elektromagnetického pole

**$\hbar$**  Kvantová teorie  
*Komutační relace, Schrödingerova rovnice*

$$[x, p] = i\hbar$$

$$i\hbar\partial_t\psi = H\psi$$

O této trojici za chvíli více

# Další universální konstanty

Jiný typ universálních konstant – charakteristiky částic

		elektron	proton	
vlastnosti částic	náboje	elektrické	$-e$	$+e$
		gravitační	$m_e$	$m_p$
	hmotnosti		$m_e$	$m_p$

## SOUHRN -- ATOMOVÁ FYSIKA

univ. konstanty	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$
			$\frac{h}{2\pi}$	$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$		
bezrozměrné kombinace				$\alpha = \frac{e'^2}{\hbar c}$	$\frac{m_p}{m_e}$	$\alpha_p = \frac{Gm_p^2}{\hbar c}$

# Přirozené jednotky ve fyzice

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## VÝHODNÉ VLASTNOSTI PŘIROZENÝCH JEDNOTEK

1. Fundamentální -- nezávislé na lidské libovůli, přesnosti a stálosti etalonů
2. Fundamentální -- vystihují hluboké souvislosti fyzikálních zákonů
3. Praktická -- hodnoty měřených veličin mají příjemný rozsah a jsou snadné k interpretaci
4. Praktická -- rovnice se zjednoduší, mají bezrozměrné koeficienty, zpravidla malých celočíselných hodnot nebo zlomků jako  $\frac{1}{2}$
5. F&P -- výpočty zůstávají v platnosti i po zpřesnění hodnot univerzálních konstant

## *Atomové přirozené jednotky*

Jsou nejvhodnější pro atomární soustavy  
... relativní jednotky, kde  
jeden elektron, jeden proton, jeden atom vodíku  
slouží jako etalon



# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•	•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

Atomové jednotky

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•	•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha → relevantní veličiny**

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha** → **relevantní veličiny**
- Dvě podmínky pro Bohrov poloměr a Hartreeho energii  
(rozměrové kombinace ... kinetická energie a Coulomb. potenciál. energie)

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}, \quad E_0 = \frac{e'^2}{a_0}$$

# Atomové přirozené jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Atomové jednotky

- Inspirace od *Bohra*(1913) **Rozměrová úvaha** → **relevantní veličiny**
- Dvě podmínky pro Bohrovův poloměr a Hartreeho energii  
(rozměrové kombinace ... kinetická energie a Coulomb. potenciál. energie)

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}, \quad E_0 = \frac{e'^2}{a_0}$$

- Výsledek

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e'^2}, \quad E_0 = \frac{m_e e'^4}{\hbar^2}$$

v plné shodě s  
Bohrovou teorií

# *Planckovy přirozené jednotky*

Byly první a zdály se hodně divné,  
ale ...

# Planckovy "přirozené" jednotky

Přirozené soustavy jednotek závisejí na výběru fundamentálních konstant

jednotky	$G$	$c$	$\hbar$	$e'^2$	$m_e$	$m_p$	hodí se v
Planckovy	•	•	•				kvantové gravitaci
relativistické		•	•		(•)	(•)	kvantové elektrodynamice
atomové			•	•	•		atomové fyzice

## Planckovy jednotky

- Sestavíme veličiny o rozměru **délka, hmotnost, čas**
- To jsou Planckovy jednotky, historicky první *přirozené jednotky* ... jak je navrhl 1899, sotva svou konstantu zavedl, ještě bez dnešní interpretace
- Hodnoty Planckových jednotek jsou poněkud zarážející

$$\ell_P = \left( \hbar G / c^3 \right)^{\frac{1}{2}} = 4.13 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$m_P = \left( \hbar c / G \right)^{\frac{1}{2}} = 5.56 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$t_P = \left( \hbar G / c^5 \right)^{\frac{1}{2}} = 1.38 \times 10^{-43} \text{ s}$$

## *Hlubší pohled na Planckovu volbu: ( $c\hbar G$ ) schéma*

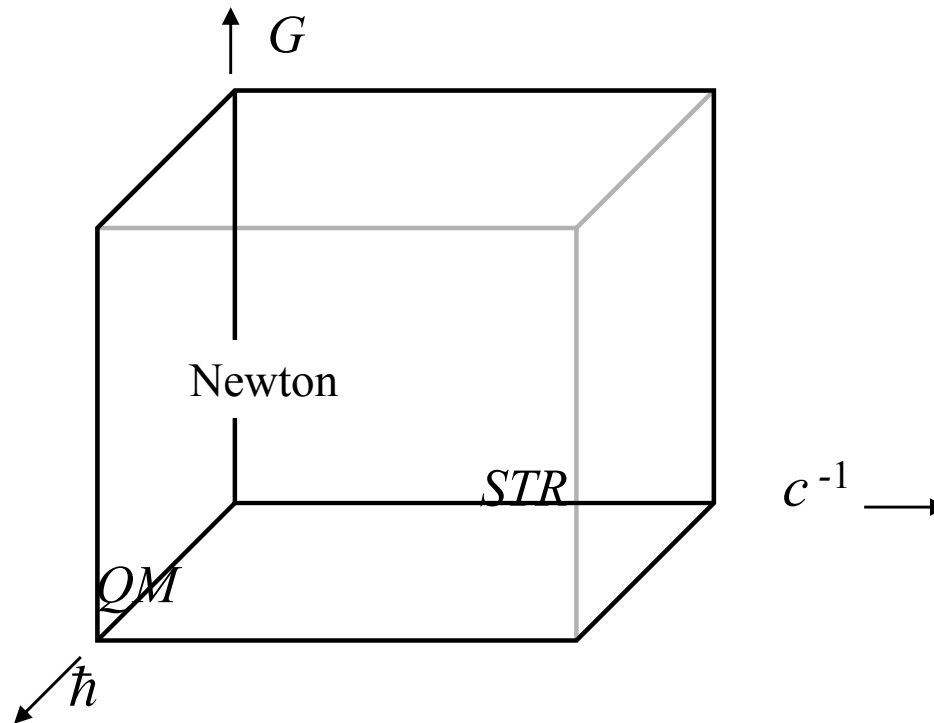
V atomové fyzice jsou jádra neměnná tělíska (téměř).

**Působí dvě universální interakce: gravitační a elektromagnetická**

Podmínky jejich působení lze znázornit v ( $c\hbar G$ ) schématu, které má Newtonův svět v počátku, tři hlavní teorie na osách.

Příklad: STR je důležitá, jestliže typická rychlost  $v \approx c, v/c \approx 1$ , atd.

U atomové fyziky je gravitace slabá (Newtonova), jedná se o kvasirelativistickou limitu, zato **kvantové efekty jsou započteny plně**.



## Hlubší pohled na Planckovu volbu: ( $c\hbar G$ ) schéma

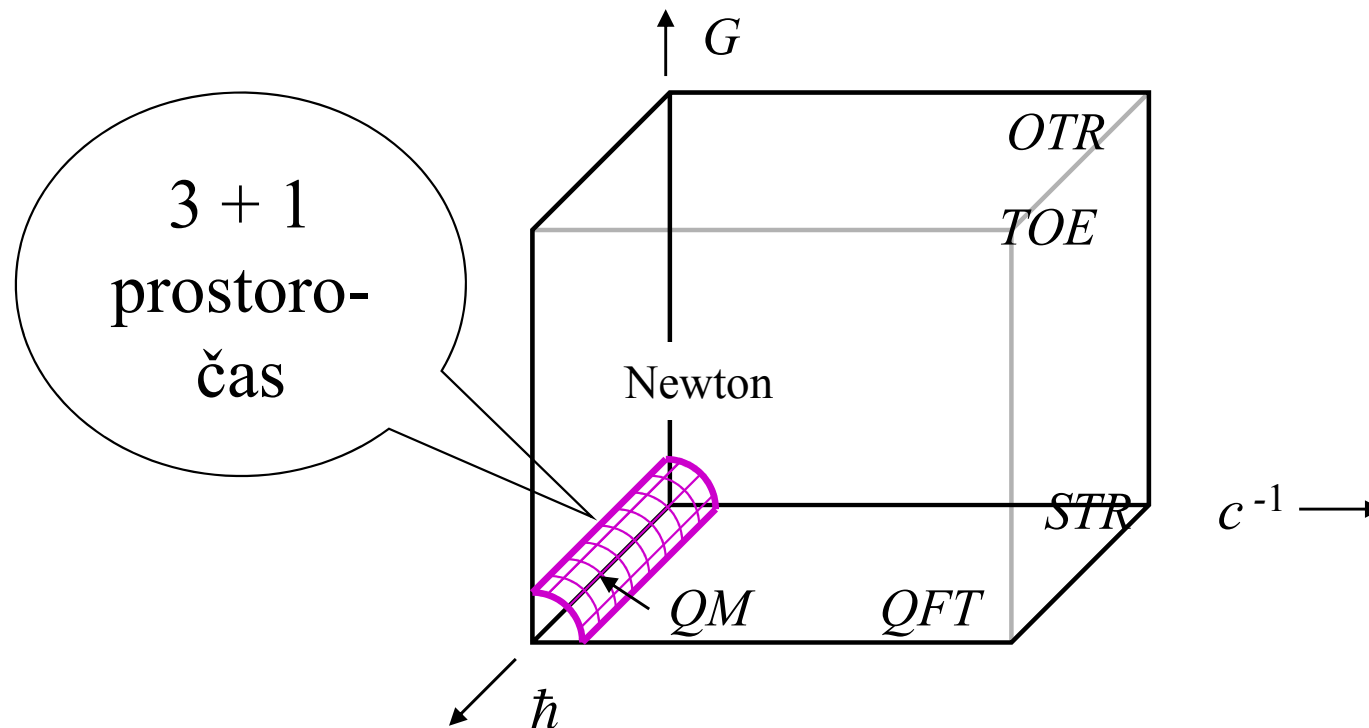
V atomové fyzice jsou jádra neměnná tělíska (téměř).

**Působí dvě universální interakce: gravitační a elektromagnetická**

Podmínky jejich působení lze znázornit v ( $c\hbar G$ ) schématu, které má Newtonův svět v počátku, tři hlavní teorie na osách.

Příklad: STR je důležitá, jestliže typická rychlost  $v \approx c, v/c \approx 1$ , atd.

U atomové fyziky je gravitace slabá (Newtonova), jedná se o kvasirelativistickou limitu, zato **kvantové efekty jsou započteny plně**.



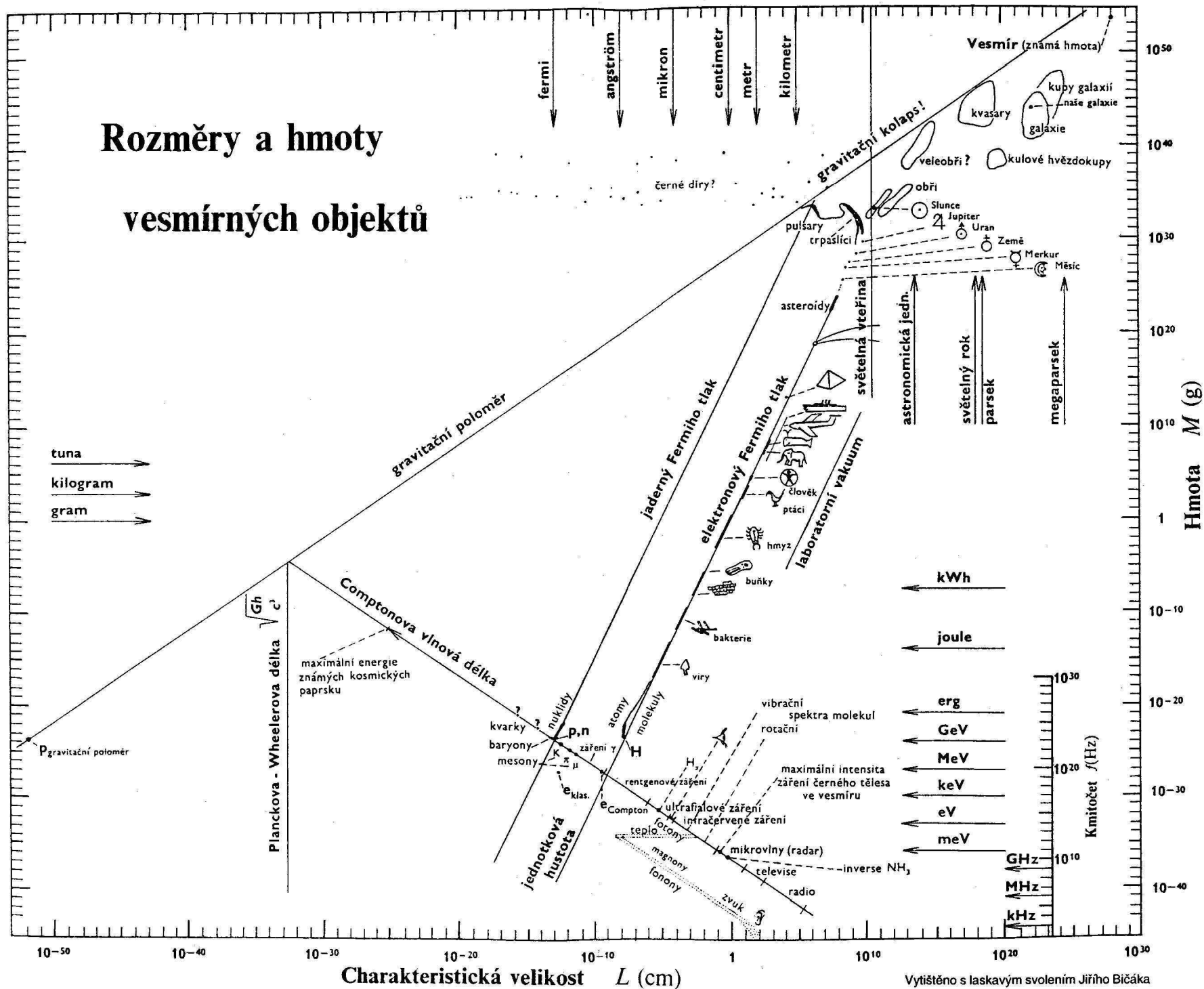


## *Bičákov diagram*

Zveřejněný již před mnoha lety ve  
Žlutém časopisu (Čs. čas. fys.)  
mírně zastaralý,  
ale stále inspirující.

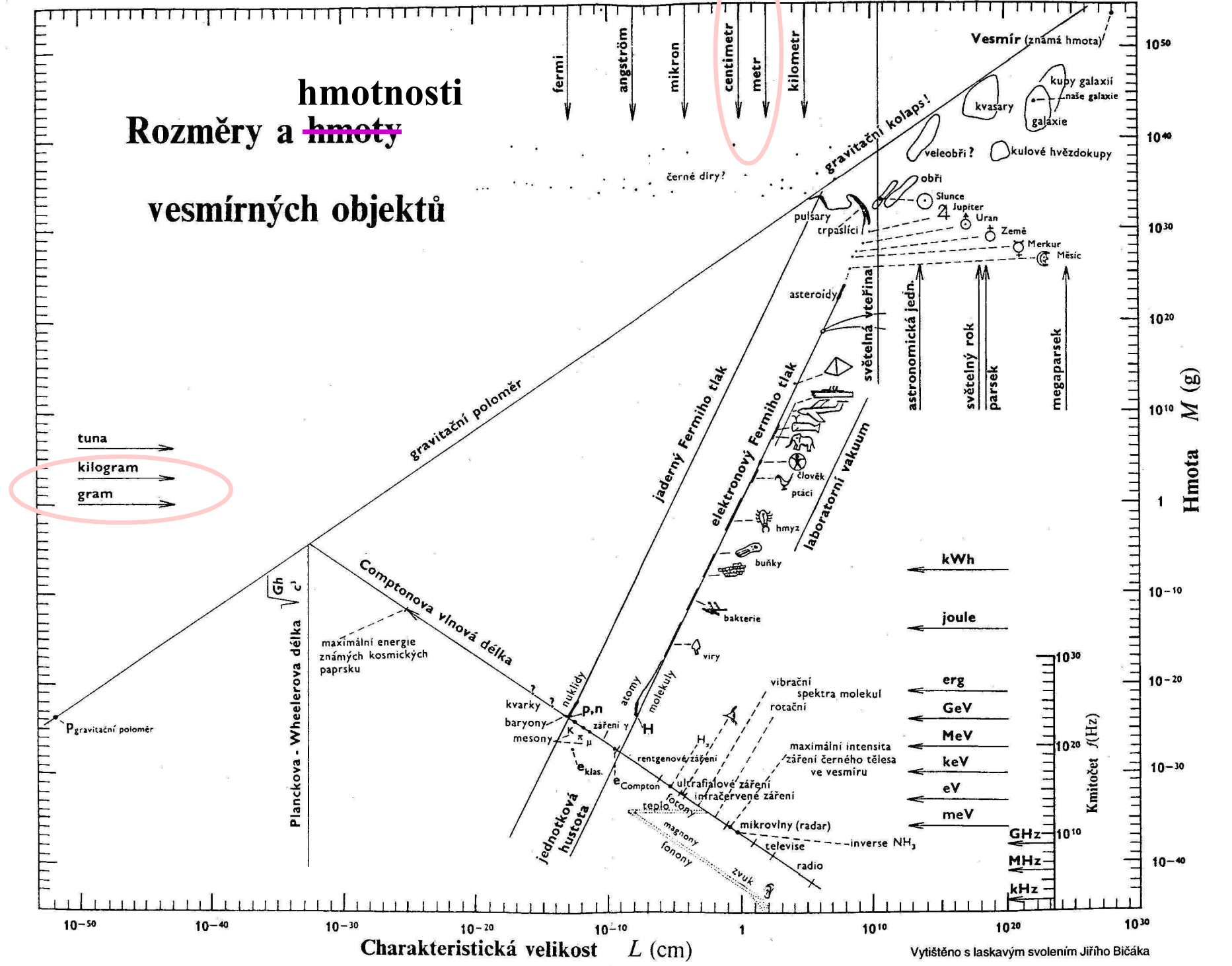
My se podíváme z hledisek důležitých pro  
atomistiku

# Rozměry a hmoty vesmírných objektů

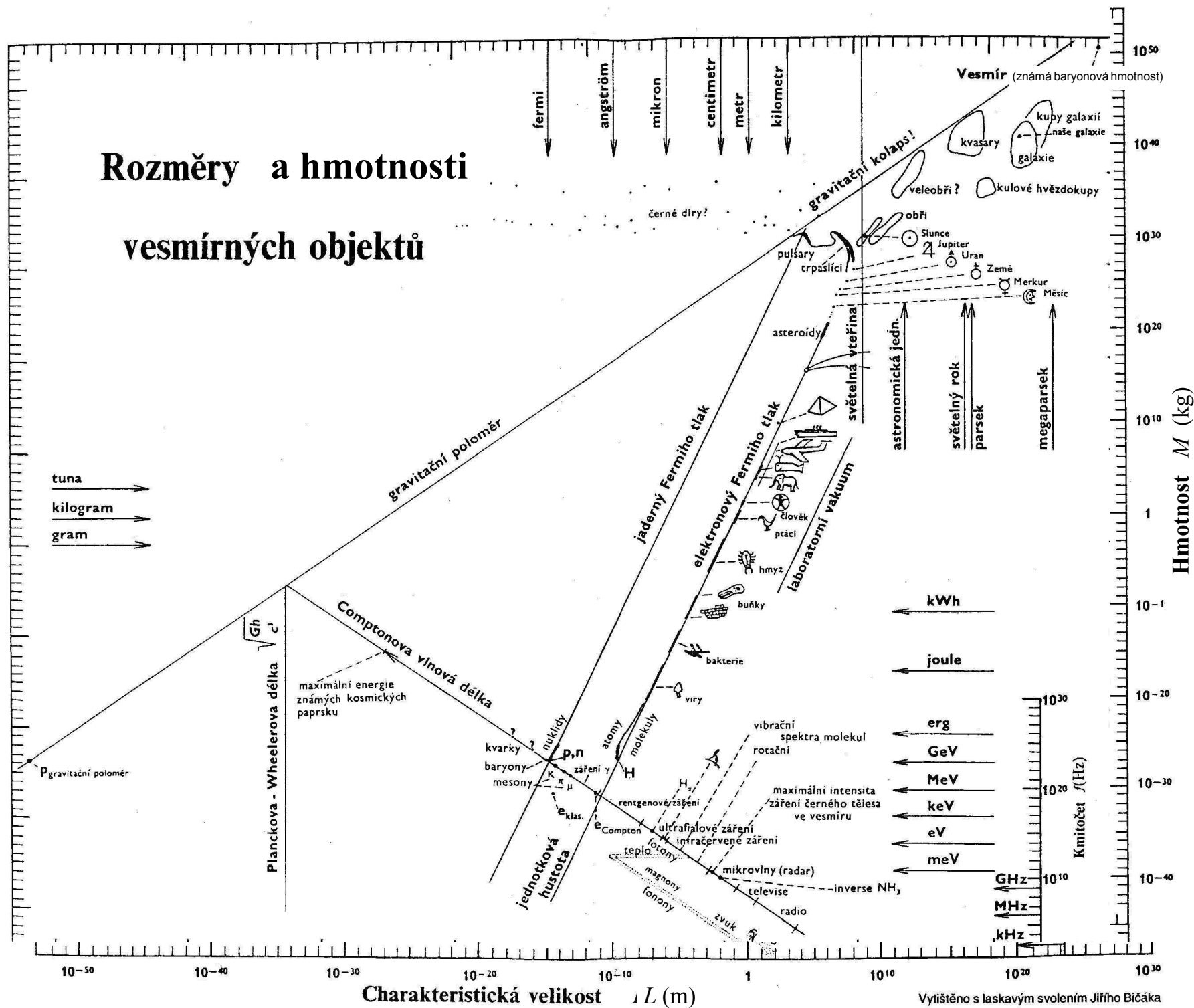


Vytlačeno s laskavým svolením Jiřího Bičáka

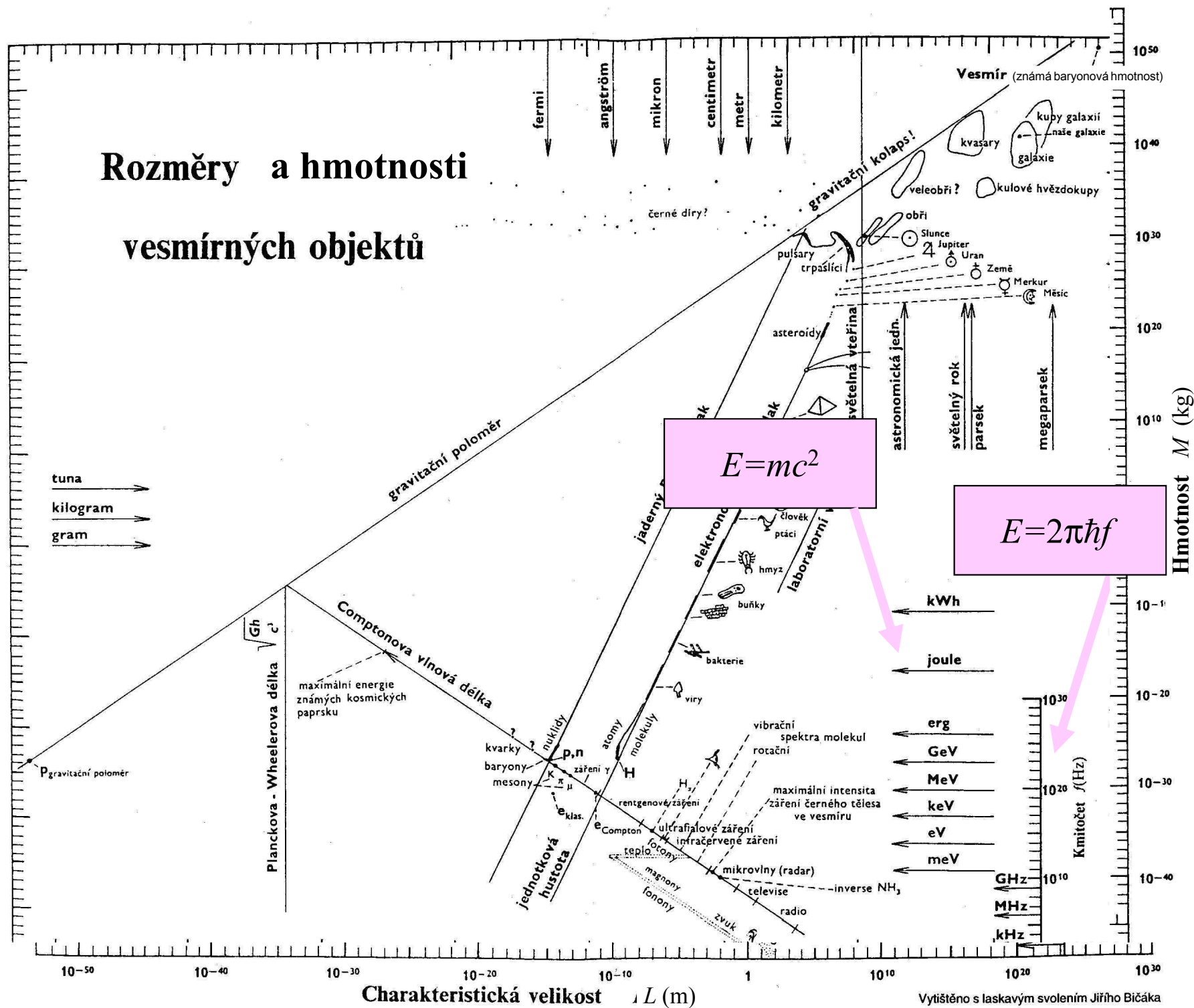
# hmotnosti Rozměry a ~~hmoty~~ vesmírných objektů



# Rozměry a hmotnosti vesmírných objektů



# Rozměry a hmotnosti vesmírných objektů



## *Dvojlogaritmické měřítko*

$$Y = K \cdot X^{\alpha}$$

se zobrazí jako

$$\log Y = \log K + \alpha \cdot \log X$$

## *Dvojlogaritmické měřítko*

$$Y = K \cdot X^\alpha$$

se zobrazí jako

$$\log Y = \log K + \alpha \cdot \log X$$

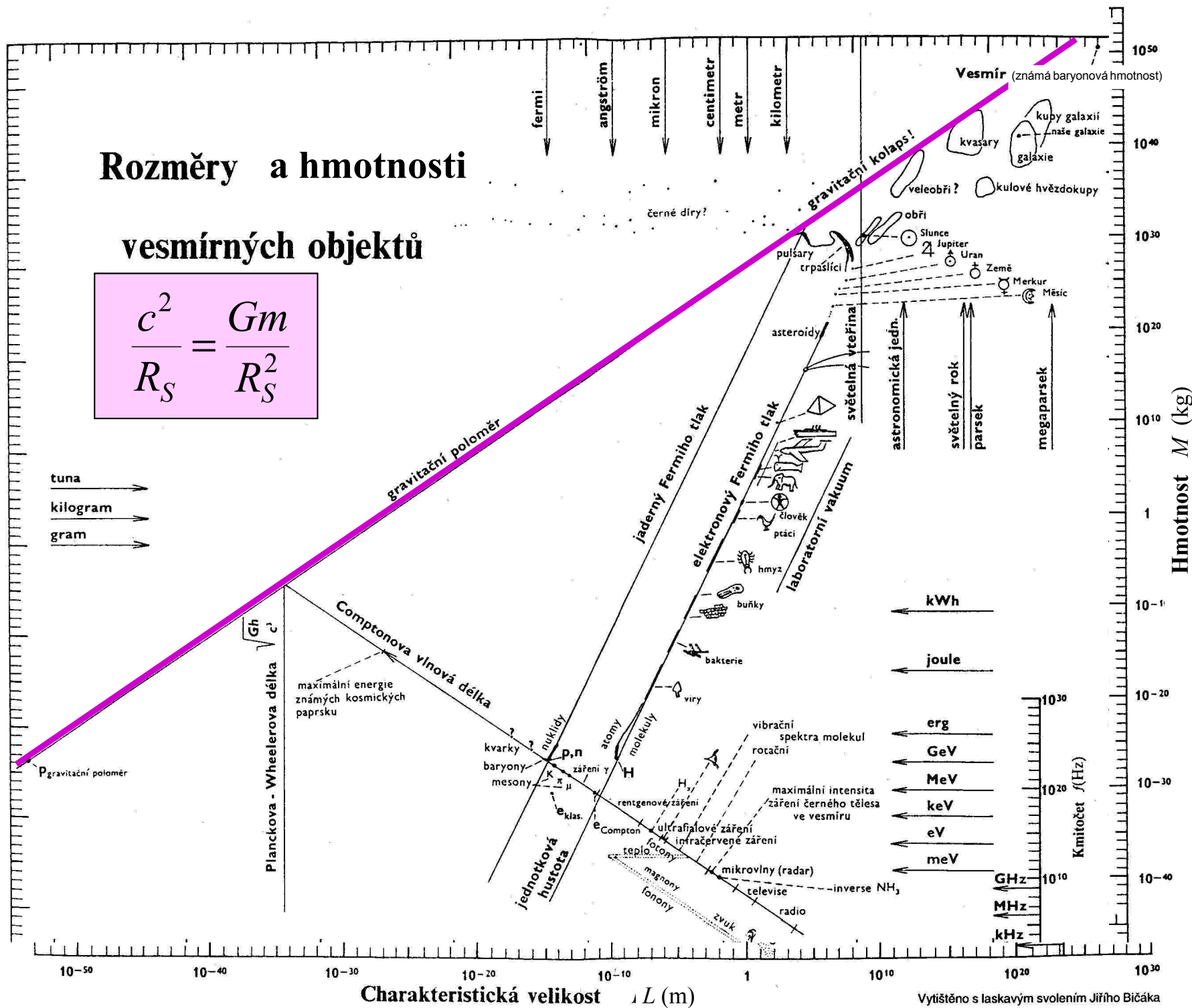
Krásné, ale ošidné:

logaritmus se mění pomalu

# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$





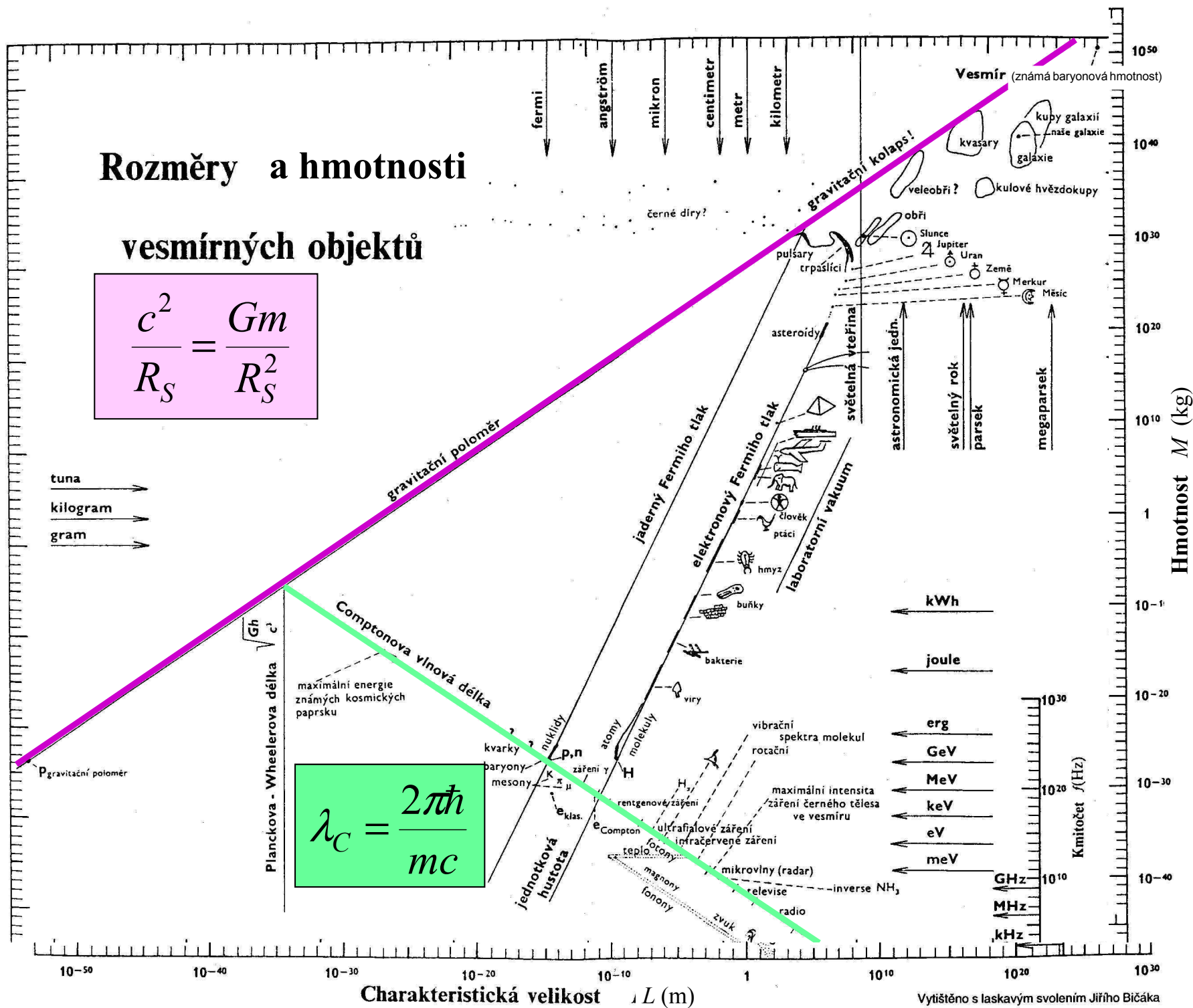
# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

tuna  
kilogram  
gram

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



# Rozměry a hmotnosti

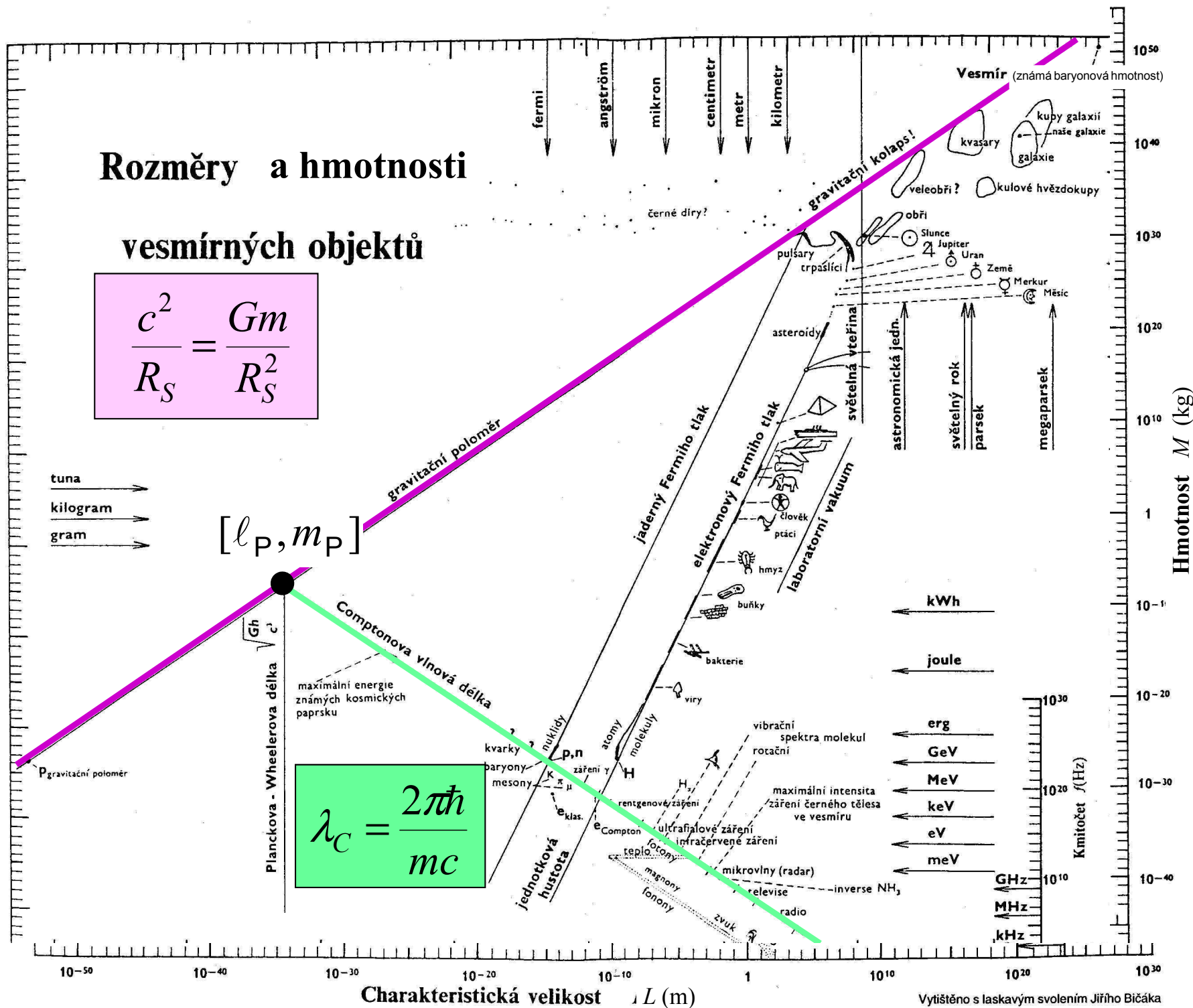
## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

tuna  
kilogram  
gram

$[l_P, m_P]$

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

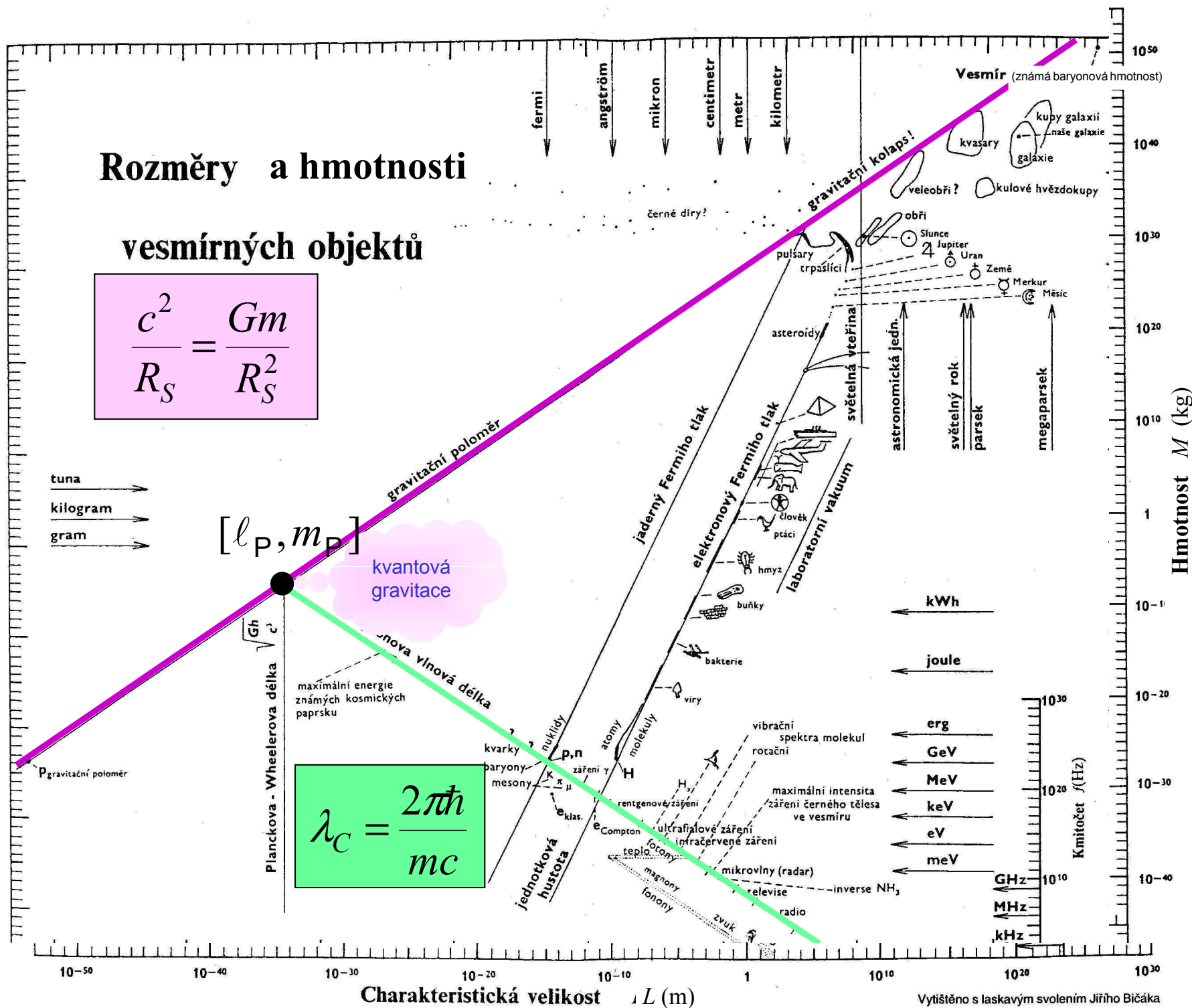
$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

tuna  
kilogram  
gram

$[l_P, m_P]$

kvantová gravitace

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

tuna  
kilogram  
gram

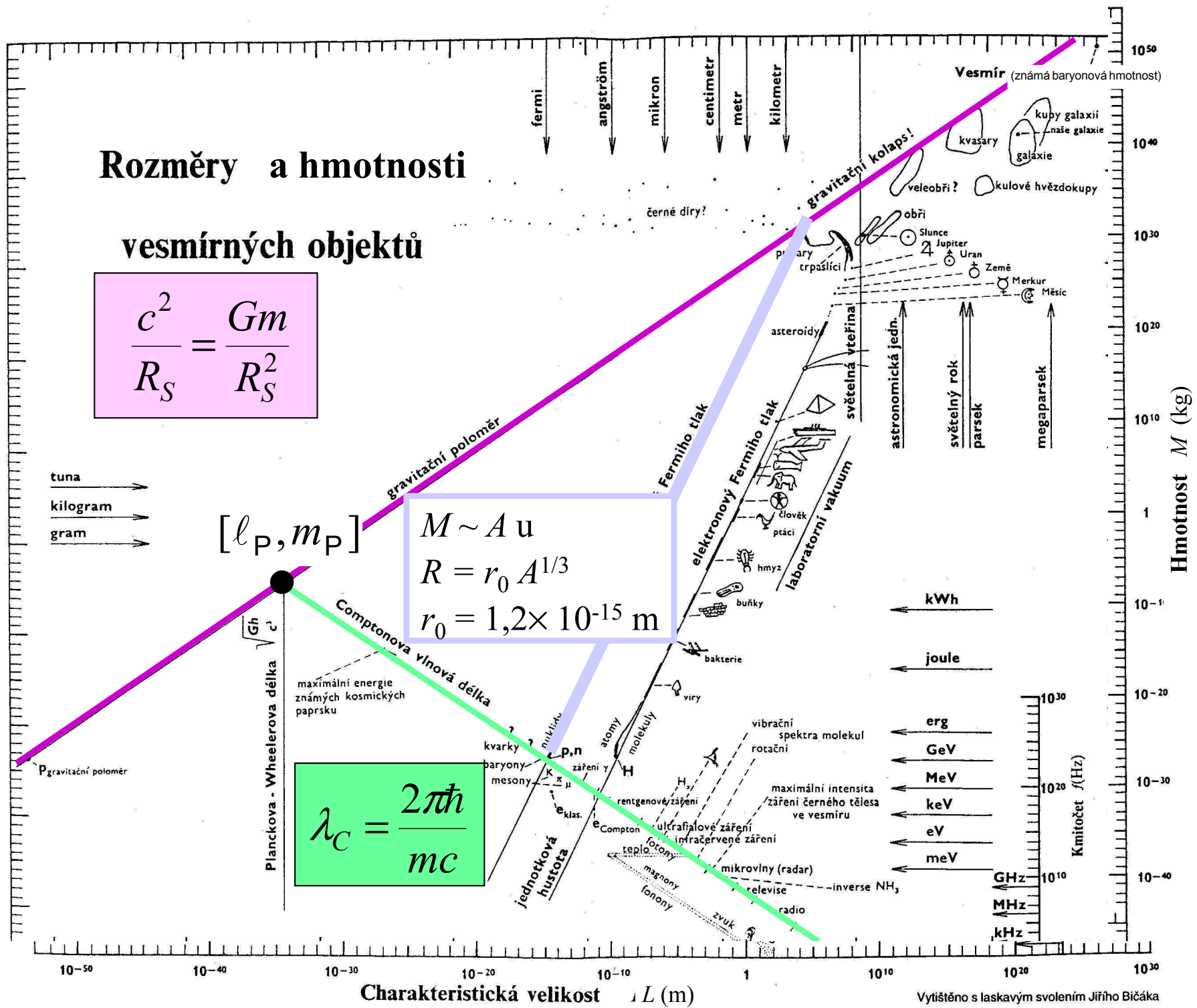
$[l_P, m_P]$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

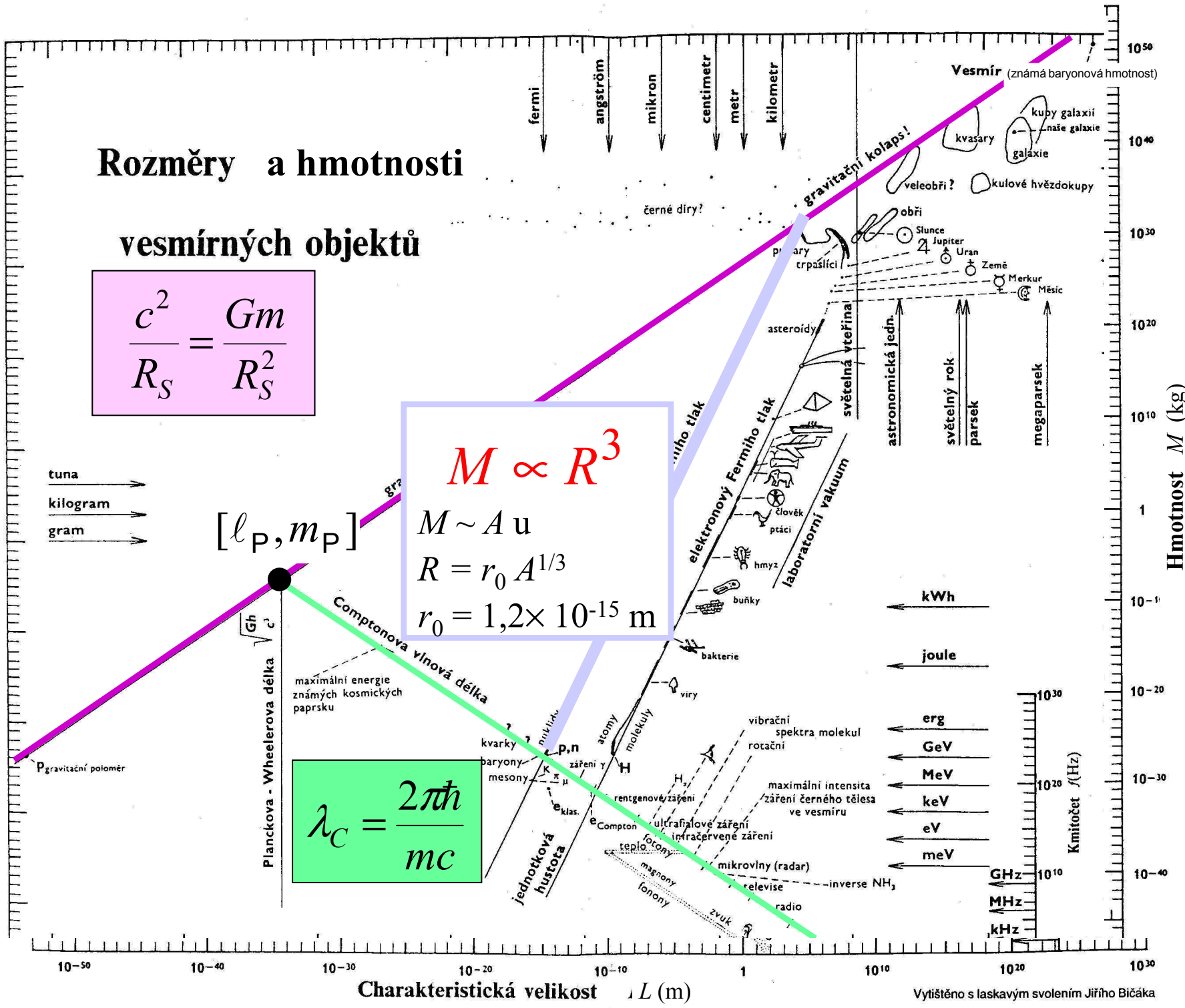
$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



tuna  
kilogram  
gram

$[l_P, m_P]$

Planckova - Wheelerova délka  
maximální energie známých kosmických paprsků

Comptonova vlnová délka

jednotková hustota

elektronový Fermiho tlak  
laboratorní vakuum

gravitační kolaps!

černé díry?

Vesmír (známá baryonová hmotnost)

kupy galaxií  
naše galaxie  
galaxie

veleobří? kulové hvězdokupy

obří  
Slunce  
Jupiter  
Uran  
Země  
Merkur  
Měsíc

asteroidy

astronomická jedn.

světelný rok

parsek

megaparsek

kWh

joule

erg

GeV

MeV

keV

eV

meV

GHz

MHz

kHz

Kmitočet  $f$  (Hz)

Charakteristická velikost  $L$  (m)

Vytištěno s laskavým svolením Jiřího Bičáka

# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

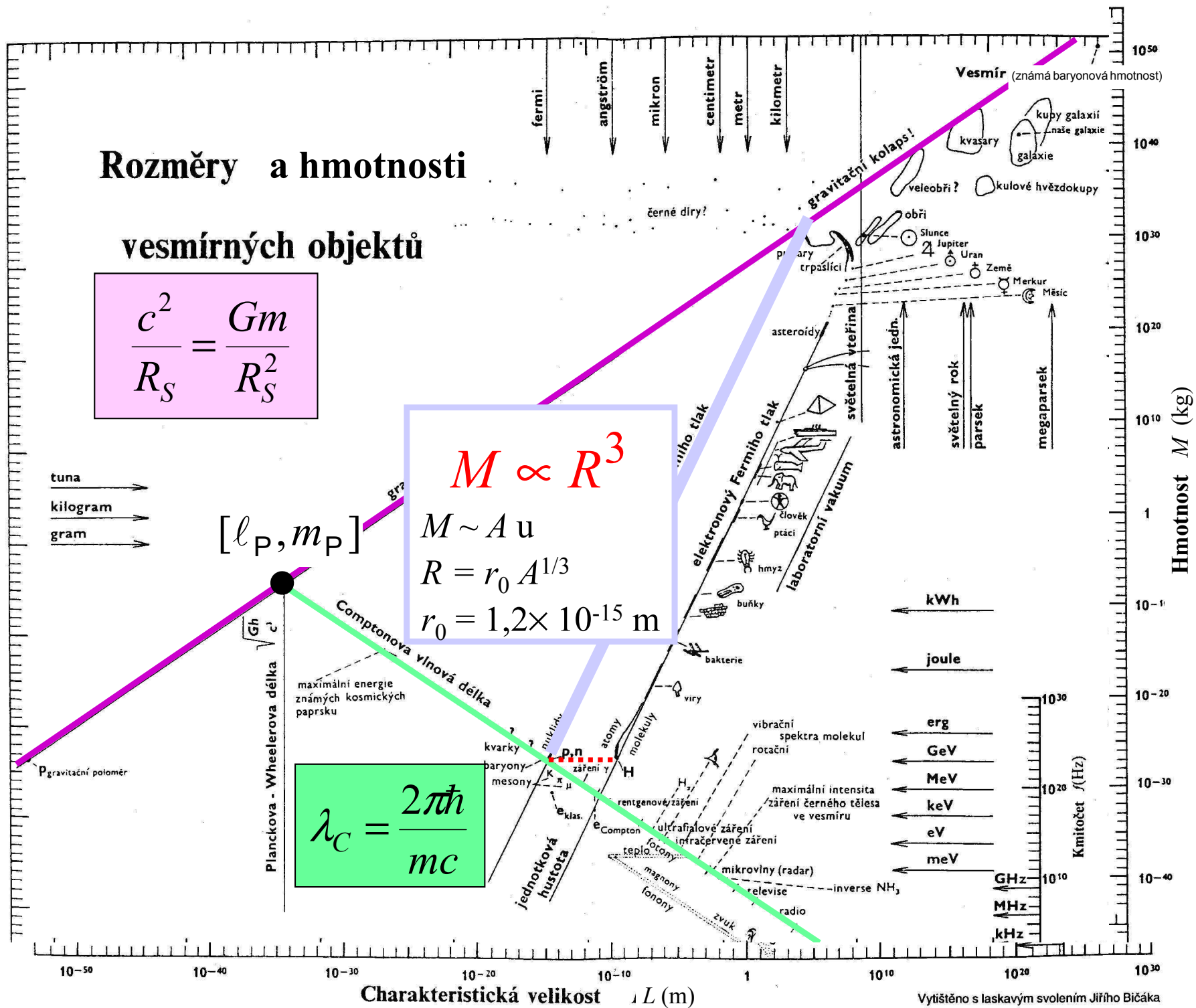
$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

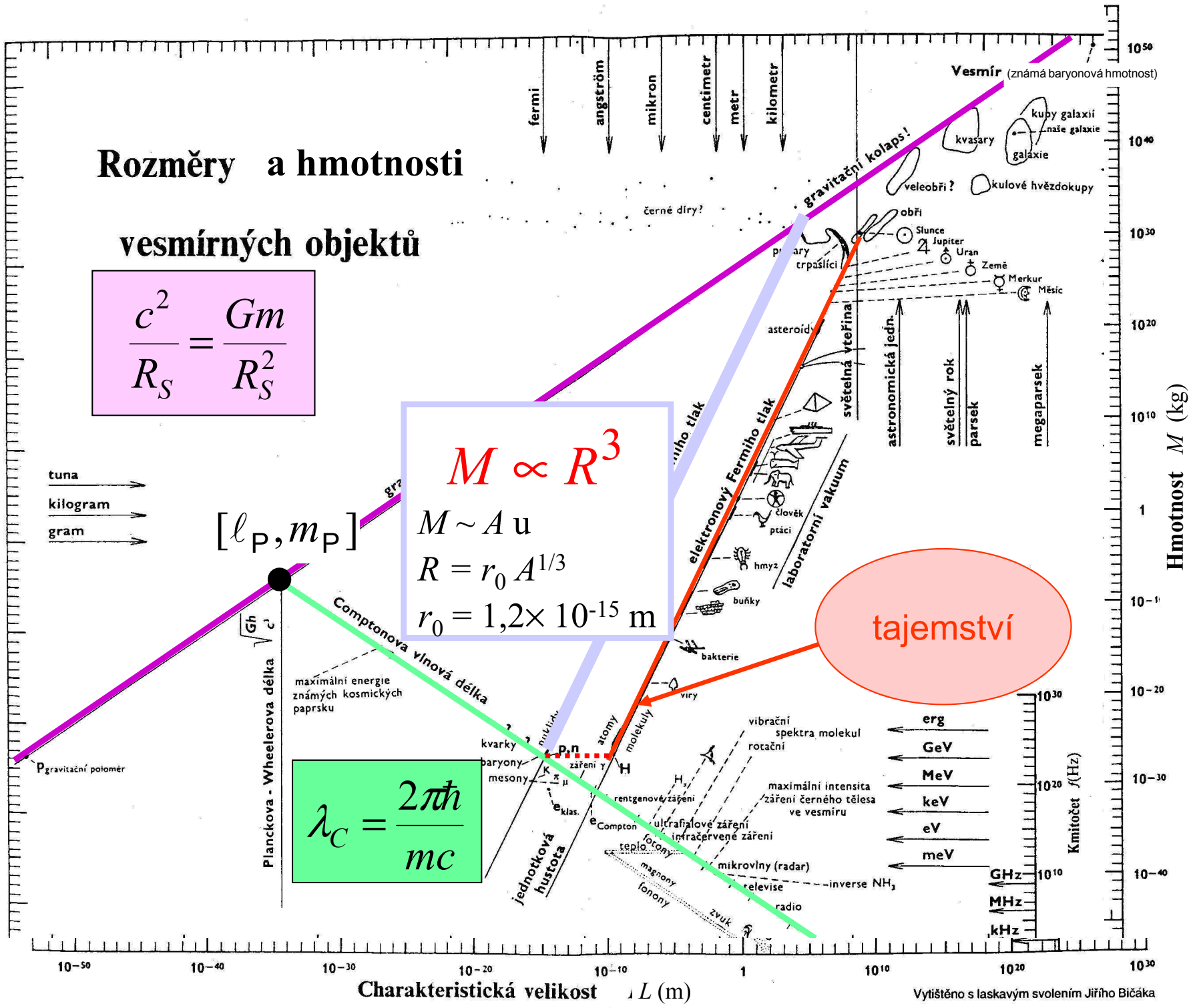
$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_C = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



tuna  
kilogram  
gram

$[l_P, m_P]$

Planckova - Wheelerova délka  
maximální energie známých kosmických paprsků

Comptonova vlnová délka

fermi  
angström  
mikron  
centimetr  
metr  
kilometr

černé díry?

gravitační kolaps!

Vesmír (známá baryonová hmotnost)

kupy galaxií  
naše galaxie  
galaxie

veleobří? kulové hvězdokupy

obří

Slunce

Jupiter

Uran

Země

Merkur

Měsíc

práry  
trpasličí

asteroidy

světelná vteřina

astronomická jedn.

světelný rok

parsek

megaparsek

plynu tlak

elektronový Fermiho tlak

laboratorní vakuum

člověk  
ptáci

hmyz

buňky

bakterie

viry

tajemství

erg

GeV

MeV

keV

eV

meV

Kmitočet  $f$  (Hz)

vibrační spektra molekul

rotační

maximální intenzita záření černého tělesa ve vesmíru

ultrafialové záření

infračervené záření

repl. fony

mikrovlny (radar)

relevis

radio

inverse NH<sub>3</sub>

Charakteristická velikost  $L$  (m)

Vytištěno s laskavým svolením Jiřího Bičáka

# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

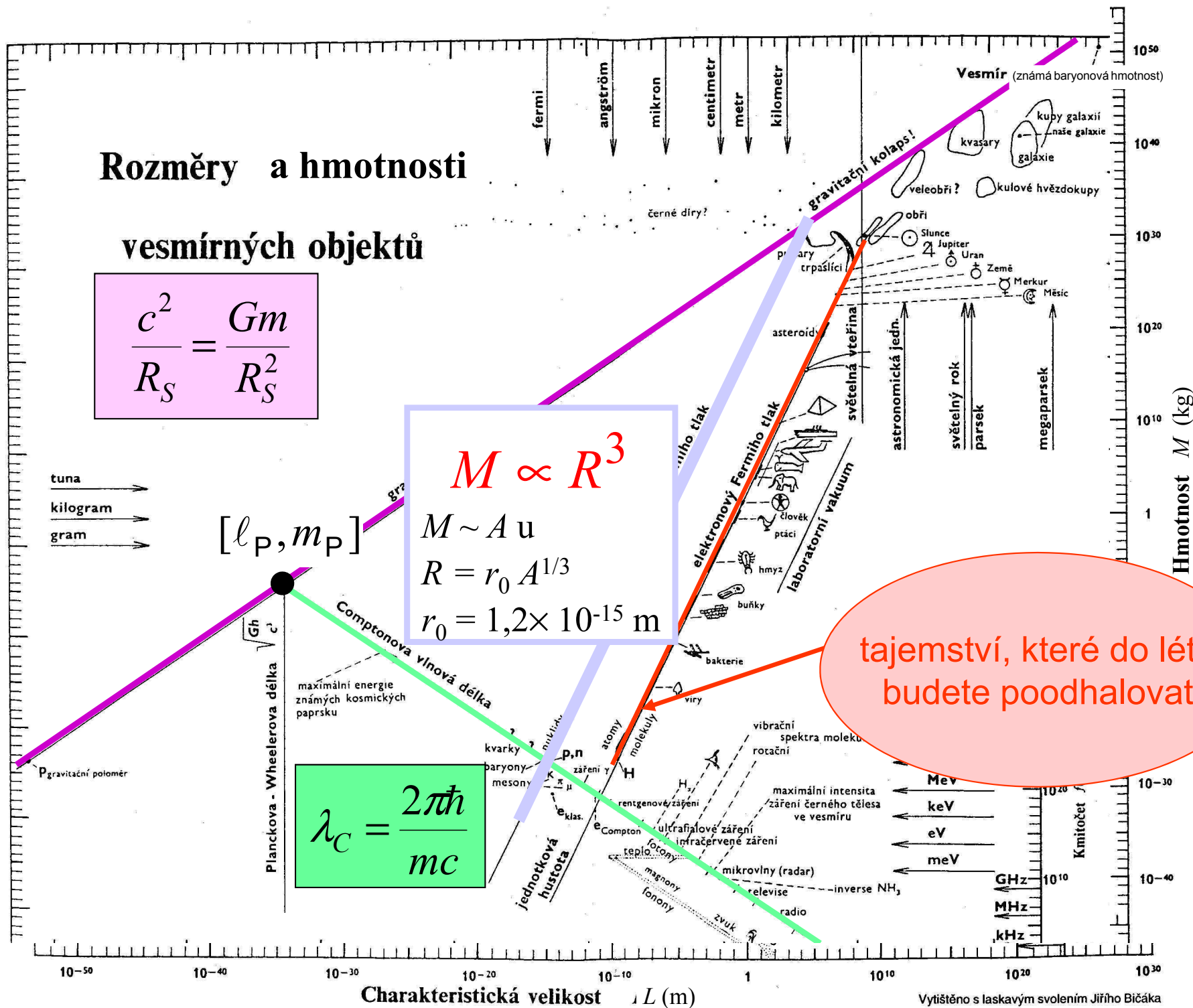
$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



tajemství, které do léta budete poodhalovat



# Rozměry a hmotnosti

## vesmírných objektů

$$\frac{c^2}{R_S} = \frac{Gm}{R_S^2}$$

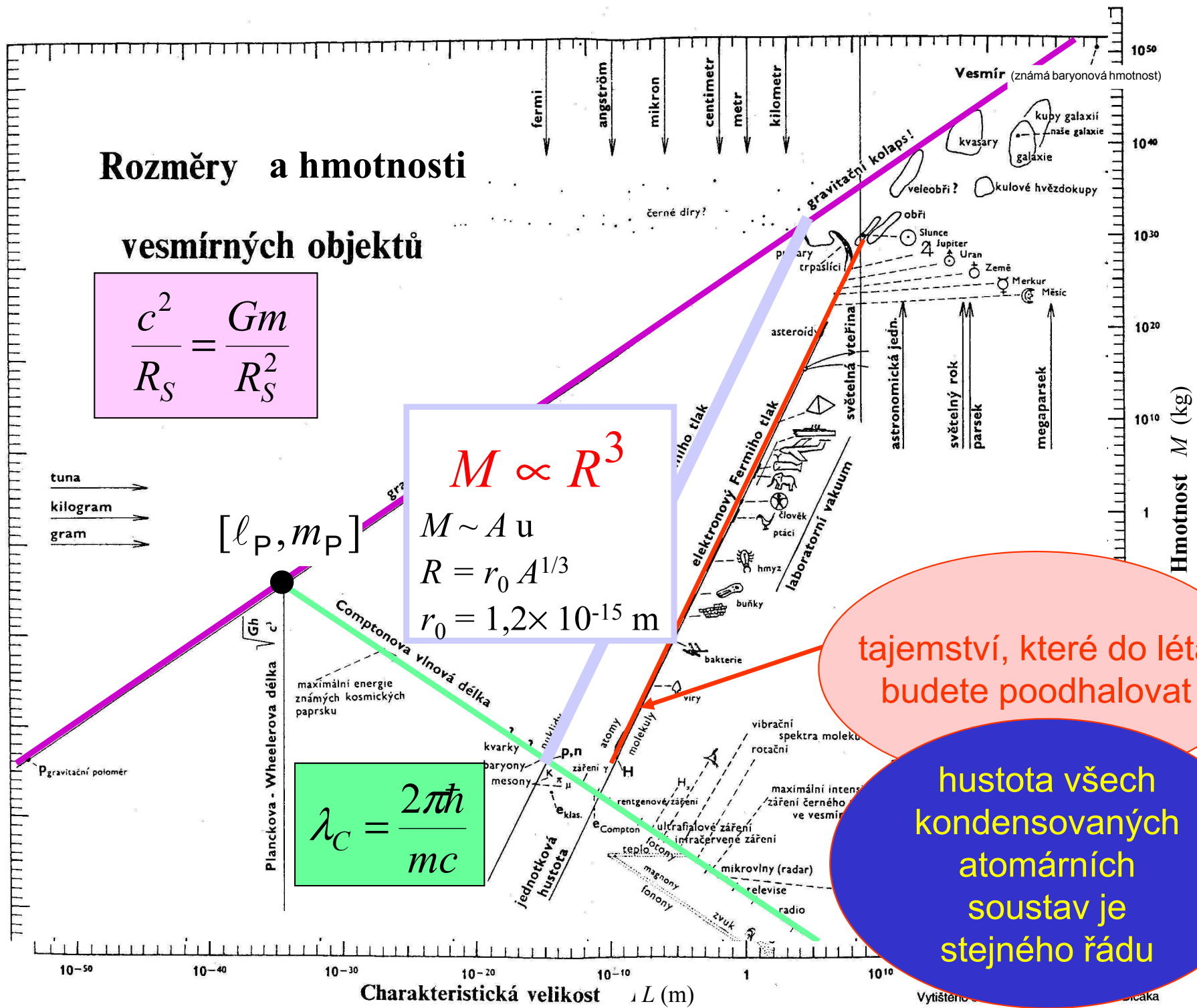
$$M \propto R^3$$

$$M \sim A u$$

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$



tajemství, které do léta budete poodhalovat

hustota všech kondenzovaných atomárních soustav je stejného řádu

*The end*