

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011

IV.
Elektronová optika
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 23. BŘEZNA 2011

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011

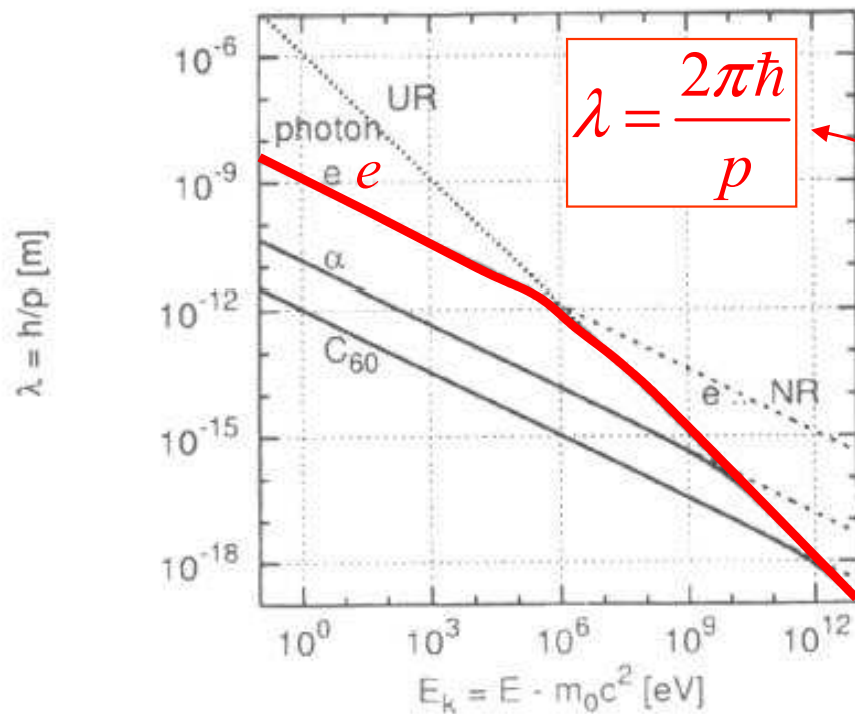
IV.
Elektronová mikroskopie
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 23. BŘEZNA 2011

Částicová paprsková optika

Využití elektronů pro geometrickou optiku s vysokým rozlišením napadlo lidstvo teprve potom, co vlnové vlastnosti elektronu byly již dobře známy.

Elektron jako vlna



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \beta = \frac{v}{c}$$

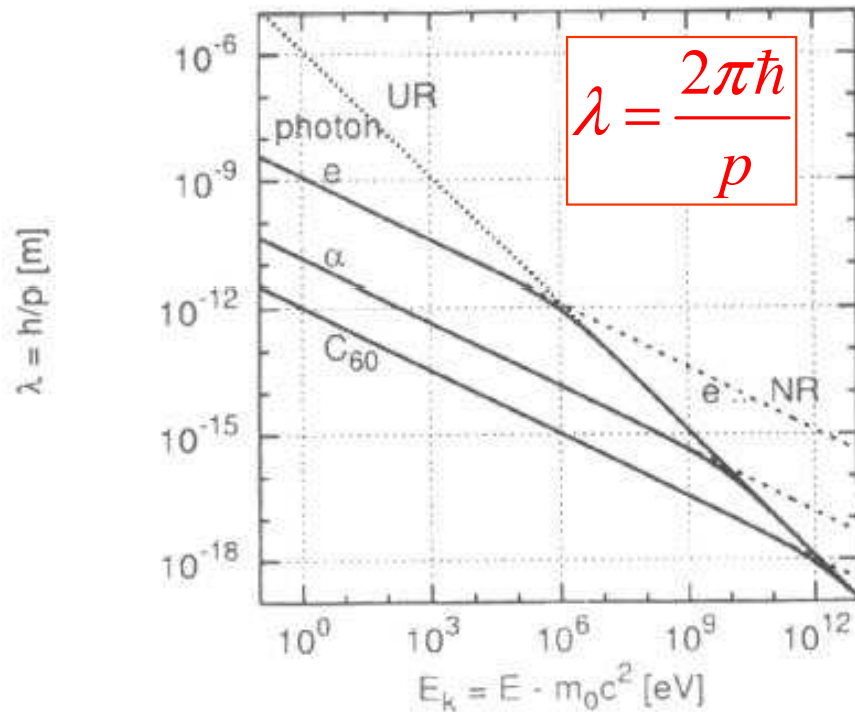
$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

VSTUP
urychlovací napětí

Elektron jako vlna



ZÁSObNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

předěl

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2$$

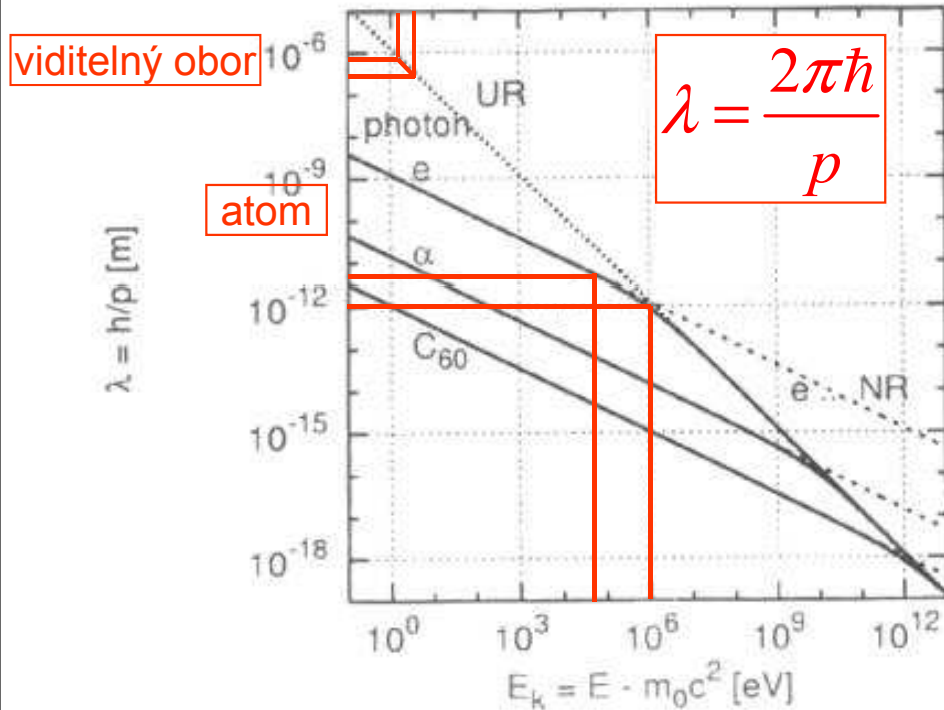
$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu



vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

přístroj	U keV	λ pm
stolní TEM	50	5,46
velký TEM	1000	1,22
SEM	5 – 50	5,46 – 17.3

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

předěl

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

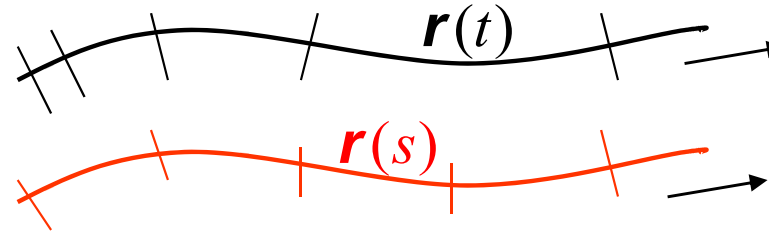
Trajektorie elektronů ve vnějších polích

Elektrické či magnetické pole určuje dynamiku elektronů. Od jejich drah (trajektorií) přecházíme k paprskům jako elementům řešení v přiblížení geometrické optiky

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{zatím vynecháme}$$

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \quad \text{elektrostatický potenciál}$$

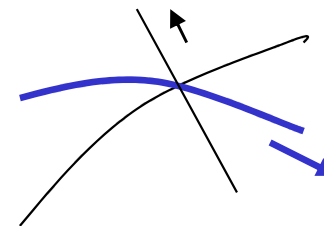
Index lomu pro elektrony

$$n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{m} (E - U(\mathbf{r}))} \quad v(\mathbf{r}) = |\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r}, t)|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m} E - \frac{2e}{m} \Phi(\mathbf{r})}$$

Vyloučení času

$$\frac{d\mathbf{v}}{ds} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \cdot \frac{1}{v} = \nabla v$$



diferenciální
tvar
zákona lomu

II. Určení průběhu paprsků

Omezíme se nejprve na
osově symetrickou paraxiální oblast.

Tam je všechno plně zvládnuto.
Zobrazení je tam dokonalé.

Paraxiální elektronová optika

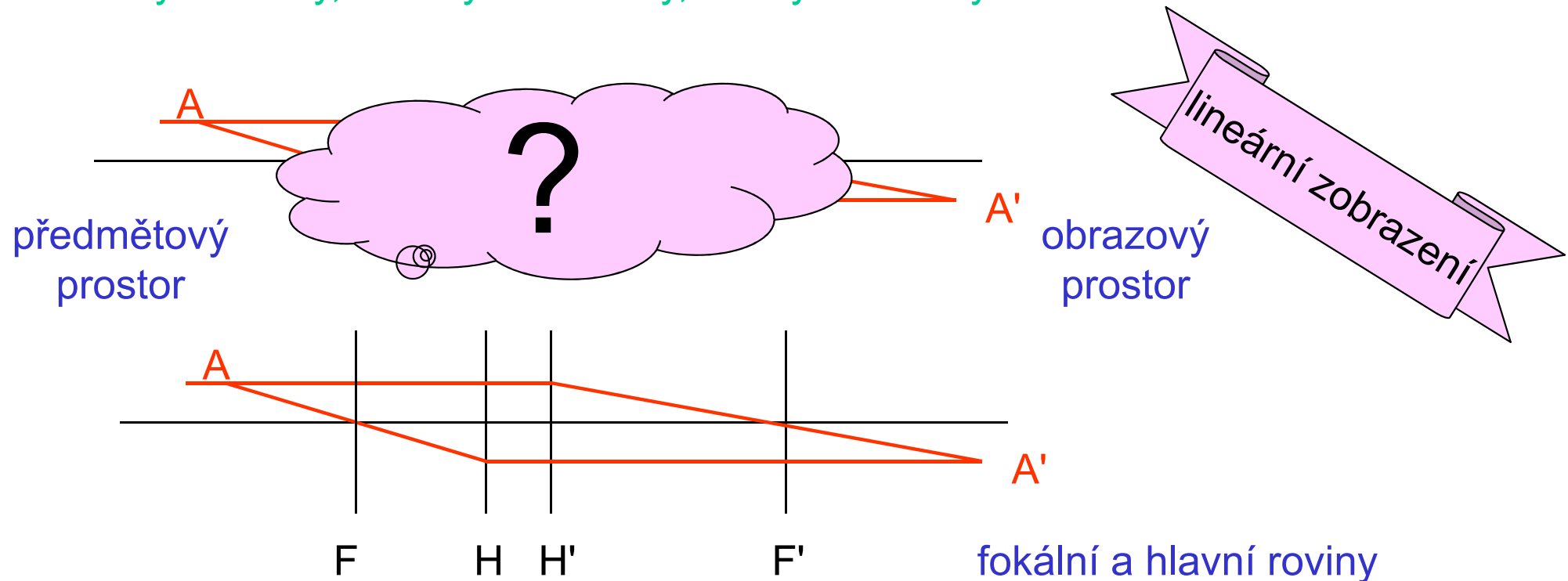
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Paraxiální elektronová optika

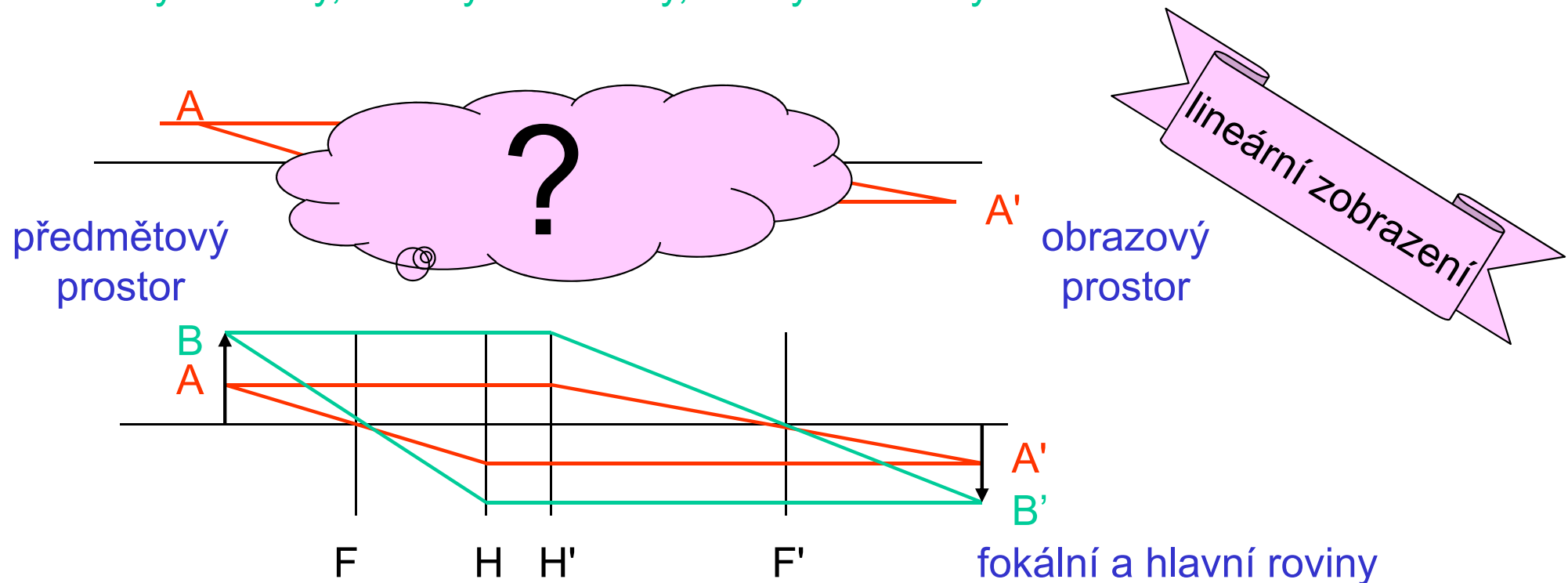
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

tok pláštěm

$$2\pi r d\ell \times E_r$$

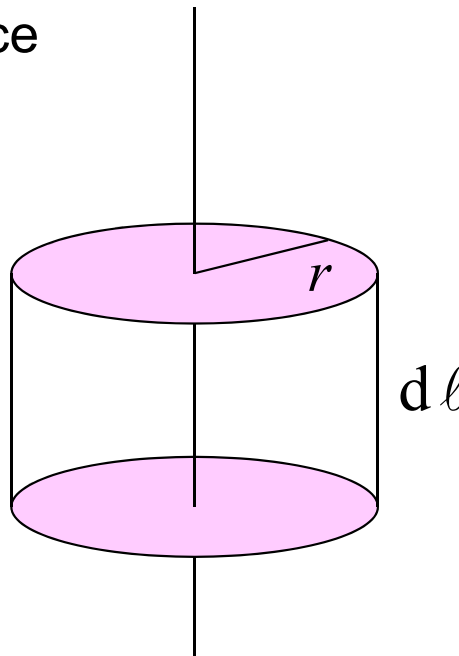


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) \\ - \pi r^2 \times E_z$$



Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

tok pláštěm

$$2\pi r \, d\ell \times E_r$$

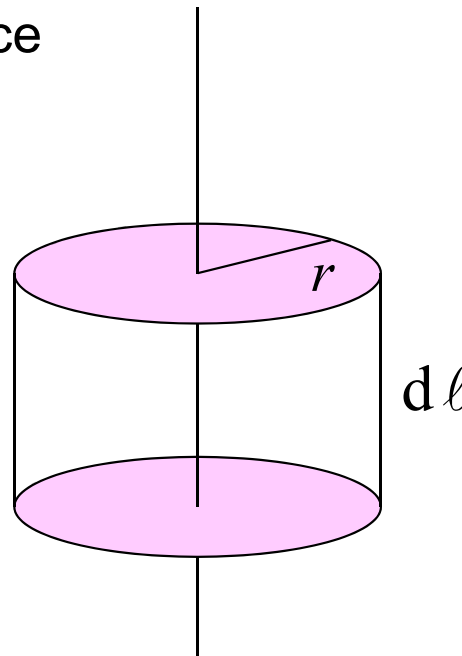


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) - \pi r^2 \times E_z$$



$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na r
znamená linearitu
zobrazení

Realisace paraxiální oblasti

kolem optické osy mají elektrony
volný průchod

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

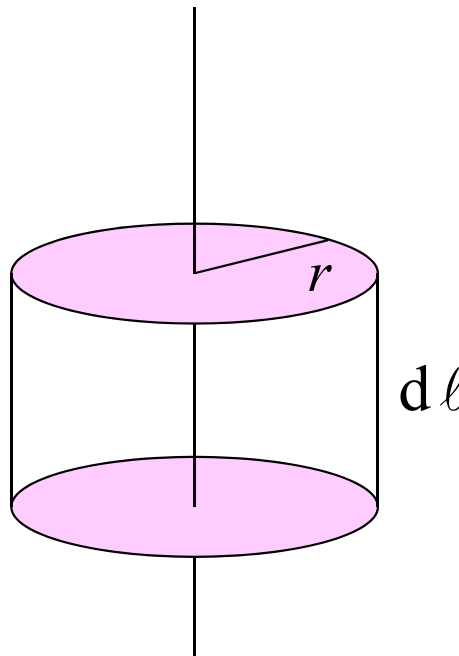
Laplace



$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta

tok pláštěm
 $2\pi r d\ell \times E_r$



tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) - \pi r^2 \times E_z$$

Tato lineární aproximace
vymezuje
paraxiální oblast

$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na r
znamená linearitu
zobrazení

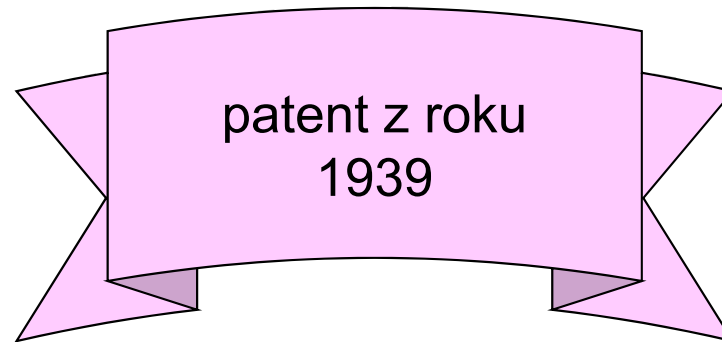
Magnetické čočky

Magnetické čočky a jiné součásti převládají v
praxi.

Jejich pochopení je ale obtížnější.
Zde jen několik poznámek.

Magnetická čočka

- má širší použití, než elektrostatická
- přesnější konstrukce, lepší korekce optických vad
- musí se ovšem chladit, atd.
- hlavní výhoda je možnost pólových nástavců z měkkých magnetických materiálů
- to právě vymysleli již praotcové Ruska a Knoll ... *Ernst Ruska* NP 1986



Magnetická čočka

DEUTSCHES REICH



AUSGEGEBEN AM
25. AUGUST 1939

REICHSPATENTAMT
PATENTSCHRIFT

№ 680 284

KLASSE 21g GRUPPE 25 37/20

B 154916 VIII c/21 g

Dr.-Ing. Bodo von Borries in Berlin-Halensee
und Dr.-Ing. Ernst Ruska in Berlin-Zehlendorf
Magnetische Sammellinse kurzer Feldlänge

Patentiert im Deutschen Reiche vom 17. März 1932 ab
Patenterteilung bekanntgemacht am 3. August 1939

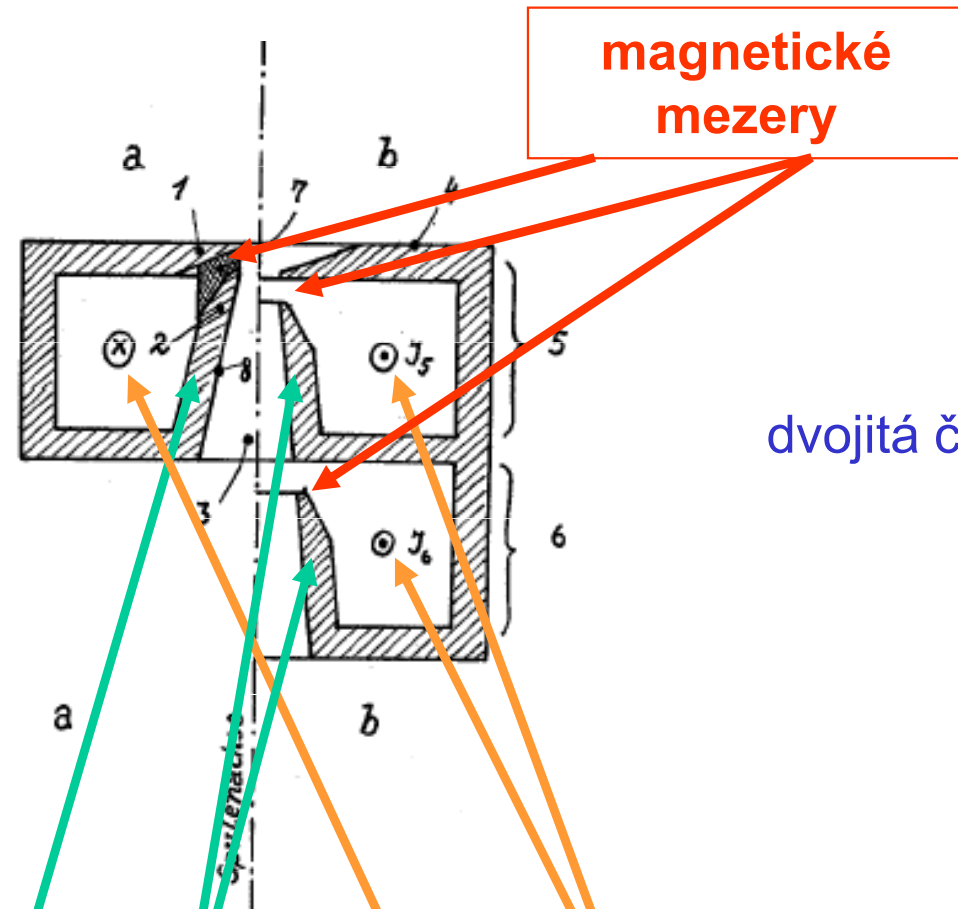
Magnetická čočka

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, eine magnetische Linse extrem kurzer Brennweite zu schaffen, deren Feld trotz seiner Stärke (kleine Brennweite) dennoch in axialer Richtung so kurz wie möglich ist. Diese Aufgabe wird mit Hilfe einer Sammellinse gelöst, die aus einer Sammelspule besteht, die in einen sie vollständig umgebenden, aus hochpermeablem Stoff bestehenden Mantel eingehüllt ist, der einen ringförmigen Spalt in seinem Innenteil aufweist. Gemäß der Erfindung sind die die Ränder des im Verhältnis zur Längsausdehnung der Spule schmalen Spaltes bildenden Mantelteile nach der Achse zu polschuhartig verjüngt, und die lichte Weite des Polschuhringes liegt in der Größenordnung der Spalthöhe. Es ist zweckmäßig, die Spalthöhe nahezu gleich dem Halbmesser der lichten Weite der Polschuhringe zu machen.

Vynález se zakládá na úloze vytvořit magnetickou čočku s extrémně krátkou ohniskovou vzdáleností, jejíž pole přes svou intenzitu (krátkou ohniskovou vzdálenost) je v axiálním směru co možno nejkratší.

Magnetická čočka (Ruskýv náčrtek)

jednoduchá
čočka



dvojitá čočka

pólové
nástavce

cívky

Magnetická čočka: jak funguje

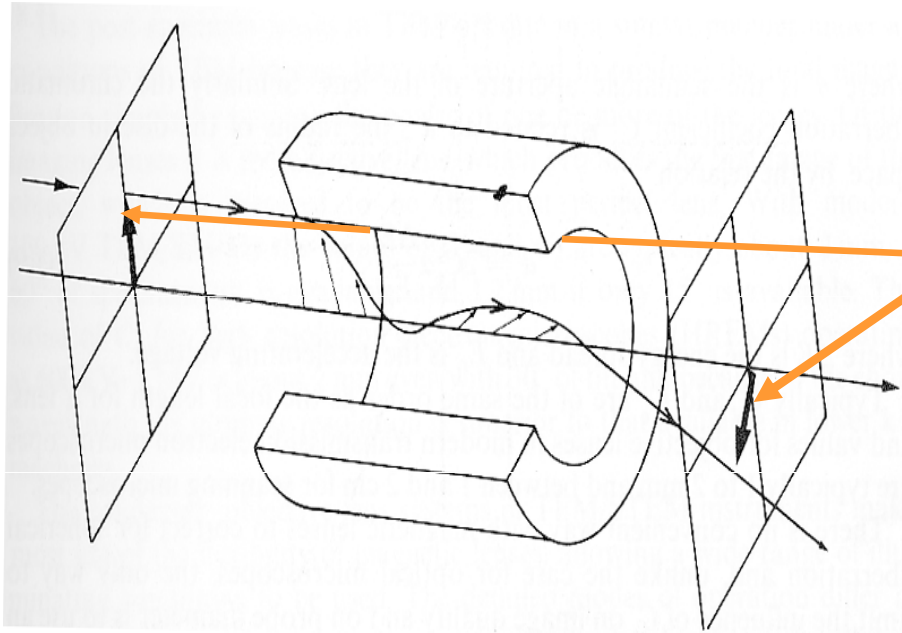
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = -\frac{e}{2m} B_z(z)$$

Magnetická čočka: jak funguje

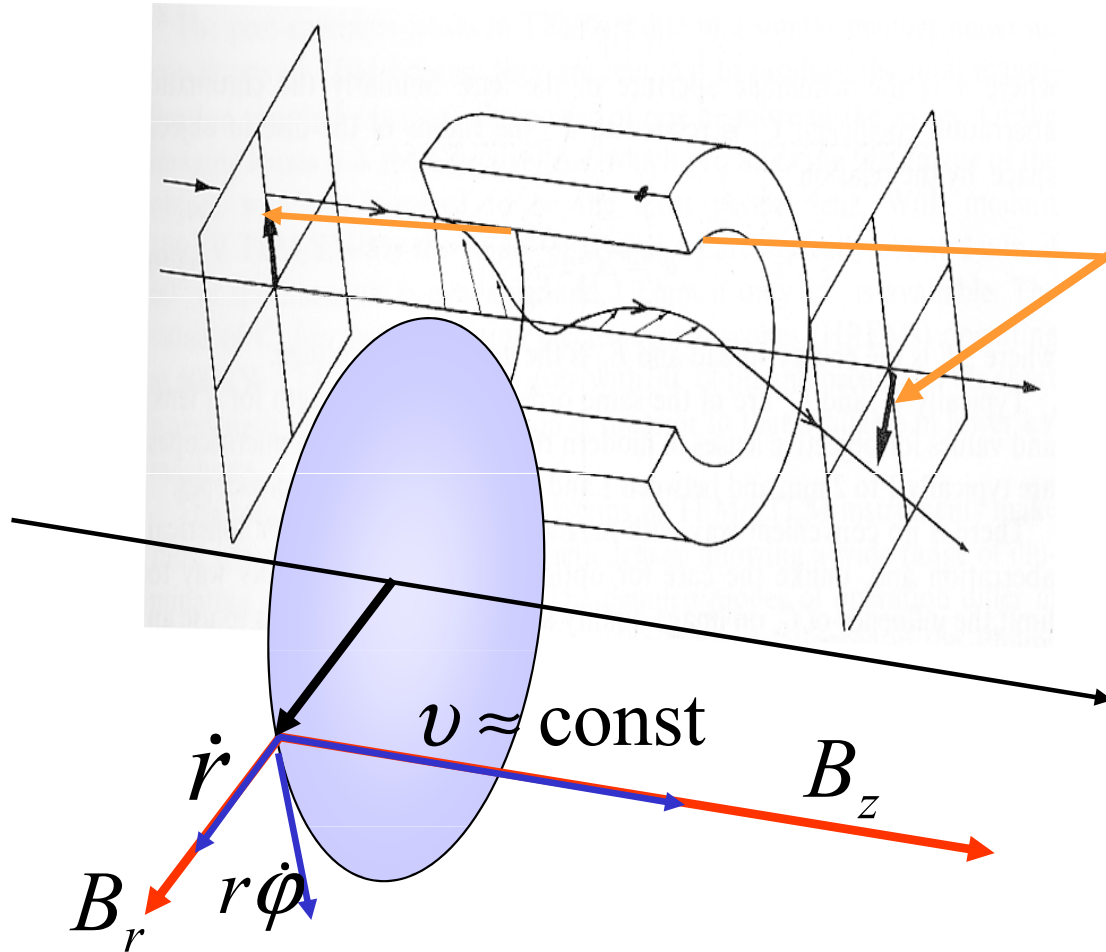
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = -\frac{e}{2m} B_z(z)$$



Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

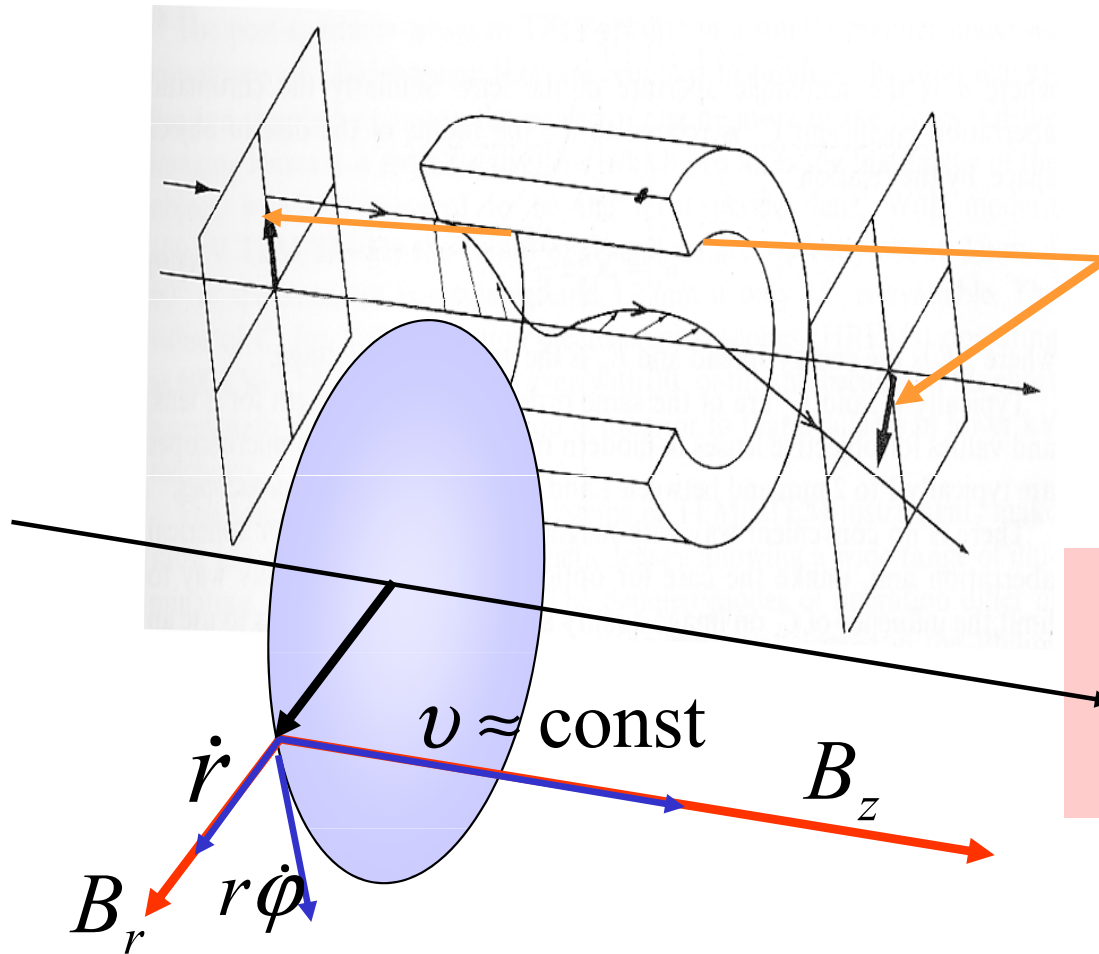
- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = -\frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(-\infty)} \right)^2 \times r = 0$$

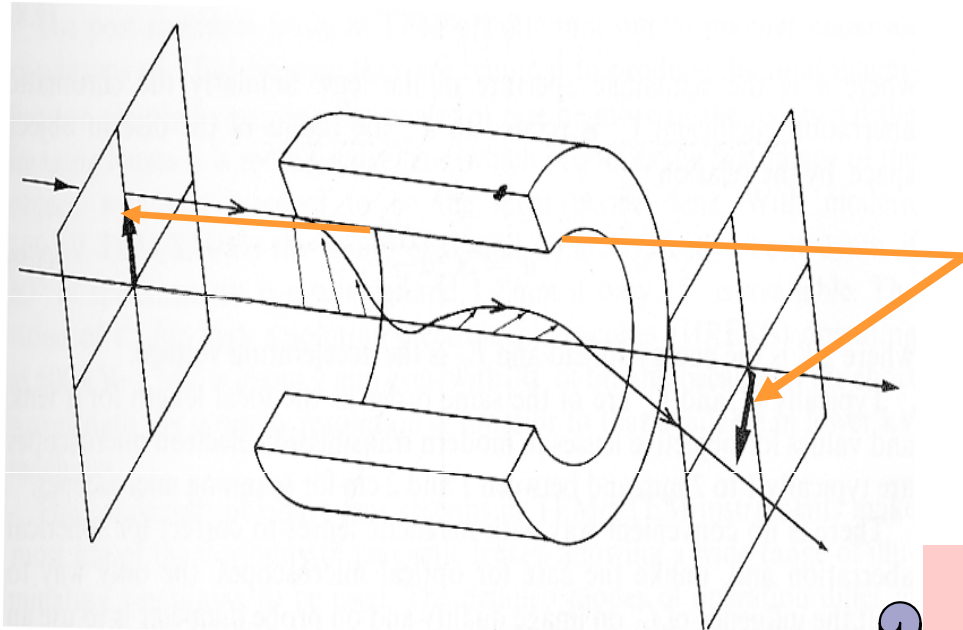
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU



Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(-\infty)} \right)^2 \times r = 0$$

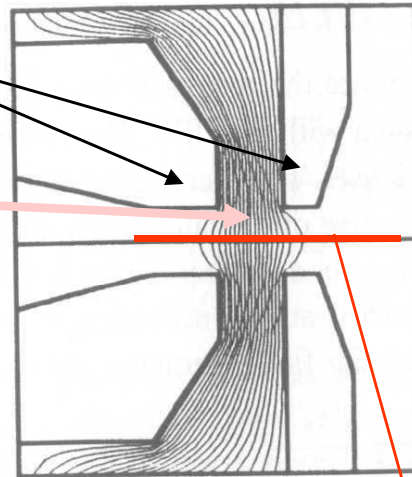
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU

- I v magn. čočce vždy dochází k fokusaci
- Rozhoduje jen osový průběh podélné složky pole
- Pro rychlé elektrony je lámavá síla menší
- Obrazový prostor se potočí jako celek, věrnost zobrazení není narušena

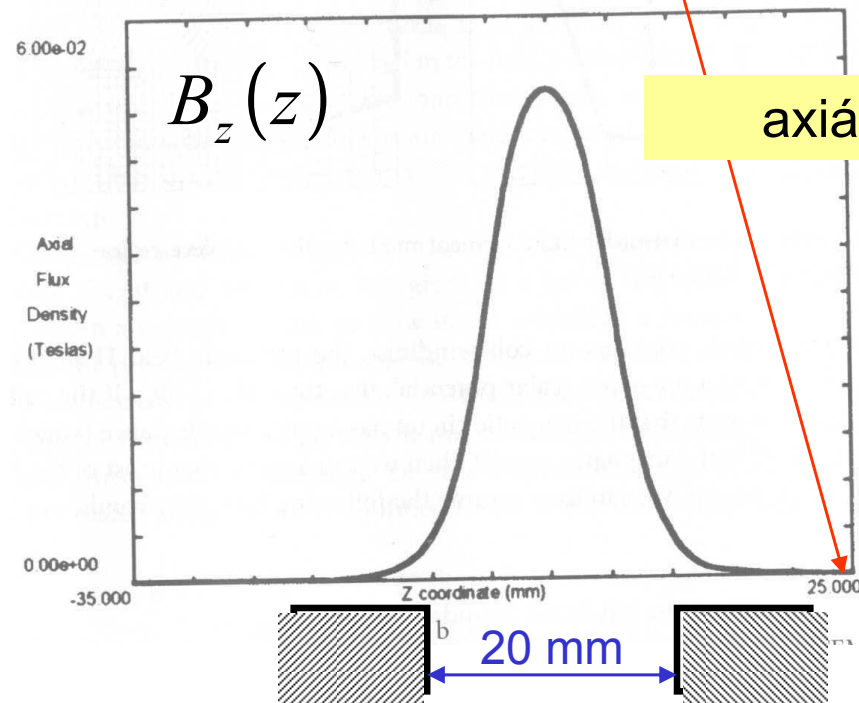
Moderní magnetická čočka

nástavce

pole v dutině



a

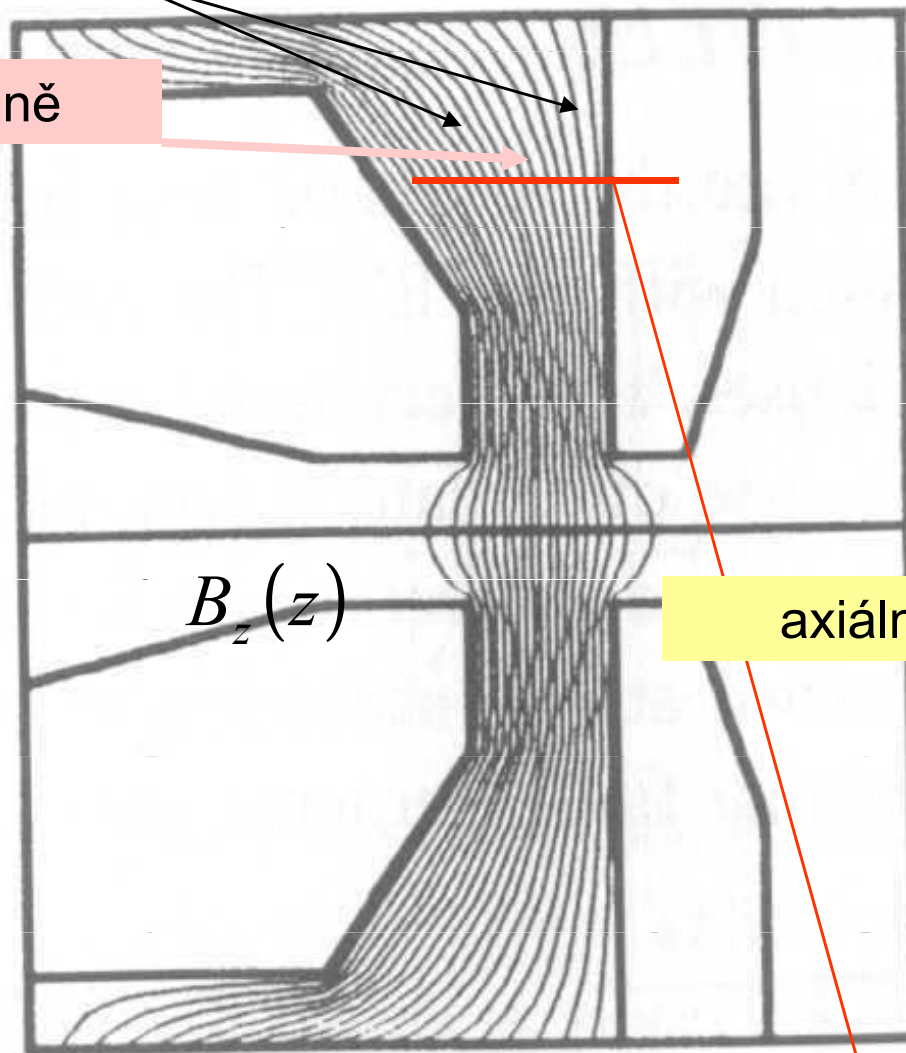


axiální průběh pole

Moderní magnetická čočka

nástavce

pole v dutině



axiální průběh pole

