

F4110

**Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011
PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY**

1	Měřítka kvantového světa	23.2.
2	Brownův pohyb	2. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	9.3.
4	Elektronová optika	16. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	23. 3.
6	Neutronová interference	30. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	6. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	13. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	20. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	27. 4.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	4. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	11. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	18. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	25. 5.

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítka kvantového světa	23.2.
2	Brownův pohyb	2. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	9.3.
4	Elektronová optika	16. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	23. 3.
6	Neutronová interference	30. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	6. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	13. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	20. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	27. 4.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	4. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	11. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	18. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	25. 5.

$\hbar \neq 0$

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítka kvantového světa	23.2.
2	Brownův pohyb	2. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	9.3.
4	Elektronová optika	16. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	23. 3.
6	Neutronová interference	30. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	6. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	13. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	20. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	27. 4.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	4. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	11. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	18. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	25. 5.

$\hbar \neq 0$

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011

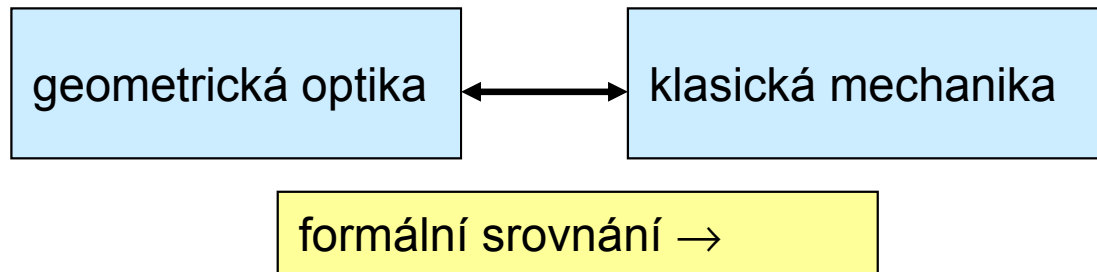
Referenční zdroj A.
Z kvantové mechaniky
Schrödingerovy vlny

KOTLÁŘSKÁ 30. BŘEZNA 2011

Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- budeme předbíhat hlavní přednášky
- proto shrneme kvalitativní pohled na de Broglieho/Schrödingerovy vlny
- pak intuitivní cestu ke Schrödingerově rovnici
- neutronová interference – mezi nejkrásnějšími pokusy s vlnovými vlastnostmi částic
- teoretický přístup fyzikální optiky – analogický teorii optického Machova-Zehnderova interferometru

Hamiltonova analogie ... a dál



paprsky

eikónálová rovnice

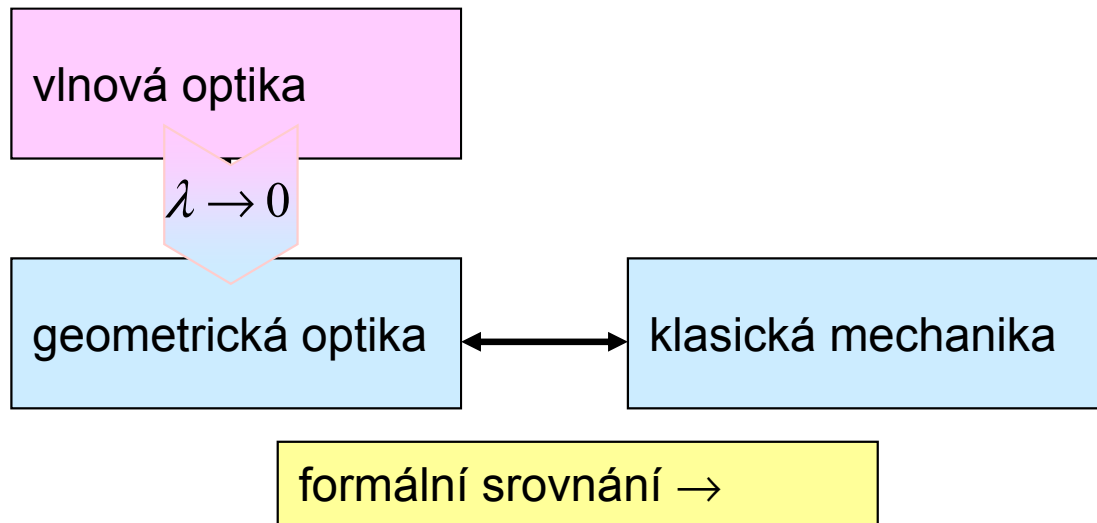
zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)

trajektorie

Hamilton-Jakobiho
rovnice

zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)

Hamiltonova analogie ... a dál



paprsky

eikónálová rovnice

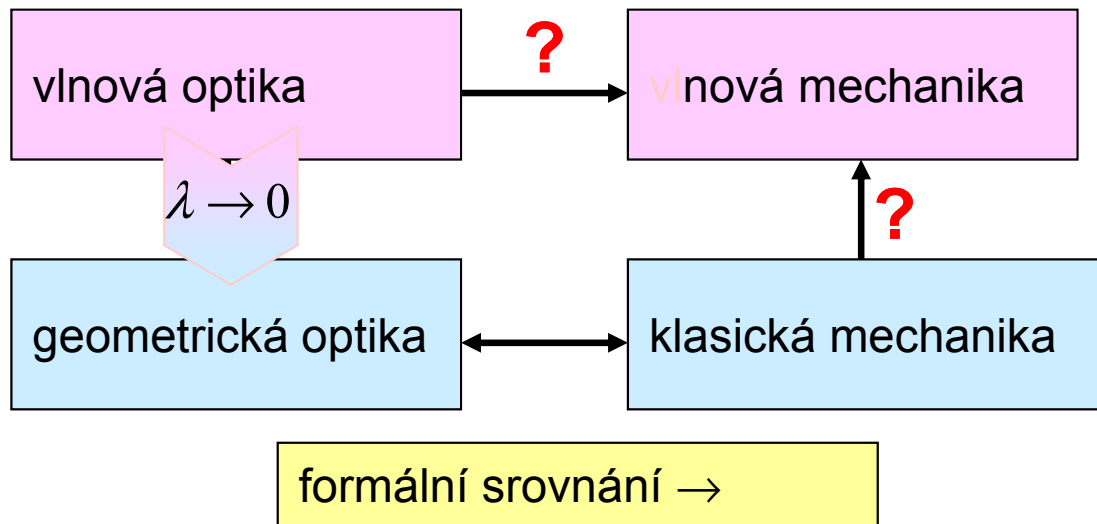
*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

Hamiltonova analogie ... a dál



paprsky

eikónálová rovnice

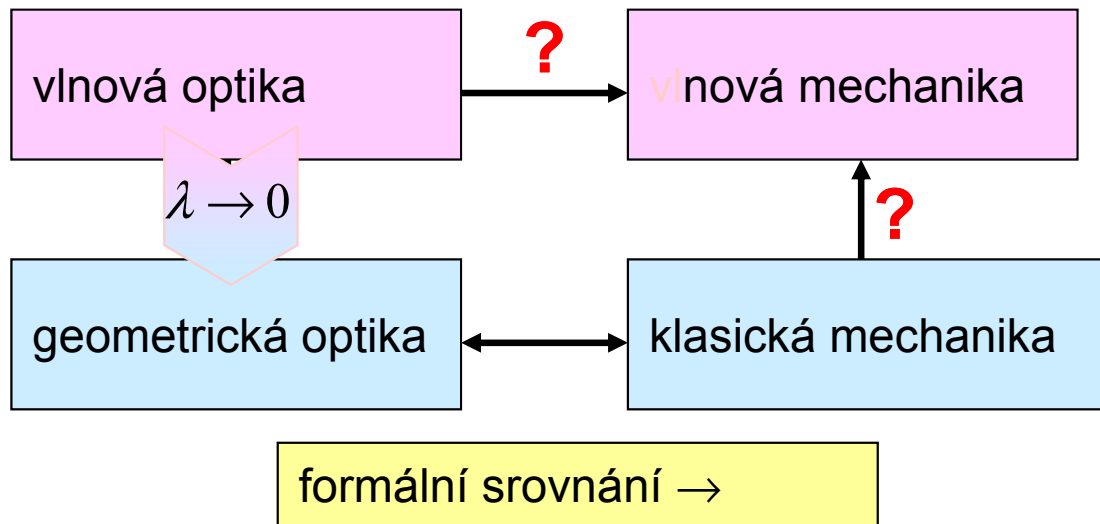
*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

Hamiltonova analogie ... a dál



Cestu prorazili
Louis princ de Broglie
a
Erwin Schrödinger

paprsky

eikonálová rovnice

zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)

trajektorie

Hamilton-Jakobiho rovnice

zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar \quad ?$$

PODLE PLANCKA

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Konsistentní relativistická kvantová mechanika byla zprvu příliš obtížná.

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv E_0 + E = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$(i\omega/c, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ = \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \equiv E_0 + E = \hbar\omega_0 + \hbar\omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

komplexní funkce jedno znaménko prázdný fázový faktor

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$(i\omega/c, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ = \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \equiv E_0 + E = \hbar\omega_0 + \hbar\omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot \cancel{e^{-i\omega_0 t}}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}p^2$$

komplexní
funkce

jedno
znaménko

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv E_0 + E = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\left. \begin{array}{l} \Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \\ \mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k} \quad \Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \end{array} \right\} E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

Schrödingerovy vlny: SR pro volnou částici

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova
rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Schrödingerovy vlny: princip superposice

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

PRINCIP SUPERPOSICE Ψ_1 řešení SR, Ψ_2 řešení SR $\Rightarrow a_1 \Psi_1 + a_2 \Psi_2$ řešení SR

Příklady

- stojatá vlna vzniká složením dvou rovinných vln s opačnými vln vektory
- interference vzniká složením vln z koherentních zdrojů
- difrakce (Huyghensův princip) vzniká složením elementárních sekundárních vln
- vlnová klubka vznikají složením rovinných vln z úzkého oboru vlnových vektorů
trochu se podobají rozmazaným částicím, ale s časem se rozplývají

Schrödingerovy vlny ve vnějším potenciálovém poli

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova
rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším
poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

Schrödingerovy vlny: obecná SR pro jednu částici

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

VELMI NETRIVIÁLNÍ ZOBECNĚNÍ NAVRŽENÉ SCHRÖDINGEREM ROKU 1926

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

stacionární řešení

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

STACIONÁRNÍ SCHRÖDINGEROVA ROVNICE

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k}r)}$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ $\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k}r)}$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice



Částice ve vnějším poli:

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

nečasová Schrödingerova rovnice

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vlastní energie

vlastní funkce

prostorová amplituda

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k}r)}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k}r)}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice



Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

nečasová Schrödingerova rovnice

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vlastní energie

vlastní funkce

prostorová amplituda

energiové hladiny

orbitály

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

nečasová

Schrödingerova rovnice

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \underbrace{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))}_{k^2(\mathbf{r})} \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

velikost lokálního vlnového vektoru

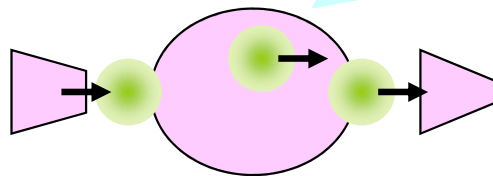
Užitečný pojem, pokud se $k^2(\mathbf{r})$ mění plyně v prostoru \Rightarrow

Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším
poli:
Schrödingerova
rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

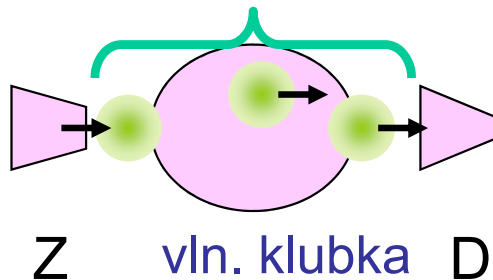


vln. klubka

Odbočka: co se vlastně měří v kvantové oblasti a jak

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$



ZÁKLADNÍ SCHEMA KVANTOVÉHO EXPERIMENTU

- Příprava počátečního stavu ... zdroj Z
- Kvantová evoluce podle Schrödingerovy rovnice ... zachována kvantová koherence
- Kvantové měření ... redukce vlnové funkce na jednu z vlastních funkcí pozorovatelné veličiny dané měřicím přístrojem ... registrační zařízení D

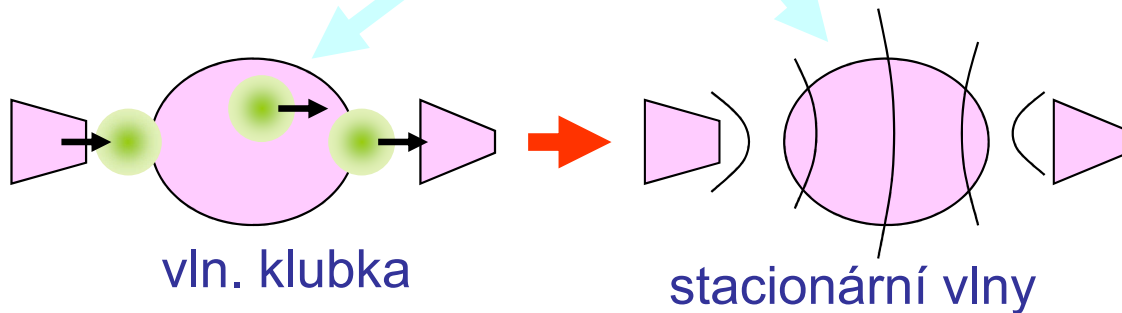
Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011

VI.
Neutronová interferometrie

KOTLÁŘSKÁ 30. BŘEZNA 2011

Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- nejprve kvalitativní pohled na Schrödingerovy vlny v přiblížení fyzikální optiky
- pak něco o neutronech
- neutronová interference – mezi nejkrásnějšími pokusy s vlnovými vlastnostmi částic
- teoretický přístup fyzikální optiky – analogický teorii optického Machova-Zehnderova interferometru
- budeme sledovat komplementaritu částice – vlna

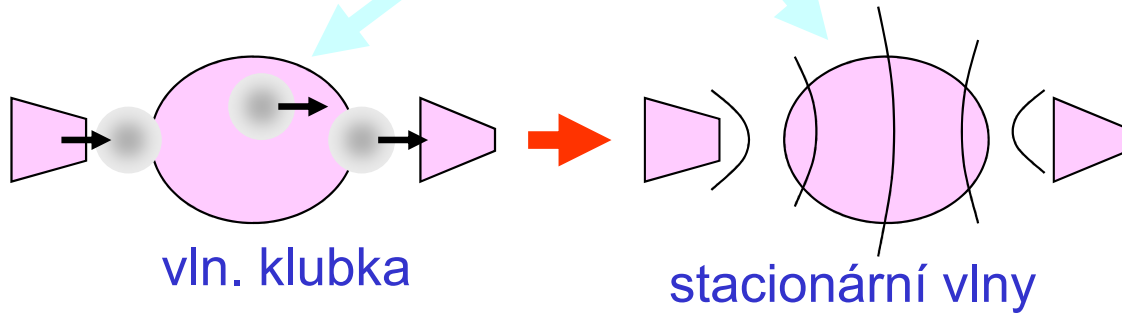
Schrödingerovy vlny

Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

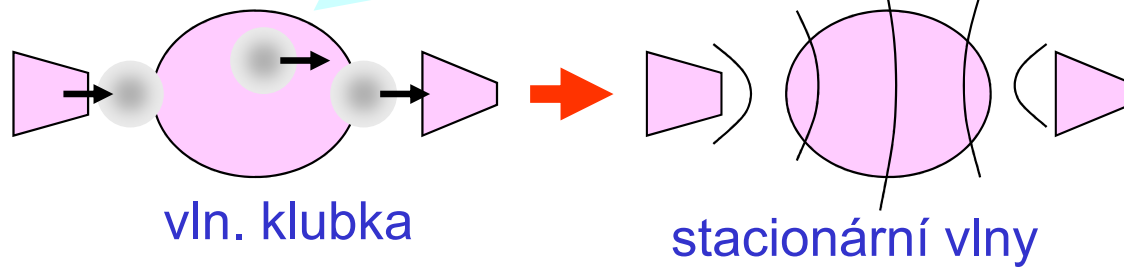
Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

plavně se měnící
lokální vlnový vektor

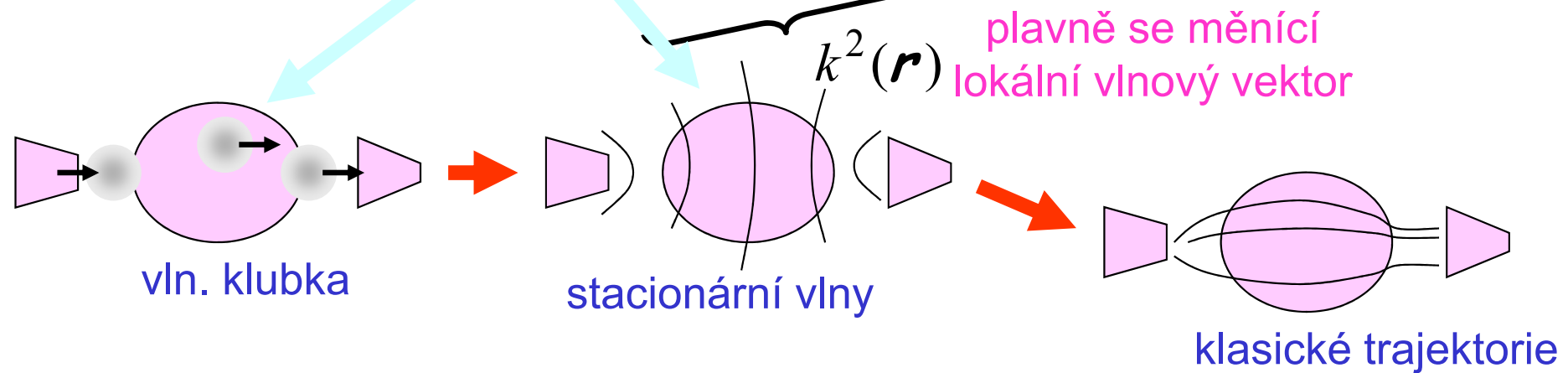


Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

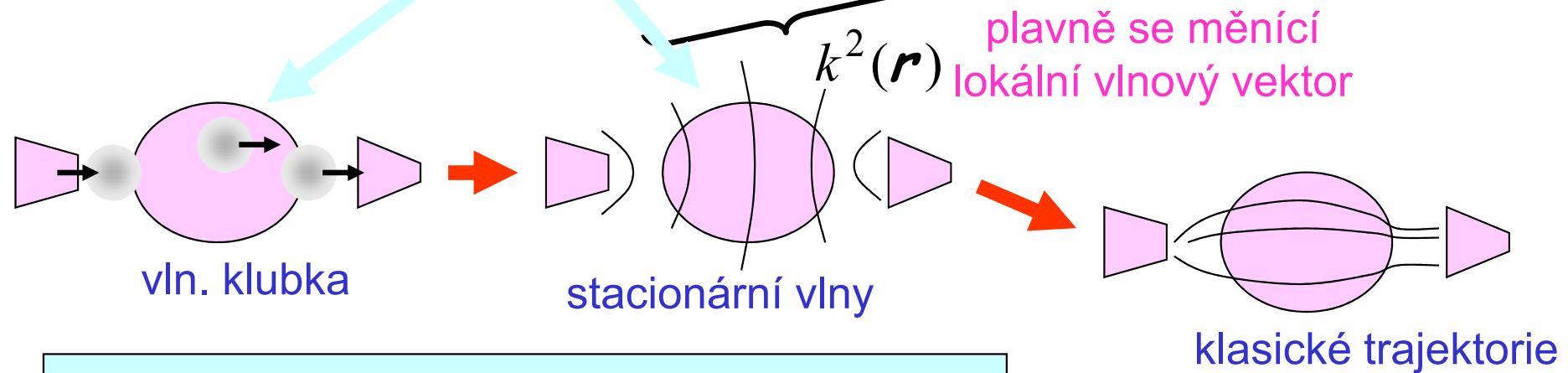


Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

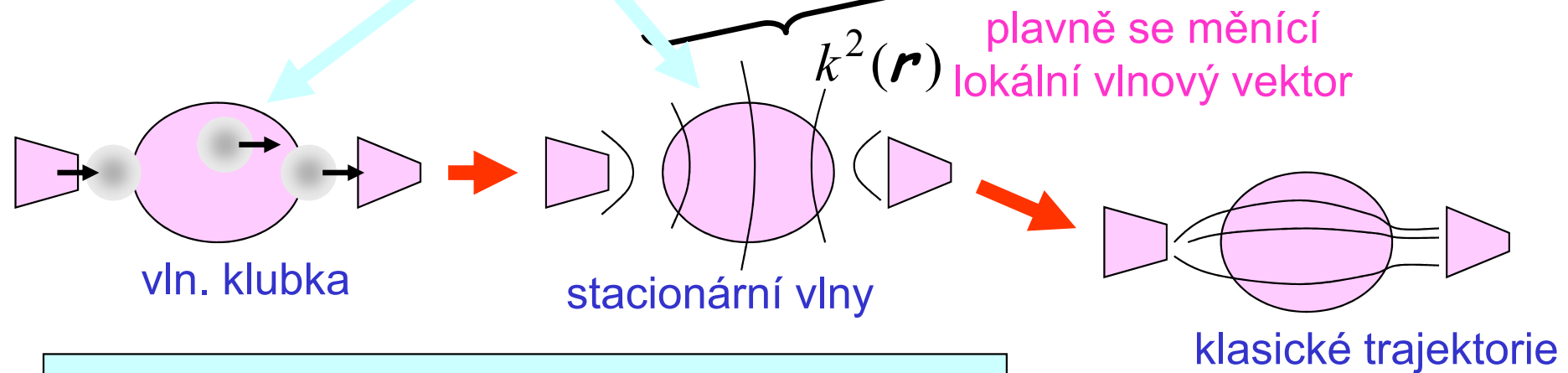


Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

INDEX LOMU

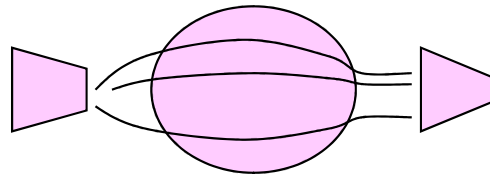
$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



Schrödingerovy vlny – kvasklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů



klasické trajektorie

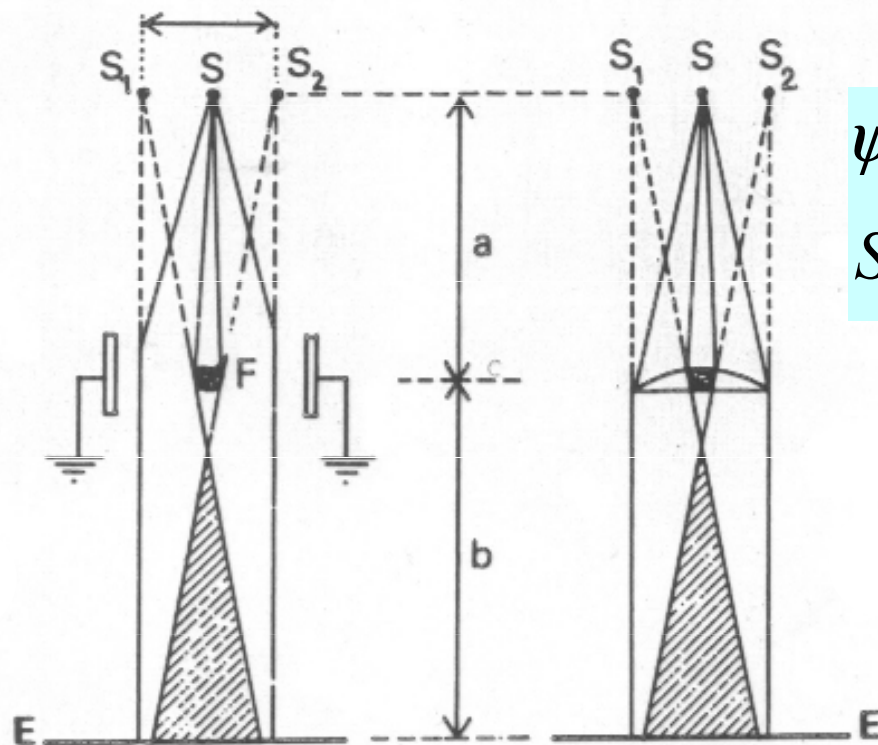
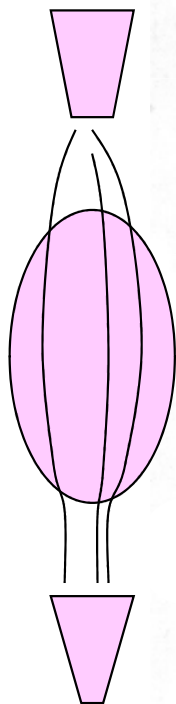
$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů

klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

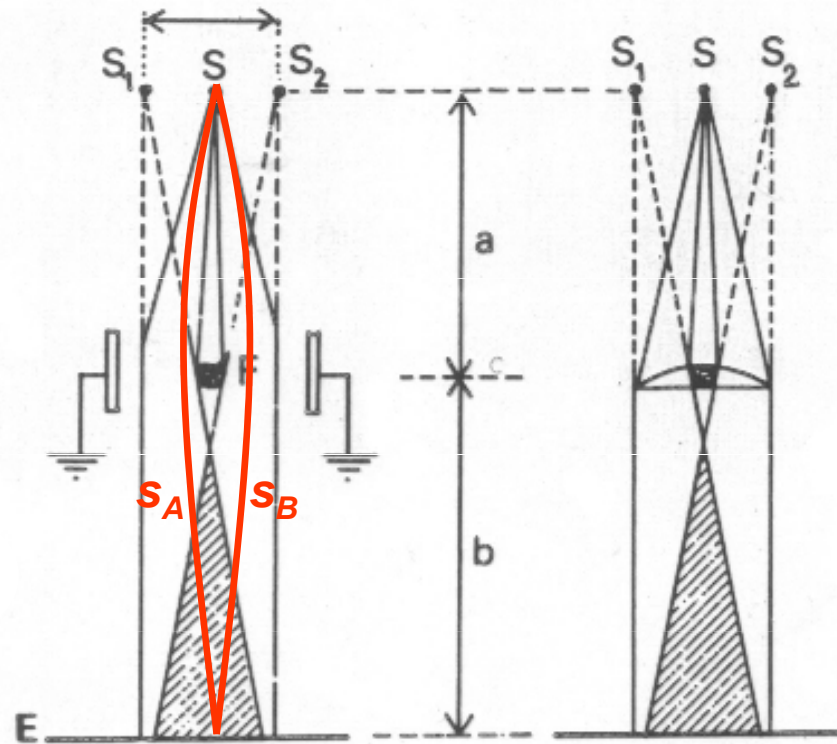
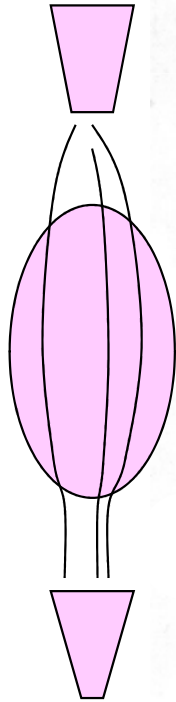
$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$
$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$



Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů

klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

fázový rozdíl =

$$\phi_A - \phi_B =$$

$$k \cdot (s_A - s_B) =$$

$$2\pi \cdot \frac{s_A - s_B}{\lambda}$$



Neutrony

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

dalekodosahové
Coulombické síly

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	$1,00866 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují mimořádně citlivé interferometrické metody

dalekodosahové Coulombické síly

posloužily k provedení ojedinele krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	$1,00866 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

V látce neutron interaguje prostřednictvím jaderných sil nebo magn. momentu ... kontaktní interakce. Většinou spíše slabá. Jinak prochází téměř volně

Žádoucí vlnová délka např. $1.8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$

$$\lambda = 2\pi\hbar / p = 2\pi / k, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p / m$$

částice	energie eV	rychlost m/s
elektron	46.4	4 041 000
neutron	$0.0253 = 293 k_B$	2 200

Proč právě neutronová interferometrie

rozumně velká klubka
prolétající aparaturou

. neutrony
mimořádně krásný

žije mnohem déle, než trvá
jeho průchod aparaturou

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

tepelné neutrony
snadno se získají
termalisací neutronů
ze zdroje

střednictvím jaderných
spíše slabá. Jinak pro

$$8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$$

$$2\pi/k, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p/m$$

0.1 m urazí za
45 mikrosekund, velmi
pohodlná doba

částice	energie eV	rychlost m/s
elektron	46.4	4 041 000
neutron	0.0253 = 293 k_B	2 200

SNS Oak Ridge

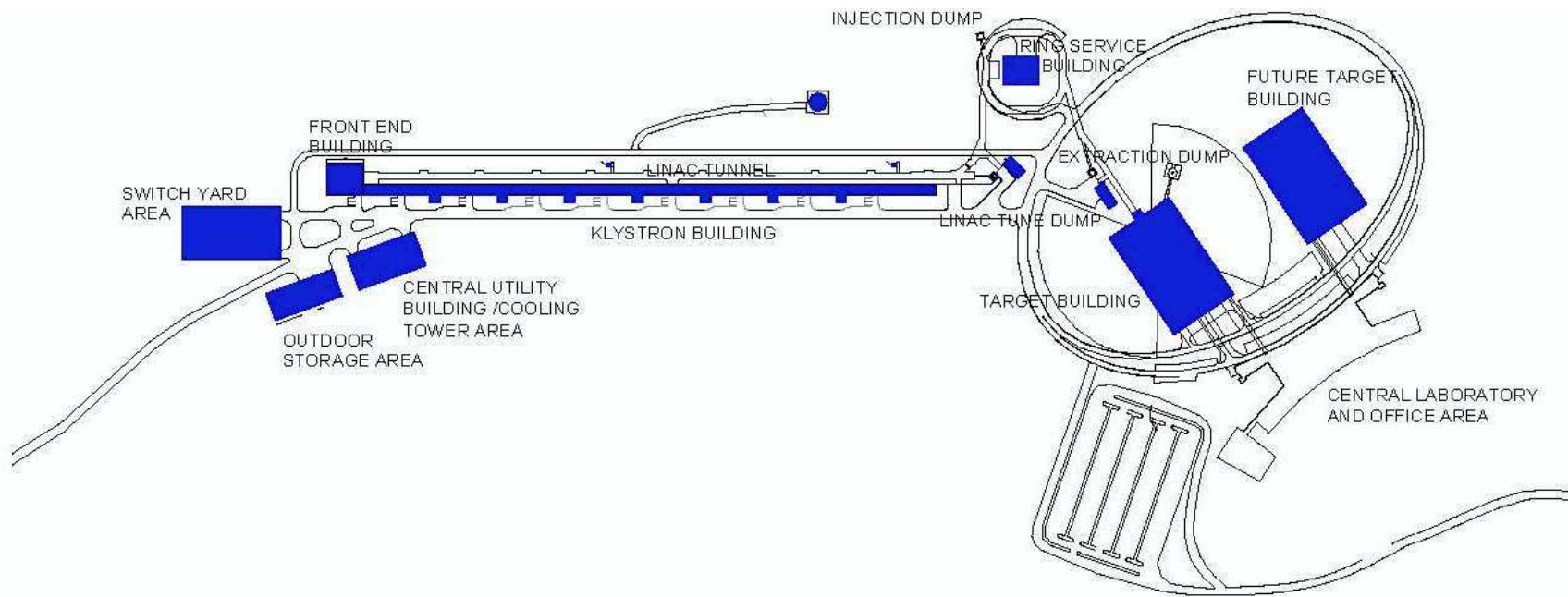


FIG 2: SNS Layout showing Front End, Linac, Accumulator Ring and Target Buildings

JAK SI POŘÍDIT NEUTRONY

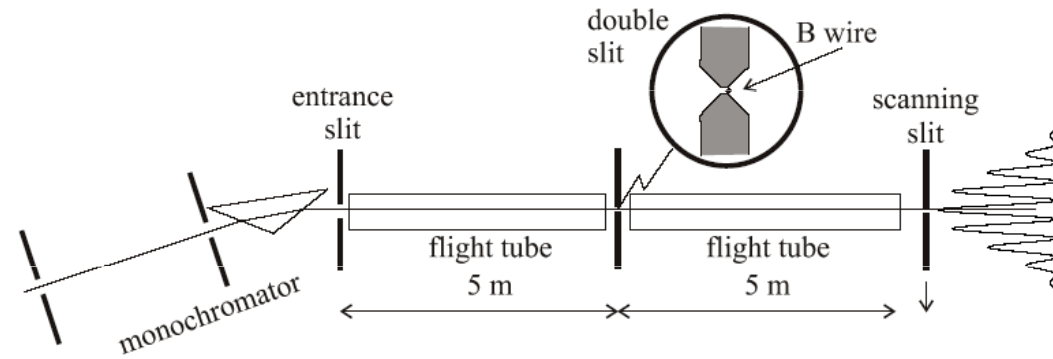
- vznikají při provozu jaderných reaktorů
- nebo je k jejich generaci využito tříštvých reakcí (*spallation*). To je dnes moderní, ale je to tak, že James Chadwick při objevu neutronů vlastně použil tohoto postupu: bombardoval kovový terčik protony
- !!! tyto primární neutrony mají řádově 101 MeV a musí se zpomalit pomocí moderátoru na pokojovou teplotu – typicky v tanku s těžkou vodou

Experimenty s interferencí neutronů

Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

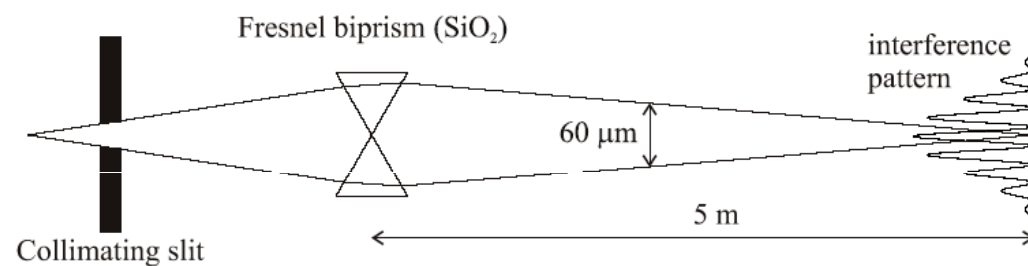
ohyb na dvojštěbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěbinu



neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu $n < 1$



magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

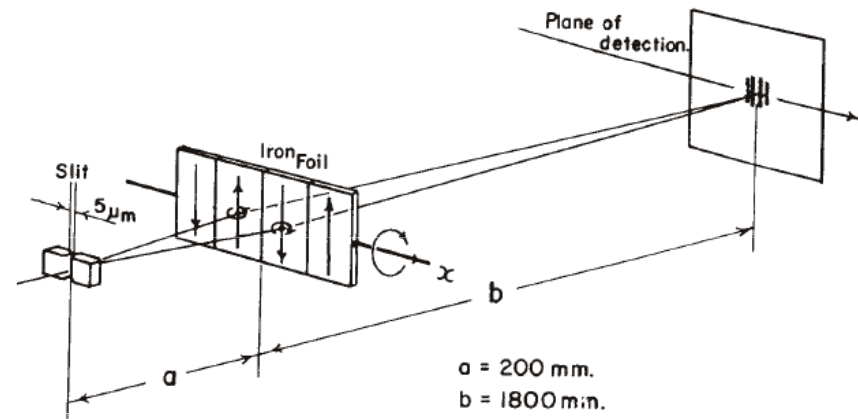


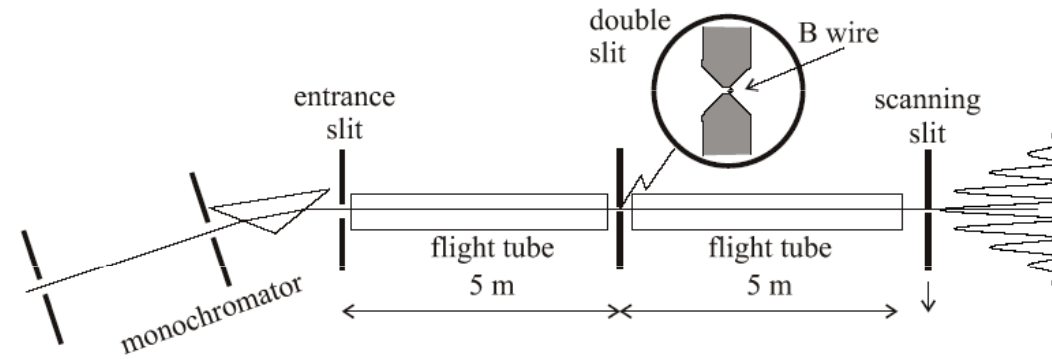
Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

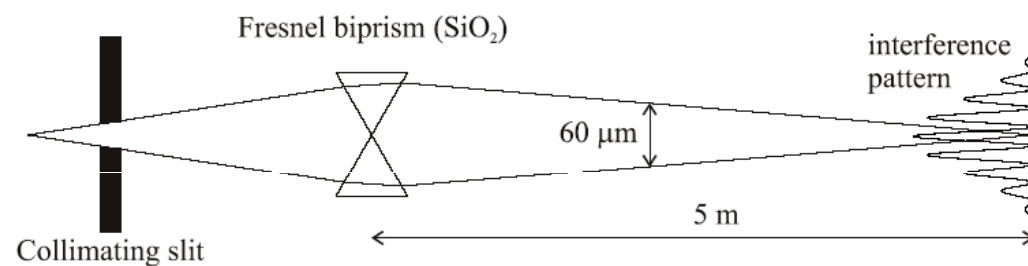
ohyb na dvojštěrbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěrbinu



neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu $n < 1$



magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

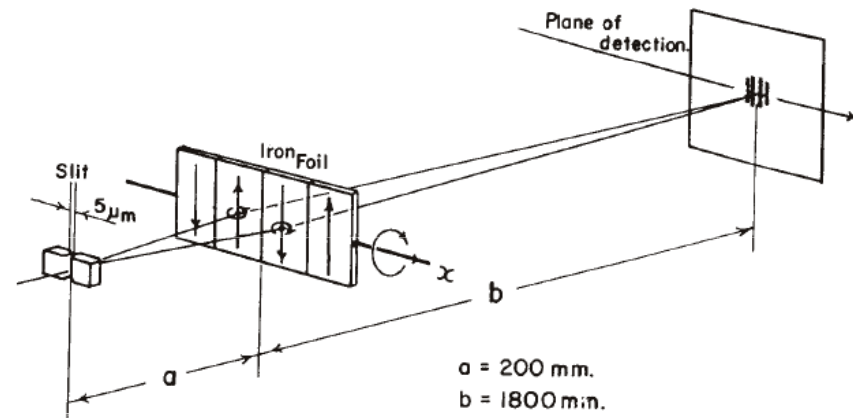


Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



neutronová dvojštěrbina

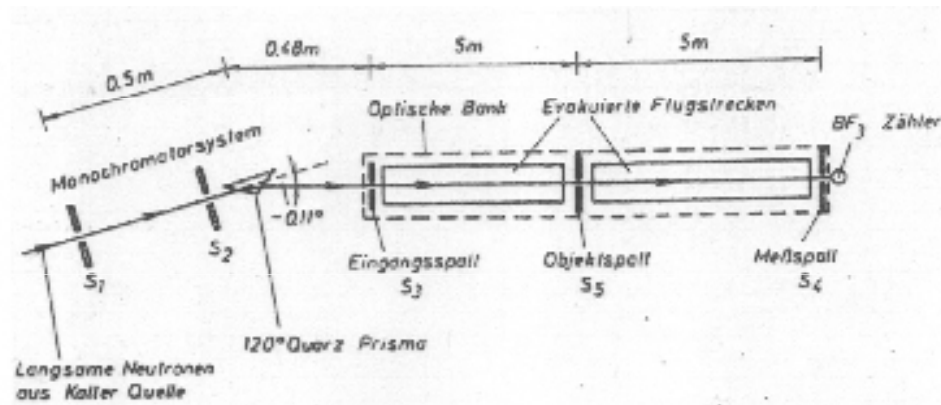
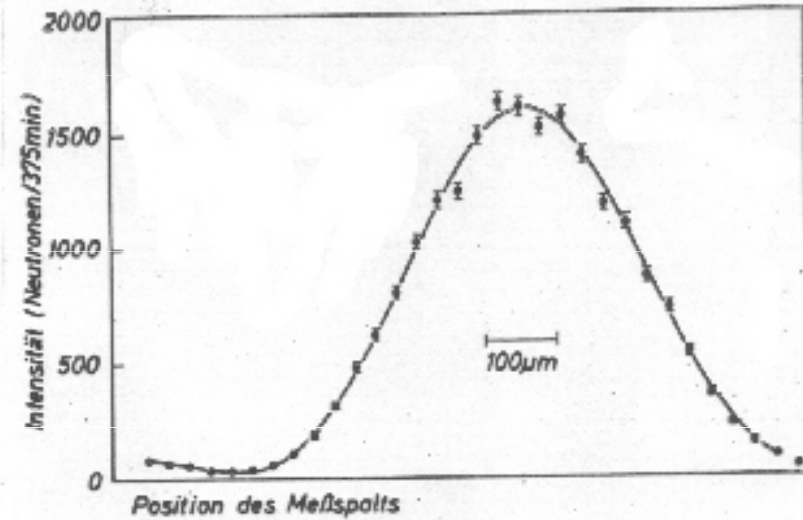


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte S₃ und S₄ sind je 20 μm breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

jednoduchá štěrбина



neutronová dvojštěrbina

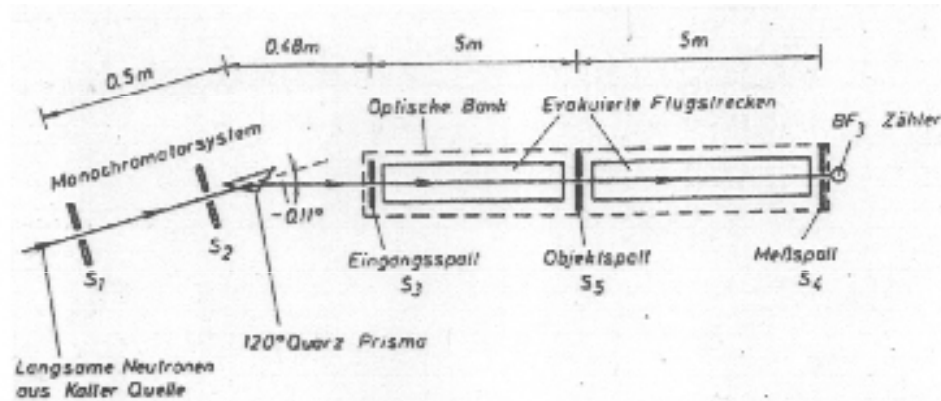
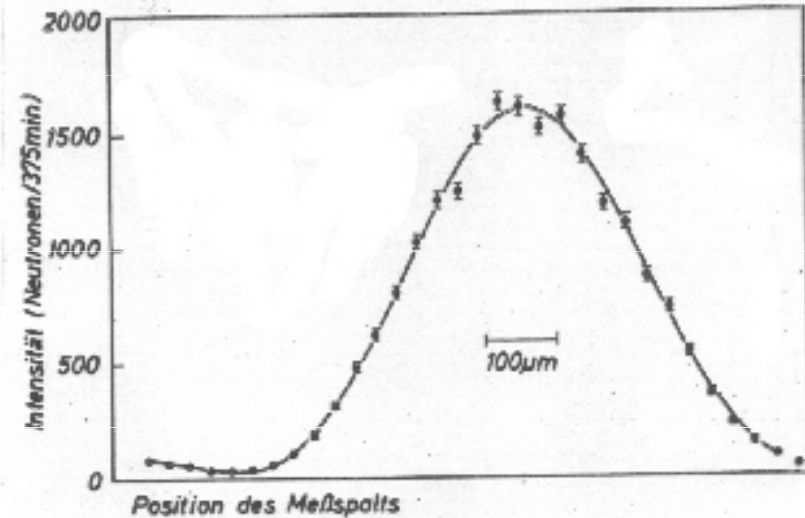
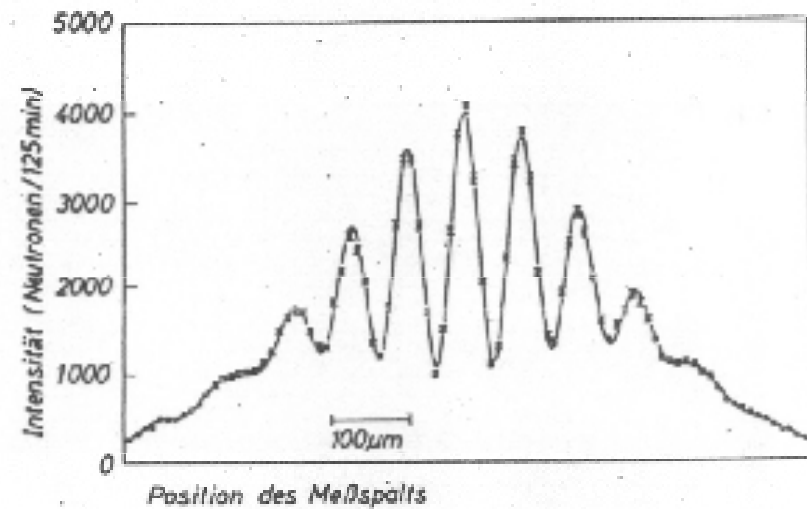
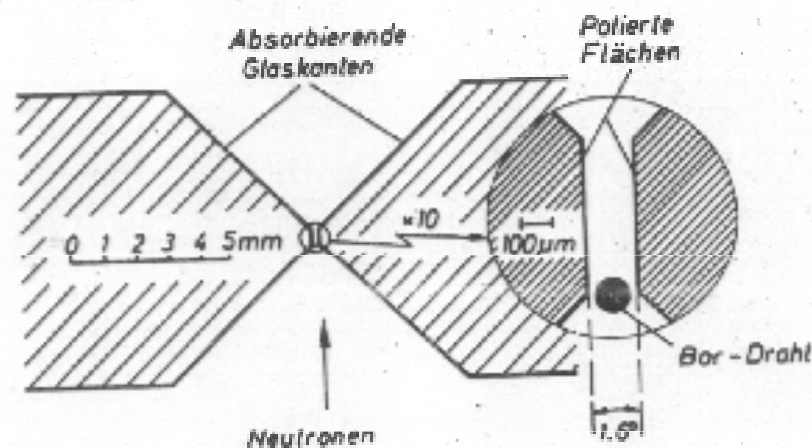


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte S_3 und S_4 sind je $20 \mu\text{m}$ breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

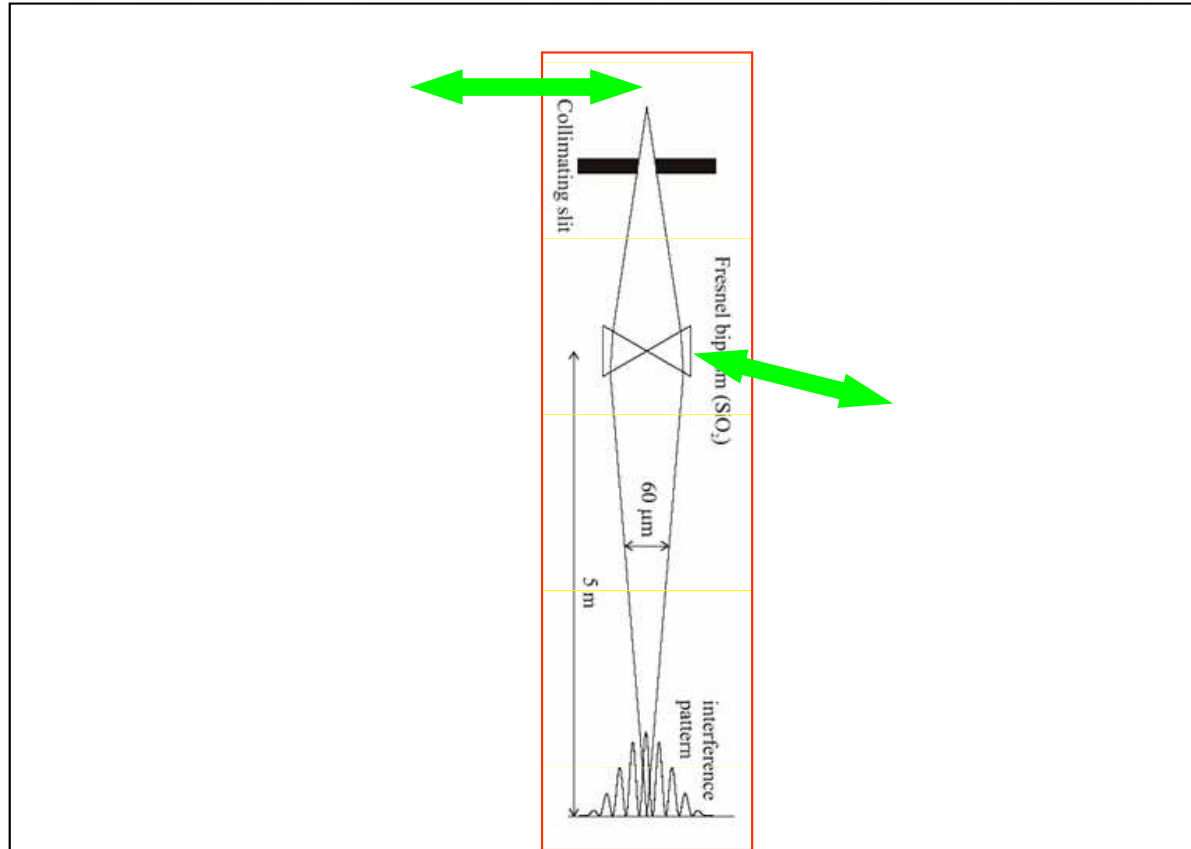
jednoduchá štěrбина



dvojitá štěrбина

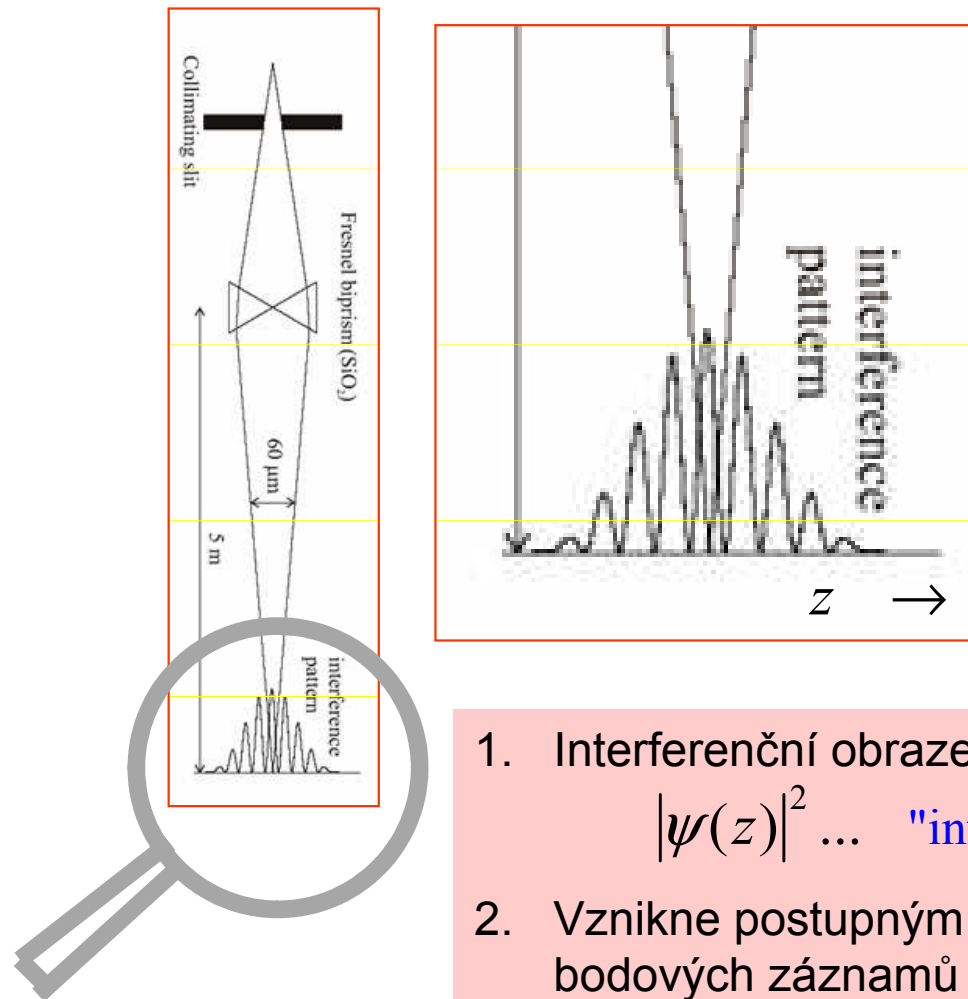


neutronové biprisma: srovnání



ELEKTRONOVÉ NEUTRONOVÉ OPTICKÉ
BIPRISMA

neutronové biprisma: interpretace měření

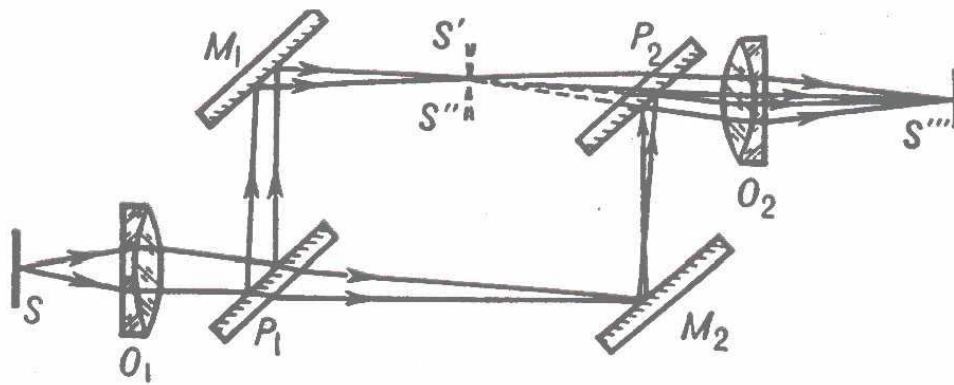


1. Interferenční obrazec odpovídá $|\psi(z)|^2$... "intenzita"
2. Vznikne postupným nahromaděním bodových záznamů dopadu jednotlivých neutronů
3. Kvadrát vlnové funkce udává tedy hustotu pravděpodobnosti, že neutron bude zachycen v určitém místě **Bornova interpretace**

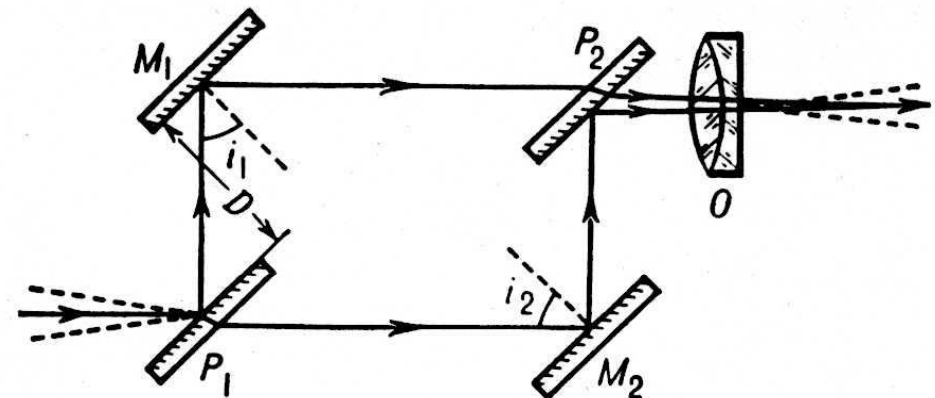
Neutrony: Mach-Zehnderův interferometr

Inspirace z fyzikální optiky: Interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompenzační a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

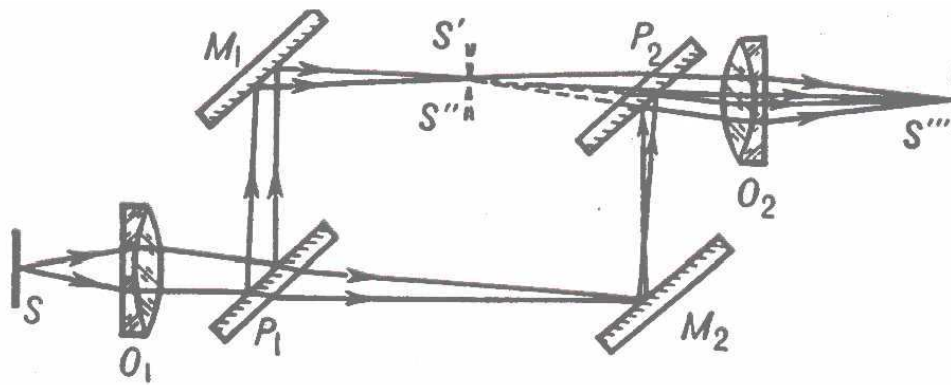
Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

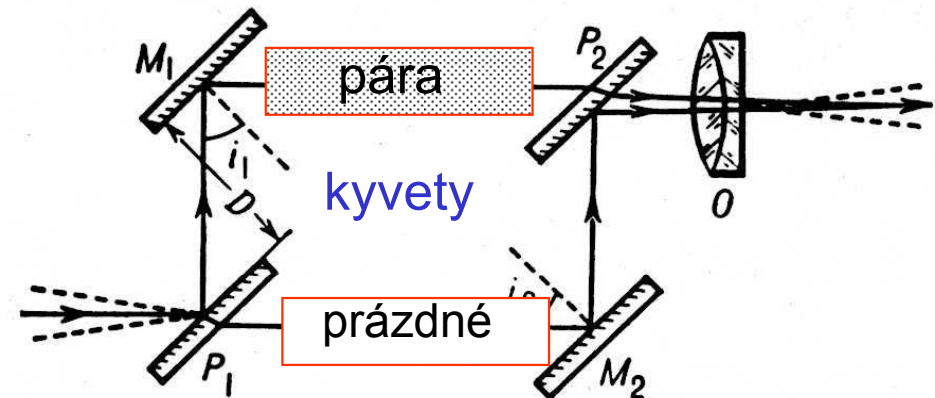
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompenzovat

Optický interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompenzační a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

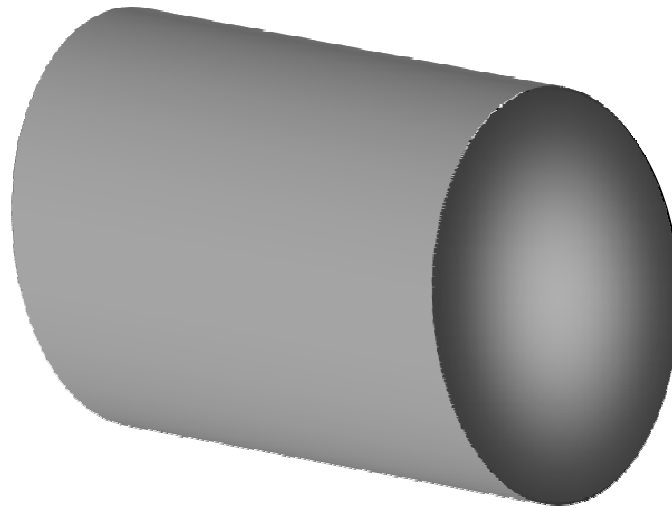
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompenzovat

Známa aplikace: měření anomální disperse v atomových parách

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.

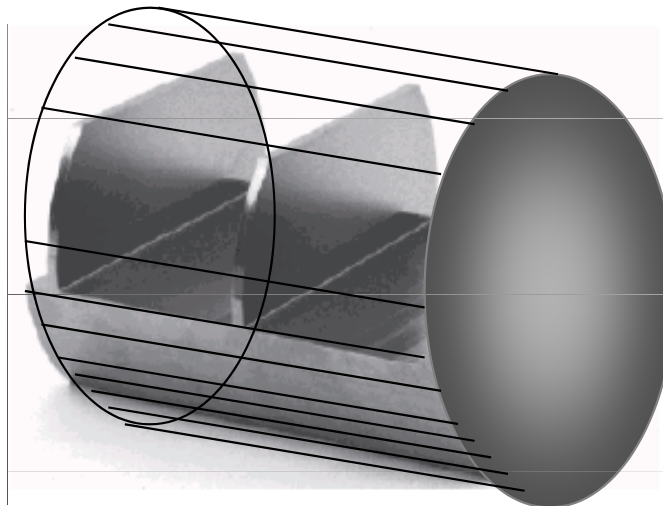


monokrystal
ve tvaru válce

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.



monokrystal
ve tvaru válce

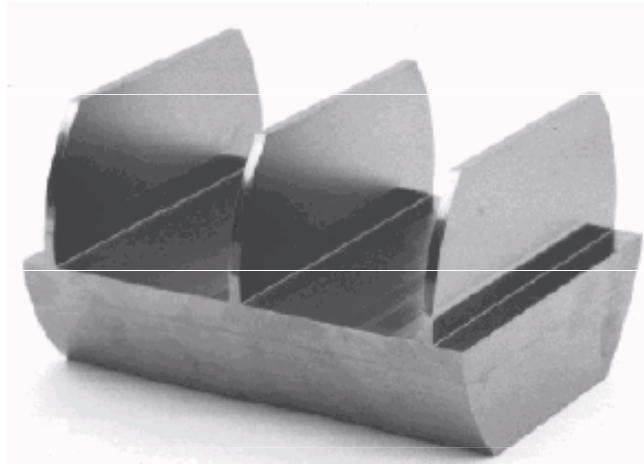
z něj se vyřeže
interferometr jako
celek

i vzdálené oblasti při
pečlivé práci uchovají
krystalografické
uspořádání na dálku

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

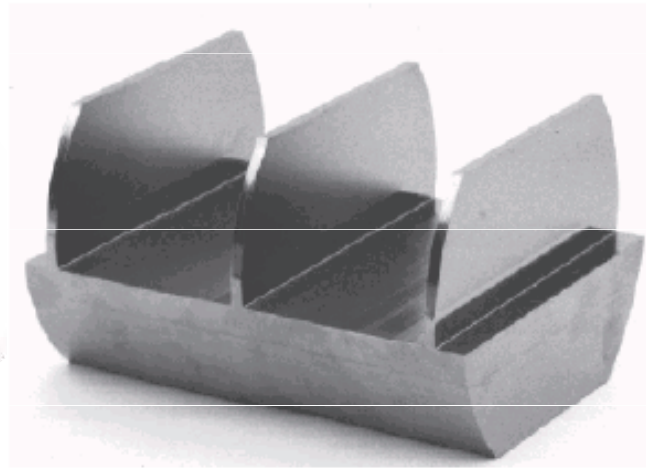
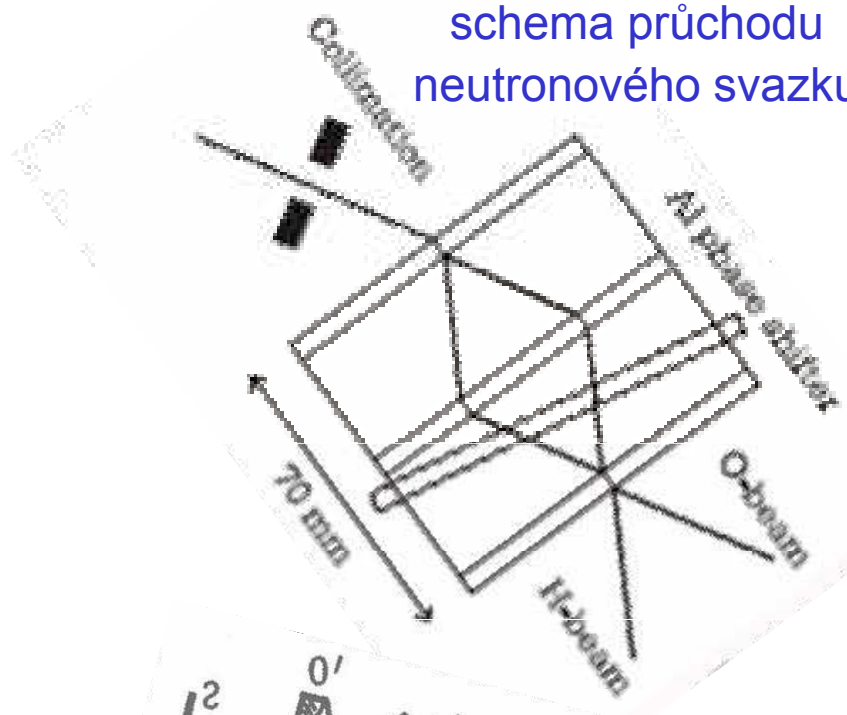
Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.

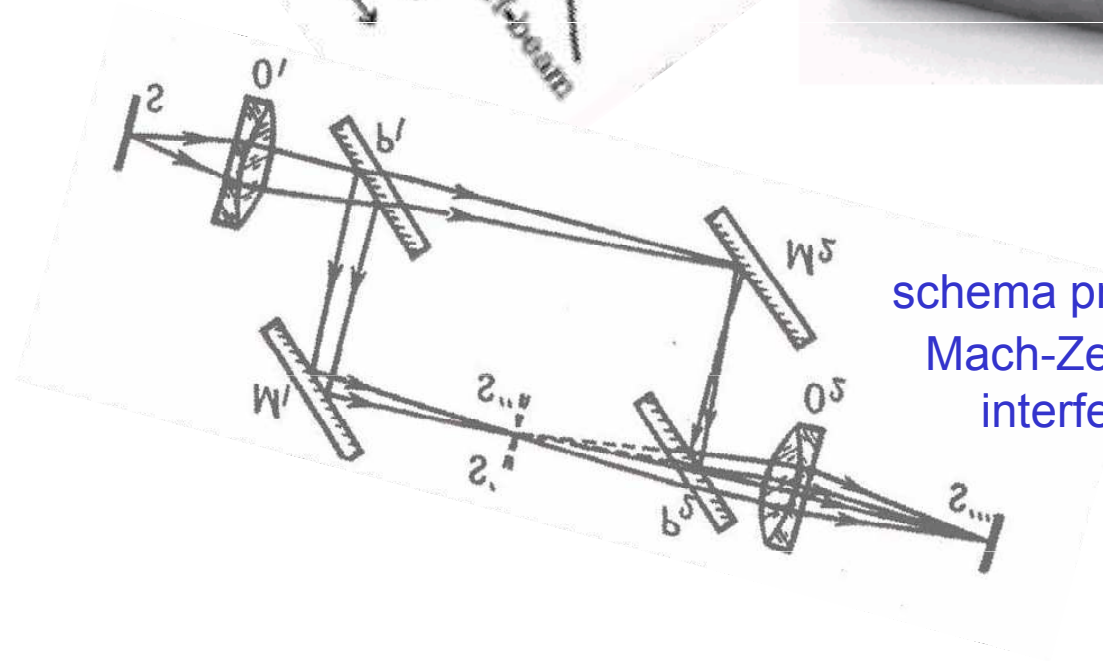


Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

schema průchodu neutronového svazku



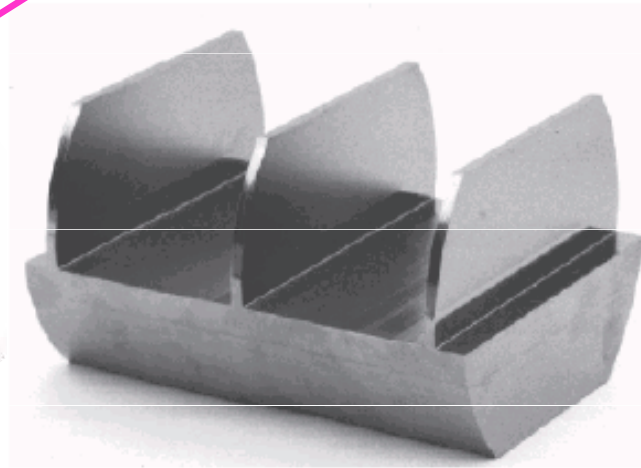
schema průchodu světla Mach-Zehnderovým interferometrem



Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

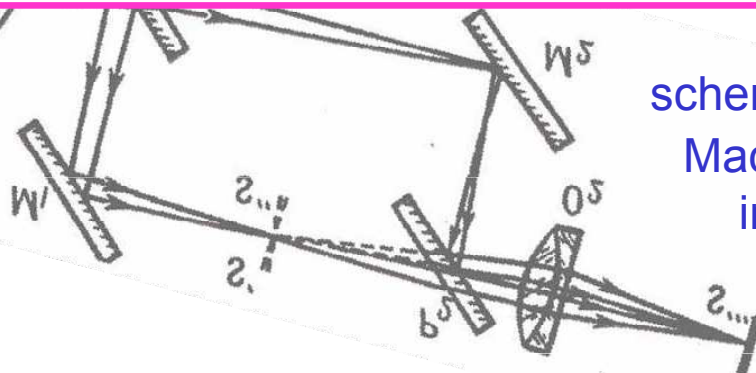
schema průchodu
neutronového svazku

**FÁZOVÝ
KOMPENZÁTOR**

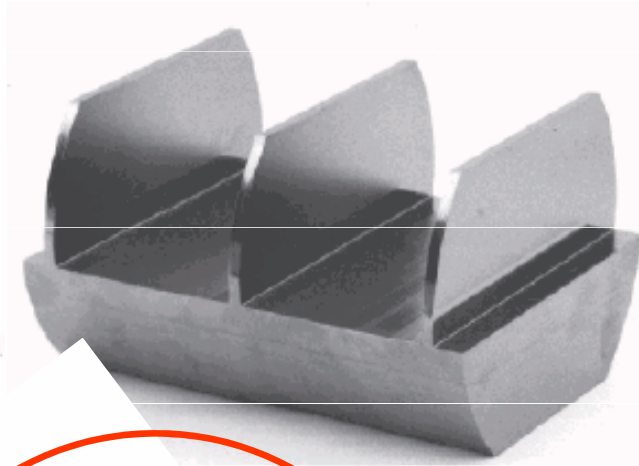
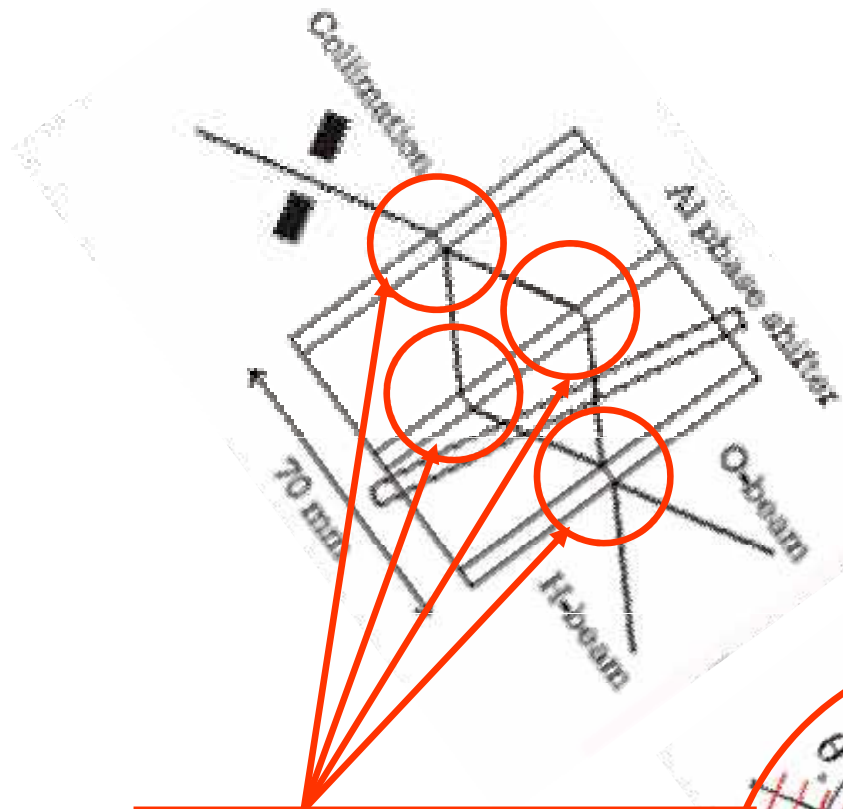


SYMETRICKÉ USPOŘÁDÁNÍ PAPRSKŮ

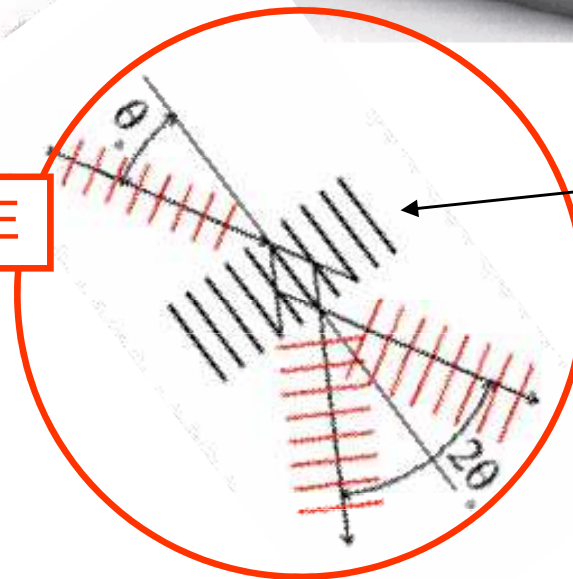
schema průchodu světla
Mach-Zehnderovým
interferometrem



Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

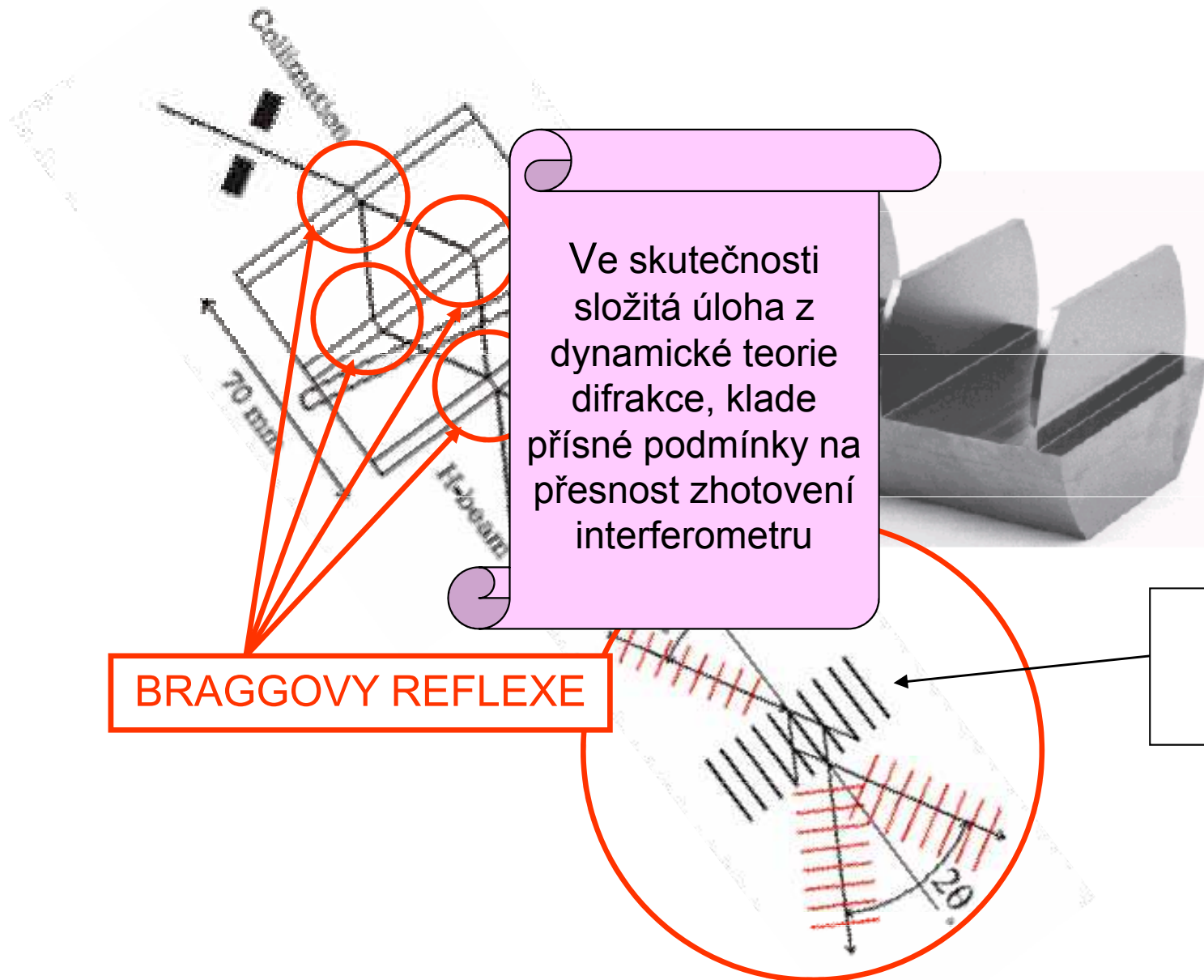


BRAGGOVY REFLEXE



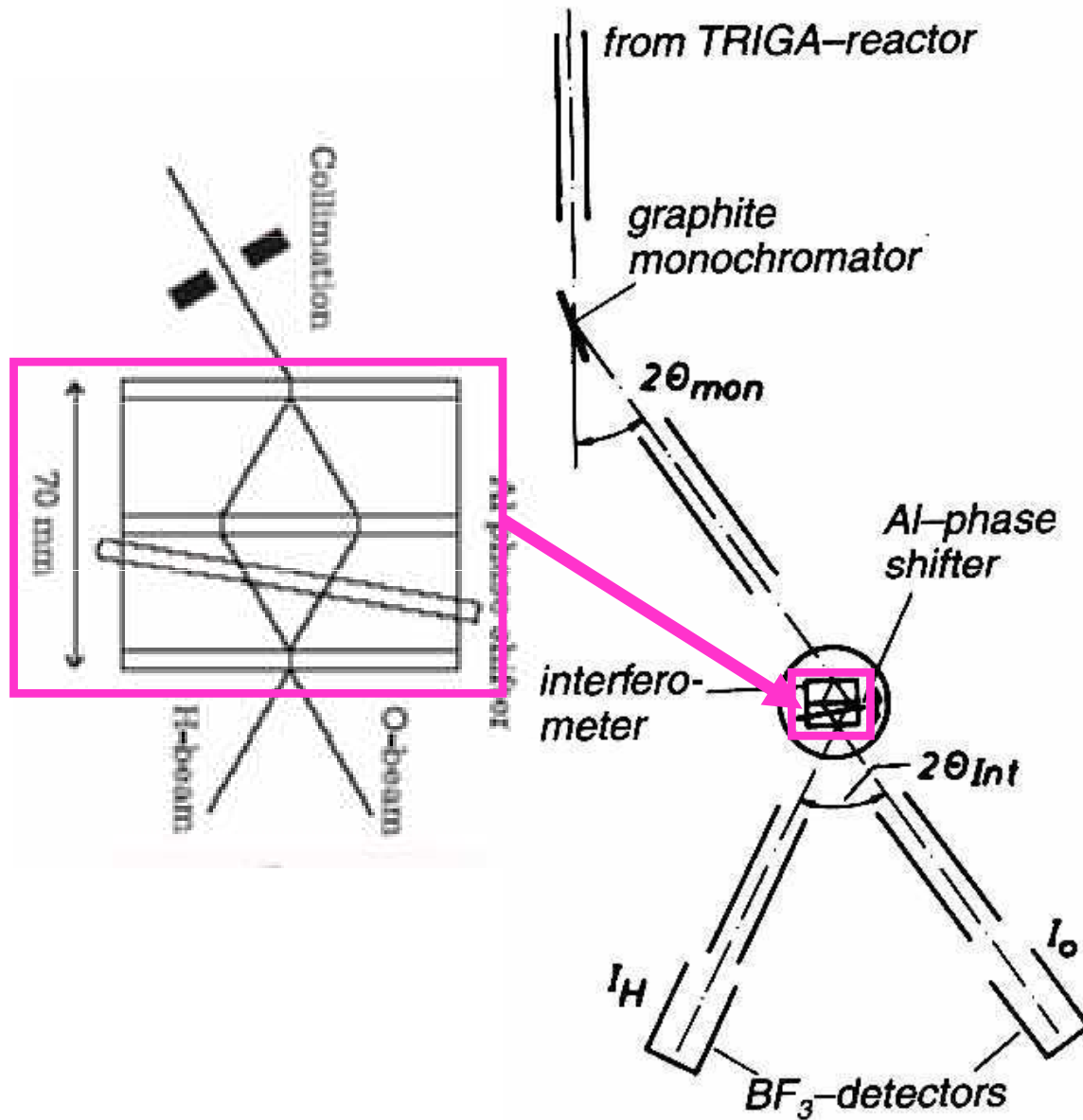
krytalové roviny ve směru osy interferometru

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)



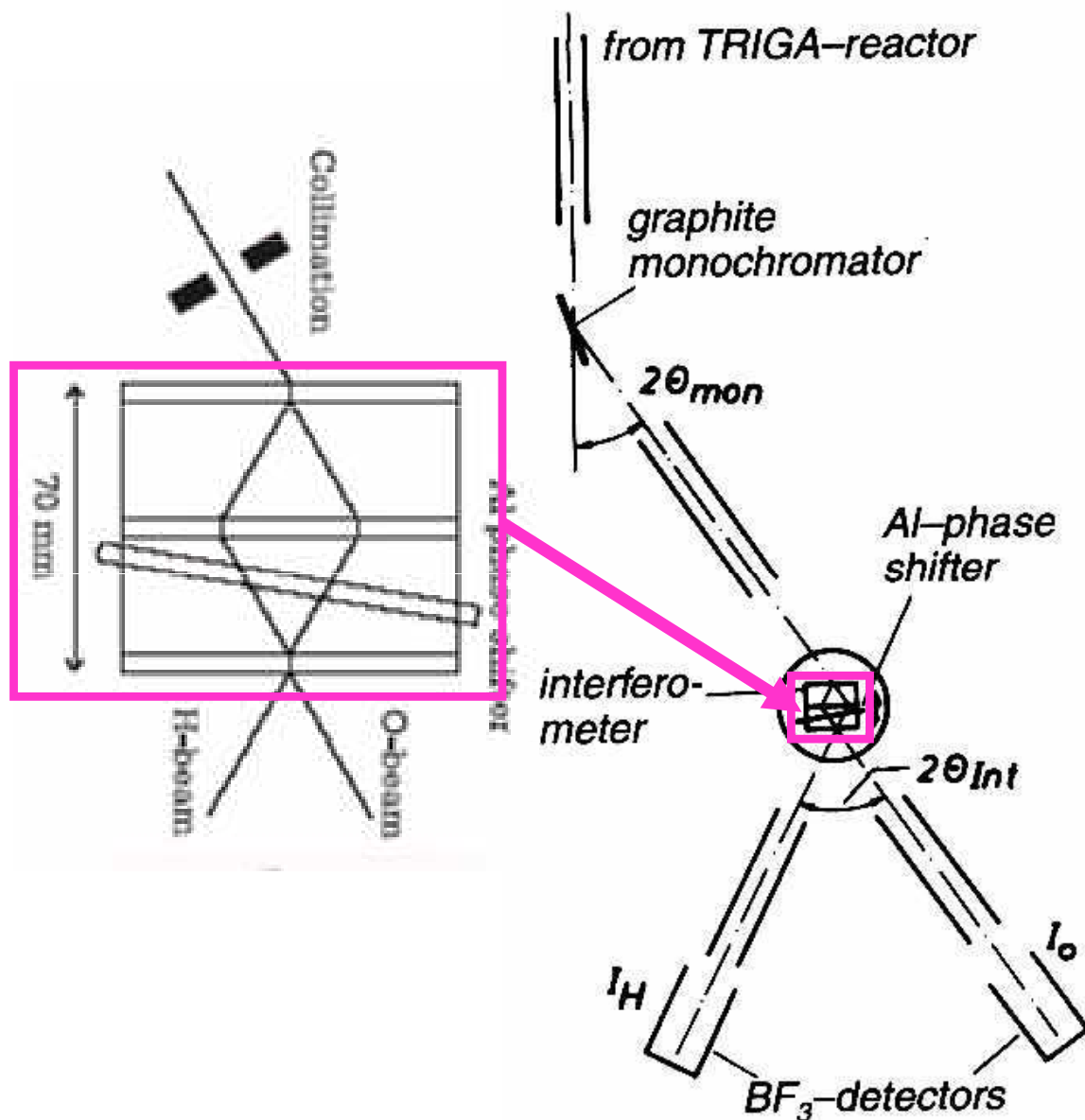
Celé zařízení

schema z r. 1974



Celé zařízení

schema z r. 1974



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčitě	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčitě	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčitě	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

Malá odbočka – co je Q komplementarita

KVANTOVÁ KOMPLEMENTARITA PODLE N. BOHRA (1927) je

- jen zvláštním, i když výchozím, případem P.K.
- filosofickou interpretací duality částice – vlna
- výrazem principiálního Q omezení poznatelnosti
- obecným substrátem Kodaňské interpretace QM

Podle Bohra (v mé parafrázi)

Naše výroky o Q systému mají epistemický charakter. Sám o sobě Q systém "není nijaký", teprve v interakci s klasickým měřícím přístrojem se nám jeví jako popsitelný v klasických pojmech (jiné nemáme), tedy buď jako částice, nebo jako vlna. Tyto popisy jsou komplementární, tj. ve svém sjednocení dávají úplnou charakteristiku systému možnou v kvantovém světě

HRUBÁ KORESPONDENCE

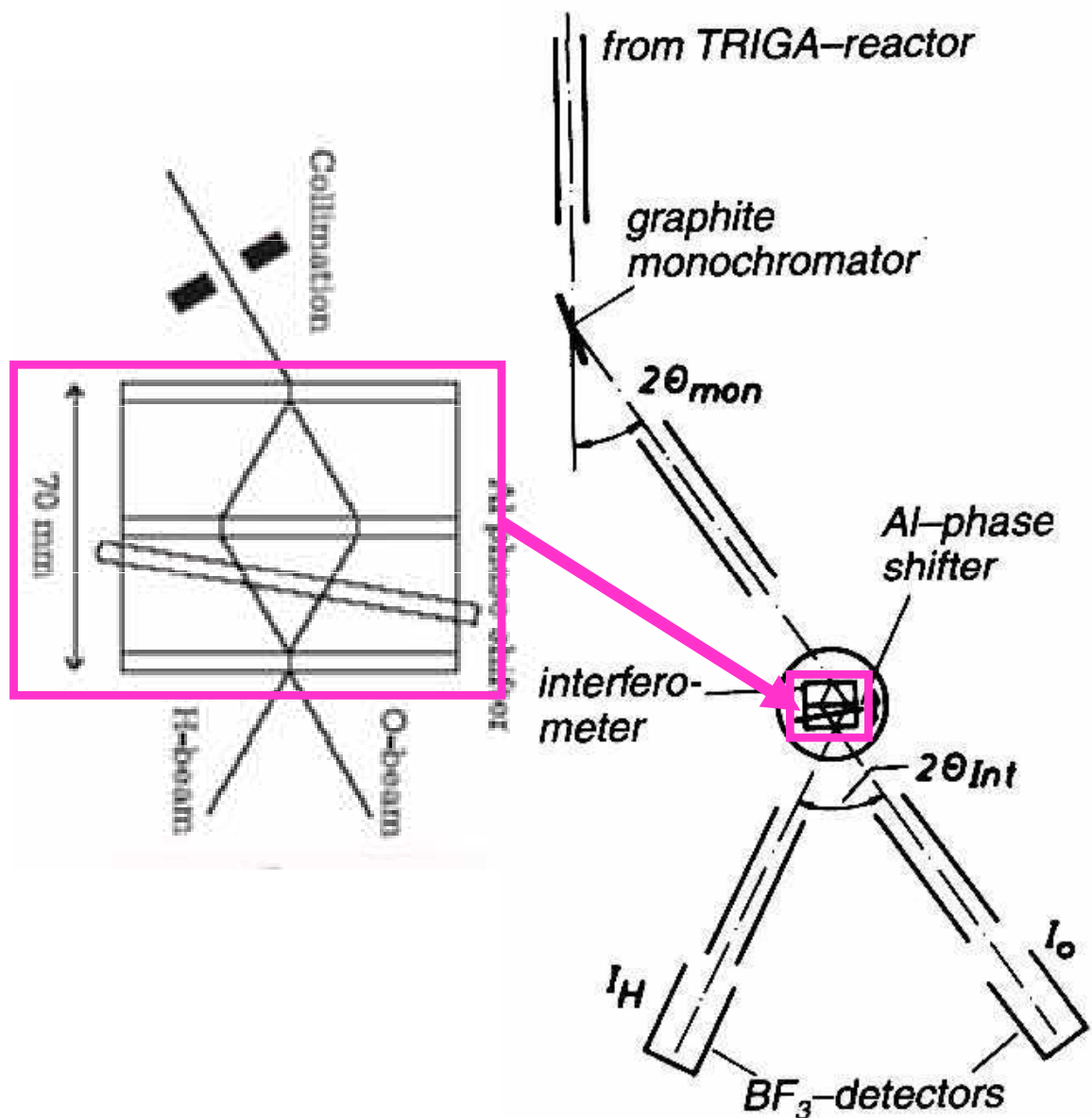
N. Bohr	W. Heisenberg
princip komplementarity	princip neurčitosti
částice	pozorovatelná poloha
vlna	pozorovatelná hybnost

KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	r
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	p
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	p
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	r

Celé zařízení

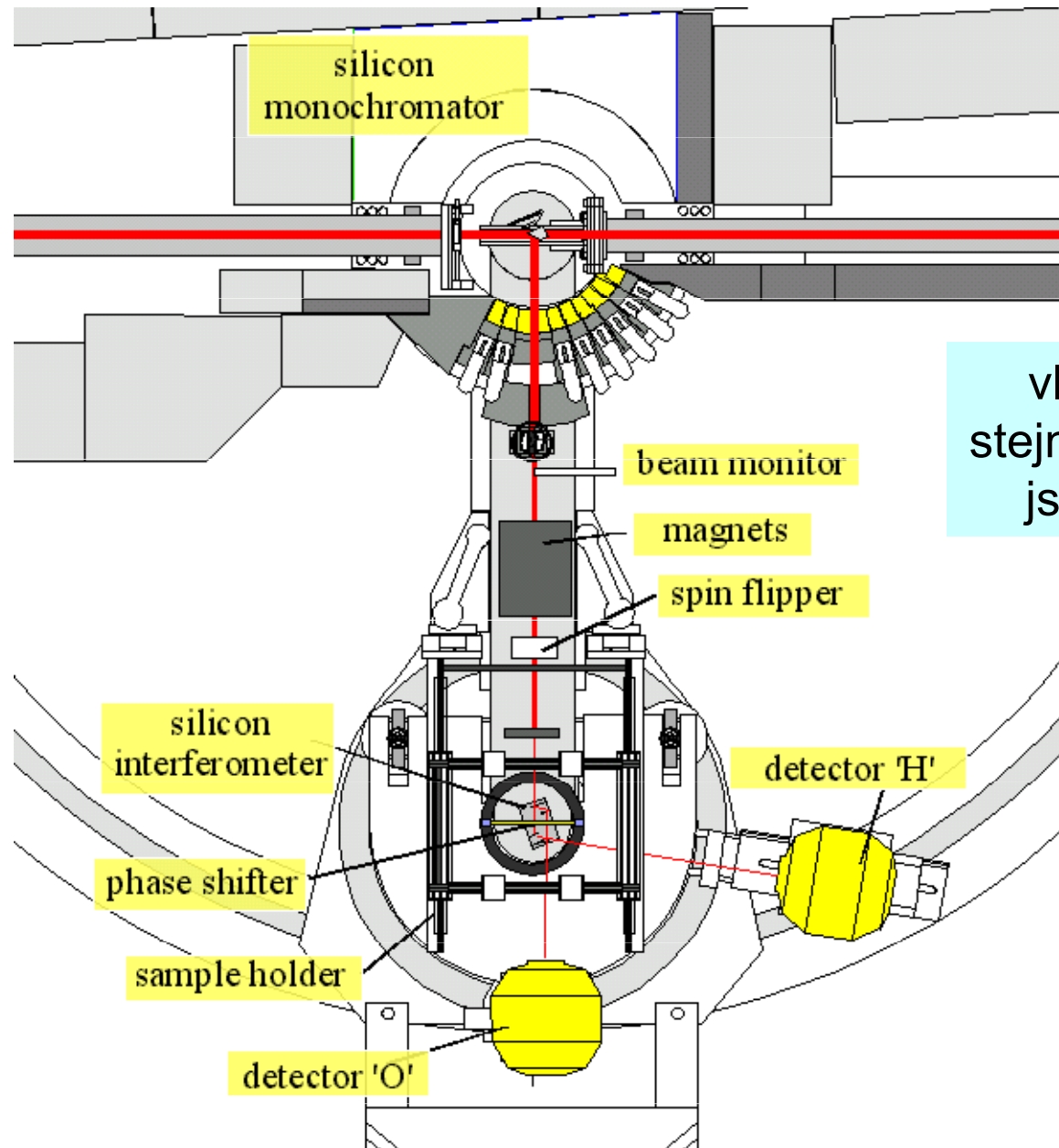
schema z r. 1974



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

Současná verze instalovaná v ILL Grenoble



vlastně překvapivě
stejně, jenom parametry
jsou mnohem lepší

Kvantová gravimetrie

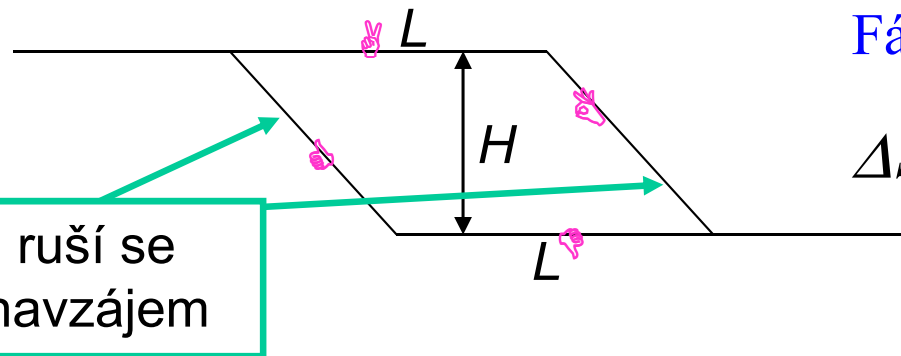
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\Delta S = k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s))$$

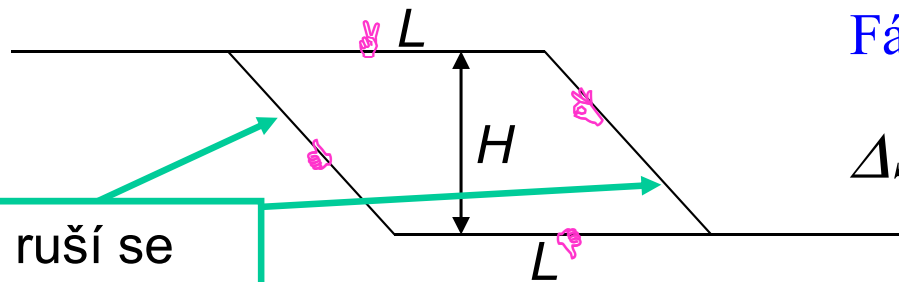
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

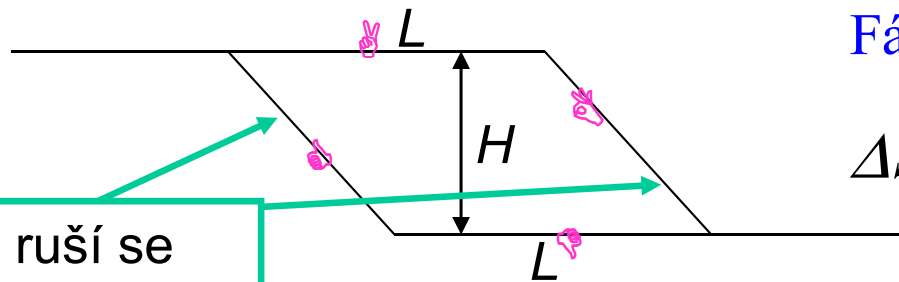
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se
navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$n(\mathbf{r}) = \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}} \approx 1 - \frac{V(\mathbf{r})}{2E}$$

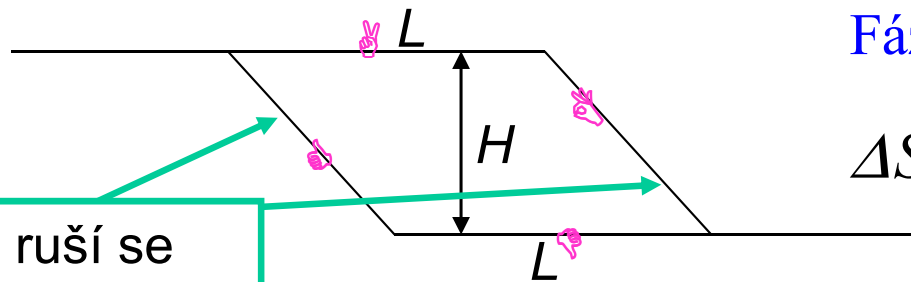
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$\Delta S = k_0 \times L \times mgH / 2E$$

$$= LH \times g \times 2\pi \times (m/h)^2 \times \lambda_0$$

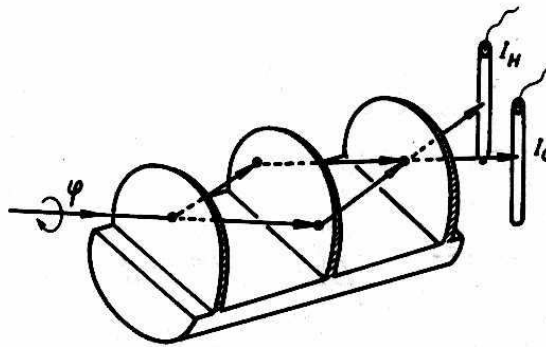
plocha obemknutá drahami

$$LH = LW \cdot \sin \varphi$$

měníme natáčením

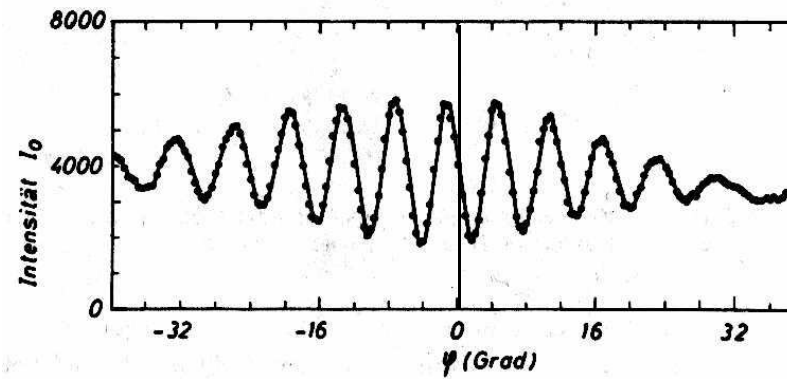
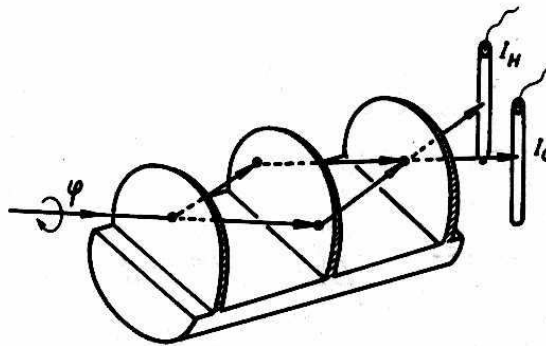
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



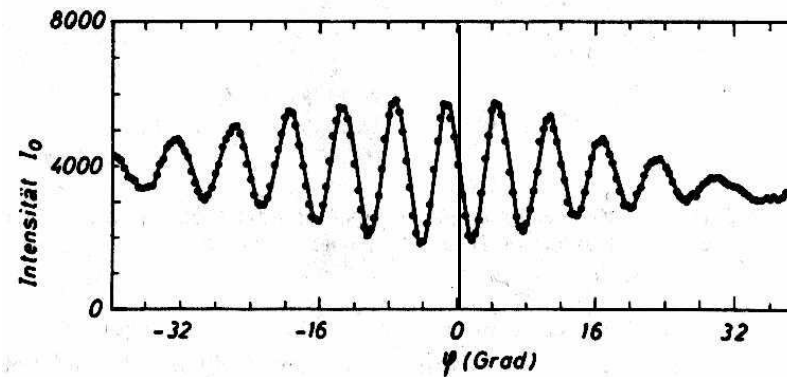
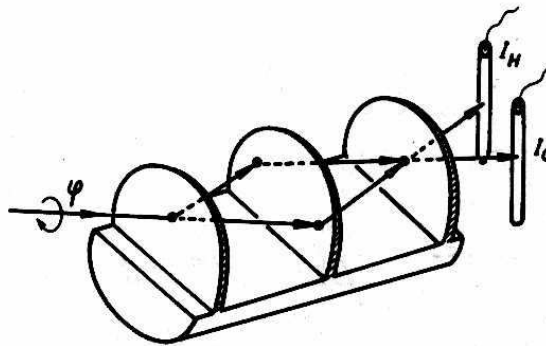
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

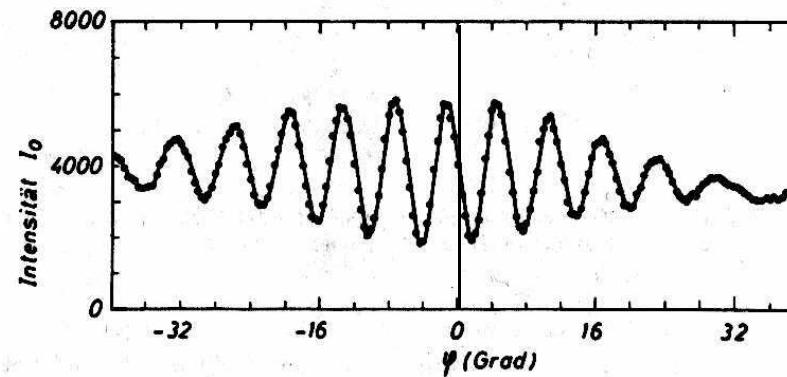
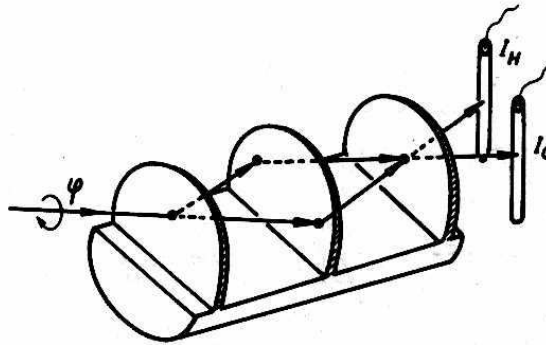
osa natáčení je
vodorovná



COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



❶ nepravděpodobně
citlivé

$$\Delta\Phi = \pi \text{ pro } \varphi \approx 3^\circ$$

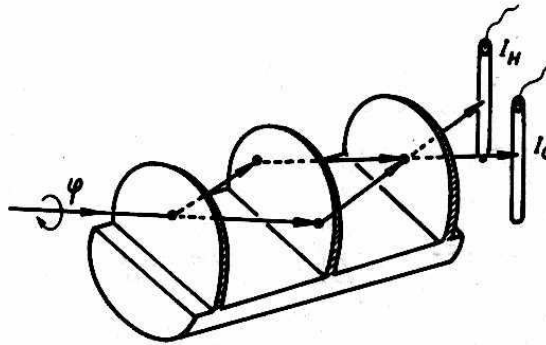
$$H \approx 35 \text{ mm} \times \sin(3^\circ)$$

$$\square 1,83 \text{ mm}$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

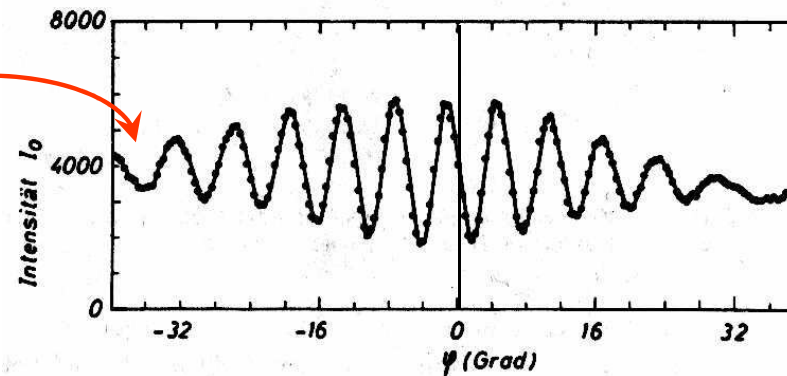
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



② kontrast brzo vymizí:
to neumíme vysvětlit jen
počítáním fázových
posuvů.

Příště úplnější teorie



① nepravděpodobně
citlivé

$$\Delta\Phi = \pi \text{ pro } \varphi \approx 3^\circ$$
$$H \approx 35 \text{ mm} \times \sin(3^\circ)$$
$$\square 1,83 \text{ mm}$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

m_i ... setrvačná hmotnost

.... stejné jako v klasické fyzice

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

$$LH \times g \times 2\pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda_0$$

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

m_i ... setrvačná hmotnost

.... stejné jako v klasické fyzice

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

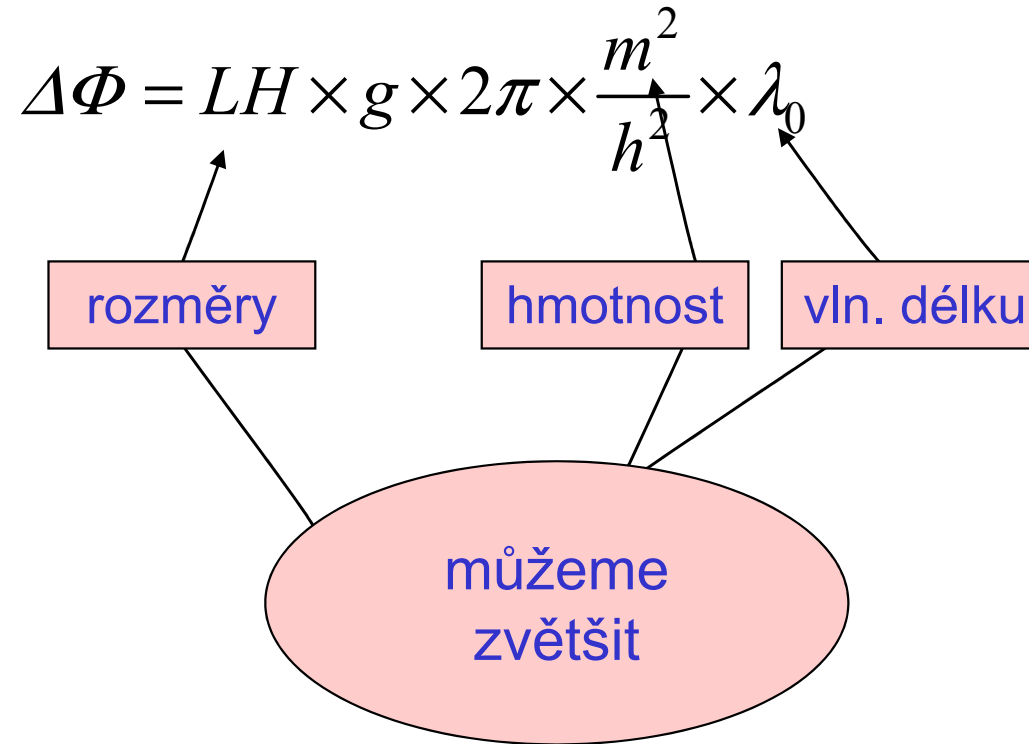
vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

$$LH \times g \times 2\pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda_0$$

s přesností měření

$$m_i = m_g$$

Zvýšení citlivosti



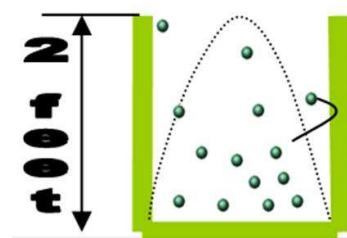
VELMI STUDENÉ NEUTRONY

skleněné holografické mřížky
dráhy částic v interferometru
okolo 1metru

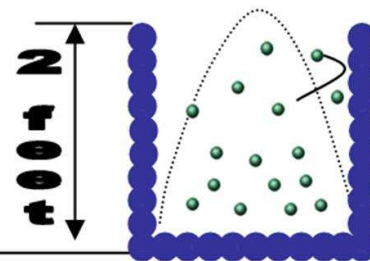
STUDENÉ ATOMY CESIA

mřížky stojatých světelných vln
dráhy částic v interferometru
okolo 1metru

Superchladné protony

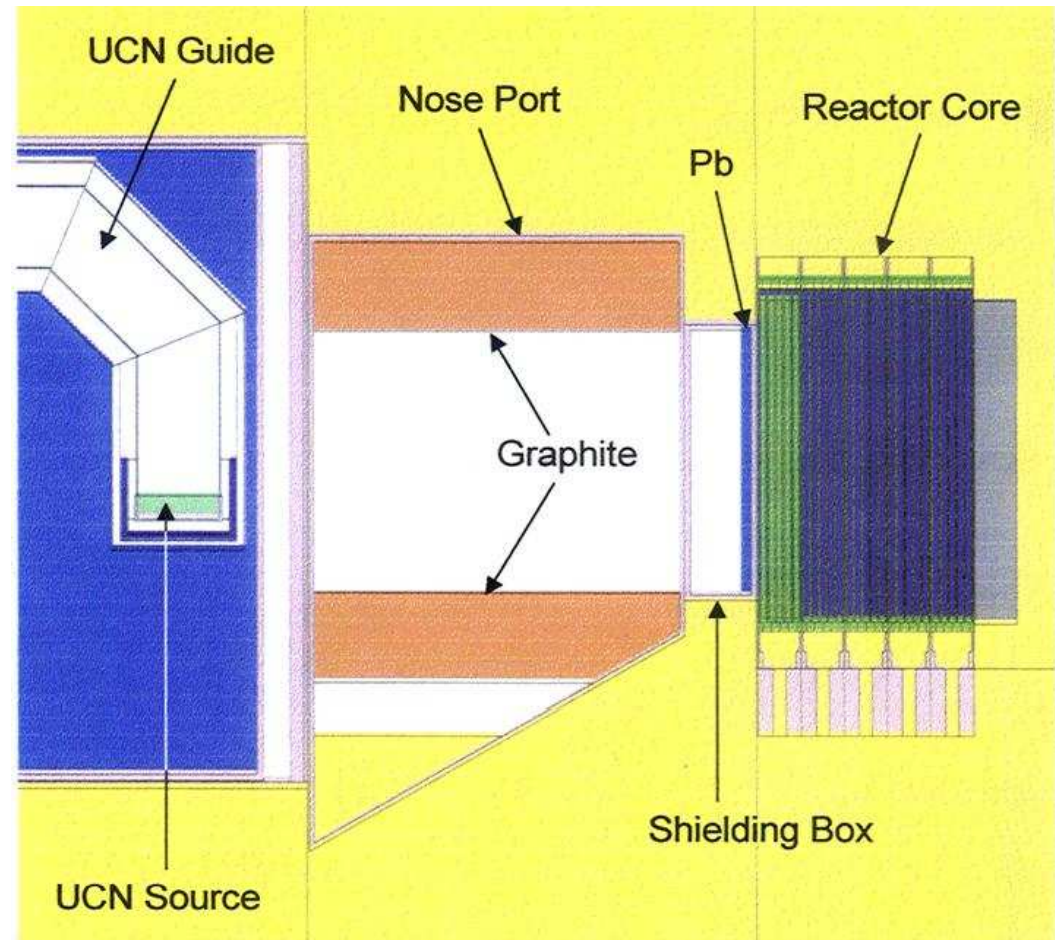
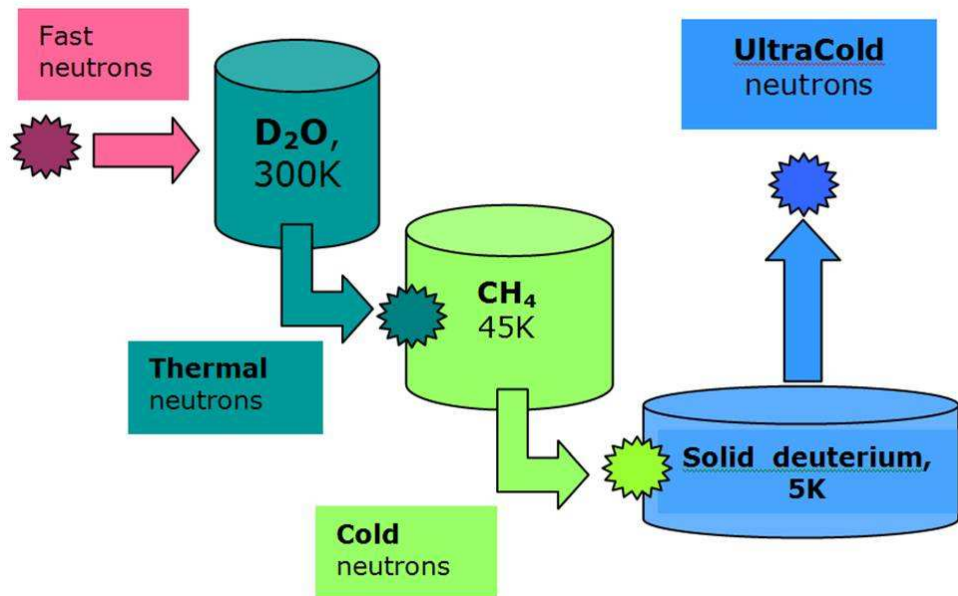


Material-gravity trap made of Aluminum

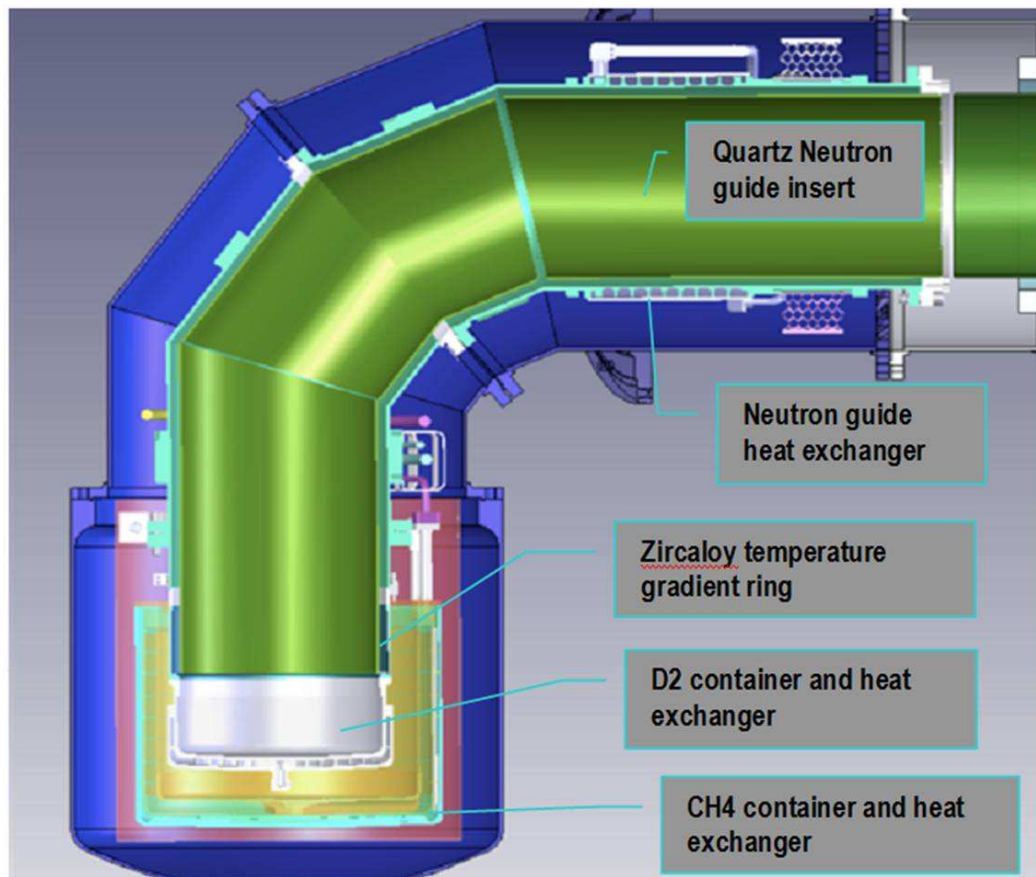


Magnetic-gravity trap, walls made of 1 Tesla magnets

Superchladné protony



Superchladné protony

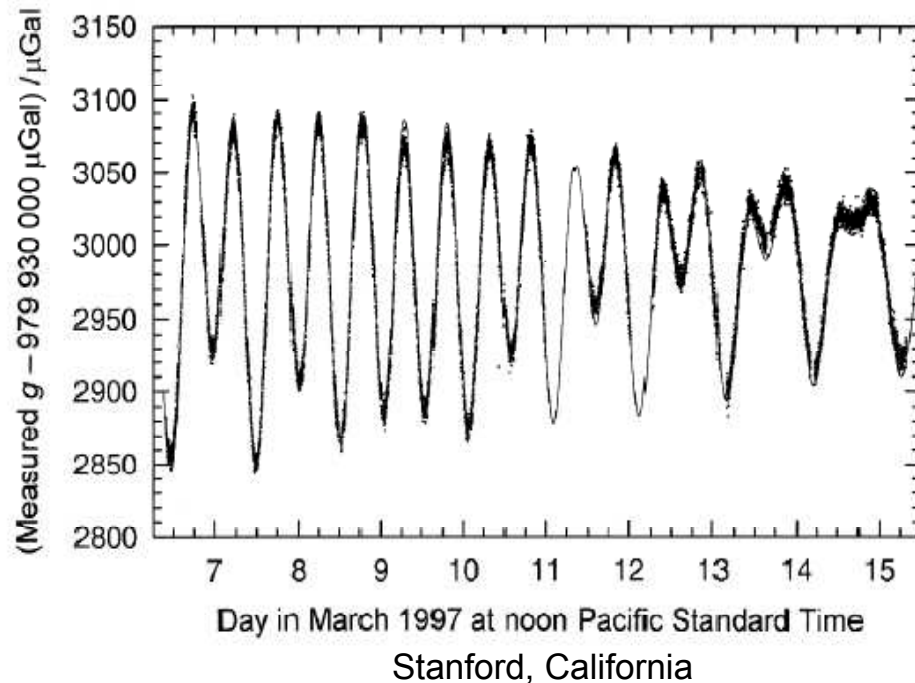


Gravimetrie s cesiovými atomy

$$g \approx 9.8 \text{ ms}^{-2} \leftrightarrow 9.8 \times 10^8 \mu\text{Gal}$$

Galileo

$$1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ ms}^{-2} \approx 10^{-9} g$$

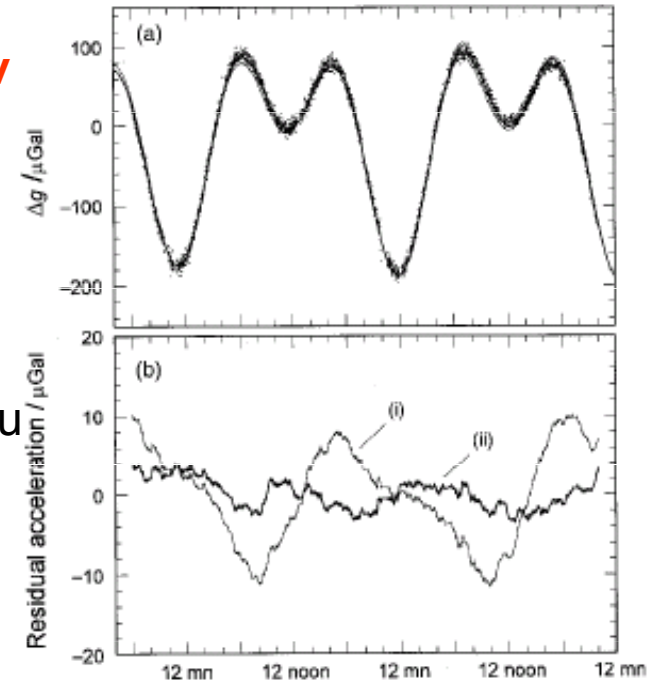


slabové efekty v
zemské kůře

teoretický fit

I. bez vlivu oceánu

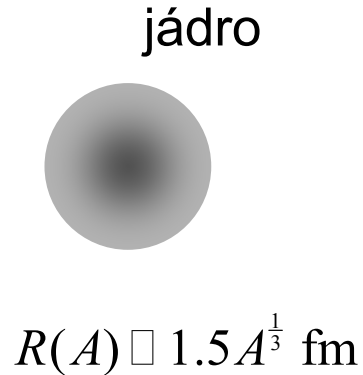
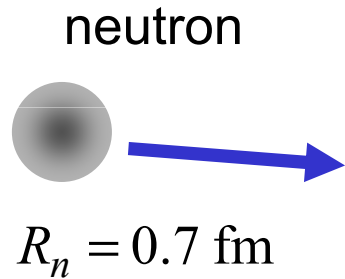
II. se započtením
vlivu oceánského
vzdutí



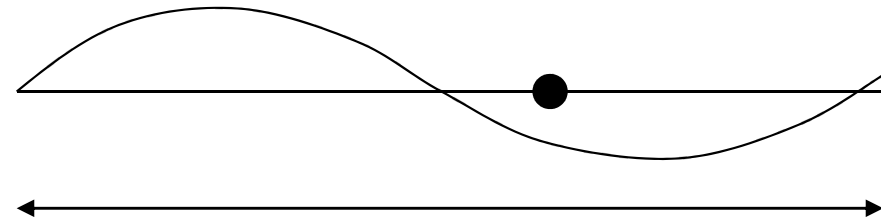
Object	Mass/kg	Distance/m	Gravity/ μGal	Gradient/ $\mu\text{Gal m}^{-1}$	Angle/ degree	Gravity change/ μGal
Earth	6.0×10^{24}	6.4×10^6	9.8×10^8	308	0	9.8×10^8
Optical table	1000	1.5	3.0	4	0	3.0
Aluminium spacers	1	0.1	0.7	13	0	0.7
Experimental physicist (A. P.)	90	1.0	0.7	1.2	45	0.5
Loaded truck	40 000	10	2.7	0.5	45	2.0
Physics lecture hall (demolished)	2.0×10^6	50	5.0	0.2	90	0.0
Hole (excavated)	2.0×10^7	100	13.3	0.3	85	1.3

Šíření neutronů v nemagnetických látkách

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



$\lambda \approx 0.1 \text{ nm} \gg R$

$R(100) \approx 6$

experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

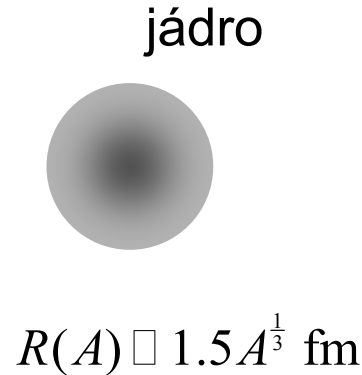
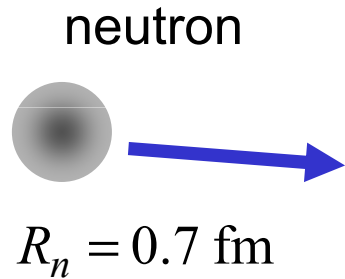
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

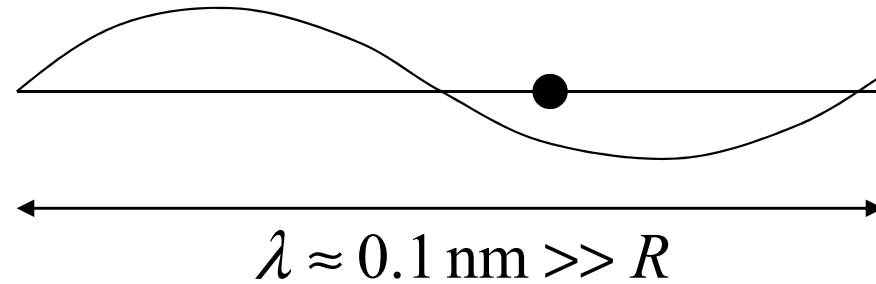
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2$ celkový účinný průřez

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

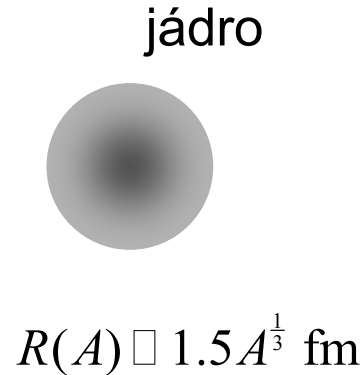
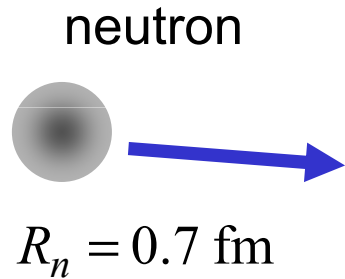
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

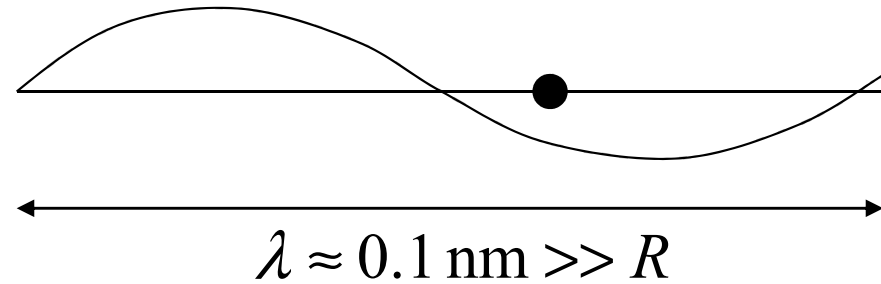
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \text{ celkový účinný průřez}$$

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

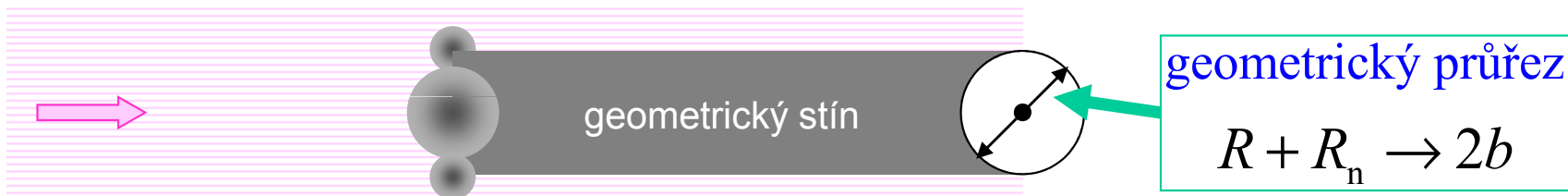
FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \text{ celkový účinný průřez}$$



Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty
pro
elastický rozptyl

Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty
pro
elastický rozptyl

Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
Silicon	14Si30	0.16				2.2		2.4	2.33
	14Si31	0.48							

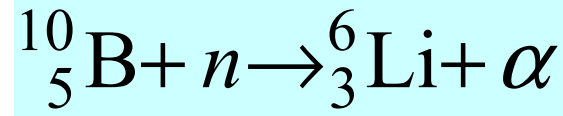
bor absorbuje neutrony a emituje α částici; slouží k detekci neutronů

kadmium absorbuje neutrony a slouží k řízení reaktoru

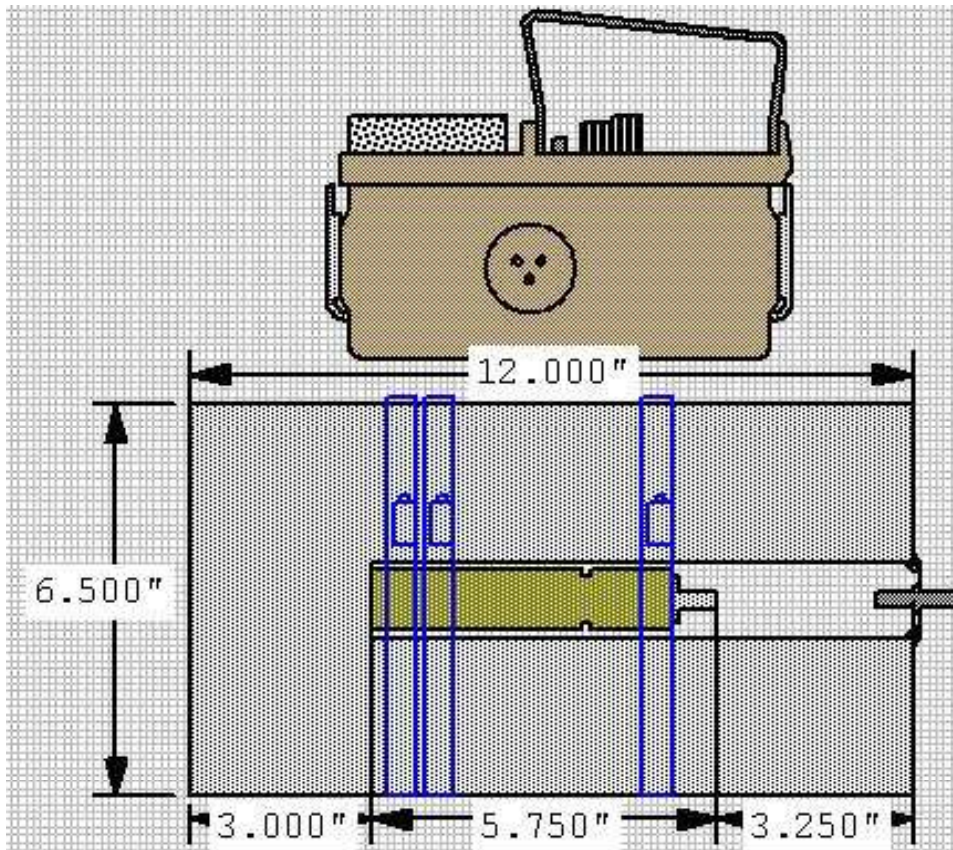
běžné hodnoty pro elastický rozptyl

BF_3 detektor neutronů

reakce



náboj $2e$
normální detekce



Optický potenciál neutronů v nemagnetických látkách

Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

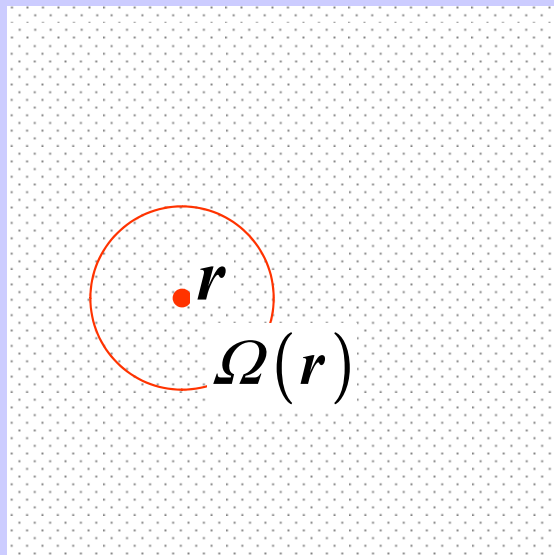
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

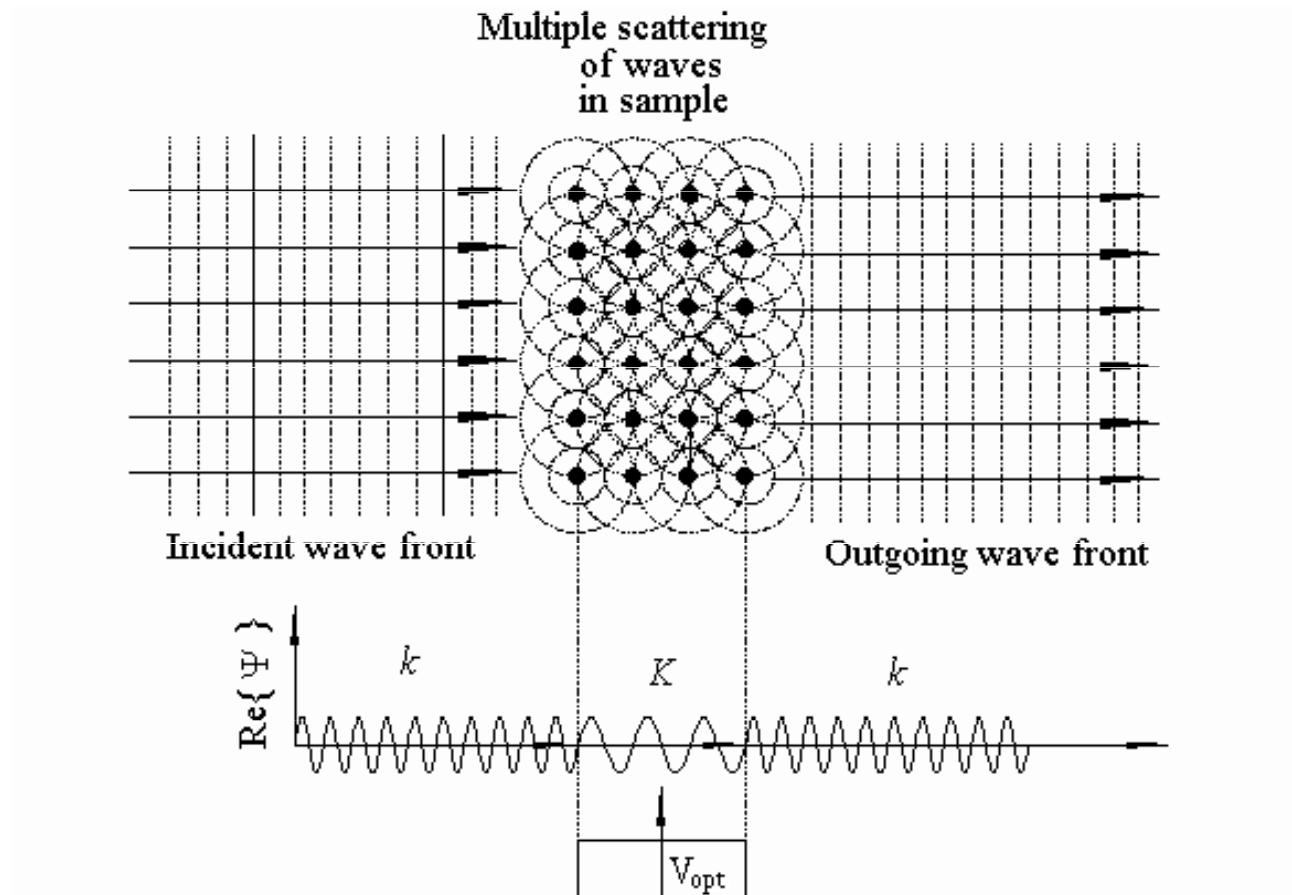
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL



$$\begin{aligned} V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} V(\bar{\mathbf{r}}) \\ &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} \sum_{\ell} \frac{2\pi\hbar^2}{m} b_{\ell} \delta(\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_{\ell}) \\ &= \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{r}_{\ell} \in \Omega(\mathbf{r})} b_{\ell} \equiv \frac{2\pi\hbar^2}{m} \bar{b}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

Ke vzniku označení "optický potenciál"



Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

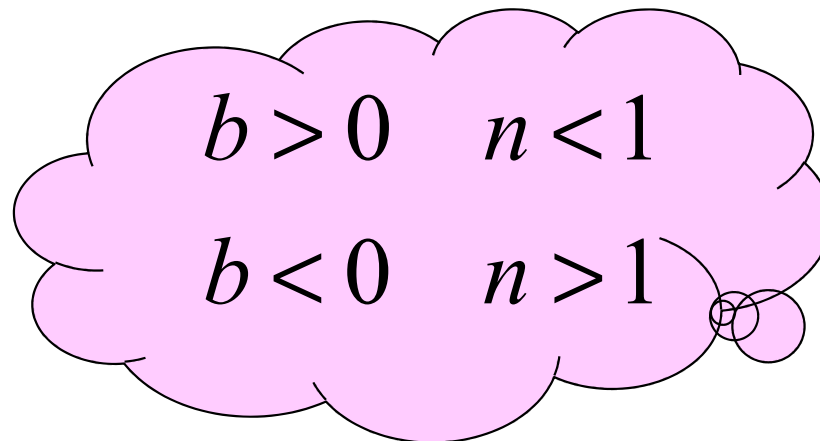
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$



Interferometrické měření rozptylových délek

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

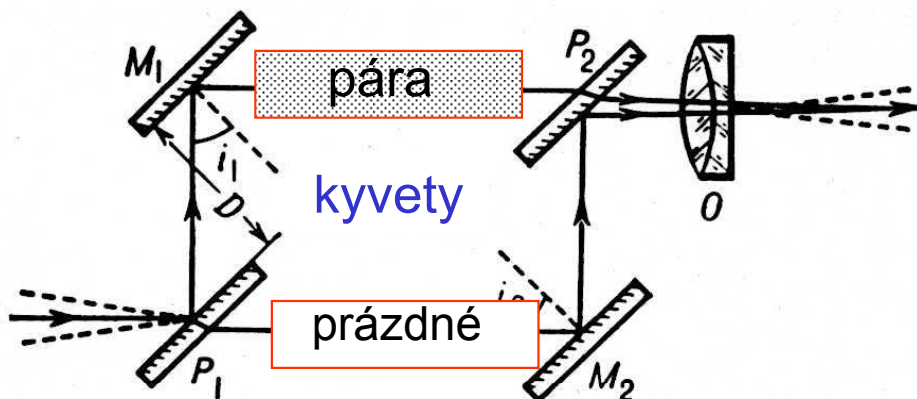
makroskopickým

Interferenčním

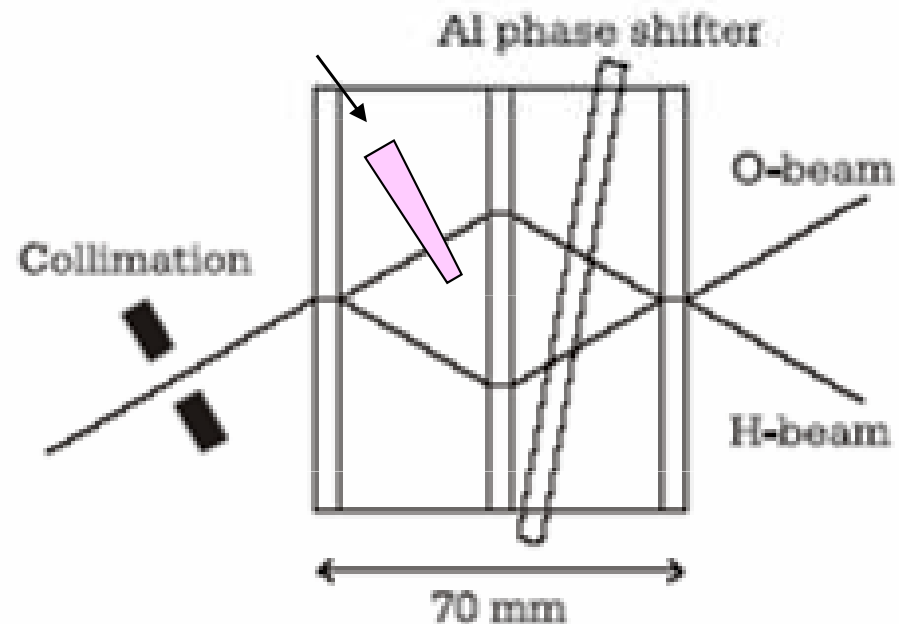
měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

mikroskopickou

délku b !!!



Roschdestwenski



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

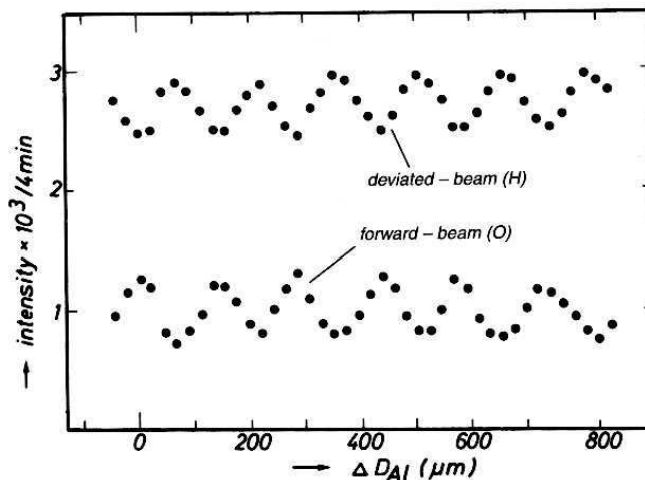
mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním
klínu z hliníku
narůstá dráhový
rozdíl



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

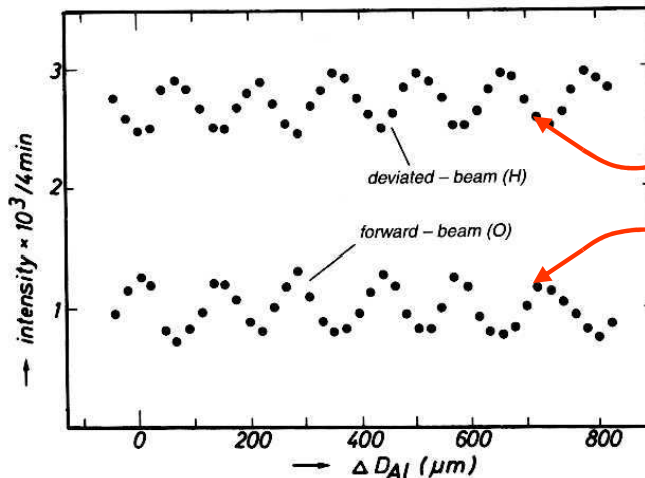
$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním klínu z hliníku narůstá dráhový rozdíl



$$I_{\text{TOT}} = I_{\text{O}} + I_{\text{H}} = \text{const.}$$

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

Ukázka skutečných hodnot

o.k.

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

UKÁZKA VÝPOČTU PRO HLINÍK

hustota $\rho = 2699 \text{ kg/m}^3$
 relativní atomová hmotnost $A = 27$

$$N = 1000 N_A \times \frac{\rho}{A} \approx 1000 \times 6.02 \times 10^{23} \times 2699 / 27 = 6.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} = 60.2 \text{ fm}^{-3} \quad \text{o.k.}$$

$$V_{\text{OPT}} = \frac{2 \times 3.14 \dots \times (1.055 \times 10^{-34})^2}{1.66 \times 10^{-27} \times 1.00866} \cdot 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 1.602 \times 10^{-19} = 5.41 \times 10^{-8} \text{ eV} \quad \text{o.k.}$$

$$1 - n = (10 \times 10^{-9})^2 \times 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 2 / 3.14 \dots = 3.30 \times 10^{-3} \quad \text{o.k.}$$

**Vyloučení justačních
(geometrických) chyb**

- přesouvání vzorku mezi oběma cestami
- natáčení po krocích ve sklonu a v azimutu

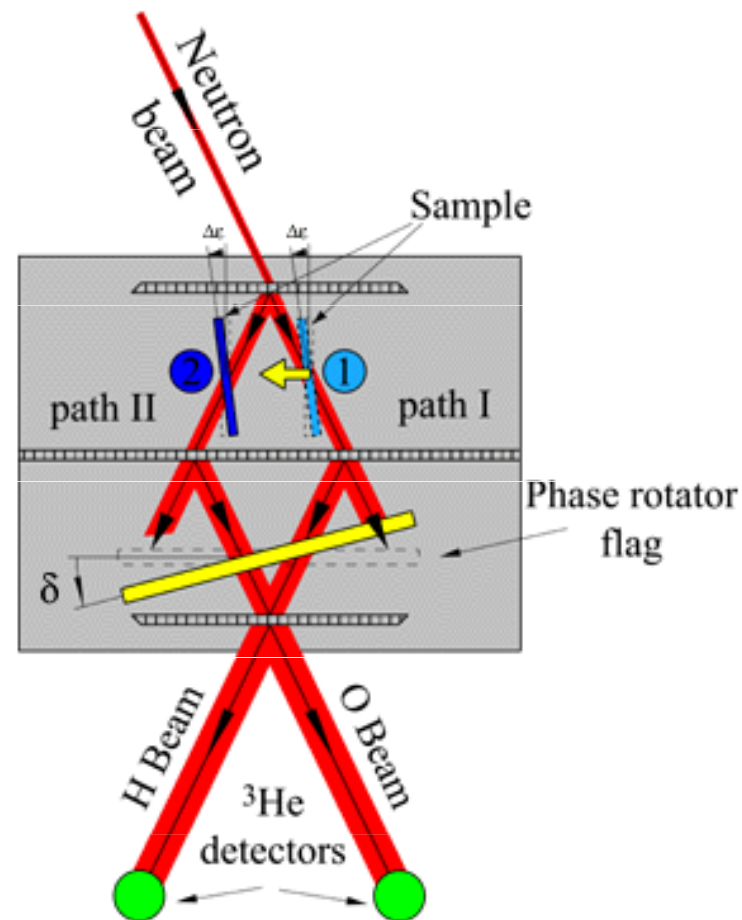
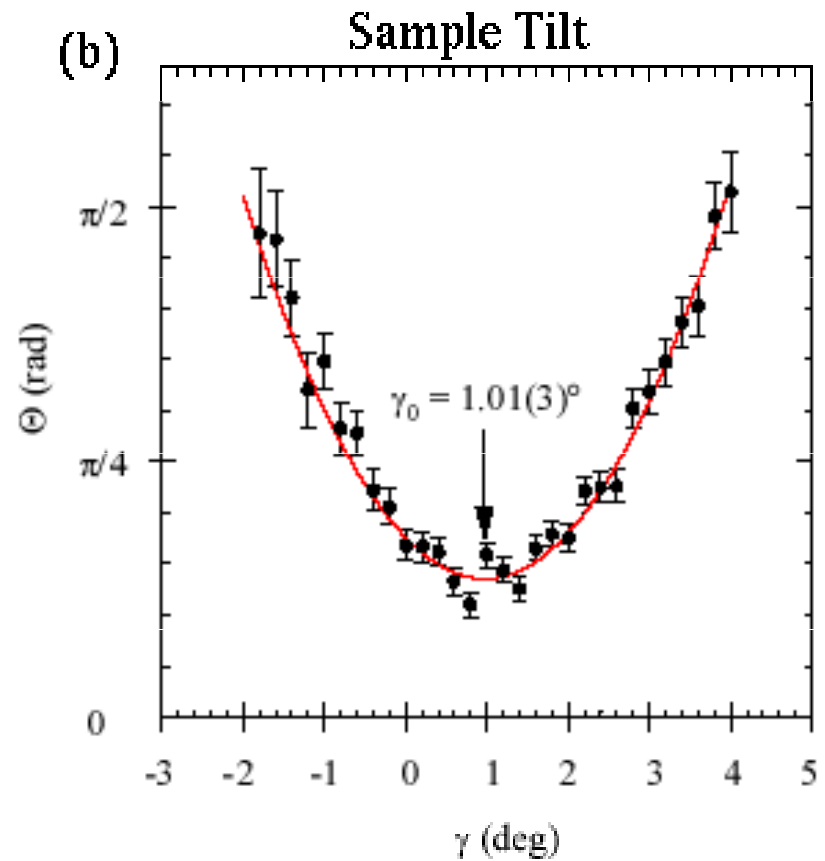
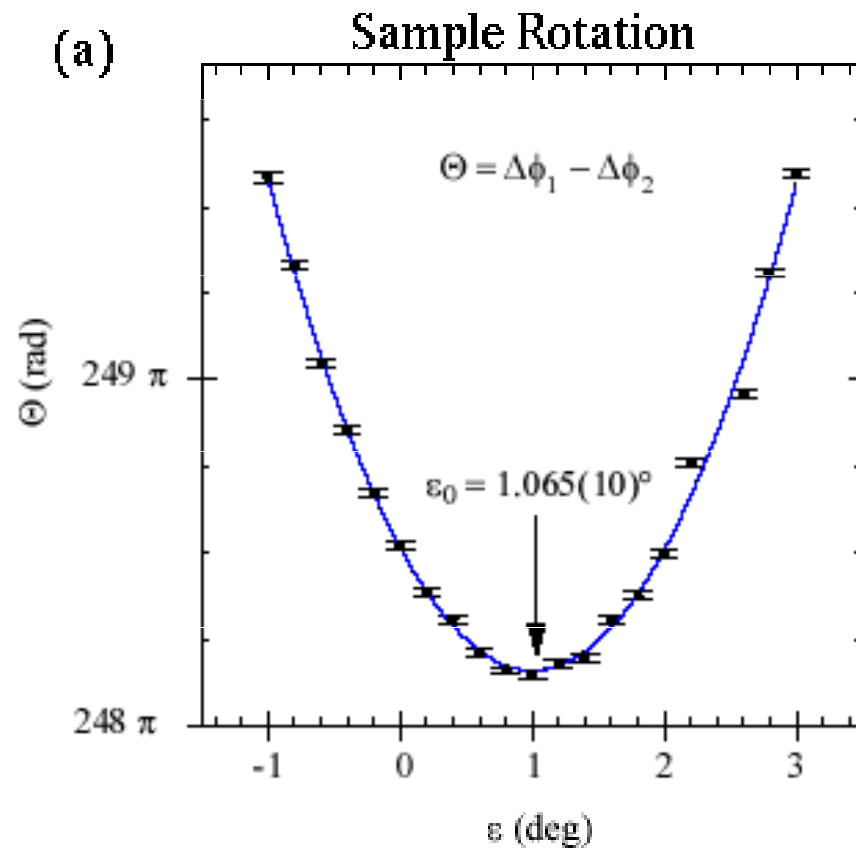


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

Vyloučení geometrických chyb



Moderní přesné měření (NIST)

Moderní přesné měření

v NIST

údaje pro křemík

$$b_{\text{new}} = 4.1507(2) \text{ fm}$$

$$b_{\text{accepted}} = 4.1490(10) \text{ fm}$$

Uncertainty level is at **0.005%**,
an improvement of a factor of 5
over previous best measurement
[C.G. Shull and J.A. Oberteuffer,
Phys. Rev. Lett. **29**, 867 (1972);
also C.G. Shull,
Phys. Rev. Lett. **21**, 1585 (1968)].

Sources of uncertainty:

1. Variations in the thickness D
amounting to **0.005 %**.
2. Statistical **0.001 %**.
3. Alignment **0.0002 %**.
4. Density **0.0001 %**.

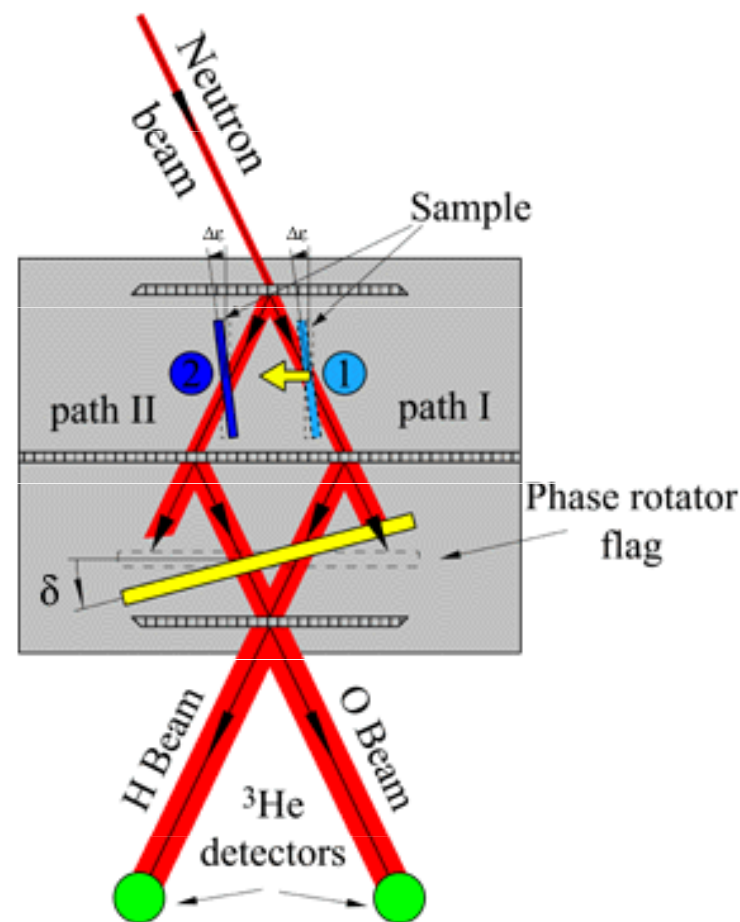


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

The end