

F4110
Fyzika atomárních soustav
letní semestr 2010 - 2011

XII.
Chladné atomy

KOTLÁŘSKÁ 18. KVĚTNA 2011

Fyzika nízkých teplot

Existence absolutní nuly

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn

definována vztahem

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie

- Pro všechny další systémy se použije transitivnosti teploty pro tělesa v kontaktu

$$T_I = T_{III}, \quad T_I = T_{II} \Rightarrow T_{II} = T_{III}$$

-

Existence absolutní nuly

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn

definována vztahem

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie

- Pro všechny další systémy se použije transitivnosti teploty pro tělesa v kontaktu

$$T_I = T_{III}, \quad T_I = T_{II} \Rightarrow T_{II} = T_{III}$$

ideální plyn

nová teploměrná látka

Existence absolutní nuly

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn

definována vztahem

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie.

- Pro všechny další systémy se použije **transitivnosti teploty** pro tělesa v kontaktu (vzájemné tepelné rovnováze)
- Absolutní nula není dostižitelná konečným procesem (**3. zákon termodyn.**)

$$S \rightarrow 0, \quad C_v \rightarrow 0, \quad \dots \text{ při } T \rightarrow 0$$

Existence absolutní nuly

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn

definována vztahem

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie.

- Pro všechny další systémy se použije **transitivnosti teploty** pro tělesa v kontaktu (vzájemné tepelné rovnováze)
- Absolutní nula není dostižitelná konečným procesem (**3. zákon termodyn.**)

$$S \rightarrow 0, \quad C_v \rightarrow 0, \quad \dots \text{ při } T \rightarrow 0$$

- Zvláštní jevy, **makroskopické kvantové jevy**, jako supravodivost, v blízkosti nuly. Ovšem co je „blízkost“ ? Vysokoteplotní supravodivost, život, ...

Existence absolutní nuly

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn

definována vztahem

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie.

- Pro všechny další systémy se použije **transitivnosti teploty** pro tělesa v kontaktu (vzájemné tepelné rovnováze)
- Absolutní nula není dostižitelná konečným procesem (**3. zákon termodyn.**)

$$S \rightarrow 0, \quad C_v \rightarrow 0, \quad \dots \text{ při } T \rightarrow 0$$

- Zvláštní jevy, **makroskopické kvantové jevy**, jako supravodivost, v blízkosti nuly. Ovšem co je „blízkost“? Vysokoteplotní supravodivost, život, ...

Porovnat teplotu s charakteristickými energiemi

$$k_B T \square E_{\text{Vazeb}}$$

nový řád

$$k_B T \square E_{\text{Excit}}$$

vymrzání

Teploty ve vesmíru

Stupnice	nitra hvězd	$10^6 - 10^8$ K
	hvězdné atmosféry	$10^3 - 10^4$ K
	kometry, planety ...	$10^1 - 10^2$ K
	
	reliktní záření jako minimum	$\sim 2,72$ K
	mlhovina Bumerang (suhvězdí Kentaura)	1,15 K

Teploty ve vesmíru

Stupnice	nitra hvězd	$10^6 - 10^8$ K
	hvězdné atmosféry	$10^3 - 10^4$ K
	komety, planety ...	$10^1 - 10^2$ K
	
	reliktní záření jako minimum	$\sim 2,72$ K
	mlhovina Bumerang (suhvězdí Kentaura)	1,15 K

Pozemský rekord
-89,3°C ↔ 183.75 K

1983 Antarktida
stanice Vostok

Teploty ve vesmíru

Stupnice	nitra hvězd	$10^6 - 10^8$ K
	hvězdné atmosféry	$10^3 - 10^4$ K
	komety, planety ...	$10^1 - 10^2$ K
	
	reliktní záření jako minimum	$\sim 2,72$ K
	mlhovina Bumerang (suhvězdí Kentaura, objevena 1998, teplota určena 2003)	1,15 K
	důvod: rychlá expanse plynů z centrální hvězdy	

Pozemský rekord
-89,3°C ↔ 183.75 K

1983 Antarktida
stanice Vostok



Nízké teploty v laboratoři (jen výběr !!)

K	Teplotní rekordy	Objevy	Teorie
	1877 <i>Pictet</i> kapalný kyslík?		
77	1895 <i>von Linde</i> kap. vzduch		
22	1898 <i>Dewar</i> kapalný vodík		
	1905 <i>von Linde</i> kap. dusík		
4,2	1908 <i>Kamerlingh-Onnes</i> kapalné helium	1911 <i>Kamerlingh-Onnes</i> supravodivost kovů	
0,3	odsávané helium		1924 <i>Einstein</i> Bose- Einsteinova kondensace
mK	1933 paramagn. demagnet. 1951 <i>H. London</i> rozpouštěcí refrigerátor	1937 <i>Kapica</i> supratekutost Helia-4	1939 <i>Landau</i> supratekutost (fenom.) 1947 <i>Bogoljubov</i> teorie supratekutost (mikrosk.)
μK	1956 <i>Kurti</i> NDR (jaderná ...) 1985 <i>Hänsch</i> laserové chlazení (princip)	1972 <i>Osheroff</i> supratekutost Helia-3 1986 <i>Müller a Bednorz</i> vysokoteplot. supravodivost	1956 <i>BCS</i> * supravodivost kovů 1975 <i>Leggett</i> supratekutost Helia-3
nK	o tom dnes		
pK	rekord okolo 100 pK	1995 <i>Wieman, ... Ketterle</i> BEC v atomových parách	

**Bardeen, Cooper a Schrieffer*

Nízké teploty v laboratoři (jen výběr !!)

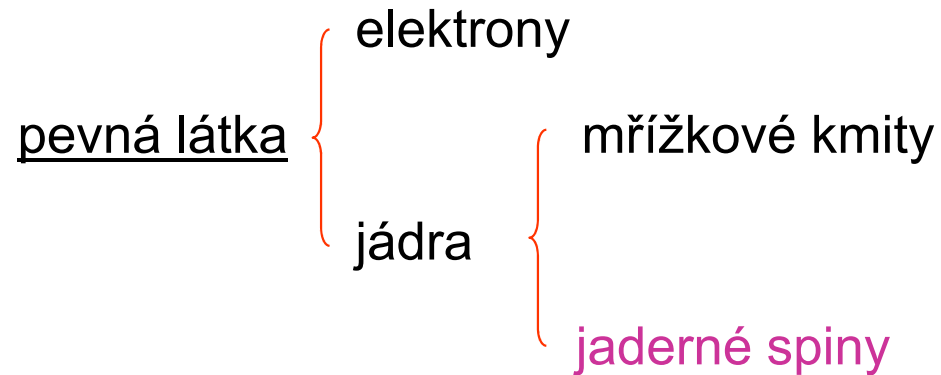
K	Teplotní rekordy	Objevy	Teorie
	1877 <i>Pictet</i> kapalný kyslík?		
77	1895 <i>von Linde</i> kap. vzduch		
22	1898 <i>Dewar</i> kapalný vodík		
	1905 <i>von Linde</i> kap. dusík		
4,2	1908 <i>Kamerlingh-Onnes</i> kapalné helium	1911 <i>Kamerlingh-Onnes</i> supravodivost kovů	
0,3	odsávané helium		1924 <i>Einstein</i> Bose- Einsteinova kondensace
mK	1933 paramagn. demagnet. 1951 <i>H. London</i> rozpouštěcí refrigerátor	1937 <i>Kapica</i> supratekutost Helia-4	1939 <i>Landau</i> supratekutost (fenom.) 1947 <i>Bogoljubov</i> teorie supratekutost (mikrosk.)
μK	1956 <i>Kurti</i> NDR (jaderná ...) 1985 <i>Hänsch</i> laserové chlazení (princip)	1972 <i>Osheroff</i> supratekutost Helia-3 1986 <i>Müller a Bednorz</i> vysokoteplot. supravodivost	1956 <i>BCS</i> * supravodivost kovů 1975 <i>Leggett</i> supratekutost Helia-3
nK	o tom dnes		
pK	rekord okolo 100 pK	1995 <i>Wieman, ... Ketterle</i> BEC v atomových parách	

**Bardeen, Cooper a Schrieffer*

Jaderná adiabatická demagnetisace

Chlazení jadernou adiabatickou demagnetisací

NDR nuclear demagnetization refrigeration



Podsystemy v slabém tepelném kontaktu
Prostorově se prolínají, žijí však skoro autonomně

Chlazení jadernou adiabatickou demagnetisací

NDR nuclear demagnetization refrigeration

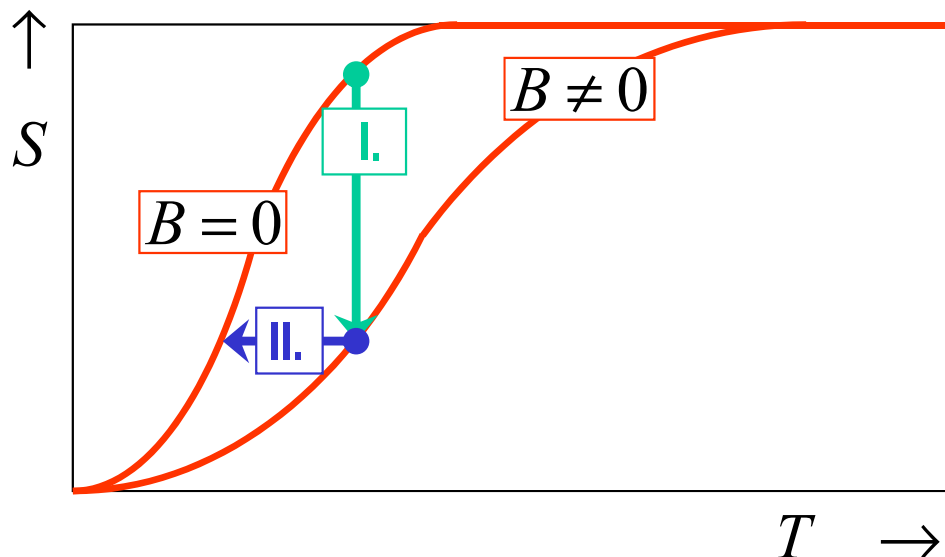
pevná látka	elektrony		T_e	
		mřížkové kmity	T_L	τ_L
	jádra			τ_{LS}
		jaderné spiny	T_S	τ_S

V rovnováze se teploty všech podsystémů vyrovnají.

Spin-mřížková relaxace je pomalá!

Můžeme proto generovat nerovnovážnou velmi nízkou spinovou teplotu

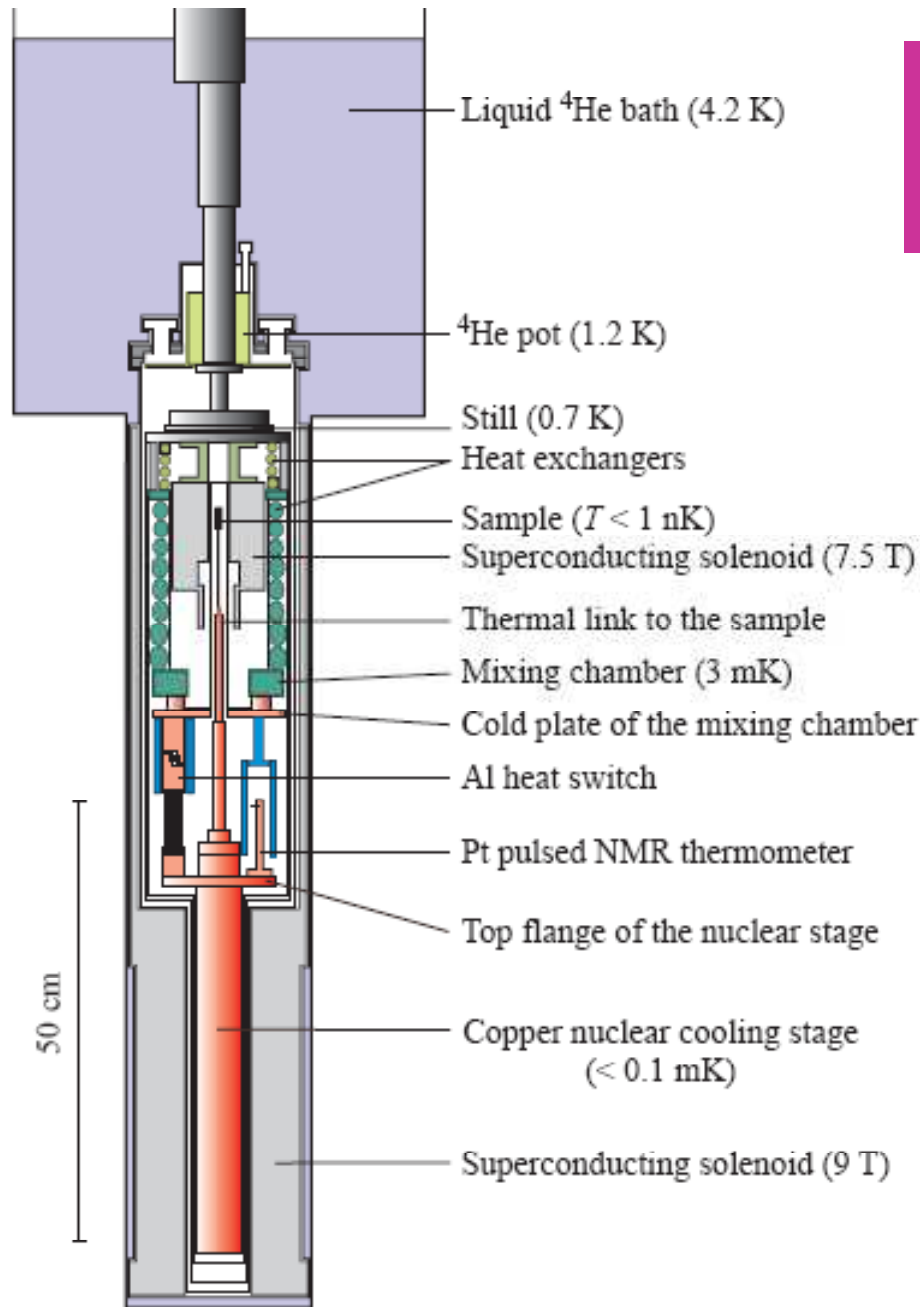
Princip NDR



I. KROK *izotermická magnetizace*
Entropie s magnetickým polem klesá
≡ snižuje se orientační neuspořádanost

II. KROK *adiabatická demagnetizace*
Teplota a vnitřní energie klesají

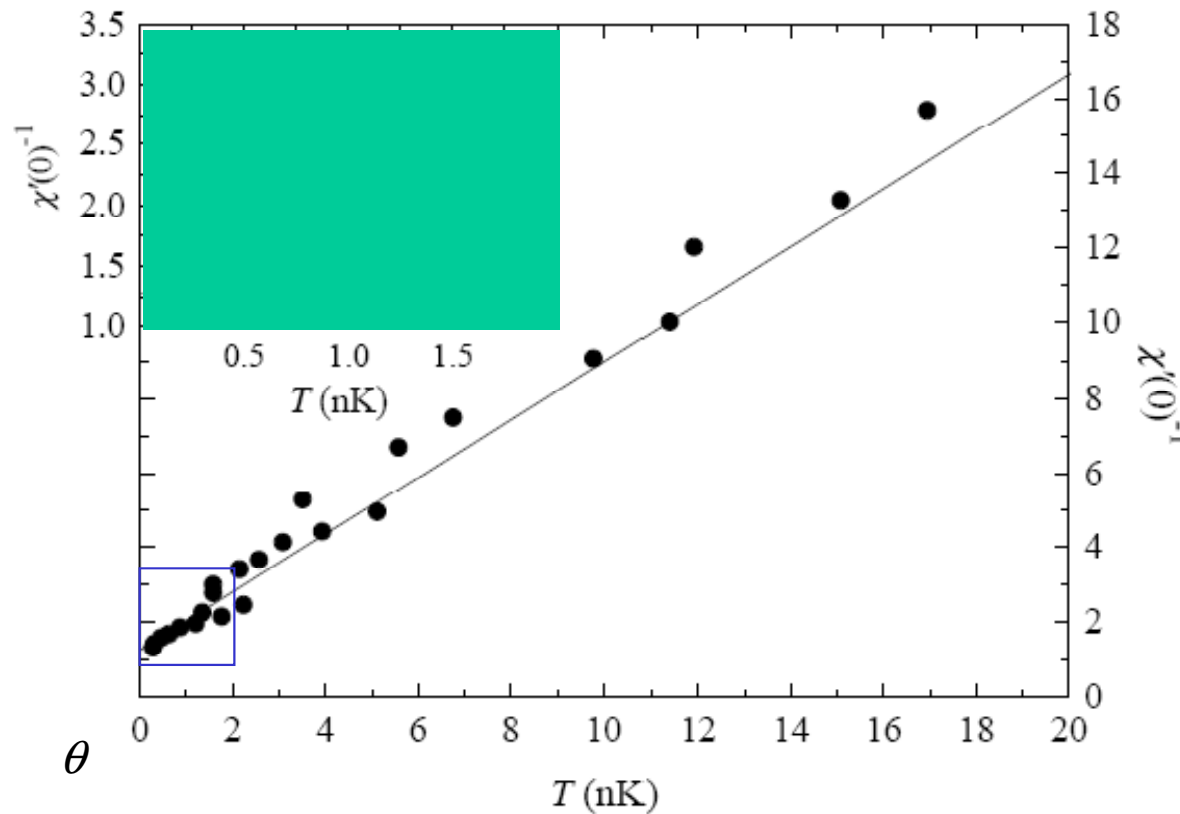
Kryostat, kde byla dosažena rekordní teplota 100 pK



Helsinki University of Technology
YKI, Low Temperature Group
2000

1. Předchlazení čerpáním helia 0,7 K
2. První stupeň: rozpouštěcí refrigerátor 3 mK
3. Druhý stupeň: NDR v mědi $< 0,1$ mK
4. Třetí stupeň: NDR v samotném vzorku: monokrystal Rh < 1 nK

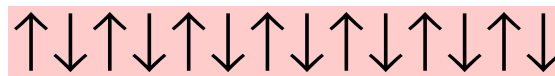
Spinová magnetická susceptibilita monokrystalu rhodia



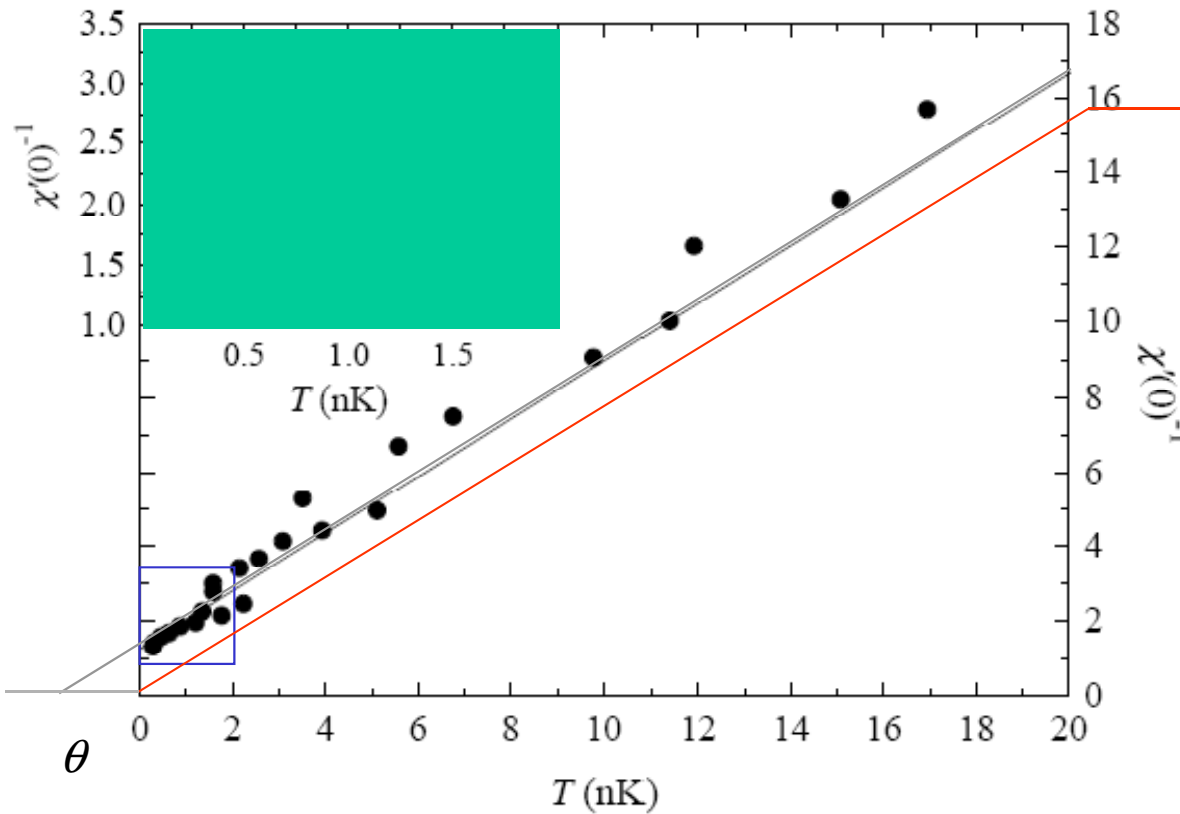
$$\chi'(0) = \frac{\lambda}{T - \theta},$$

$$\theta = -1.65 \text{ nK}$$

Curie-Weissův zákon jaderné spiny v rhodiu ... antiferomagnetické uspořádání



Spinová magnetická susceptibilita monokrystalu rhodia



paramagnet (nezávislé spiny)

$$\chi'(0) = \frac{\lambda}{T - \theta},$$

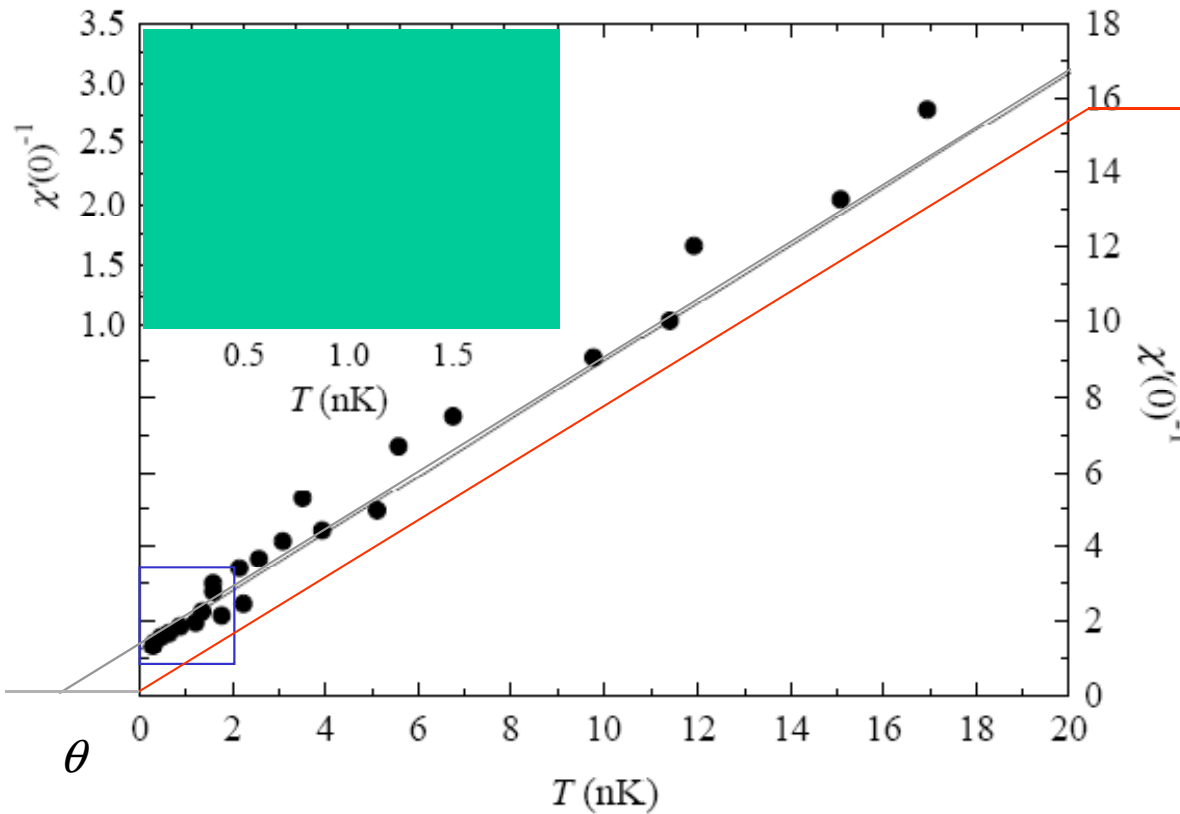
$$\theta = -1.65 \text{ nK}$$

Curieova teplota?

Curie-Weissův zákon jaderné spiny v rhodiu ... antiferomagnetické uspořádání



Spinová magnetická susceptibilita monokrystalu rhodia



paramagnet (nezávislé spiny)

$$\chi'(0) = \frac{\lambda}{T - \theta},$$

$$\theta = -1.65 \text{ nK}$$

Néelova teplota

Curie-Weissův zákon jaderné spiny v rhodiu ... antiferomagnetické uspořádání



Spinová magnetická susceptibilita monokrystalu rhodia

V těchto extrémních podmínkách

- vzorek je ovládán prostřednictvím spinů, na které působí magnetické pole
- sám vzorek (jeho spinový podsystem) působí jako chladicí medium
- měření pomocí nízkofrekvenční NMR udává susceptibilitu i statickou limitu (polarisaci)
- primární veličinou je právě *polarisace*, s níž přímo souvisí *entropie* vzorku jako základní termodynamická veličina
- *teplota* je odvozena z reakce na tepelné pulsy podle schematu:

atomová polarisace $\propto \mu_J p$ je skutečně měřena

jaderný spin pro rhodium $I = \frac{1}{2} \Rightarrow p = w_{\uparrow} - w_{\downarrow}; \quad w_{\uparrow} + w_{\downarrow} = 1$

entropie na spin přímo z definice

$$\frac{S}{R} = -\frac{1+p}{2} \ln \frac{1+p}{2} - \frac{1-p}{2} \ln \frac{1-p}{2}$$

teplota podle základní termodynamické identity $\Delta Q = T \Delta S$

$$S \propto -\sum w_{\alpha} \ln w_{\alpha}$$

MILAN ODEHNAL

Supravodivost
a jiné
kvantové
jevy

CV

CESTA
K VĚDĚNÍ



Cena Milana Odehnala

Soutěž vědeckých prací mladých fyziků o Cenu Milana Odehnala

Česká fyzikální společnost, sekce JČMF vypisuje opakovaně, zpravidla v dvouletých intervalech, soutěž vědeckých prací mladých fyziků o **Cenu Milana Odehnala**.

Milan Odehnal (15.12.1932 - 17.9.1988) byl vynikající experimentátor, a současně i teoretik ve fyzice nízkých teplot, jedna z nejvýznačnějších postav české fyziky šedesátých až osmdesátých let. Mezi jeho výsledky patří polarizované protonové terčičky (použití organických látek pro velké terčičky), jaderná magnetická rezonance (objev dvoukvantových přechodů, zákonitosti zakázaných přechodů ve slabých magnetických polích), slabá supravodivost a supravodivé kvantové magnetometry SQUID (měření magnetických polí lidského srdce a mozku).

Laserové chlazení atomů

Nobelisté I.



The Nobel Prize in Physics 1997

"for development of methods to cool and trap atoms with laser light"



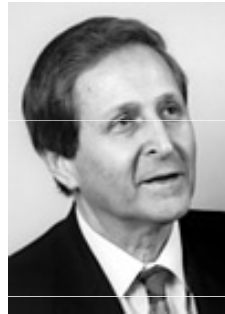
Steven Chu

1/3 of the prize

USA

Stanford University
Stanford, CA, USA

b. 1948



Claude Cohen-Tannoudji

1/3 of the prize

France

Collège de France;
École Normale Supérieure
Paris, France

b. 1933
(in Constantine,
Algeria)



William D. Phillips

1/3 of the prize

USA

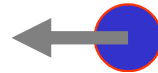
National Institute of
Standards and
Technology
Gaithersburg, MD,
USA

b. 1948

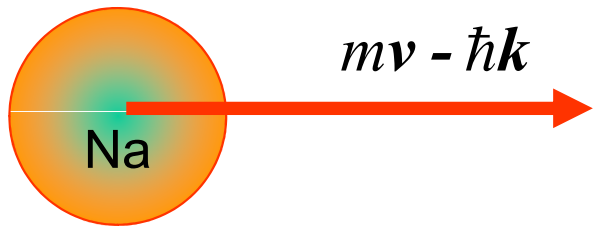
Jednoduché schéma brzdění atomů



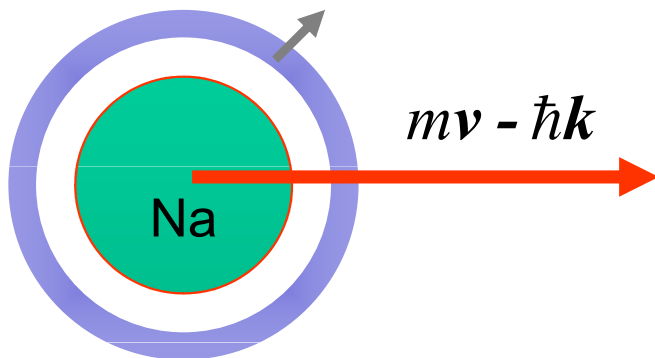
$\hbar k, \hbar \omega$



$\omega = \omega_{D_2} - \delta \dots$ Dopplerův posun
podmínka absorpce



excitovaný atom,
zmenšená hybnost

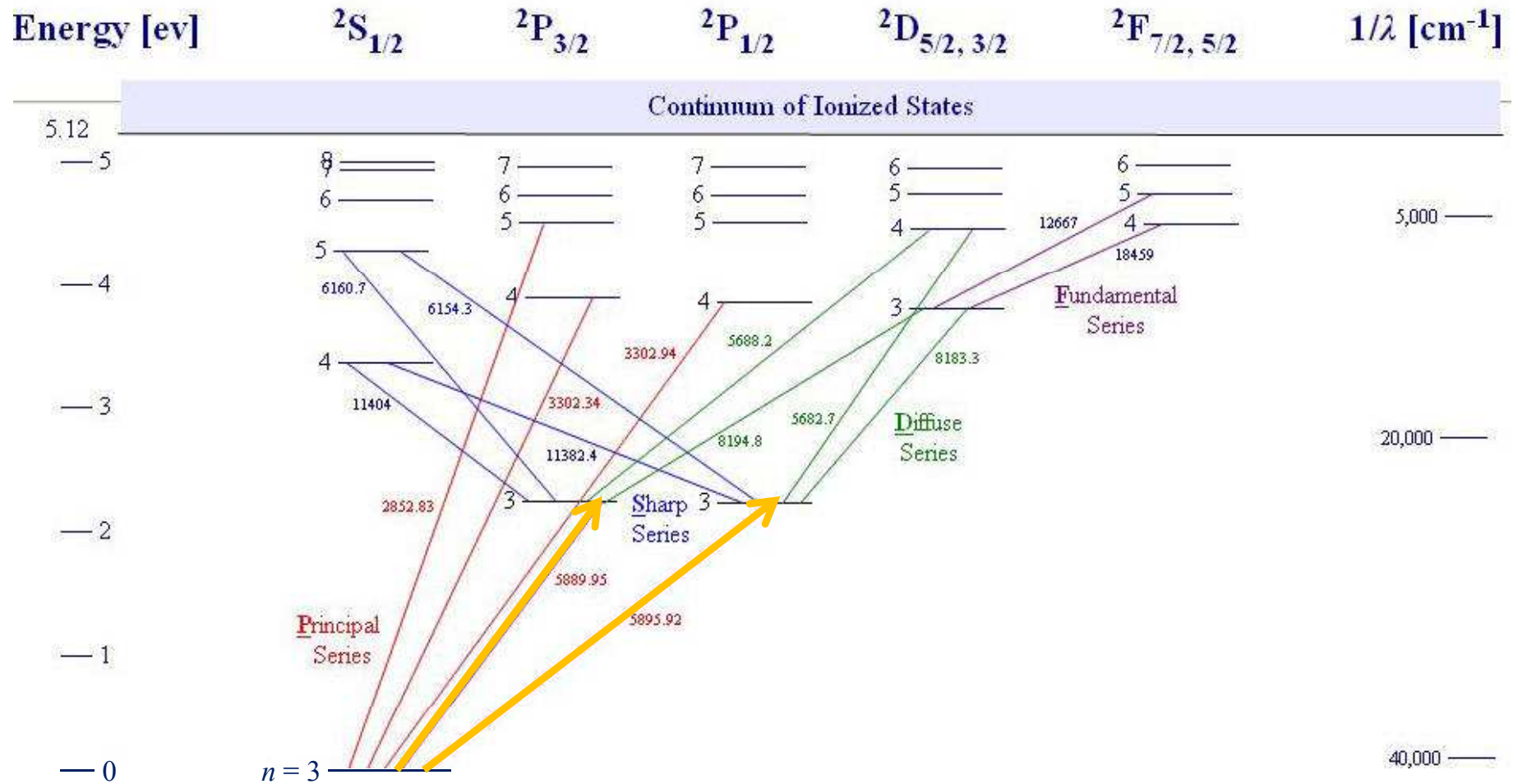


spontánní emisí se atom deexcituje,
foton je v průměru emitován všemi
směry

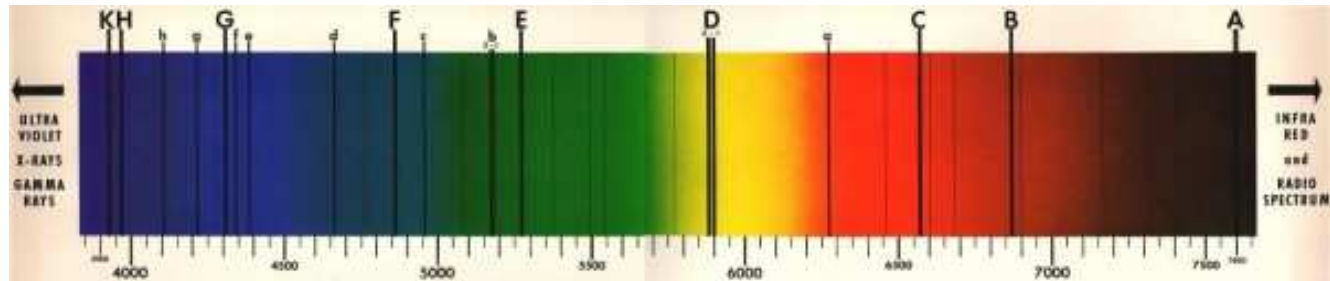
Elektronové hladiny a optické přechody v atomu sodíku

Grotrian Diagram for Sodium

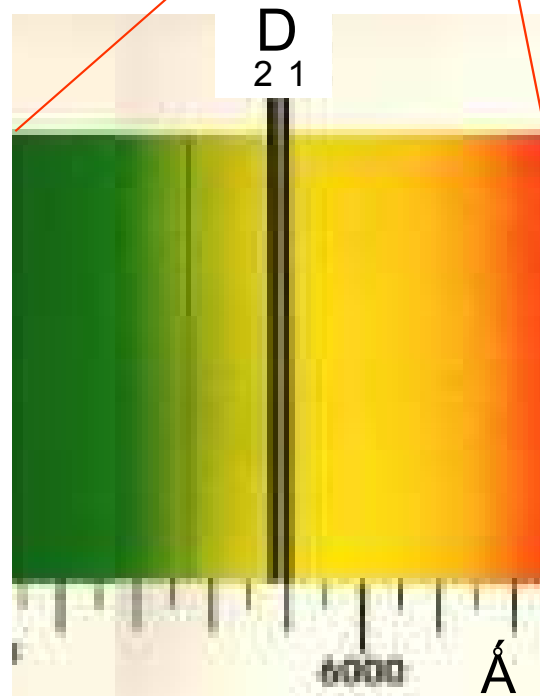
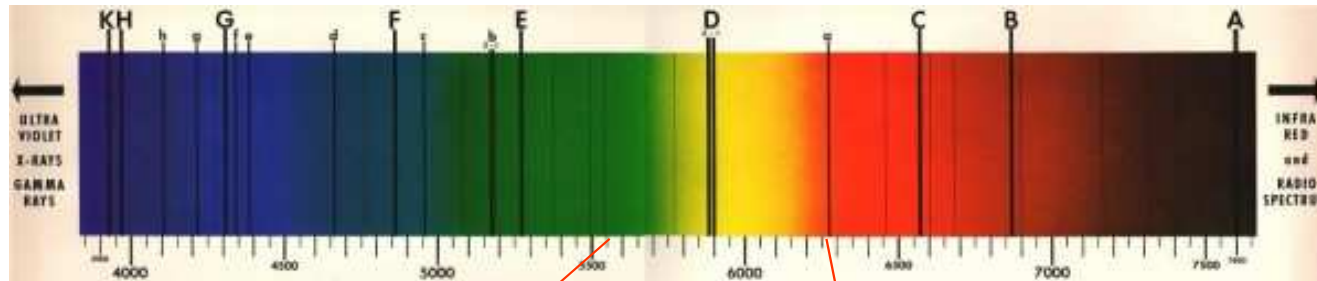
(Transition λ s are given in Å. Wave numbers are given in cm^{-1} for recombination photons.)



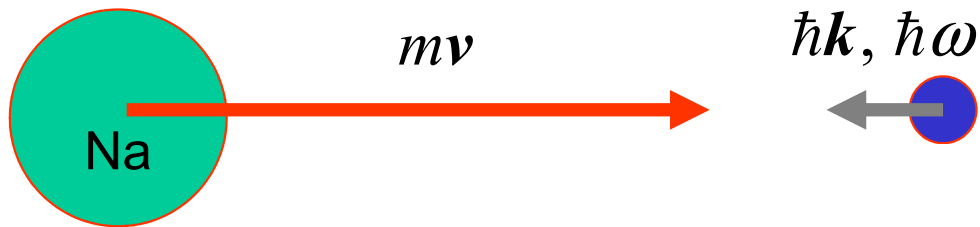
Fraunhoferovy čáry ve slunečním spektru



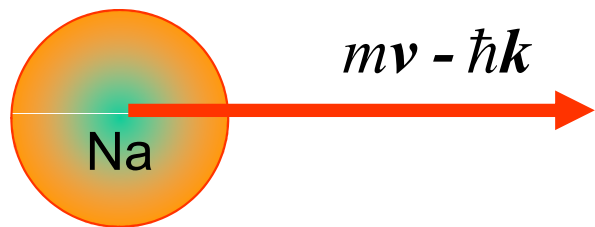
Fraunhoferovy čáry ve slunečním spektru



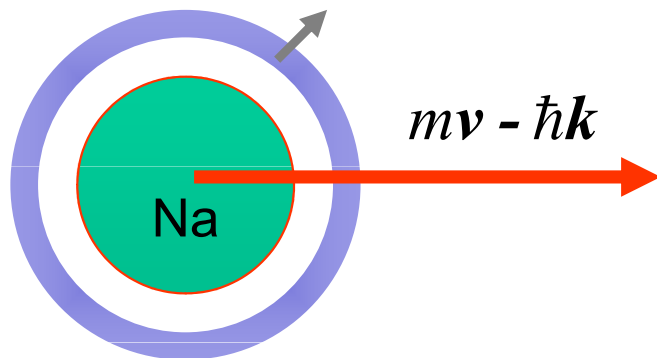
Jednoduché schéma brzdění atomů



$\omega = \omega_{D_2} - \delta \dots$ Dopplerův posun
podmínka absorpce

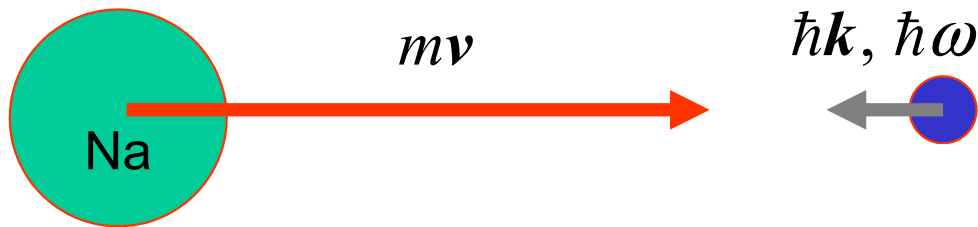


excitovaný atom,
zmenšená hybnost



spontánní emisí se atom deexcituje,
foton je v průměru emitován všemi
směry

Jednoduché schema brzdění atomů



$\omega = \omega_{D_2} - \delta \dots$ Dopplerův posun
podmínka absorpce

ODHADY

$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$

$p_{Na} = \sqrt{m k_B T}$

$= \sqrt{A u k_B T}$

$A = 23, \quad T = 300 \text{ K}$

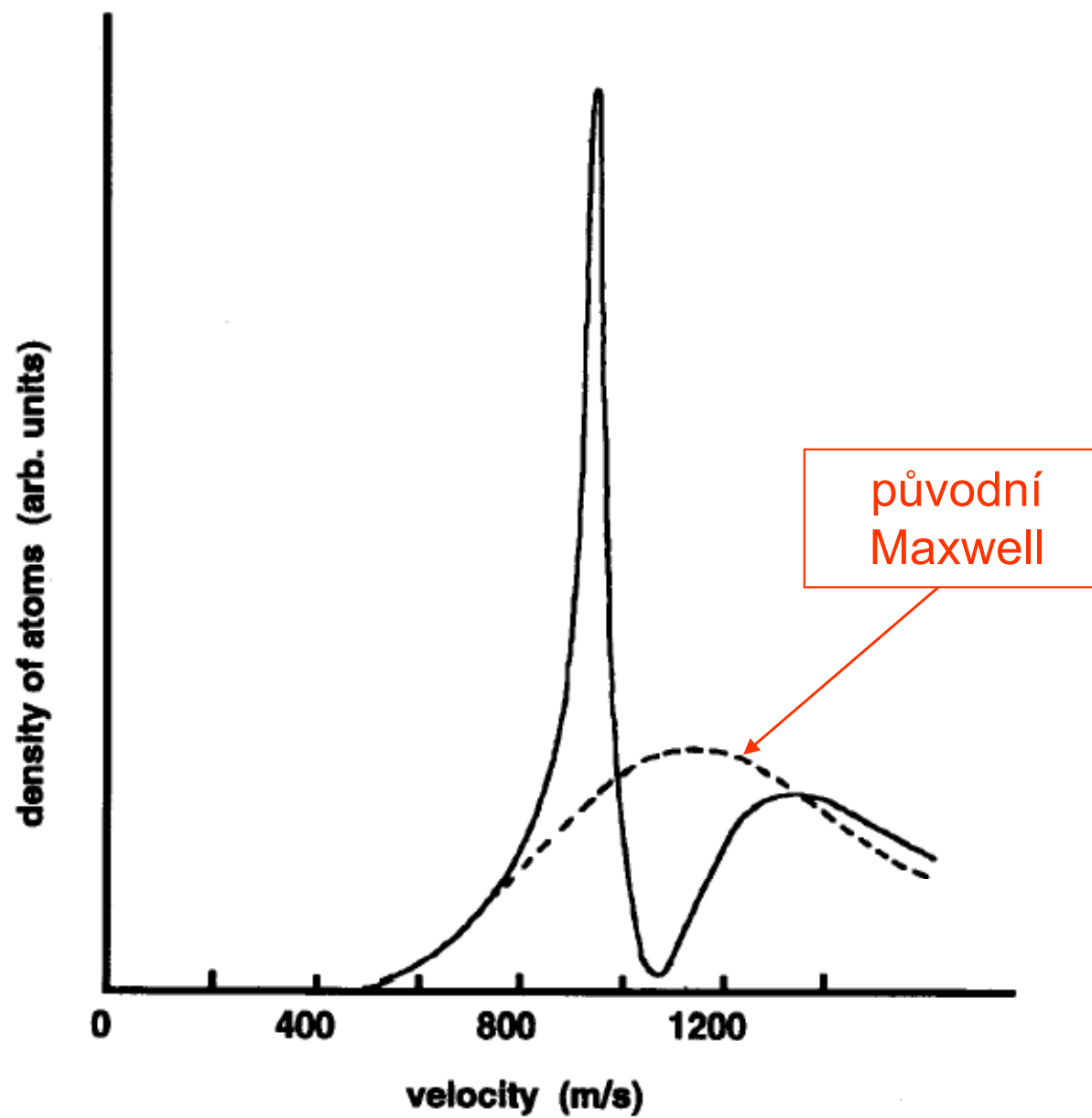
$p_{Na} = 1.26 \times 10^{-23} \text{ kgms}^{-1}$

$\hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda}$

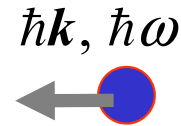
$\lambda = 6000 \text{ \AA}$

$p_{D_2} = 1.10 \times 10^{-27} \text{ kgms}^{-1}$

Rozdělení rychlostí po průchodu brzdícím svazkem

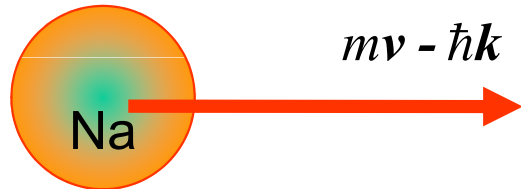


Jednoduché schéma brzdění atomů

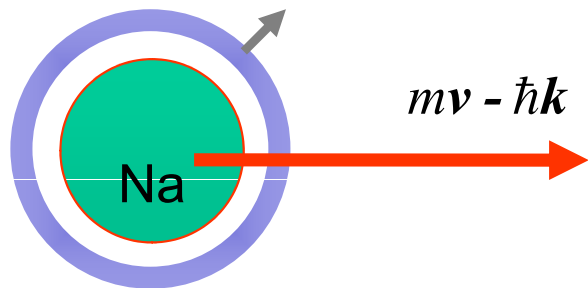


$$\omega = \omega_{D_2} - \delta \dots \text{Dopplerův posun}$$

podmínka absorpce



excitovaný atom,
zmenšená hybnost



spontánní emisí se atom
deexcituje, foton je v průměru
emitován všemi směry

zpomalované atomy přestávají rezonovat s laserovým paprskem

JE NUTNO PRŮBĚŽNĚ OBNOVOVAT NALADĚNÍ

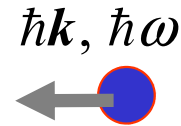
- změnou rezonanční frekvence atomů při zachování frekvence laseru

Zeeman laser cooling

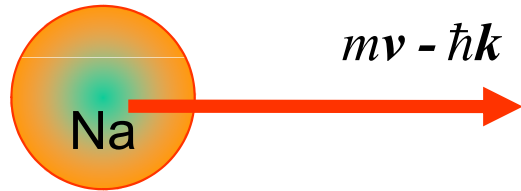
- změnou frekvence laseru zachováme rezonanci s atomy

Chirped laser cooling

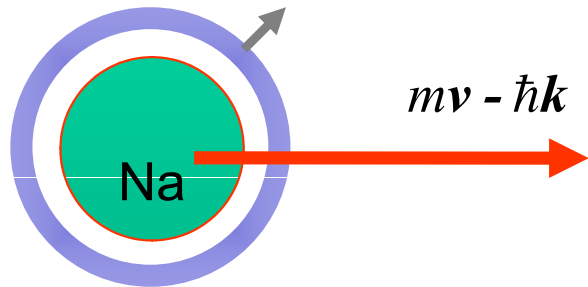
Jednoduché schéma brzdění atomů



$\omega = \omega_{D_2} - \delta \dots$ Dopplerův posun
podmínka absorpce



excitovaný atom,
zmenšená hybnost



spontánní emisí se atom
deexcituje, foton je v průměru
emitován všemi směry

zpomalované atomy přestávají rezonovat s laserovým paprskem

JE NUTNO PRŮBĚŽNĚ OBNOVOVAT NALADĚNÍ

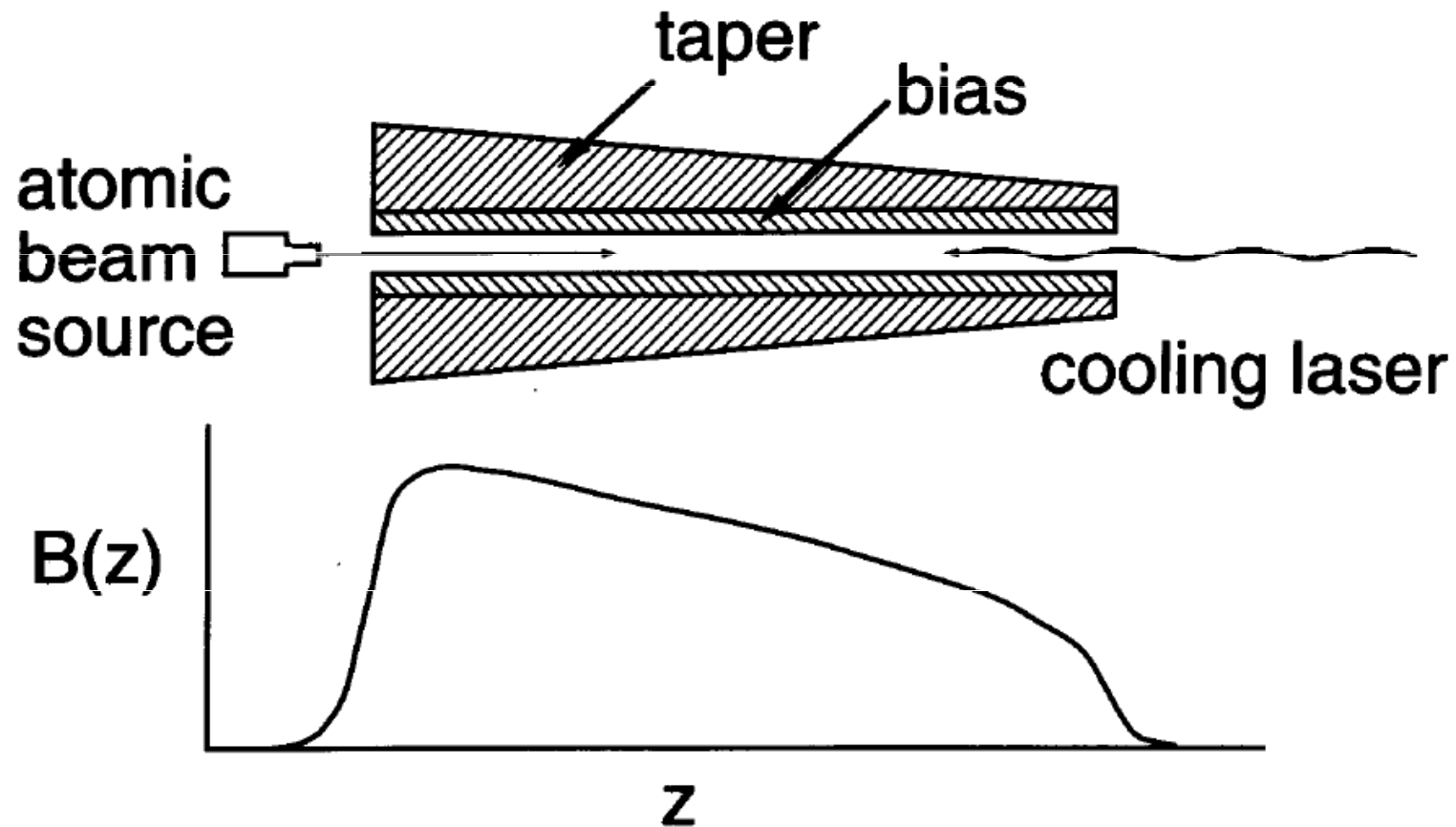
- změnou rezonanční frekvence atomů při zachování frekvence laseru
- změnou frekvence laseru zachováme rezonanci s atomy

Zeeman laser cooling

Chirped laser cooling

Phillips
Chu

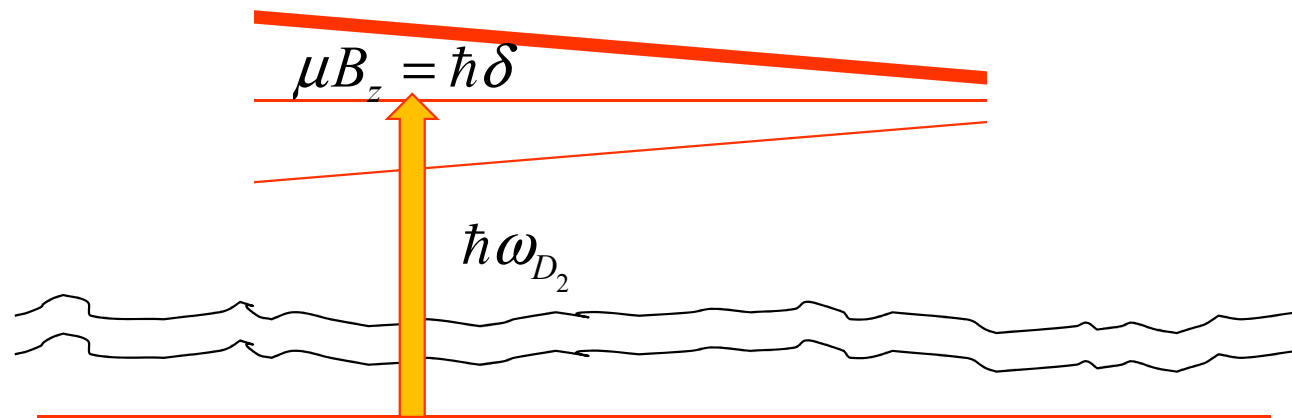
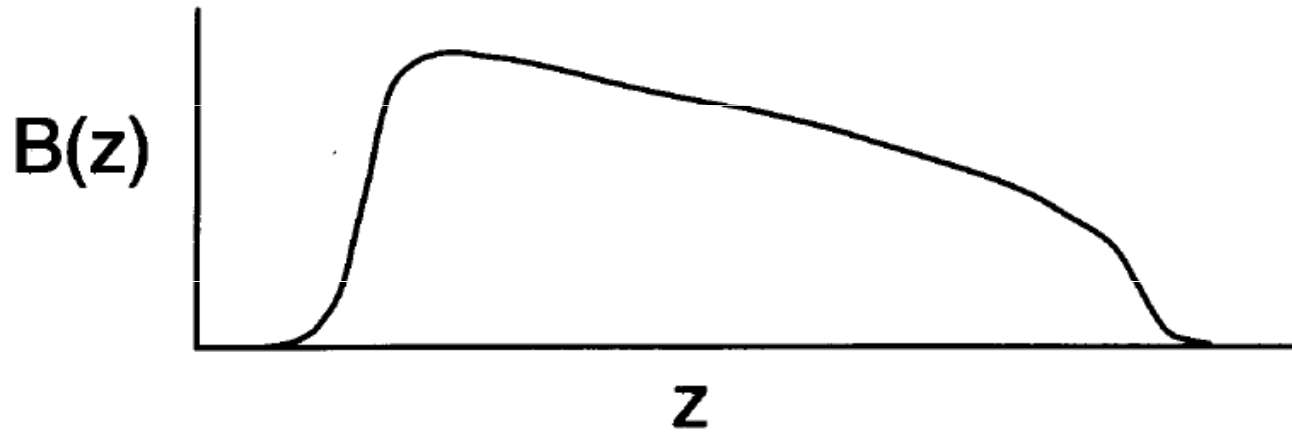
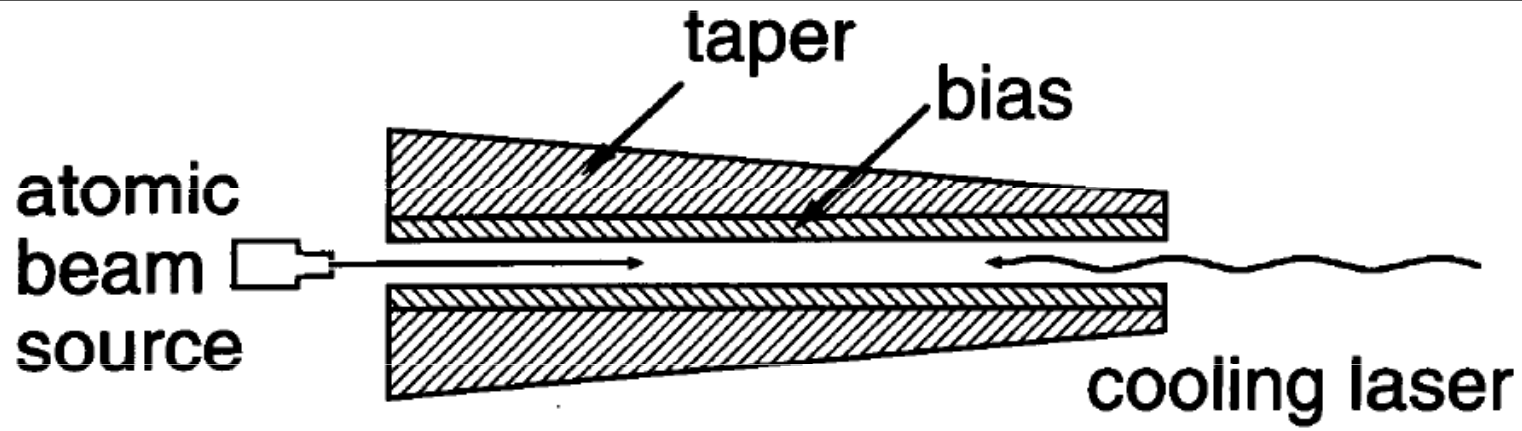
ladění pomocí Zeemanova jevu



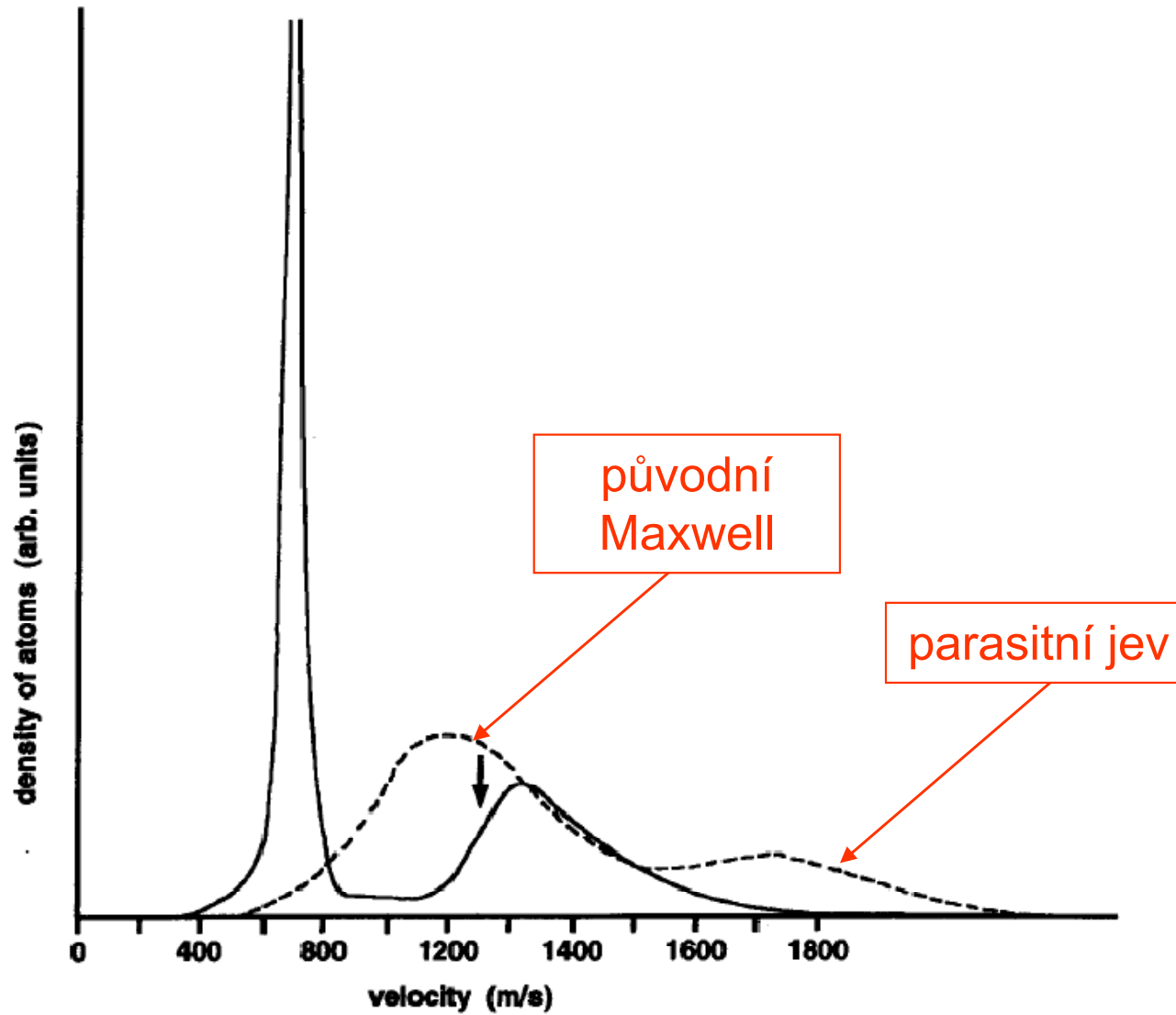
Zpomalený atom není již v resonanci (Dopplerův posun). Možno kompenzovat rozštěpením čar v magnetickém poli ... úměrně B

K tomu konický solenoid

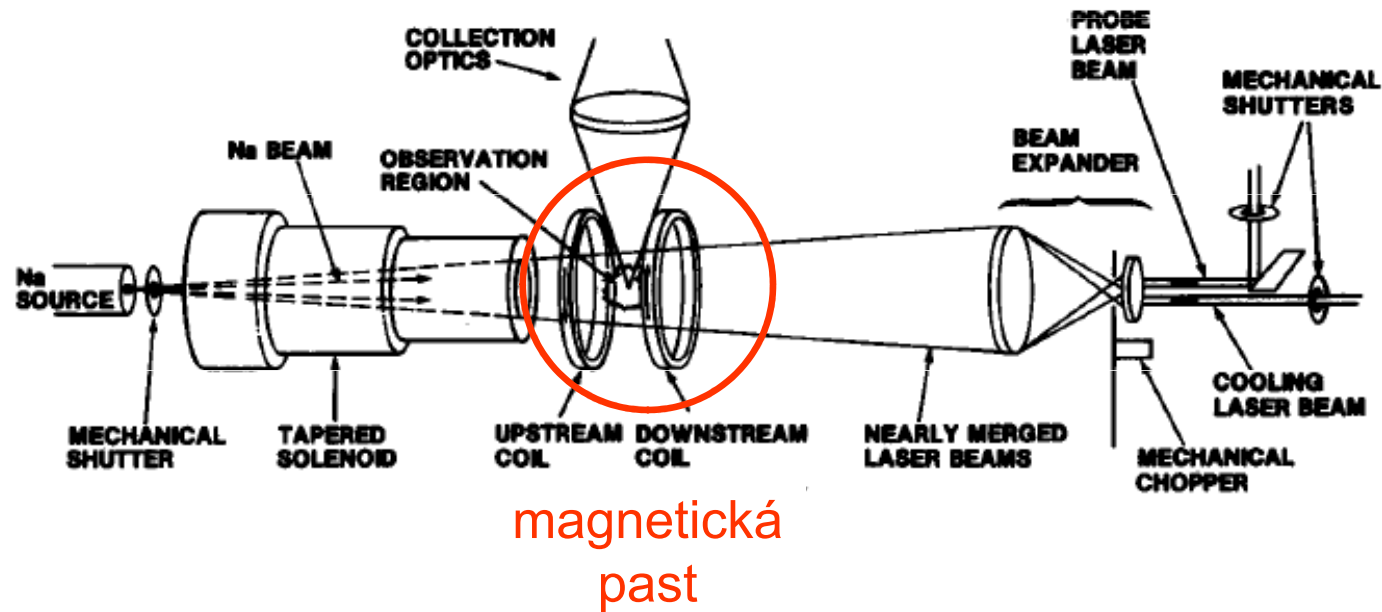
- *ladění pomocí Zeemanova jevu*



Zlepšený brzdňý účinek

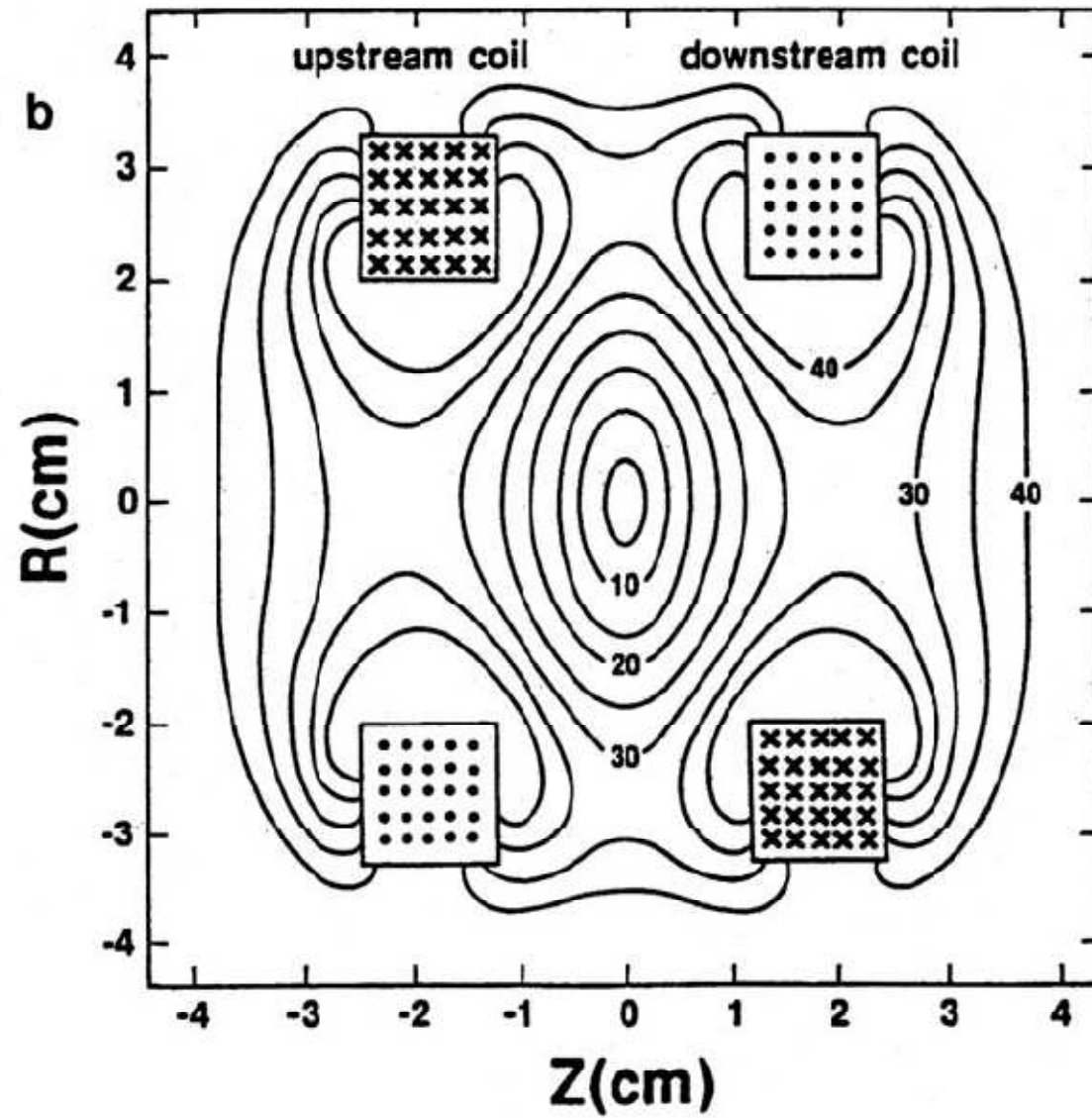


Aparatura podle W. Phillipse



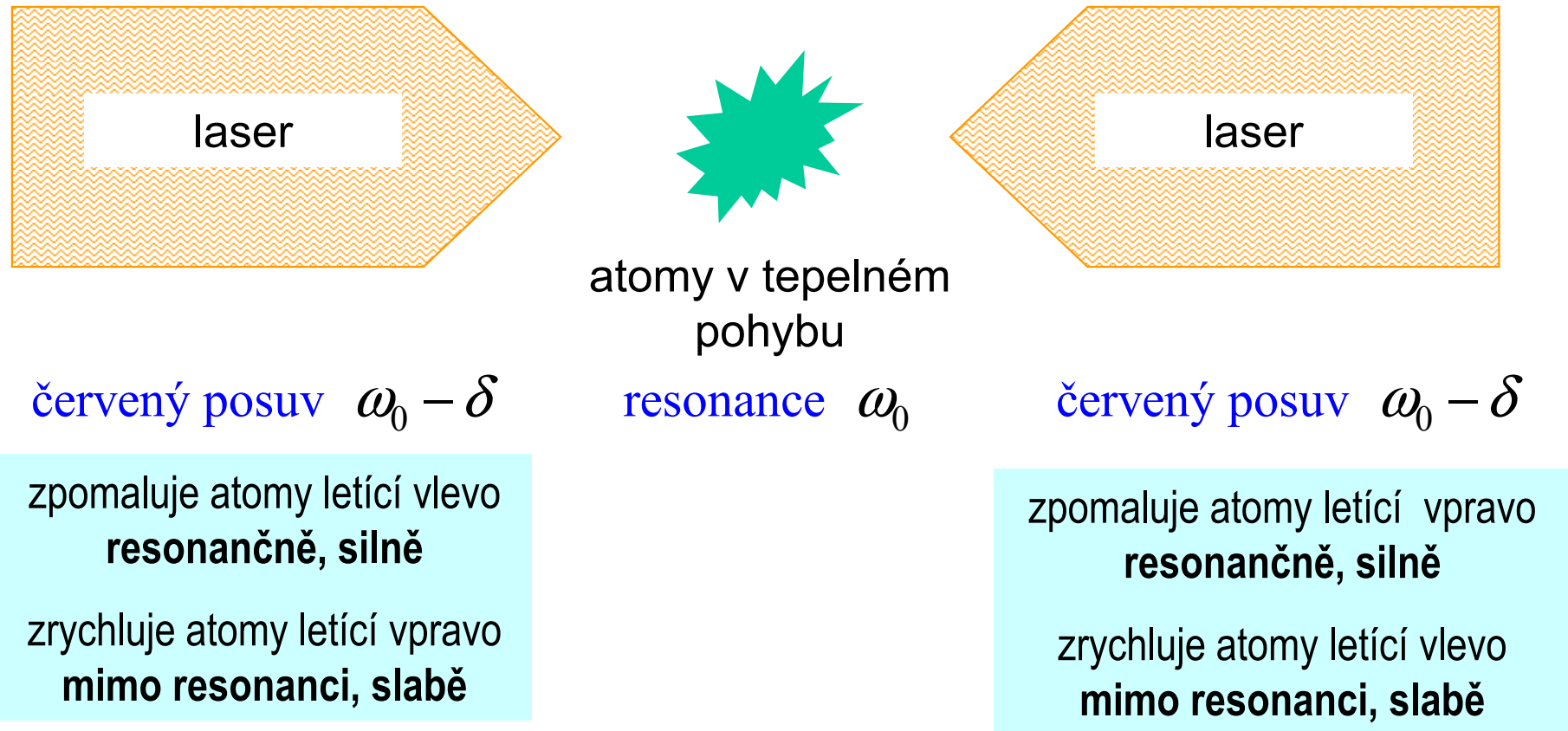
Zpomalené atomy doletěly do pasti a tam zastaveny dodatečným pulsem

Kvadrupólová magnetická past



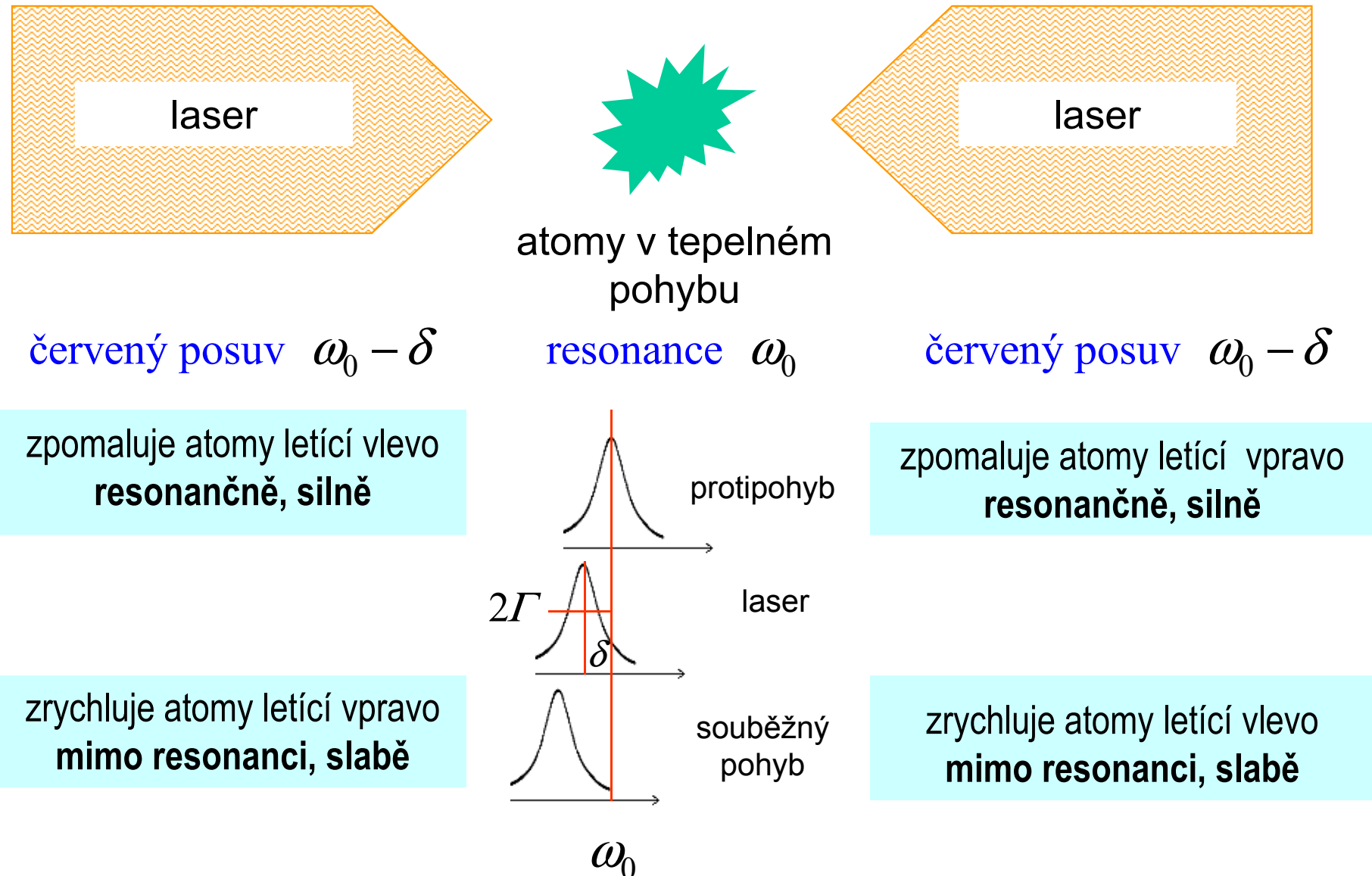
Dopplerovo chlazení

Princip popsali Hänsch a Schawlow 1985 (oba NP, ale za jiné věci)



Dopplerovo chlazení

Princip popsali Hänsch a Schawlow 1985 (oba NP, ale za jiné věci)



Dopplerovo chlazení

Princip popsali Hänsch a Schawlov 1985 (oba NP, ale za jiné věci)

rozladění se mění podle teploty

laser

$$m \langle v_i^2 \rangle = k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{4} \left(\frac{\Gamma}{2\delta} + \frac{2\delta}{\Gamma} \right)$$

laser

atomy v tepelném
pohybu

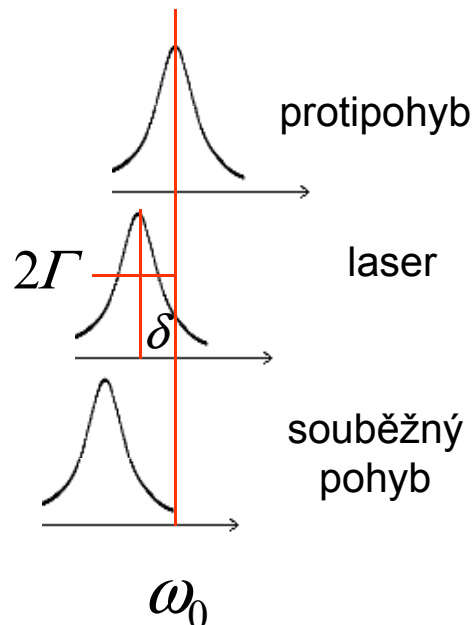
červený posuv $\omega_0 - \delta$

resonance ω_0

červený posuv $\omega_0 - \delta$

zpomaluje atomy letící vlevo
resonančně, silně

zpomaluje atomy letící vpravo
resonančně, silně



zrychluje atomy letící vpravo
mimo resonanci, slabě

zrychluje atomy letící vlevo
mimo resonanci, slabě

Dopplerovo chlazení

Princip popsali Hänsch a Schawlow 1985 (oba NP, ale za jiné věci)

rozladění se mění podle teploty

laser

$$m \langle v_i^2 \rangle = k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{4} \left(\frac{\Gamma}{2\delta} + \frac{2\delta}{\Gamma} \right)$$

laser

atomy v tepelném
pohybu

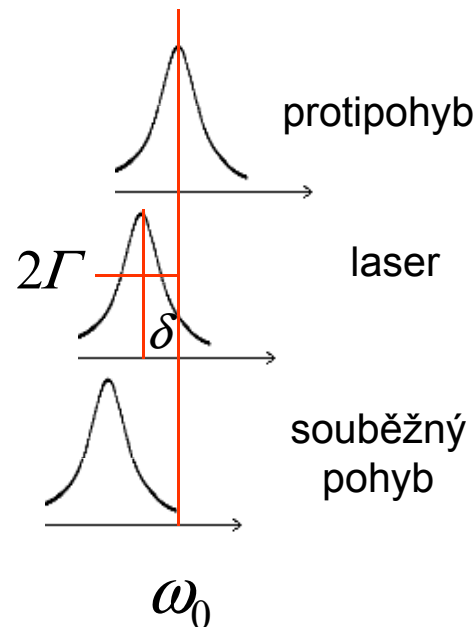
červený posuv $\omega_0 - \delta$

resonance ω_0

červený posuv $\omega_0 - \delta$

zpomaluje atomy letící vlevo
resonančně, silně

zpomaluje atomy letící vpravo
resonančně, silně



zrychluje atomy letící vpravo
mimo resonanci, slabě

mezní teplota

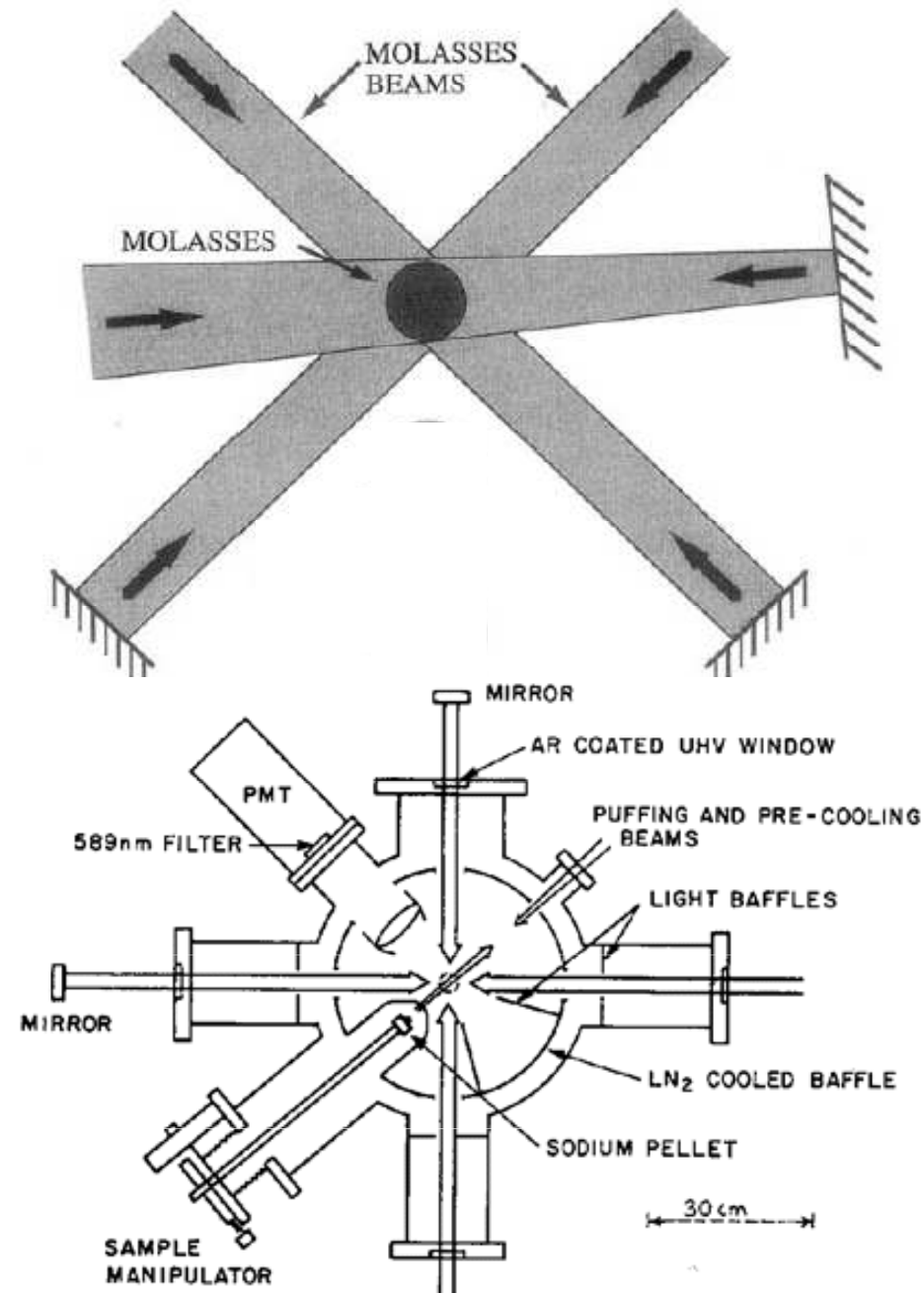
$$k_B T_{\text{Dopp}} = \frac{\hbar \Gamma}{2}$$

Tři zkřížené svazky: 3D Dopplerovo chlazení podle Chu

je třeba 20 000 fotonů
k zastavení z pokojové
teploty

brzdná síla je pak
úměrná rychlosti:
viskózní prostředí,
„syrup“

Pro intenzivní laser je
to otázka milisekund



Dopplerovo chlazení: realizace Chu

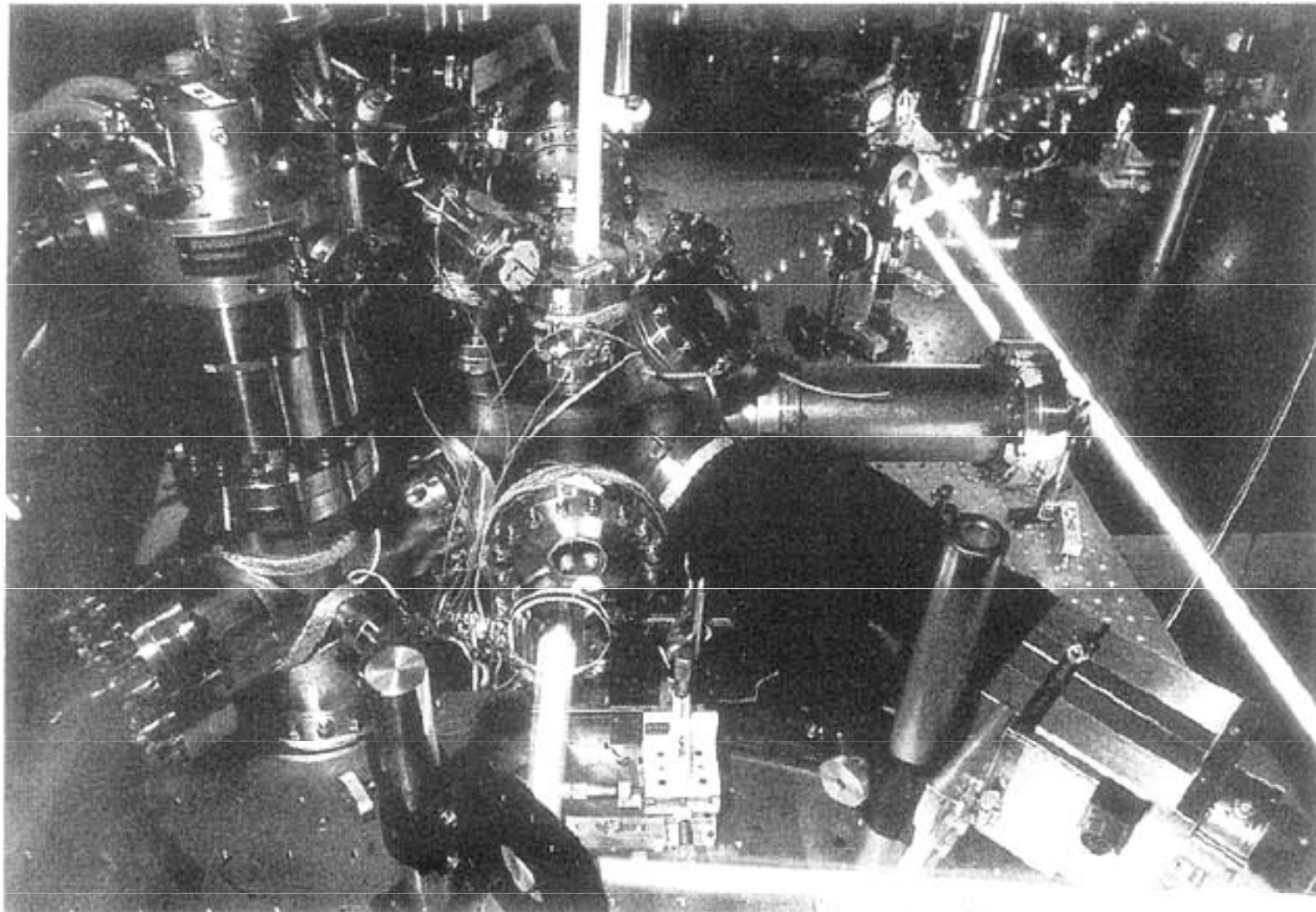
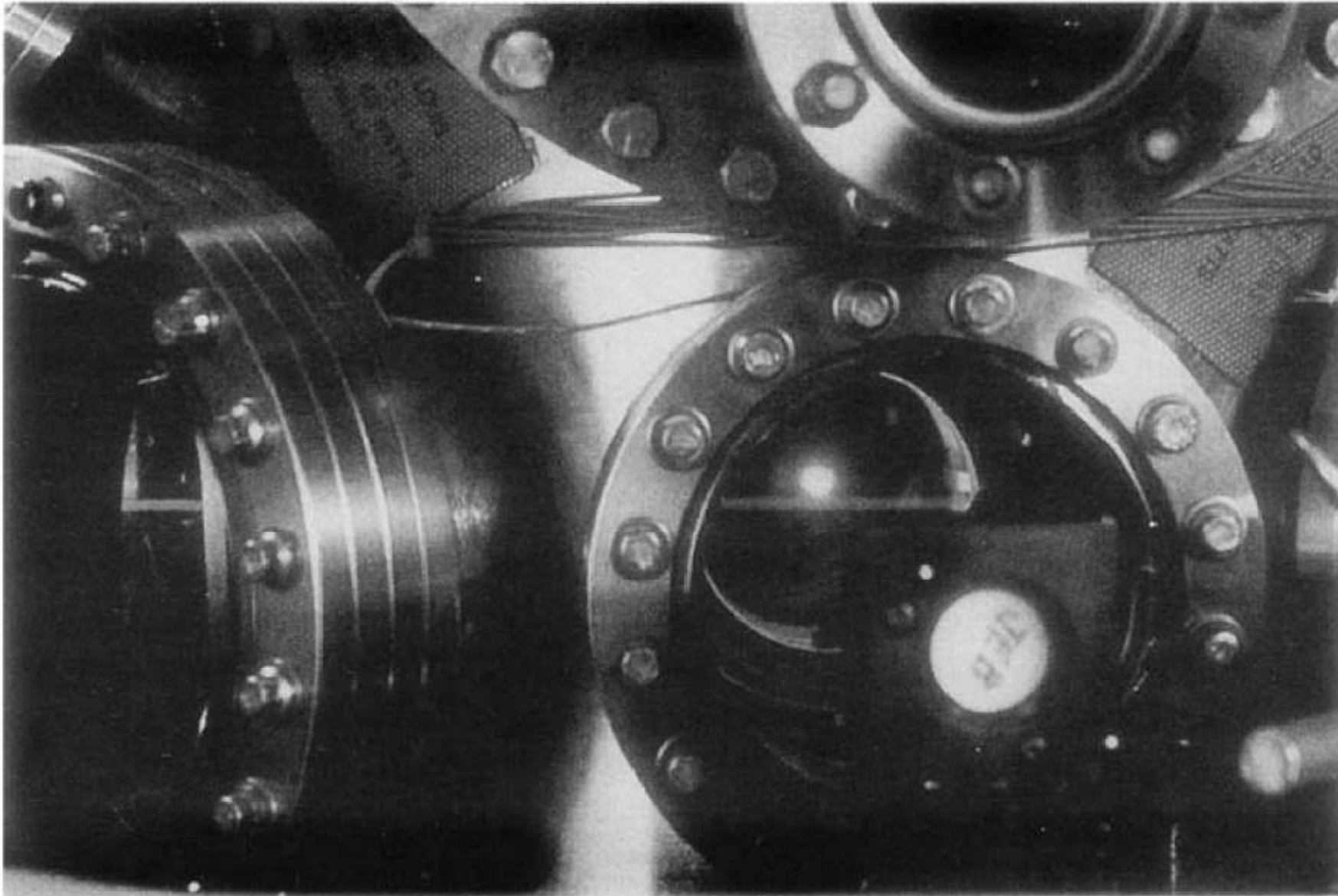
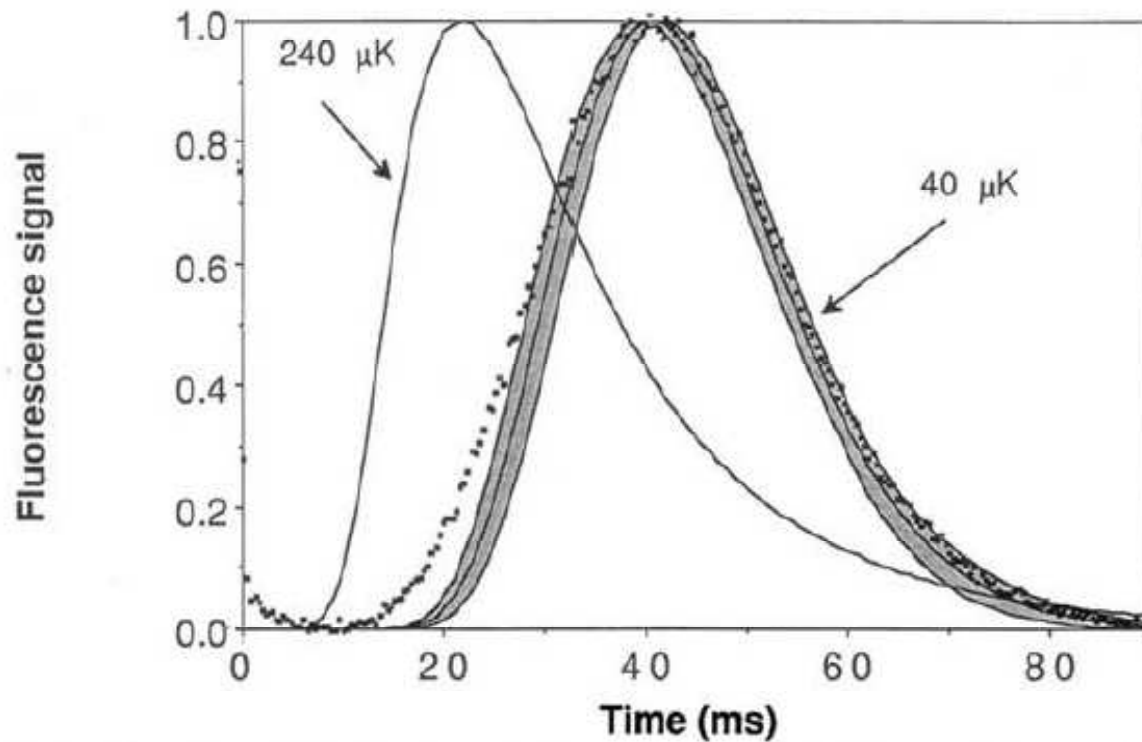


Figure 3 a. A photograph of the apparatus used to demonstrate optical molasses and the first optical trap for atoms. The photograph is a double exposure made by photographing the apparatus under normal lighting conditions and then photographing the laser beams by moving a white card along the beam path in a darkened room. The 10 Hz pulsed laser used to evaporate the sodium pellet (doubled YAG at 532nm) appears as dots of light.

Dopplerovo chlazení: realizace Chu



Změřená teplota hluboko pod Dopplerovou limitou



Pod Dopplerovou mezí 240 μK

... dodatečné chlazení tzv. Sisyfovým jevem objasnil *Cohen-Tannoudji*

Reviews of Modern Physics, Vol. 70, No. 3, July 1998

Užitečnost laserového chlazení

- delší pozorovací doba umožňuje lepší zkoumaní (spektroskopie)
- vytvoření a studium Boseova-Einsteinova kondenzátu plynů
- atomový laser (Wolfgang Ketterle, 1996)
- atomové hodiny s vysokou přesností (navigace)

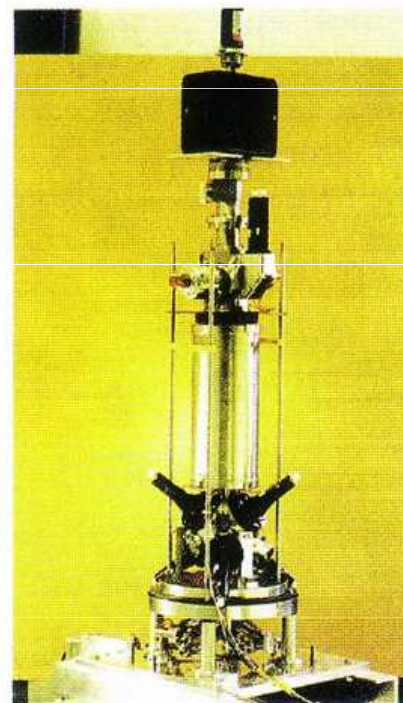
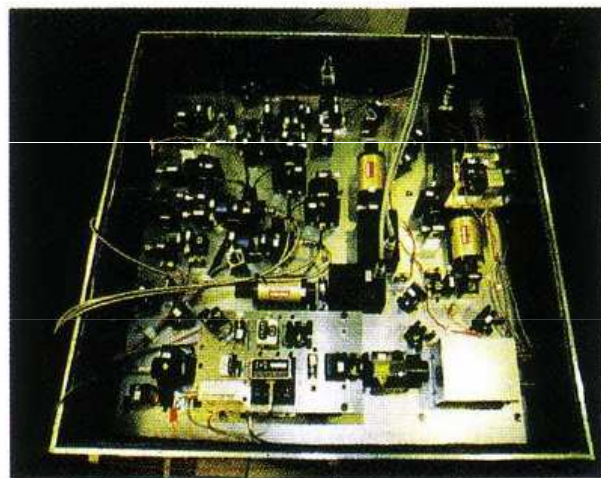


Figure 11. The microgravity clock prototype. The left part is the 60 cm × 60 cm × 15 cm optical bench containing the diode laser sources and the various optical components. The right part is the clock itself (about one meter long) containing the optical molasses, the microwave cavity and the detection region.

Užitečnost laserového chlazení

- delší pozorovací doba umožňuje lepší zkoumaní (spektroskopie)
- vytvoření a studium Boseova-Einsteinova kondenzátu plynů
- atomový laser (Wolfgang Ketterle, 1996)
- atomové hodiny s vysokou přesností (navigace)

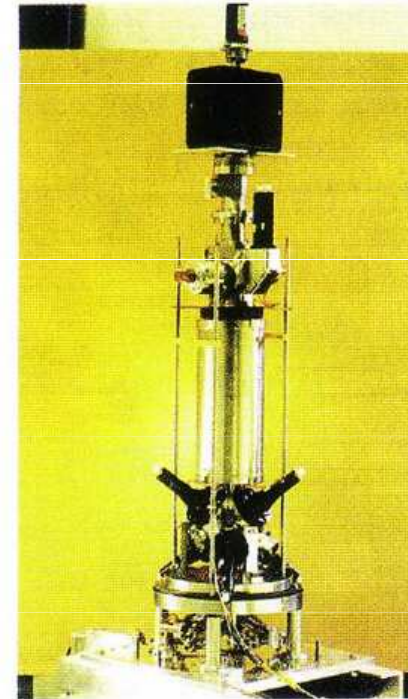
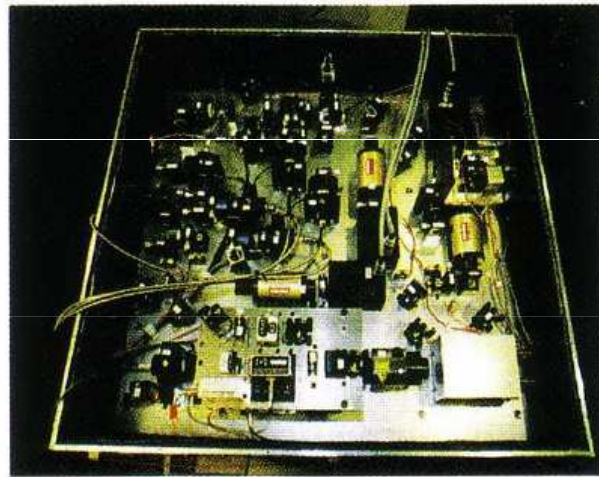


Figure 11. The microgravity clock prototype. The left part is the 60 cm × 60 cm × 15 cm optical bench containing the diode laser sources and the various optical components. The right part is the clock itself (about one meter long) containing the optical molasses, the microwave cavity and the detection region.

Bose-Einsteinova kondensace atomů

Nobelisté II.



The Nobel Prize in Physics 2001

"for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates"



Eric A. Cornell

1/3 of the prize

USA

University of
Colorado, JILA
Boulder, CO, USA

b. 1961



**Wolfgang
Ketterle**

1/3 of the prize

Federal Republic of
Germany

Massachusetts
Institute of
Technology (MIT)
Cambridge, MA, USA

b. 1957



Carl E. Wieman

1/3 of the prize

USA

University of
Colorado, JILA
Boulder, CO, USA

b. 1951

BEC pozorovaná metodou TOF

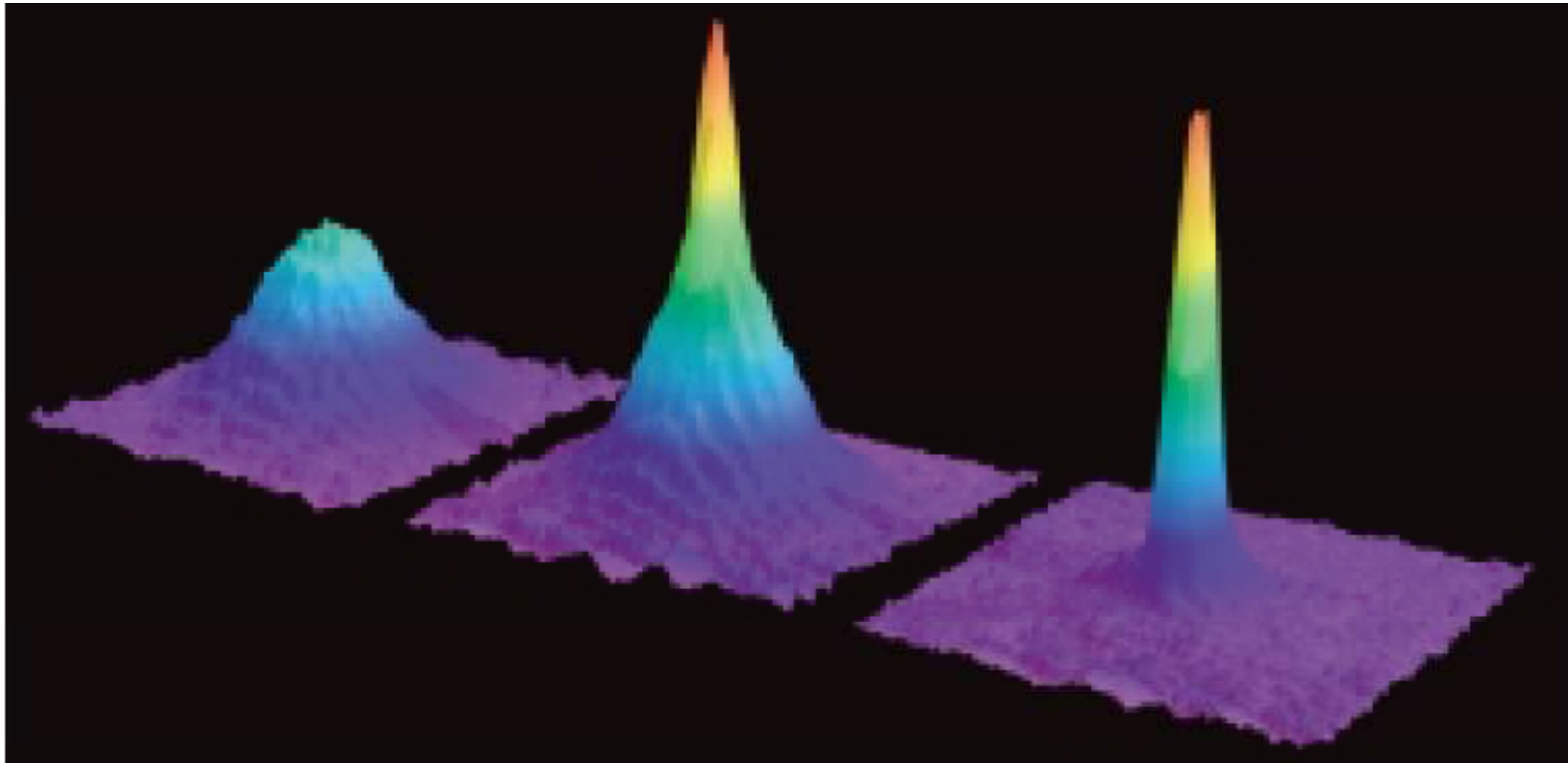


Figure 7. Observation of Bose-Einstein condensation by absorption imaging. Shown is absorption vs. two spatial dimensions. The Bose-Einstein condensate is characterized by its slow expansion observed after 6 ms time-of-flight. The left picture shows an expanding cloud cooled to just above the transition point; middle: just after the condensate appeared; right: after further evaporative cooling has left an almost pure condensate. The total number of atoms at the phase transition is about 7×10^5 , the temperature at the transition point is $2 \mu\text{K}$.

BEC pozorovaná metodou TOF

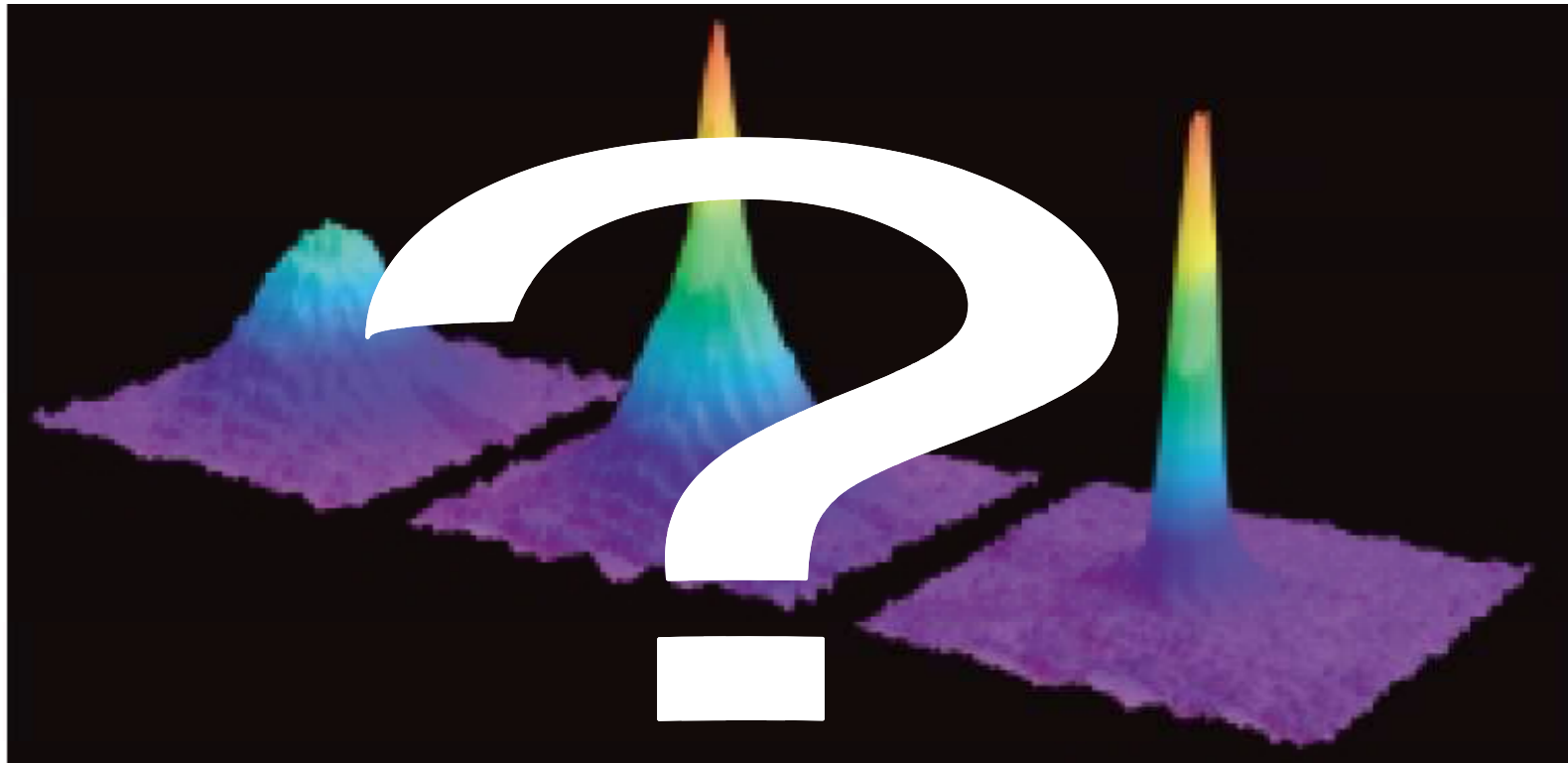


Figure 7. Observation of Bose-Einstein condensation by absorption imaging. Shown is absorption vs. two spatial dimensions. The Bose-Einstein condensate is characterized by its slow expansion observed after 6 ms time-of-flight. The left picture shows an expanding cloud cooled to just above the transition point; middle: just after the condensate appeared; right: after further evaporative cooling has left an almost pure condensate. The total number of atoms at the phase transition is about 7×10^5 , the temperature at the transition point is $2 \mu\text{K}$.

Bosony a Fermiony

Bosony and Fermiony v křostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Bosony and Fermiony v křostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou **nerozlišitelné**

Bosony and Fermiony v křostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Bosony and Fermiony v křostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Bosony and Fermiony v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2)$$

Bosony and Fermiony v kóostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

Bosony and Fermiony v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

Bosony and Fermiony v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
fermiony	bosony
antisymmetrická Ψ	symmetrická Ψ

Bosony and Fermiony v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
fermiony	bosony
antisymmetrická Ψ	symmetrická Ψ
polo-číselný spin	celočíselný spin

Bosony and Fermions v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
fermiony	bosony
antisymmetrická Ψ	symmetrická Ψ
polo-číselný spin	celočíselný spin

přichází
odnikud
"empirický
fakt"

Bosony and Fermions v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
fermiony	bosony
antisymmetrická Ψ	symmetrická Ψ
polo-číselný spin	celočíselný spin
elektrony	fotony

přichází
odnikud
"empirický
fakt"

Bosony and Fermions v kostce

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
fermiony	bosony
antisymmetrická Ψ	symmetrická Ψ
polo-číselný spin	celočíselný spin
elektrony	fotony

přichází
odnikud
"empirický
fakt"

celkem dobře znáte

ted' pro nás důležité

Representace obsazovacích čísel

Nezávislé částice (... **neinteragující**)

base jedno-částicových stavů (α úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_{\alpha}(x)$$

Representace obsazovacích čísel

Nezávislé částice (... **neinteragující**)

base jedno-částicových stavů (α úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_\alpha(x)$$

FOCKŮV PROSTOR prostor mnoha-částicových stavů

basové stavy ... symetrizované součiny jedno-částicových stavů **pro bosony**

... antisymetrizované součiny jedno-částicových stavů **pro fermiony**

určeny **posloupností obsazovacích čísel** **0, 1, 2, 3, ... pro bosony**

0, 1 ... **pro fermiony**

Representace obsazovacích čísel

Nezávislé částice (... **neinteragující**)

base jedno-částicových stavů (α úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_\alpha(x)$$

FOCKŮV PROSTOR prostor mnoha-částicových stavů

basové stavy ... symetrizované součiny jedno-částicových stavů **pro bosony**

... antisymetrizované součiny jedno-částicových stavů **pro fermiony**

určeny **posloupností obsazovacích čísel** **0, 1, 2, 3, ... pro bosony**

0, 1 ... **pro fermiony**

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav} \quad n = \sum n_p$$

Representace obsazovacích čísel pro fermiony

Representace obsazovacích čísel (v podstatě *druhé kvantování*)

.... pro **fermiony**

Pauliho princip

fermiony jsou distanční typ jako rackové

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav } n = \sum n_p, n_p = 0, 1$$

$$|0\rangle = |0, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 0\text{-částicový stav } \mathbf{vakuum}$$

$$|1_p\rangle = |0, 0, 0, \dots, 1, \dots\rangle \quad 1\text{-částic. } \varphi_{\alpha_p}(x)$$

$$|\dots\rangle = |0, 1, 1, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } (\varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_2}(x') - \varphi_{\alpha_1}(x')\varphi_{\alpha_2}(x))/\sqrt{2}$$

$$|\dots\rangle = |0, 2, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \cancel{\varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_1}(x')} \text{ není dovoleno}$$

$$|F\rangle = |\underbrace{1, 1, \dots, 1}_N, 0, \dots\rangle \quad N\text{-částicový základní stav}$$

N

...

Representace obsazovacích čísel pro bosony

Representace obsazovacích čísel (v podstatě *druhé kvantování*)

.... pro **bosony**

princip identity

bosony jsou kontaktní typ jako opice

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav } n = \sum n_p, n_p = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$|0\rangle = |0, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 0\text{-částicový stav } \mathbf{vakuum}$$

$$|1_p\rangle = |0, 0, 0, \dots, 1, \dots\rangle \quad 1\text{-částic. } \varphi_{\alpha_p}(x)$$

$$|\dots\rangle = |0, 1, 1, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \left(\varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_2}(x') + \varphi_{\alpha_1}(x')\varphi_{\alpha_2}(x)\right)/\sqrt{2}$$

$$|\dots\rangle = |0, 2, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_1}(x') \text{ je dovoleno}$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad N\text{-částicový základní stav}$$

všechny na jednom orbitalu

$$\varphi_{\alpha_1}(x_1)\varphi_{\alpha_1}(x_2)\cdots\varphi_{\alpha_1}(x_N)$$

Příklady bosonů

částice -- kvanta
 N se nezachovává

bosony

komplexní částice
 N se zachovává

elementární
částice

fotony

kvazičástice

fonony
magnony

atomy

${}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^{23}\text{Na}$, ${}^{87}\text{Rb}$
alkalické kovy

excitované
atomy

Příklady bosonů (rozšíření tabulky)

částice -- kvanta
 N se nezachovává

bosony

komplexní částice
 N se zachovává

elementární
částice

fotony

kvazičástice

fonony
magnony

složené
kvazičástice

excitony
Cooperovy páry

atomy

${}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^{23}\text{Na}$, ${}^{87}\text{Rb}$
alkalické kovy

excitované
atomy

ionty

molekuly

Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

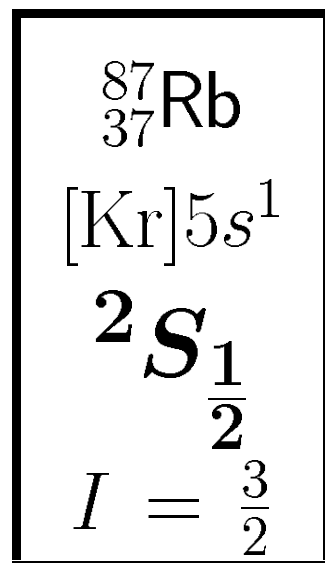
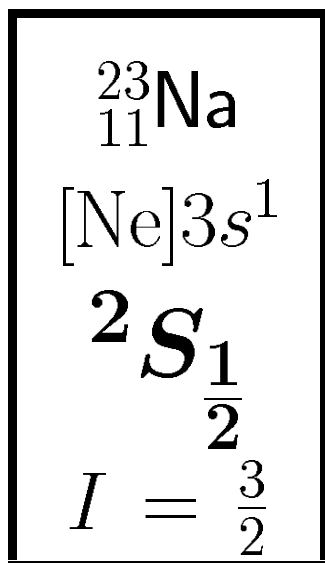
ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**

Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

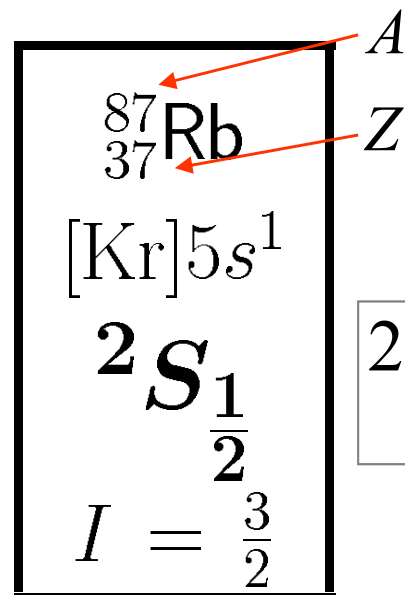
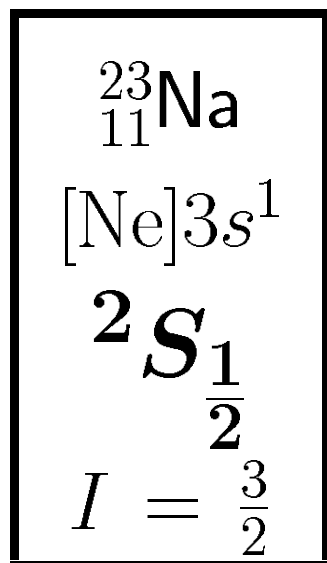
Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

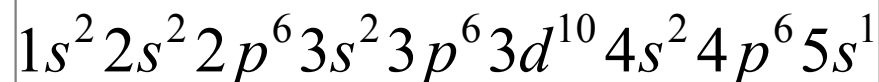
Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



A

Z

elektronová konfigurace



$$2S+1 L_J$$

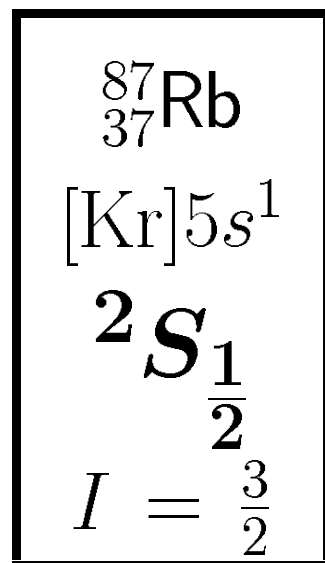
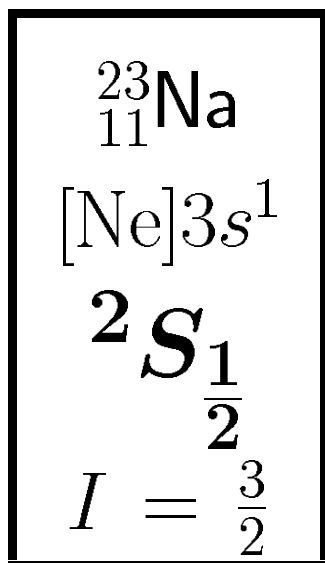
$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J = |S - L|, \dots, S + L = \frac{1}{2}$$

Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



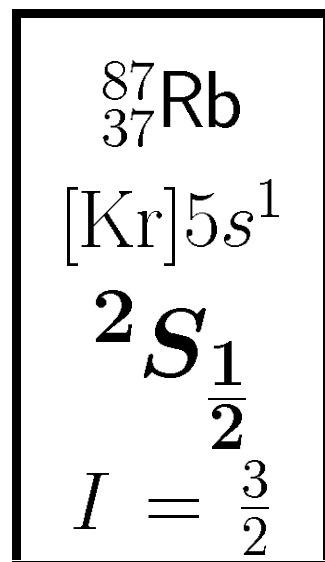
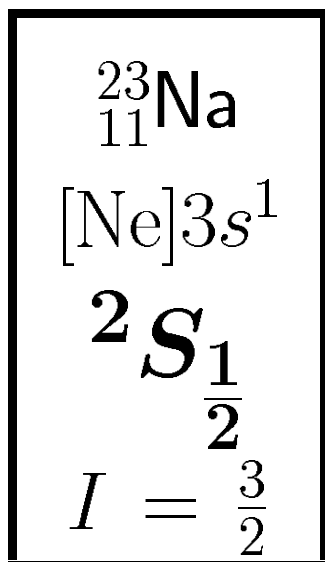
Rubidium

37 elektronů	} <i>celk. elektronový spin</i>	$S = \frac{1}{2}$
37 protonů		
50 neutronů	} <i>celk. jaderný spin</i>	$I = \frac{3}{2}$

Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



Rubidium

37 elektronů *celk. elektronový spin* $S = \frac{1}{2}$

37 protonů }
50 neutronů } *celk. jaderný spin* $I = \frac{3}{2}$

celkový spin atomu

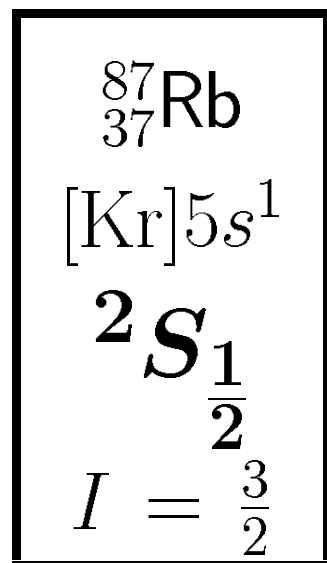
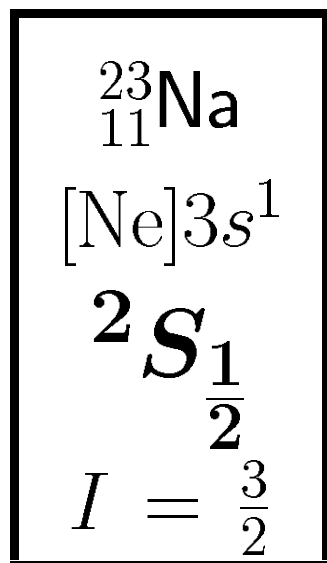
$$\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$$

$$F = |S - I|, \dots, S + I = 1, 2$$

Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson

ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



Rubidium

37 elektronů *celk. elektronový spin* $S = \frac{1}{2}$

37 protonů }
50 neutronů } *celk. jaderný spin* $I = \frac{3}{2}$

celkový spin atomu

$$\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$$

$$F = |S - I|, \dots, S + I = 1, 2$$

Koexistují dvě rozlišitelné odrůdy; mohou být odděleny sdruženým působením hyperjemných interakcí a Zeemanova štěpení v magnetickém poli

Ideální kvantové plyny

Ideální klasický plyn

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

Ideální klasický plyn

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

$$T = 0$$

Fermiony
elektrony

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

Bosony $N = \text{const.}$
atomy

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

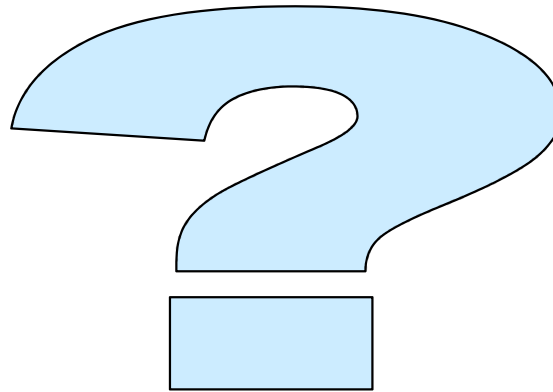
Bosony
fotony

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální klasický plyn

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn



$$T = 0$$

Fermiony
elektrony

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

Bosony $N = \text{const.}$
atomy

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

Bosony
fotony

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

N

N

FD

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

chemický potenciál fixuje
střední počet částic

fermiony

bosony

FD

N

N

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

N

N

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$$T \rightarrow 0$$

$$T \rightarrow 0$$

$$T \rightarrow 0$$

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

N

N

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

N

N

FD

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

Aufbau princip

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

N

N

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

Aufbau princip

?

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

N

N

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

Aufbau princip

BEC

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

Bose-Einsteinova kondensace
BEC

Podstata BEC

S klesající teplotou atomy ztrácejí energii a „stékají“ do nižších stavů. Těch však ubývá:

$$\mathcal{N}(E < k_B T) = \text{const} \times T^{3/2}$$

Daný počet atomů počínajíc jistou kritickou teplotou je příliš velký.

Přebytek se vyloučí do nejnižší hladiny, která je pak makroskopicky obsazena, tj. ze všech atomů je na ní makroskopický zlomek.

To je BEC kondensát.

Při nulové teplotě jsou na nejnižší hladině atomy všechny.

Přesný výpočet integrálů a tuto úvahu provedl Einstein ... předchozí folie.

$$\tilde{\mathcal{N}}_G(T) = V \times 4\pi \left(\frac{2mk_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \equiv BT^{\frac{3}{2}}$$

Kritická teplota pro BEC

KRITICKÁ TEPLOTA

nejnižší teplota, při níž jsou všechny atomy ještě v plynné fázi:

$$N = \tilde{\mathcal{N}}_G(T_c) = V \times 4\pi \left(\frac{2mk_B T_c}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left(\frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,52725 \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{A} = 8,0306 \times 10^{-19} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{A}$$

Kritická teplota pro BEC

KRITICKÁ TEPLOTA

nejnižší teplota, při níž jsou všechny atomy ještě v plynné fázi:

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left(\frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,52725 \frac{h^2}{4\pi u k_B} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{M} = 8,0306 \times 10^{-19} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{M}$$

Několik odhadů:

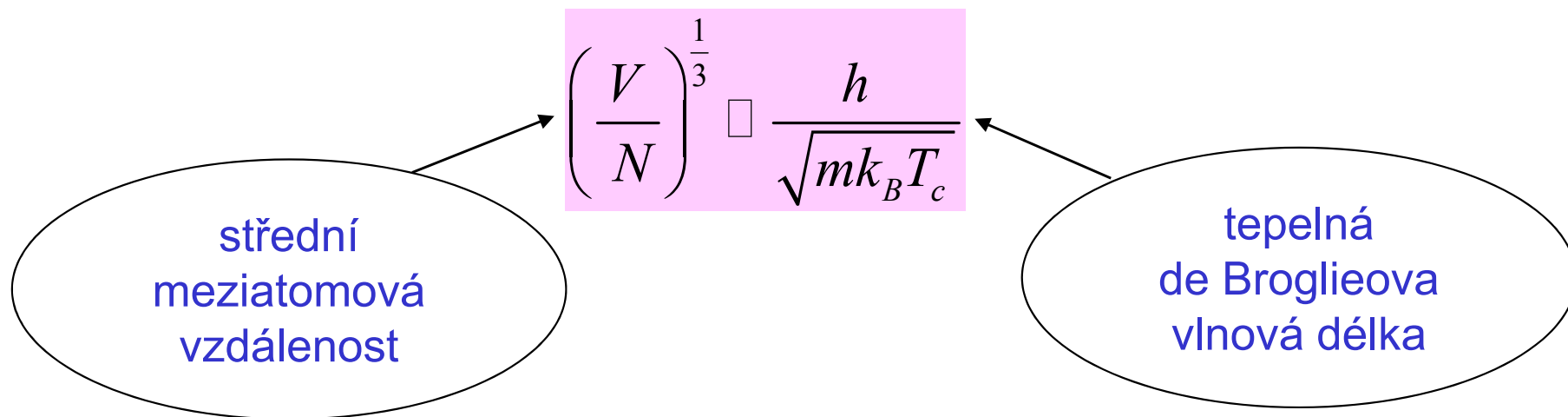
system	M	n	T_c
He-4 kapalné	4	2×10^{28}	1.47 K
Na past	23	2×10^{20}	1.19 μ K
Rb past	87	2×10^{17}	3.16 nK

Fyzikální interpretace T_C

formule pro kritickou teplotu

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left(\frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

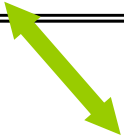
upravíme na



Kvantový přechod nastane když

vlnová oblaka atomů se začnou překrývat

de Broglieho vlnová délka pro atomy a molekuly


$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

Tepelné energie jsou malé platí NR vzorce

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE_{\text{kin}}}} \quad m = Au$$

V tepelné rovnováze

... rel. at. (mol.) hmotnost

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

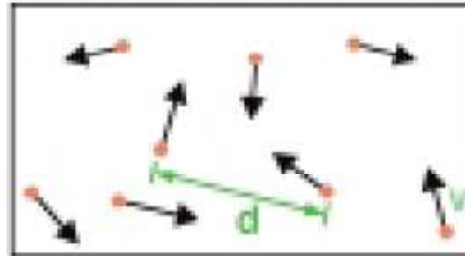
tepelná vlnová
délka

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3u k_B}} \cdot \frac{1}{\sqrt{AT}} = 2,5 \times 10^{-9} \cdot \frac{1}{\sqrt{AT}}$$

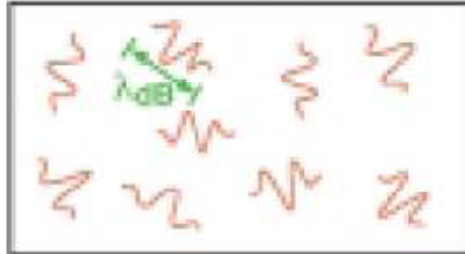
Dva užitečné vzorce

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} T / 11600 \quad \text{eV K} \quad \bar{v} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 158 \sqrt{\frac{T}{A}}$$

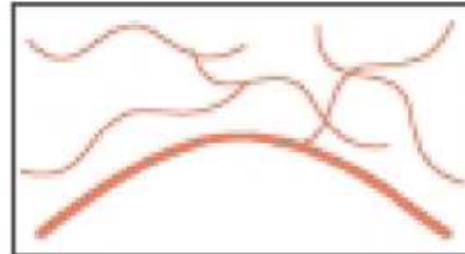
Ketterle vysvětluje BEC švédskému králi



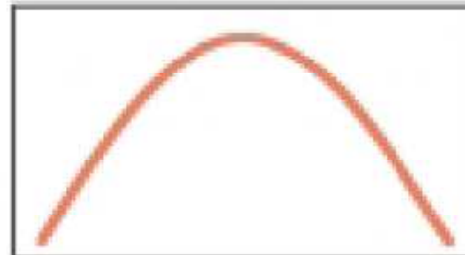
High Temperature T:
thermal velocity v
density d^{-3}
"Billiard balls"



Low Temperature T:
De Broglie wavelength
 $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$
"Wave packets"



$T = T_{crit}$:
Bose-Einstein Condensation
 $\lambda_{dB} \sim d$
"Matter wave overlap"

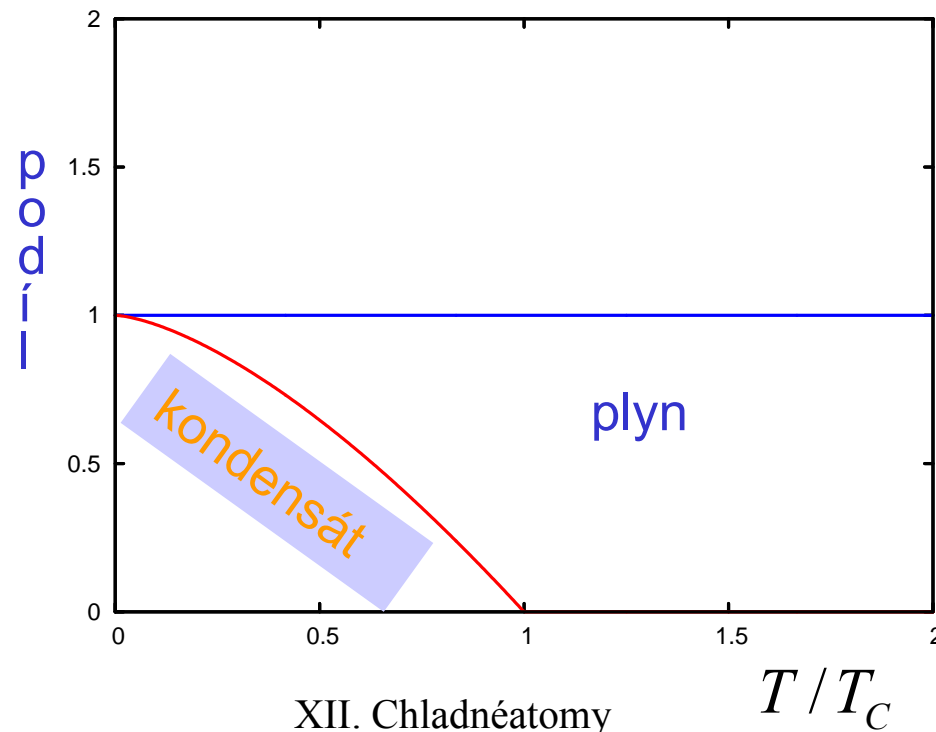


$T = 0$:
Pure Bose condensate
"Giant matter wave"

Hustota kondensátu

$$n_G = \frac{\tilde{\mathcal{N}}(T)}{V} = BT^{\frac{3}{2}} = n \left(\frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{pro } T < T_C$$

$$n \equiv n_G + n_{BEC} = n \left(\frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} + n \left[1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$



Podrobnější rozbor BEC

- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)

Podrobnější rozbor BEC

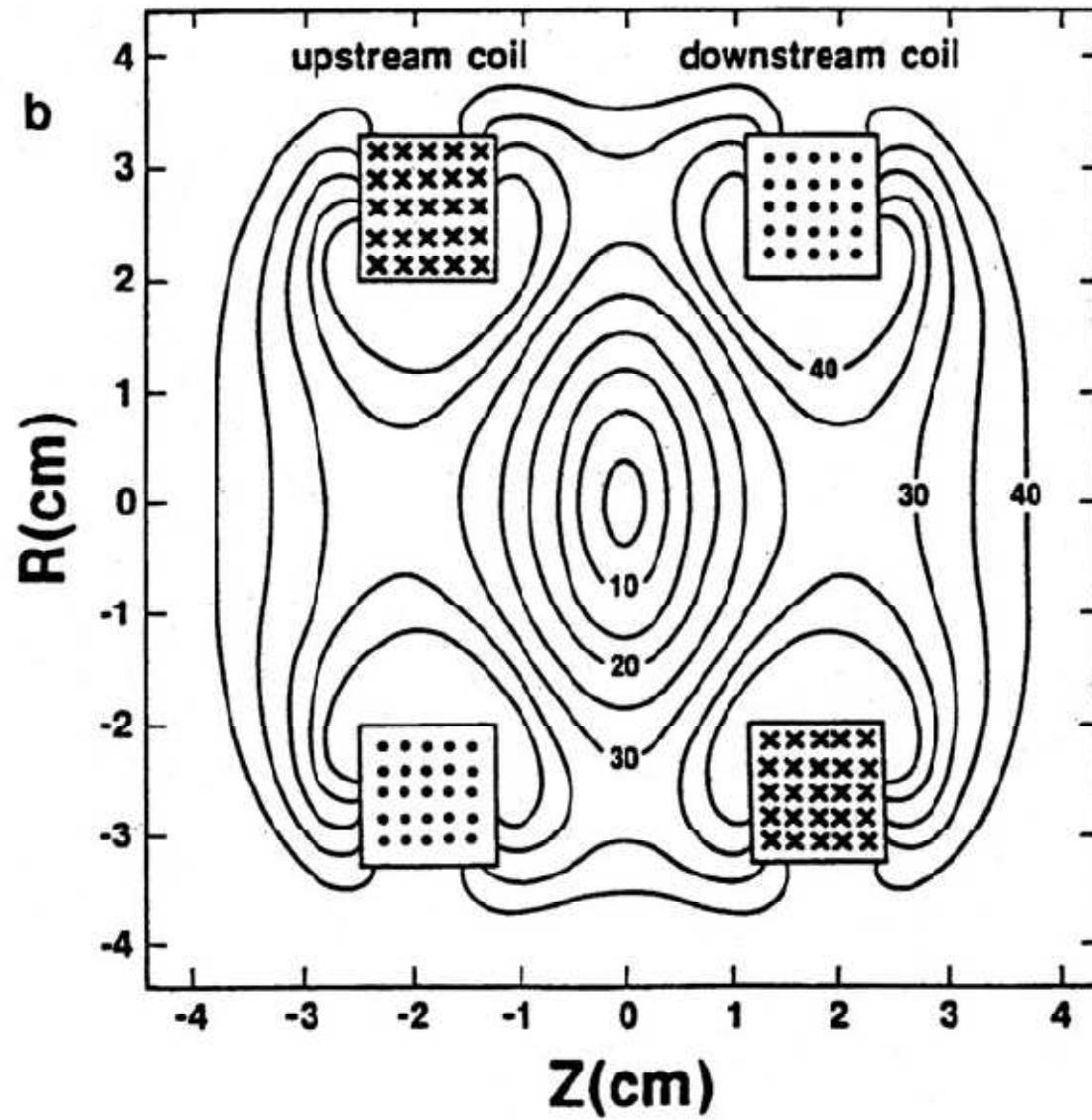
- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)
- BEC je „kondenzace v prostoru hybností“ , na rozdíl od zkapalnění klasických plynů, které vede ke vzniku kapek v reálném prostoru souřadnic.
- BEC nebyla vlastně nikdy pozorována, protože obyčejné fázové přechody nastávaly mnohem dříve

Podrobnější rozbor BEC

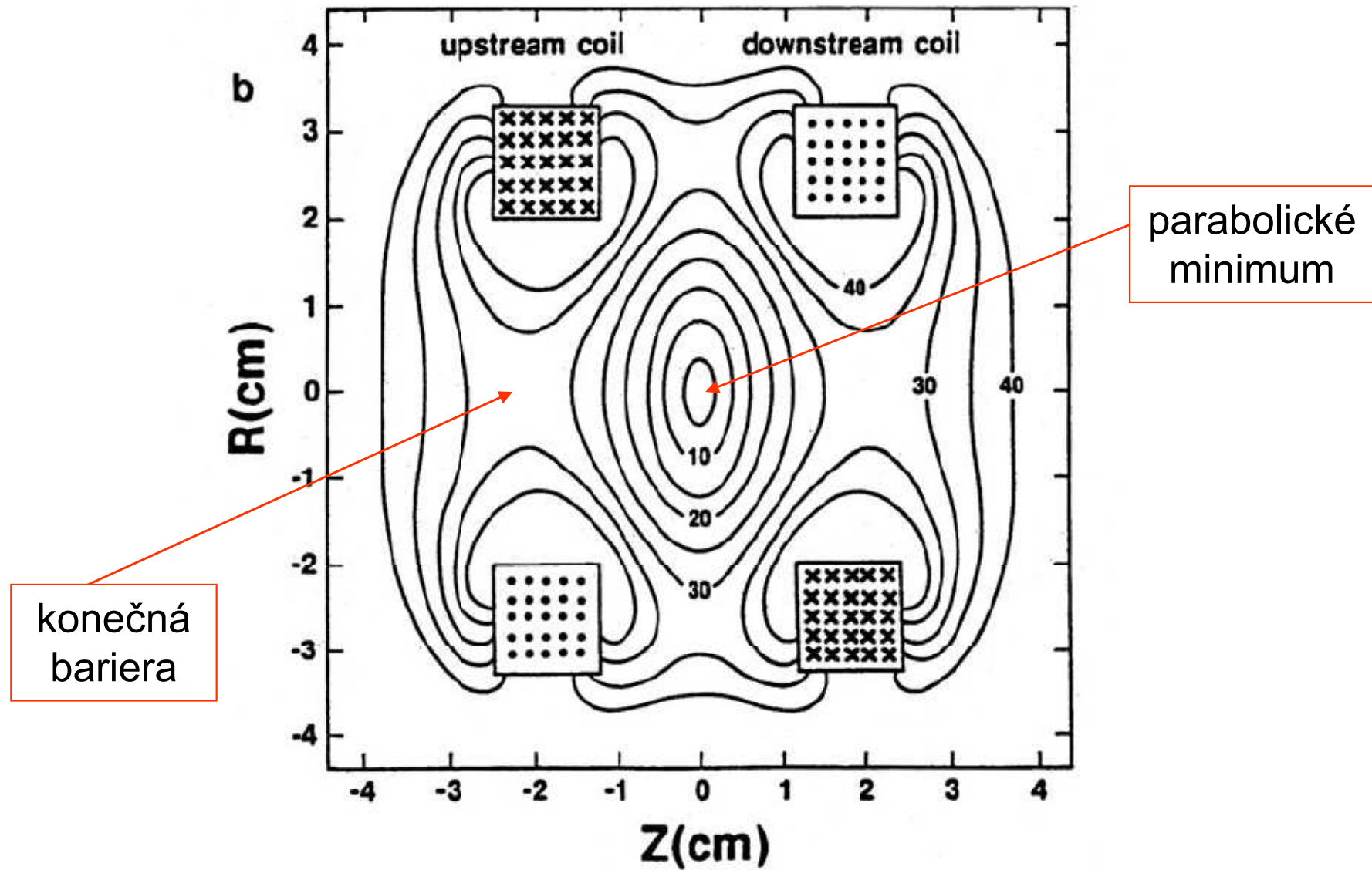
- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)
- BEC je „kondenzace v prostoru hybností“ , na rozdíl od zkapalnění klasických plynů, které vede ke vzniku kapek v reálném prostoru souřadnic.
- BEC nebyla vlastně nikdy pozorována, protože obyčejné fázové přechody nastávaly mnohem dříve
- I když nebereme „momentum condensation“ doslova, BEC vyvolává kvantovou koherenci mezi vzdálenými místy, tak jako obyčejná rovinná vlna
- BEC je **makroskopický kvantový jev** ve dvou ohledech:
 - ♠ korelace makroskopické frakce všech atomů
 - ♠ odpovídající koherence prochází celým makroskopicky rozlehlým vzorkem

BEC v atomových pastech

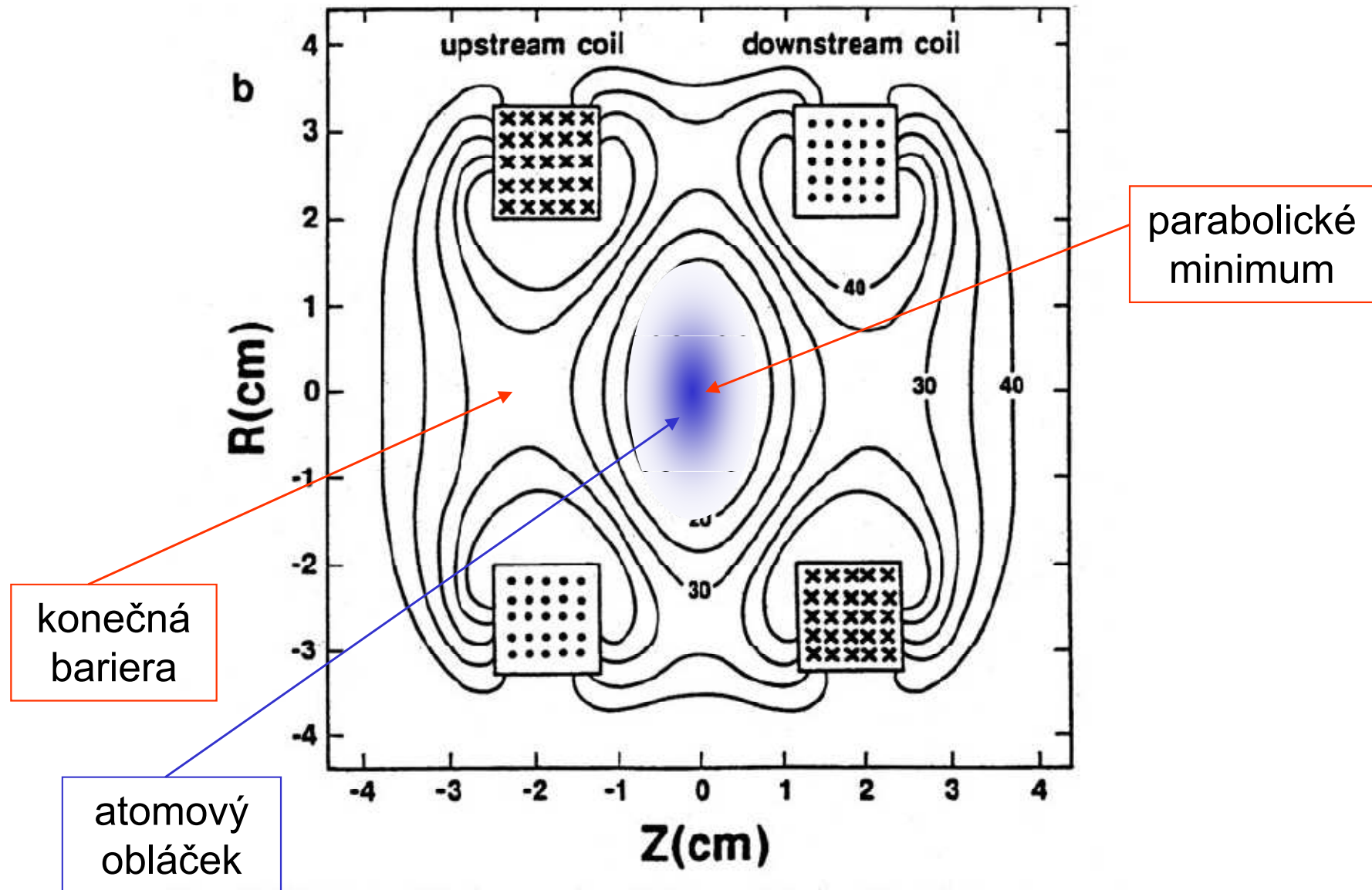
Kvadrupólová magnetická past



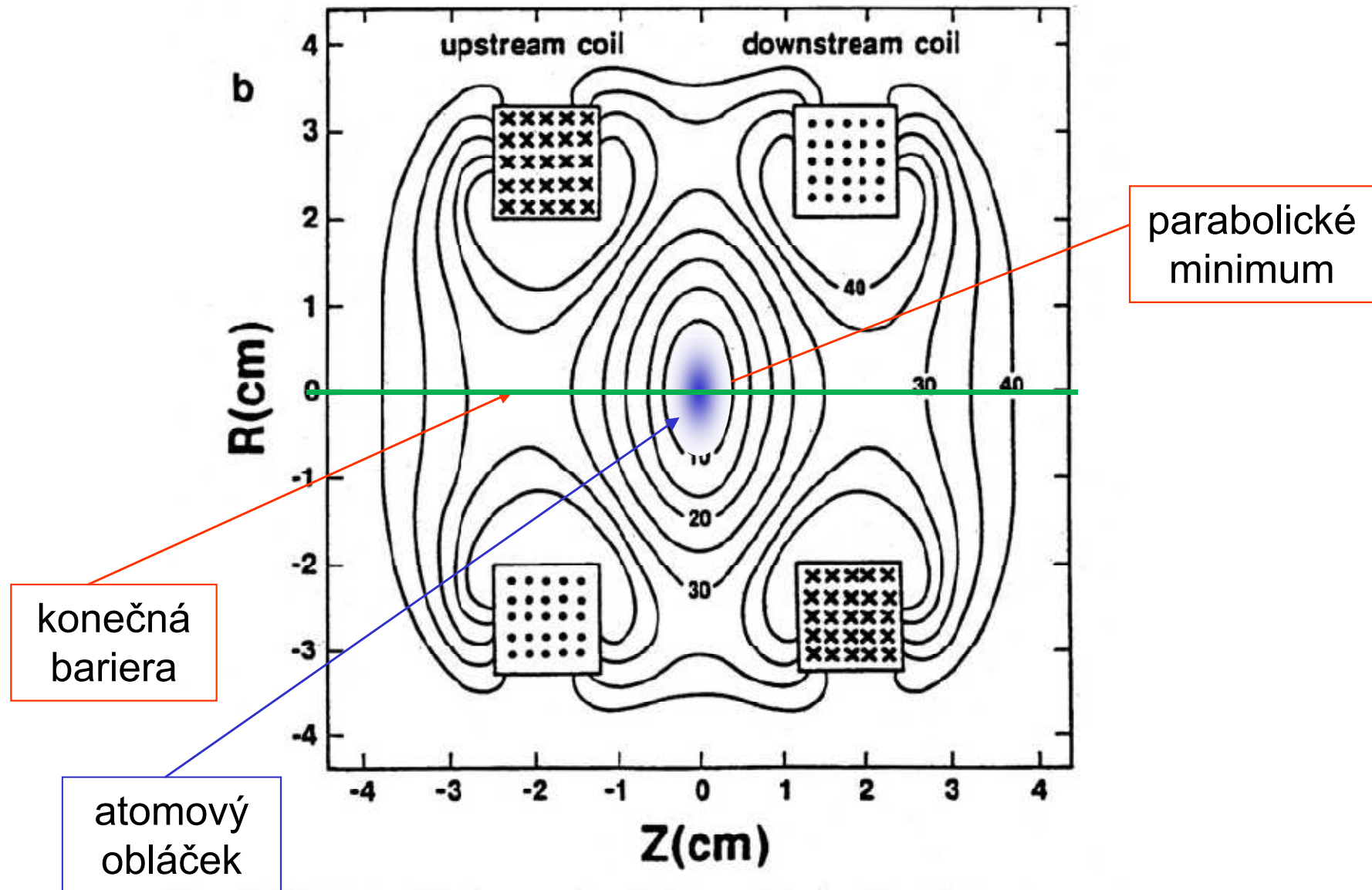
Kvadrupólová magnetická past



Kvadrupólová magnetická past



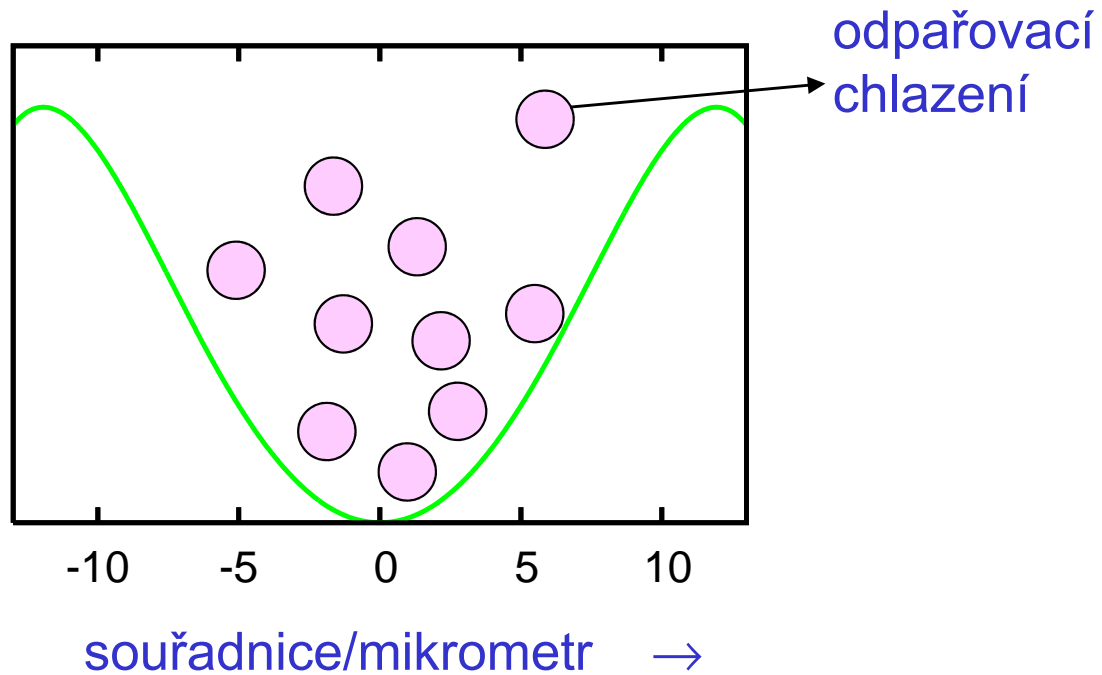
Kvadrupólová magnetická past



Potenciál pasti

Typický profil

?



Jeden směr

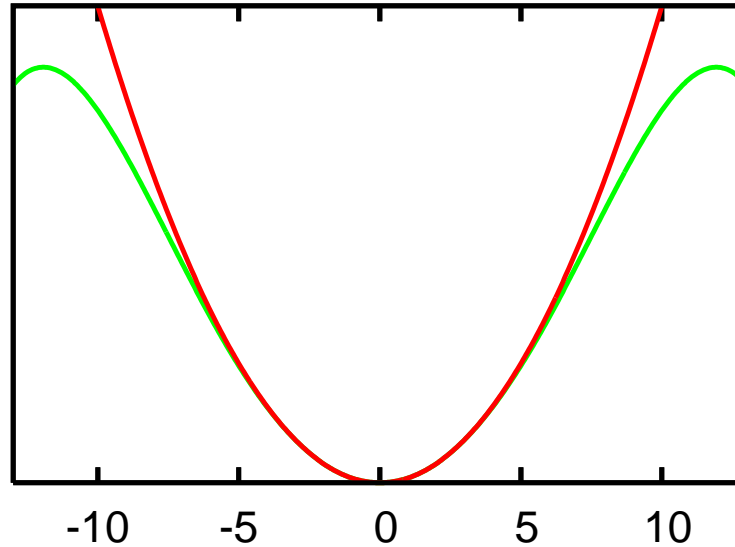
past zpravidla 3D

Pasti jsou z reálného světa, obláčky víceméně viditelné okem

Potenciál pasti

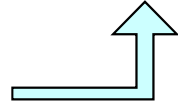
Parabolická approximace

zpravidla anisotropní
harmonický oscilátor
s axiální symetrií

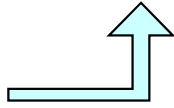


$$H = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$$
$$= H_x + H_y + H_z$$

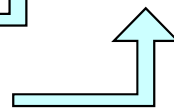
1D



2D

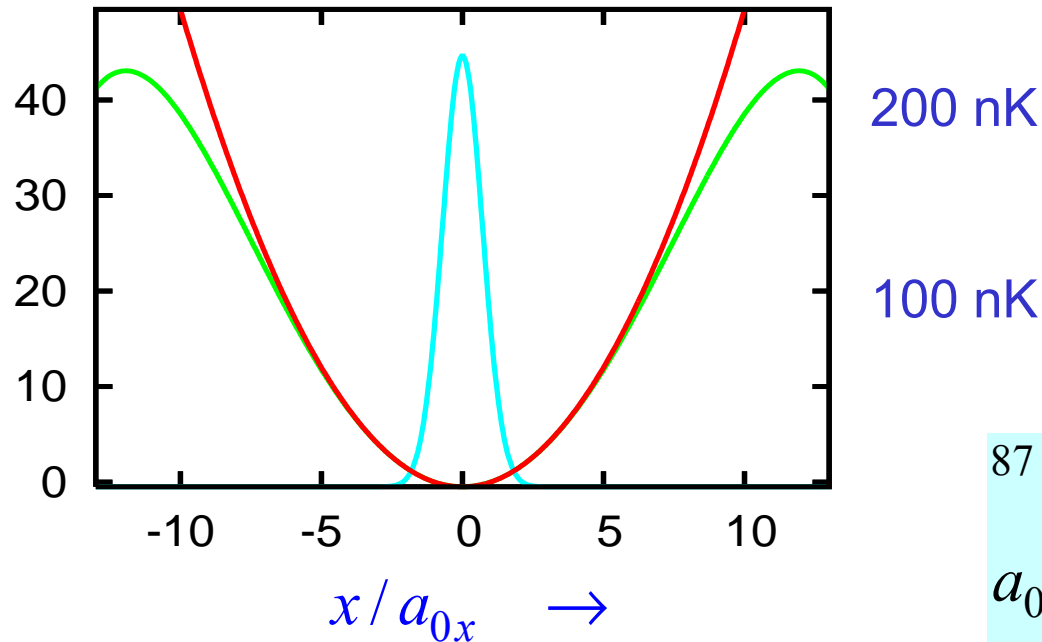


3D



Základní stav a potenciál

číslo hladiny
lineárního
oscilátoru



^{87}Rb

$a_0 = 1\mu\text{m}$

$\hbar\omega = 10\text{ nK}$

$$\psi_0(x, y, z) = \phi_{0x}(x)\phi_{0y}(y)\phi_{0z}(z)$$

$$\phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{a_0\pi}} e^{-\frac{u^2}{2a_0^2}}, \quad a_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}, \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{ma_0^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{Mu_m a_0^2}$$

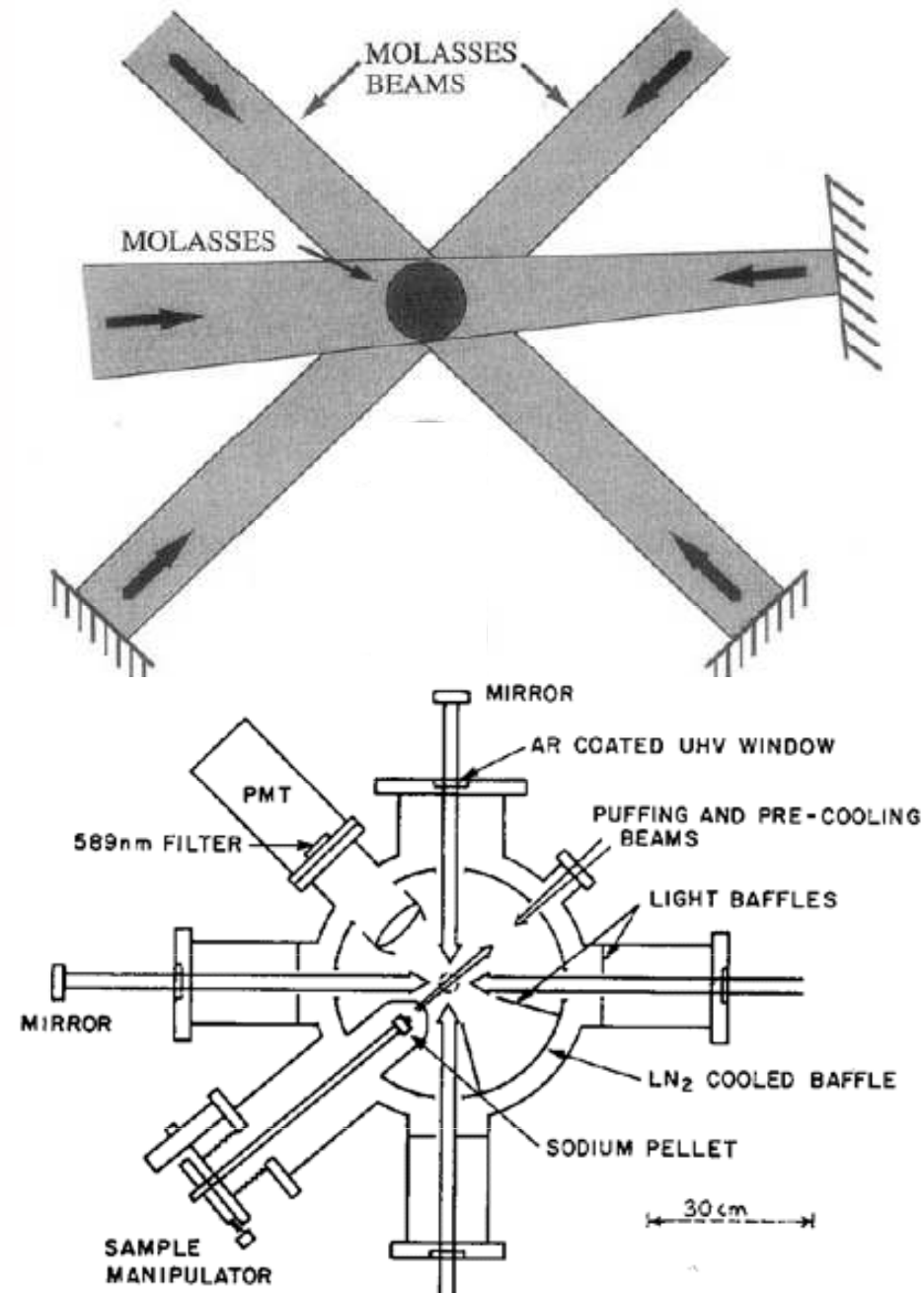
$$V(u) = \frac{1}{2}m\omega^2 u^2 = \frac{1}{2}\hbar\omega \left(\frac{u}{a_0}\right)^2$$

Tři zkřížené svazky: 3D Dopplerovo chlazení podle Chu

je třeba 20 000 fotonů
k zastavení z pokojové
teploty

brzdná síla je pak
úměrná rychlosti:
viskózní prostředí,
„sirup“

Pro intenzivní laser je
to otázka milisekund

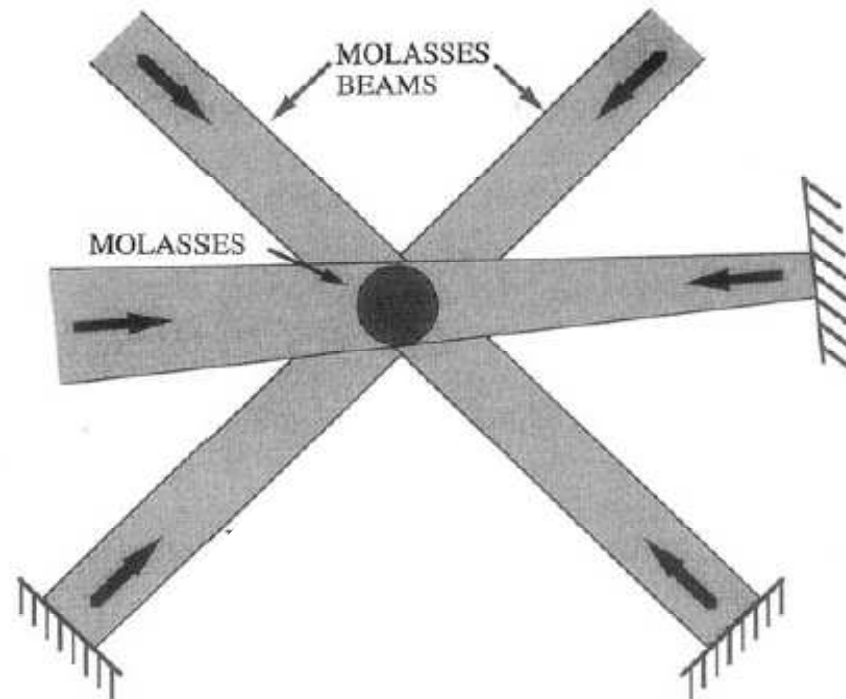


TOF experiment: příprava oblaku

20 000 fotonů je třeba
k zastavení atomu z
pokojové teploty

brzdná síla úměrná
rychlosti, připomíná
viskosní prostředí,
"sirup"

Pro silné lasery
záležitost milisekund



TOF experiment: fáze balistického rozletu oblaku

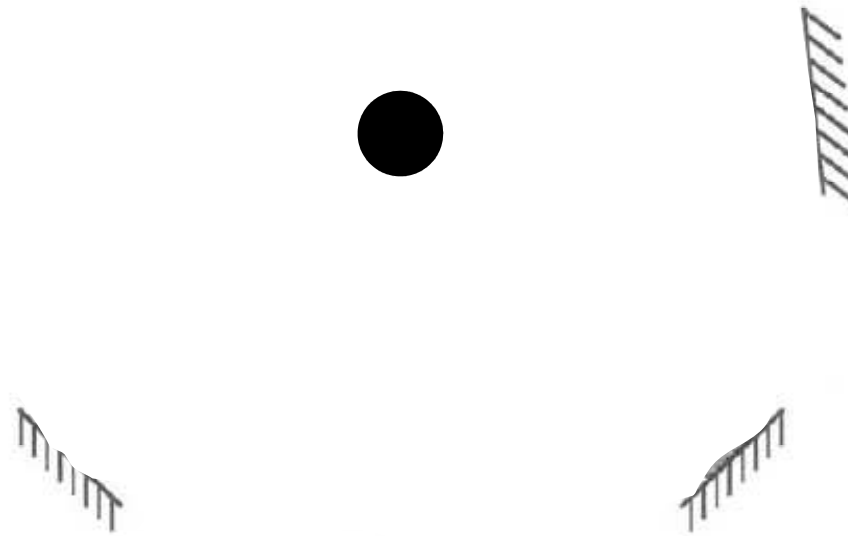
20 000 fotonů je třeba
k zastavení atomu z
pokojové teploty

brzdná síla úměrná
rychlosti, připomíná
viskosní prostředí,
"sirup"

Pro silné lasery
záležitost milisekund

měření tepelného
rozdělení: vypneme
lasery. Atomy klesají v
tíhovém poli

Zároveň se rozletují
balistickým způsobem



TOF experiment: fáze balistického rozletu oblačky

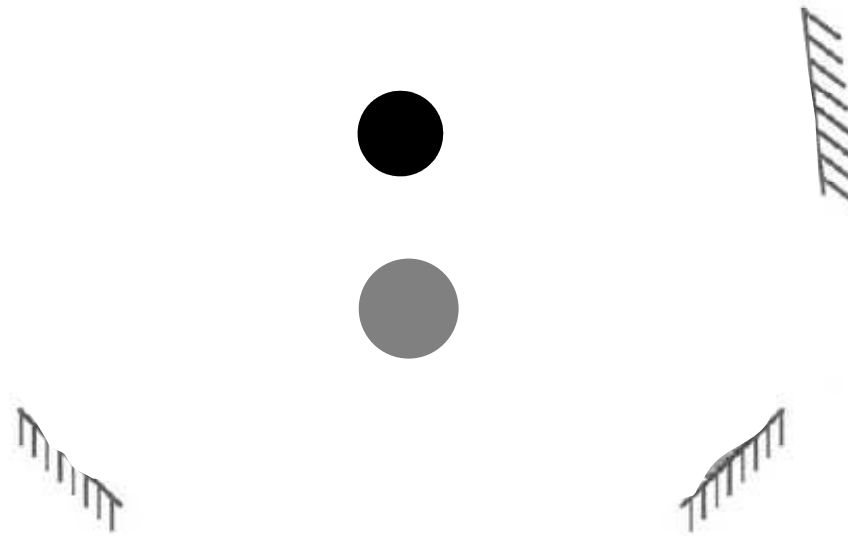
20 000 fotonů je třeba
k zastavení atomu z
pokojové teploty

brzdná síla úměrná
rychlosti, připomíná
viskosní prostředí,
"sirup"

Pro silné lasery
záležitost milisekund

měření tepelného
rozdělení: vypneme
lasery. Atomy klesají v
tíhovém poli

Zároveň se rozletují
balistickým způsobem



TOF experiment: fáze balistického rozletu oblaku

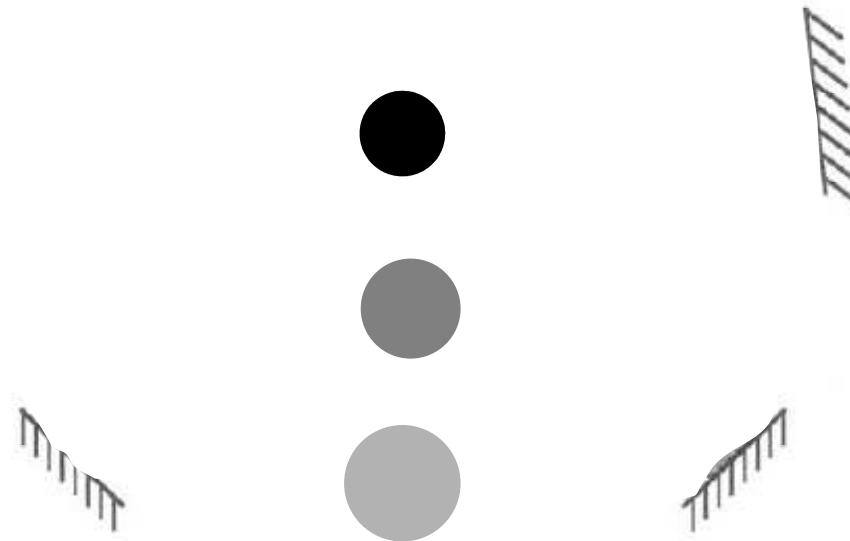
20 000 fotonů je třeba
k zastavení atomu z
pokojové teploty

brzdná síla úměrná
rychlosti, připomíná
viskosní prostředí,
"sirup"

Pro silné lasery
záležitost milisekund

měření tepelného
rozdělení: vypneme
lasery. Atomy klesají v
tíhovém poli

Zároveň se rozletují
balistickým způsobem



TOF experiment: měření distribuce (hybností)

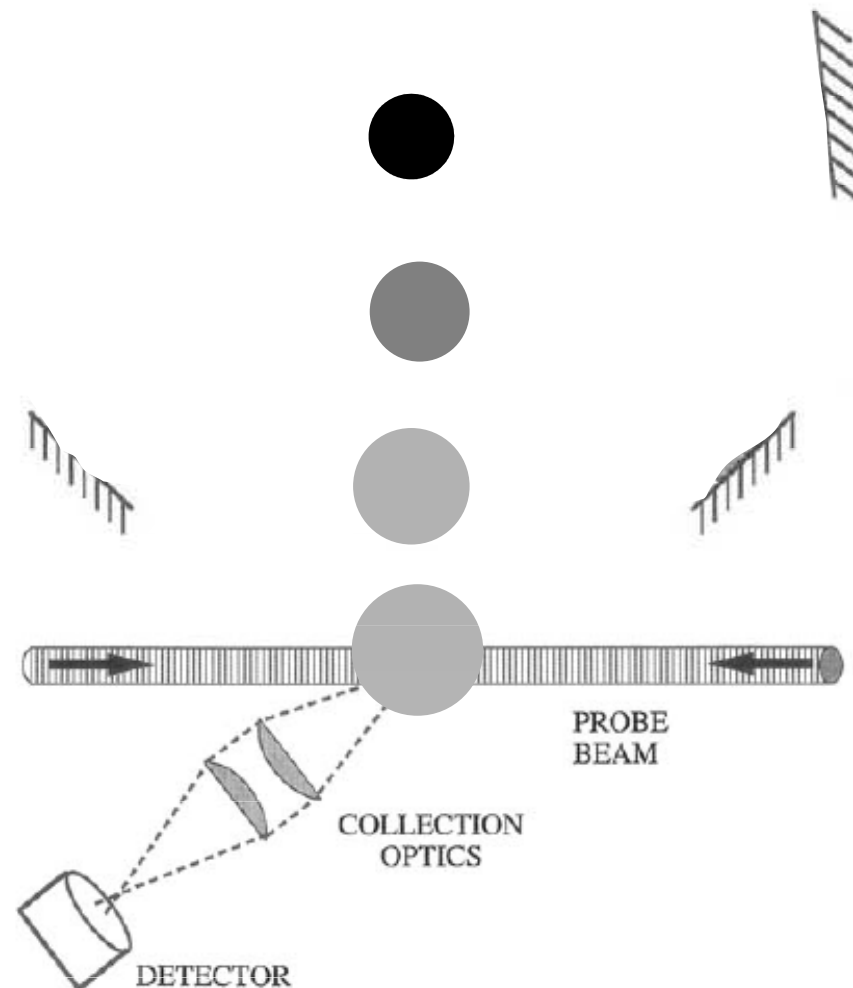
20 000 fotonů je třeba
k zastavení atomu z
pokojové teploty

brzdná síla úměrná
rychlosti, připomíná
viskosní prostředí,
"sirup"

Pro silné lasery
záležitost milisekund

měření tepelného
rozdělení: vypneme
lasery. Atomy klesají v
tíhovém poli

Zároveň se rozletují
balistickým způsobem



sondovací laserový
svazek vyvolá
fluorescenci atomů

z tvaru a velikosti
obláčky je určeno
rychlostní rozdělení

BEC pozorovaná opět metodou TOF

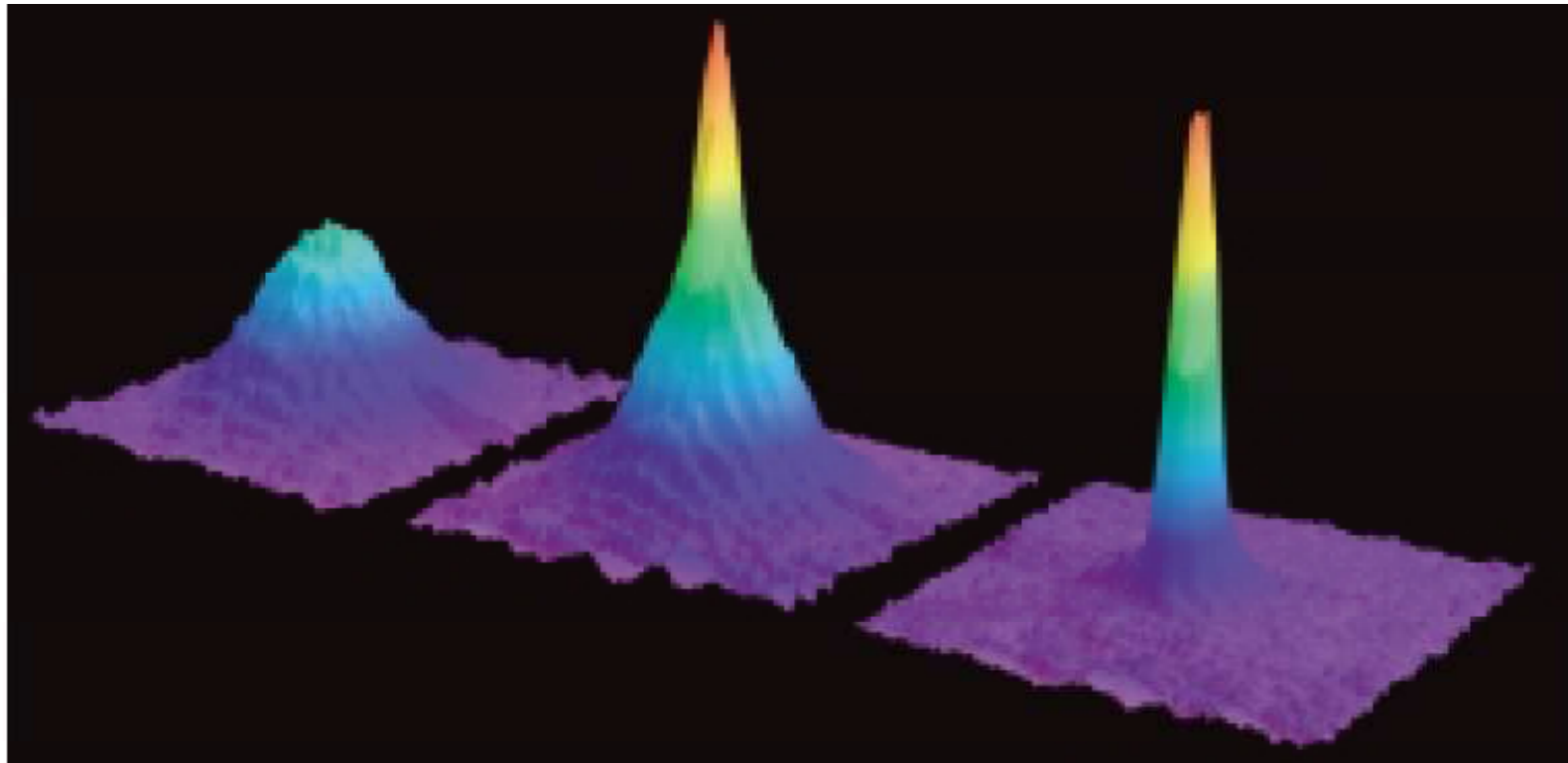


Figure 7. Observation of Bose-Einstein condensation by absorption imaging. Shown is absorption vs. two spatial dimensions. The Bose-Einstein condensate is characterized by its slow expansion observed after 6 ms time-of-flight. The left picture shows an expanding cloud cooled to just above the transition point; middle: just after the condensate appeared; right: after further evaporative cooling has left an almost pure condensate. The total number of atoms at the phase transition is about 7×10^5 , the temperature at the transition point is $2 \mu\text{K}$.

Makroskopická vlnová funkce

CO JE TEDY FYZIKÁLNÍ OBSAH BEC?

ÚROVEŇ 1. Segregace $N_{BEC} = \tilde{\mathcal{N}}_G(T) = O(N)$ při $T < T_c$ částic na jedné hladině

ÚROVEŇ 2. Částice ve stejném stavu s energií $E_0 \approx 0$

ÚROVEŇ 3. Kondensát se jeví jako makroskopická vlna

$$\Psi(x) = \sqrt{N_{BEC}} \varphi_0(x)$$

.... koherence kvantového původu

ÚROVEŇ 4. $\Psi(x)$ se rozprostírá v celém objemu ... klasická vlna

ÚROVEŇ 5. $\Psi(x)$ parametr uspořádání fázového přechodu

Bose-Einsteinův kondensát atomů v pastech

Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci
Experimentální důkaz: Volně padající obláček kondensátu.
Dvě části obláčku rozdělené a opět se prolínající spolu interferují.
Vlnová délka v řádu desetin milimetru

experiment ve skupině Ketterle a spol.



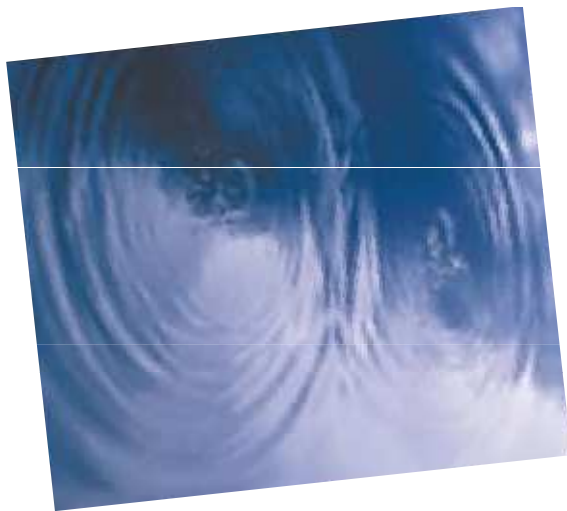
vlny na vodě



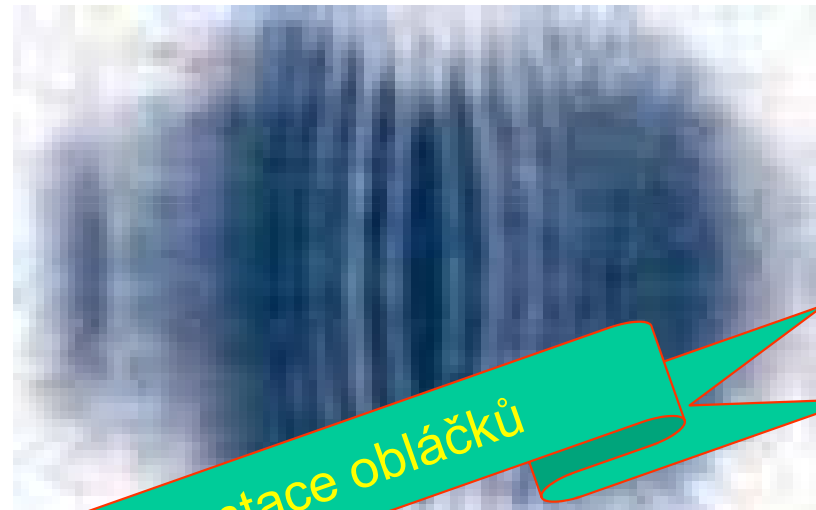
Bose-Einsteinův kondensát atomů v pastech

Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci
Experimentální důkaz: Volně padající obláček kondensátu.
Dvě části obláčku rozdělené a opět se prolínající spolu interferují.
Vlnová délka v řádu desetin milimetru

experiment ve skupině Ketterle a spol.



vlny na vodě

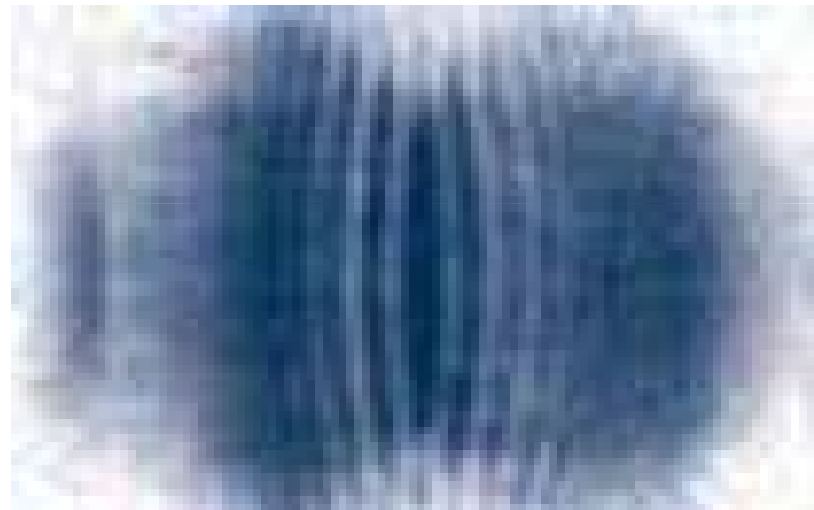


skutečná orientace obláčku

Bose-Einsteinův kondensát atomů v pastech

Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci
Experimentální důkaz: Volně padající obláček kondensátu.
Dvě části obláčku rozdělené a opět se prolínající spolu interferují.
Vlnová délka v řádu desetin milimetru

experiment ve skupině Ketterle a spol.



Bose-Einsteinův kondensát atomů v pastech

Atomy sodíku vytvářejí makroskopickou vlnovou funkci
Experimentální důkaz: Volně padající obláček kondensátu.
Dvě části obláčku rozdělené a opět se prolínající spolu interferují.
Vlnová délka v řádu desetin milimetru

experiment ve skupině Ketterle a spol.

Boom BEC, teď ještě mnohem živější

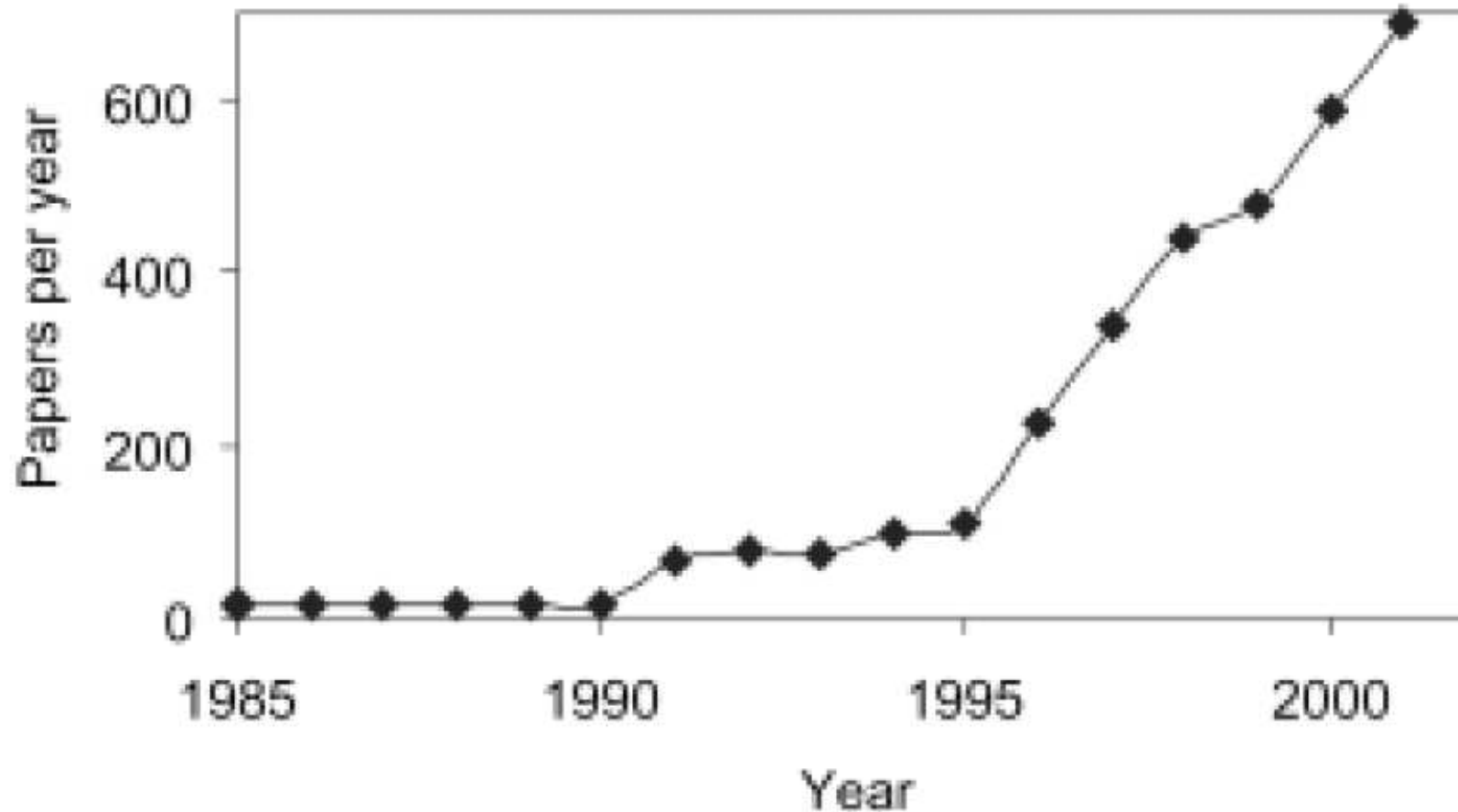
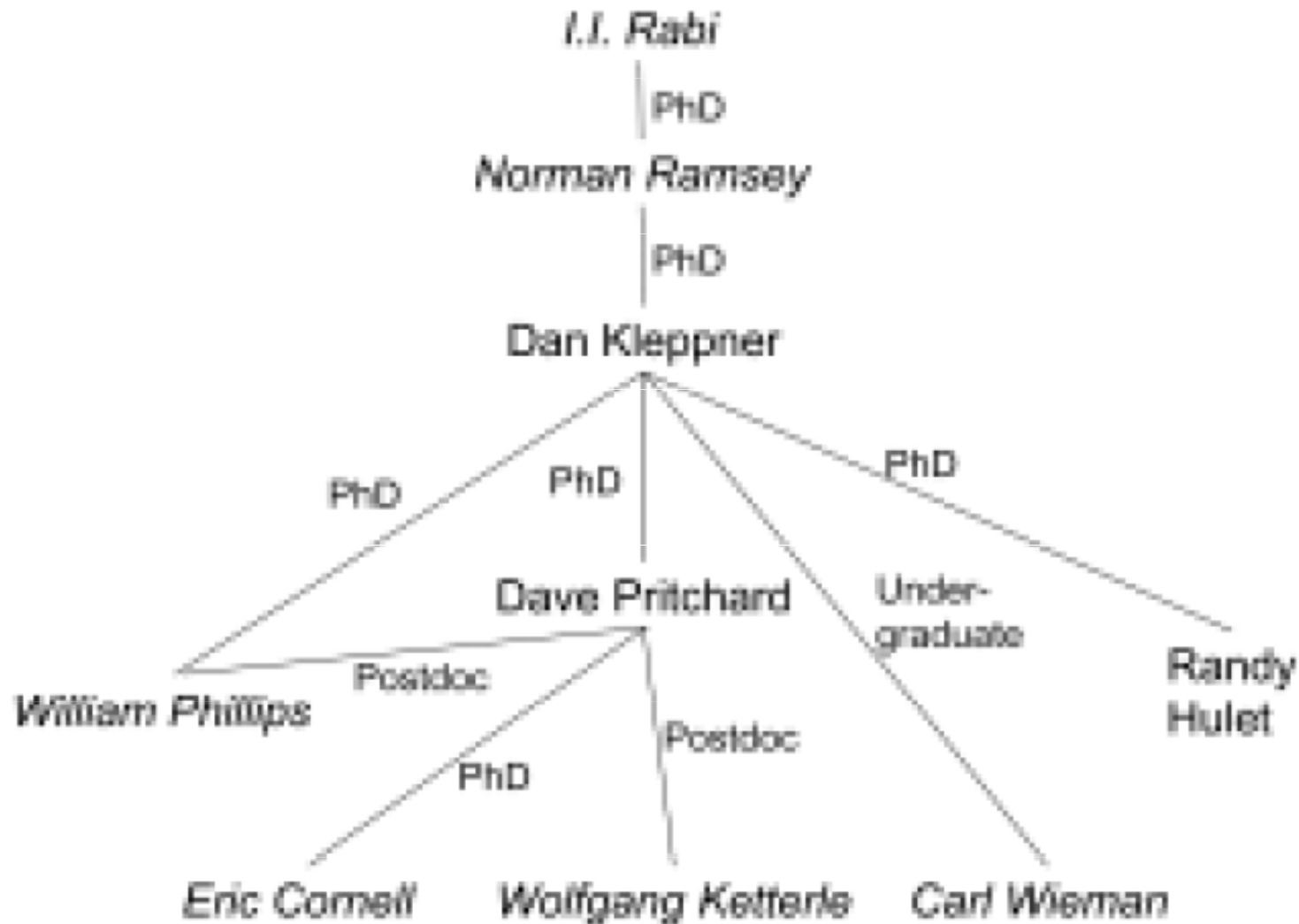


Figure 1. Annual number of published papers, which have the words “Bose” and “Einstein” in their title, abstracts or keywords. The data were obtained by searching the ISI (Institute for Scientific Information) database.

Strom nobelistů (kursivou) v atomové fyzice



The end