# Profil M3

kulová hvězdokupa: sférický útvar z hvězd, rozlišujeme hvězdy, v Mléčné dráze zhruba asi ~150, vhodné, Shapley, $10^4-10^5$ hvězd, staré hvězdy, (H, He), H-R diagram

## Položení hvězd

Těleso držené vlastní gravitací:

$\vec{g} = G \sum$

$$\frac{\Delta M}{\Delta V} \to \rho(\vec{r}) \qquad \lim_{N\to\infty}$$

$$\vec{g}(\vec{r}') = G \sum \frac{m_i}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \to G \int \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dV$$

$$-\nabla\phi = \vec{g}$$

rovnováha (vyrovnání síly): $\nabla \cdot \vec{g} = G \int_V \rho(\cdot) \nabla \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dV$

$$= G \int_S \rho(\cdot) \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} dS$$

Gaussova věta: $\int \nabla \cdot \vec{F}\, dV = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}$

koule $= G\rho(\vec{r}) \int \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|^2 d\phi}{(\cdots)}$

$= 4\pi G \rho(\vec{r})$

Poissonova rce

$$\boxed{\nabla^2\phi = 4\pi G \rho(\cdot)}$$

$$\phi(r') = \int \frac{\rho(r')}{|r-r'|} dV$$

Příklady:

$$\phi(r) = -\frac{GM}{r}, \quad \rho = \delta(0)$$

## Plummerův model

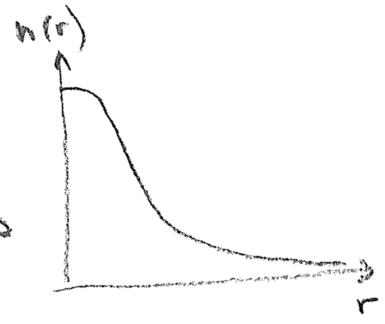
$$\phi(r) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2+b^2}}$$

b... měřítko, škálový parametr

M... celková hmota

odvozeno z polytrop

$$\rho(r) = \frac{3M}{4\pi b^2}\left(1+\frac{r^2}{b^2}\right)^{-5/2}$$





## Projekce:

$$n(R+\Delta R) = 2\int_0^\infty \frac{r\rho(r)\,dr}{\sqrt{r^2-R^2}} = \frac{M}{\pi b^2}\frac{1}{\left(1+\left(\frac{R}{b}\right)^2\right)^2}$$