Объём пирамиды

Египтяне вычисляли объёмы многих тел: куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра — как произведение площади основания на высоту. Следует отметить, что такие расчёты производились в задачах на обмер зерна в амбарах, имеющих эти формы, и главное внимание уделялось переводу мер ёмкости сыпучих тел в геометрические меры объёма и обратно.

Самым удивительным в геометрии египтян было правило для определения объема усечённой пирамиды, которое можно выразить формулой

$$V = (a^2 + ab + b^2)\frac{h}{3},$$

где a и b — стороны квадратных оснований пирамиды, h — высота её (в тексте $a = 4$, $b = 2$, $h = 6$). Многие полагают, что при выводе этой формулы египтяне представляли пирамиду с одним перпендикулярным основанию ребром. Вероятно, пирамида разбивалась на части, указанные на рис. 2. Тогда она составляется из четырёх пирамид

$$V = \frac{1}{3}a^2h + \frac{1}{3}b^2h + 2\cdot\frac{1}{3}b\left(a\cdot\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{3}h(a^2 + b^2 + ab).$$

Существуют и другие реконструкции, но, во всяком случае, нельзя представить себе, что этот результат был получен без геометрических и арифметических рассуждений. Что касается объёма четырёхгранной пирамиды, то он мог быть получен эмпирически. Возможно, что правило, которое нетрудно установить для угловой пирамиды в кубе, было распространено на остальные случаи.

Интерес к вычислению объёма пирамиды и усечённой пирамиды был совершенно естественным в Египте. В этой связи заметим, что египетские строители умели математически охарактеризовать угол наклона α боковой грани к квадратному основанию пирамиды числом локтей, на которое высота, опущенная из вершины пирамиды на сторону основания, отходит от вертикали при подъеме на один локоть. В сущности, они имели дело при этом с отношением высоты пирамиды к половине стороны основания, т. е. с $\operatorname{ctg}\alpha$.

Загадочной является упомянутая выше задача № 10 Московского папируса, где вычисляется поверхность корзины «с отверстием $4\frac{1}{2}$». Текст неясен, а может быть, и неполон. В. В. Струве усмотрел в нем совершенно

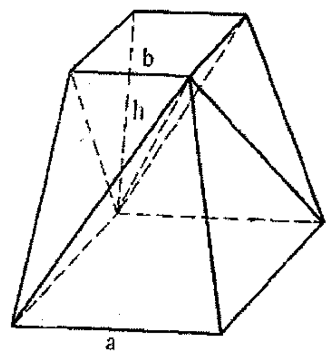

Рис. 2

точное правило вычисления поверхности полушара, Т. Пит — боковой поверхности цилиндра, а О. Нейгебауер — приближенное вычисление куполообразного амбара для хранения зерна. Как бы то ни было, и в этой задаче нашему числу π соответствует уже упоминавшееся значение $4\,(^8/_9)^2$.