Lineární programování – jaro 2010 – 1. termín

1. (15 bodů) Formulujte Farkasovo lemma udávající nutnou a postačující podmínku k tomu, aby soustava m nerovnic

$$A \cdot (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}} \le b$$

měla řešení splňující $x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_n$.

2. (20 bodů) Formulujte větu o dualitě pro úlohu lineárního programování

$$\min \{\, dx \mid Ax \le b, Bx = c \,\}.$$

3. (25 bodů) Formulujte větu o rozkladu polyedrů a definujte v ní použité pojmy. Dokažte libovolnou ze dvou implikací této věty.

4. (30 bodů) Řešte primární simplexovou metodou úlohu minimalizovat

$$9x_1 - 7x_2 - x_3$$

při omezeních $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$, $x_3 \ge 0$ a

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 \phantom{{}- 2x_3} &\le 7, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &\ge 5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\ge 4. \end{aligned}$$

Po jejím vyřešení přidejte další omezení

$$2x_1 - 2x_2 \ge 5$$

a úlohu dořešte duální simplexovou metodou.