Lineární programování – jaro 2010 – 3. termín

1. (15 bodů) Formulujte Farkasovo lemma udávající nutnou a postačující podmínku k tomu, aby soustava $Ax = b$, $Cy \leq d$ v proměnných $x = (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$ a $y = (y_1, \ldots, y_n)^{\mathrm{T}}$ měla řešení splňující $x \geq y$.

2. (20 bodů) Určete funkci f vektoru proměnných x, matici B a vektor d takové, že úloha lineárního programování

$$\max \{\, f \mid Bx \geq d \,\}$$

je duální k úloze

$$\min \{\, yc \mid yA \geq b,\ y \leq 1 \,\}.$$

Formulujte větu o dualitě pro tuto dvojici úloh.

3. (25 bodů) Definujte polyedry, jejich stěny a maximální stěny. Charakterizujte maximální stěny polyedrů pomocí systémů nerovnic a tuto charakterizaci dokažte.

4. (30 bodů) Řešte primární simplexovou metodou úlohu minimalizovat

$$10x - y + 15z$$

při omezeních $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ a

$$\begin{aligned} x - 3y + 7z &\leq 8, \\ 2x - y + 4z &\geq 6, \\ 3x - 2y + z &\geq 7. \end{aligned}$$

Po jejím vyřešení přidejte další omezení

$$2x - y + 14z \leq 1$$

a úlohu dořešte duální simplexovou metodou.