

Hledání stacionárního rozložení HMŘ se SČ pomocí matice intenzit přechodu

Úkol: napište v MATLABu funkci, která pro danou matici intenzit přechodu najde stacionární rozložení.

Vstupní parametr: matice Q.

Výstupní parametr: stacionární rozložení a.

Pomocí této funkce pak vyřešte následující příklady.

Upozornění: Při vytváření této funkce lze využít návod na hledání stacionárního vektoru stochastické matice pomocí MATLABu

a) Zadáme matici přechodu P. Její řád zjistíme příkazem $n = \text{size}(P,1)$.

b) Vytvoříme jednotkovou matici $I = \text{eye}(n)$.

c) Získáme matici soustavy $A = [[I-P]'; \text{ones}(1,n)]$.

d) Vytvoříme vektor pravých stran $f = [\text{zeros}(n,1); 1]$.

e) Vypočteme stacionární vektor $a = (A \setminus f)'$.

Příklad 1.: Necht' HMŘ se SČ má množinu stavů $\{0,1,2\}$ a matici intenzit přechodu

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \text{ Najděte jeho stacionární rozložení.}$$

Výsledek: $\mathbf{a} = (0,5 \quad 0,25 \quad 0,25)$

Příklad 2.: Uvažme provoz malé půjčovny aut, která má 4 auta. Za časovou jednotku volíme 1 den. Doba mezi dvěma požadavky na zapůjčení auta je náhodná veličina s rozložením $\text{Ex}(2)$ a doba výpůjčky je náhodná veličina s rozložením $\text{Ex}(3)$. Zavedeme HMŘ $\{X_t; t \in T\}$, kde X_t udává počet aut vypůjčených v okamžiku t, $X_t = 0, 1, 2, 3, 4$. Matice intenzit přechodu má tvar:

$$Q = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -12 \end{pmatrix}.$$

Vypočtete a interpretujte stacionární rozložení.

Výsledek: $\mathbf{a} = (0,5137 \quad 0,3425 \quad 0,1142 \quad 0,0254 \quad 0,0042)$

Příklad 3.: Sledujeme stav datového projektoru. Za jednotku času volíme 1 měsíc.

Pravděpodobnost, že je přístroj po uplynutí času t od poslední opravy stále v bezvadném stavu, je e^{-2t} . Je-li přístroj pokažený, pak pravděpodobnost, že za čas t nedošlo k opravě, je e^{-20t} . Určete pravděpodobnost, že po dostatečně dlouhé době bude datový projektor nadále v bezvadném stavu.

Výsledek: 10/11.