

# Dynamika populací

doc. Ing. Tomáš Urban, Ph.D.  
*urban@mendelu.cz*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Cíle genetiky populací

✓ popsat frekvence alel a genotypů

- popsat změny frekvencí alel a genotypů v čase (genetické změny v populacích)
- analyzovat faktory vedoucí ke změnám alelových a genotypových frekvencí
- určit, jak tyto faktory mění frekvence alel a genotypů



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Výjimky H.-W. předpokladů

- Působí **selekce**, **migrace** (tok genů), **mutace**
- Malá populace (drift) a inbríding
- Vazba
- Geny umístěné na pohlavních chromozomech



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Procesy narušující genetickou rovnováhu

### Stochastické (náhodné) změny

- nelze určit směr, ale jen velikost změn četnosti alel a genotypů ano
- náhodný (genetický) drift, náhodné změny v migraci, ve směru a intenzitě selekce

### Systematické (nenáhodné, soustavné) změny

- lze určit směr a velikost změny v četnosti alel a genotypů
- opakované mutace, jednosměrné migrace, dlouhodobý selekční tlak



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Vliv selektce na četnost autozomálních genů

Selektce přírodní a umělá; pozitivní a negativní

Když jsou různé skupiny jedinců lišící se svým fitness

**FITNESS** – pravděpodobnost, že se určitý genotyp zúčastní na genové výstavbě další generace (adaptivní hodnota genotypu, reprodukční způsobilost): **W** (0 - 1)

Složky: životaschopnost (jak dlouho), páření (kolikrát), plodnost (kolik)

**SELEKČNÍ KOEFICIENT** – síla, intenzita působící na každý genotyp, snižující jeho fitness : **s** (0 - 1)

Odezva na selekci, když jsou genetické rozdíly mezi skupinami jedinců



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Vliv selektce na četnost autozomálních genů

$$s + W = 1$$

$$s = 1 - W$$

$$W = 1 - s$$

➤ Pravděpodobnost produkce gamet nesoucí alelu **a**:

$$P(aa) = f(aa) \cdot W_{aa} = q^2 \cdot (1 - s)$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Selekce přes jednu generaci I

RODIČE	Genotypy			Alely	
	AA	Aa	aa	A	a
frekvence	0,36	0,48	0,16	0,60	0,40
<b>W</b>	<b>1,00</b>	<b>0,95</b>	<b>0,30</b>		

Po selekci

frekvence	0,36	0,456	0,048	$\bar{W} = 0,864$	
-----------	------	-------	-------	-------------------	--

Přepočít na 100%

frekvence	0,4167	0,5278	0,0555	0,6806	0,3194
-----------	--------	--------	--------	--------	--------

➤ Průměrný fitness populace:

$$\bar{W} = p^2 \cdot W_{AA} + 2pq \cdot W_{Aa} + q^2 \cdot W_{aa}$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Selekce přes jednu generaci II

Frekvence	AA	Aa	aa	HWE
před	0,36	0,48	0,16	ANO
po	<b>0,4167</b>	<b>0,5278</b>	<b>0,0555</b>	NE

Alely - frekvence u rodičů před selekcí	
$f(A) = p$	0,6000
$f(a) = q$	0,4000

Rodiče		AA	Aa	aa
AA x AA	0,1736	0,1736		
AA x Aa	0,4398	0,2199	0,2199	
AA x aa	0,0463		0,0463	
Aa x Aa	0,2785	0,0696	0,1393	0,0696
Aa x aa	0,0586		0,0293	0,0293
aa x aa	0,0031			0,0031
<b>Potomci</b>		<b>0,4632</b>	<b>0,4348</b>	<b>0,1020</b>

Alely - frekvence u rodičů po selekci	
$f(A) = p'$	<b>0,6806</b>
$f(a) = q'$	<b>0,3194</b>

Potomci		A	a	
		0,6806	0,3194	
A	0,6806	0,4632	0,2174	
a	0,3194	0,2174	0,1020	
		<b>AA</b>	<b>Aa</b>	<b>aa</b>
		<b>0,4632</b>	<b>0,4348</b>	<b>0,1020</b>

$$\Delta p = +0,0806$$

$$\Delta q = -0,0806$$

Alely - frekvence u potomků

$f(A) = p_1$	<b>0,6806</b>
$f(a) = q_1$	<b>0,3194</b>

HWE - ANO



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Př. změny letálních alel v homozygotním genotypu

- Rodičovská populace v rovnováze (úplná dominance):
  - $p^2 (AA) + 2pq (Aa) + q^2 (aa) = 1$      $W_{aa} = 0,00$      $s_{aa} = 1,00$
- **Úplná selekce na genotyp  $aa$**   $\Rightarrow$  pro další plemenitbu v populaci rodičů jen genotypy  $p^2 (AA) + 2pq (Aa)$
- Frekvence alel v  $F_1$  generaci bude:
  - alela **A**:                      alela **a**:

$$p_1 = \frac{1}{1 + q_0}$$

$$q_1 = \frac{q_0}{1 + q_0}$$

$$n = \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_0}$$

$$q_n = \frac{q_0}{1 + n \cdot q_0}$$

Změna četnosti alel mezi generací rodičů a potomků

$$\Delta q = q_1 - q_0 = -\frac{q_0^2}{1 + q_0} \cong -q_0^2$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

Úplná selekce ( $s = 1$ ) vůči genotypu recesivního homozygota v průběhu 1000 generací

Generace	frekvence p	frekvence q	$p^2$	$2pq$	$q^2$
0	0,5	0,5	0,25	0,50	0,25
1	0,67	0,33	0,45	0,44	0,12
2	0,75	0,25	0,56	0,38	0,06
3	0,80	0,20	0,64	0,32	0,04
4	0,833	0,167	0,694	0,278	0,028
5	0,857	0,143	0,734	0,245	0,020
10	0,917	0,083	0,841	0,152	0,007
40	0,976	0,024	0,953	0,047	0,001
70	0,986	0,014	0,972	0,028	0,0002
100	0,9902	0,0098	0,9805	0,0194	0,0001
200	0,9950	0,0050	0,9900	0,0100	0,00003
1000	0,9990	0,0010	0,9980	0,0020	0,000001



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Vliv migrace na změnu četnosti alel - *gene flow*

Přemístění genotypů z jedné populace do druhé: Emigrace, **Imigrace**

začlenění nového zvířete z jiné populace

zakoupení nového plemeníka a jeho začlenění do plemenníky

import nových plemen (na zušlechtění, ...)

**Př.:** model pevnina → ostrov

$m_i$  – koeficient migrace (podíl migrantů vzhledem k velikosti nové smíšené populace)

$$m_i = \frac{I}{N}$$

- $p_{mi}$  - frekvence alely A v imigrující populaci (na pevnině)
- $p_0$  - frekvence alely A v původní populaci (ostrov)
- $(1 - m_i)$  - relativní četnost jedinců v původní populaci (ostrov)
- $p_1$  a  $q_1$  - četnosti alel smíšené populace



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

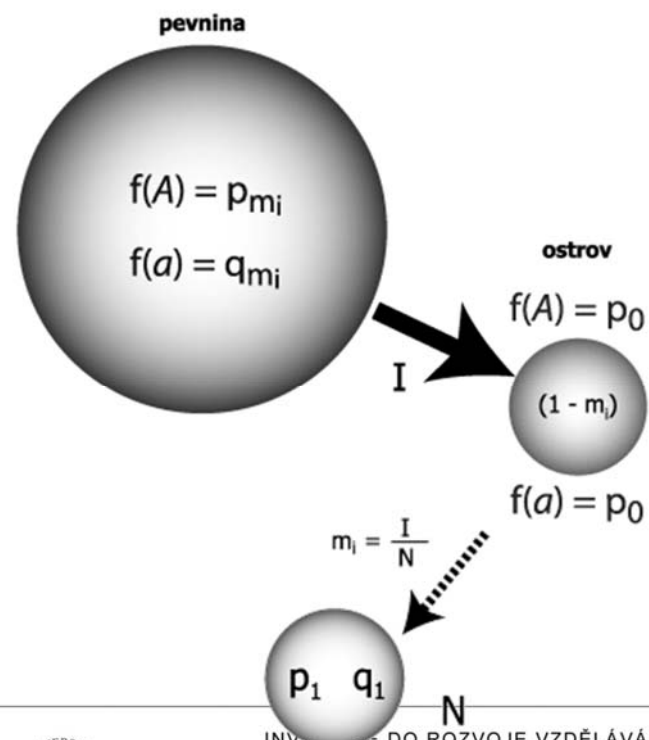
## Migrace (model pevnina → ostrov)

$$p_1 = m_i \cdot p_{mi} + (1 - m_i) \cdot p_0 =$$

$$m_i \cdot (p_{mi} - p_0) + p_0$$

$$q_1 = m_i \cdot q_{mi} + (1 - m_i) \cdot q_0 =$$

$$m_i \cdot (q_{mi} - q_0) + q_0$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Změna četnosti alel při migraci

Závisí na :

četnosti imigrantů, četnosti imigrujících alel a alel v původní populaci

$$\Delta p = p_1 - p_0 = m_i (p_{m_i} - p_0)$$

$$\Delta q = q_1 - q_0 = m_i (q_{m_i} - q_0)$$

- Genetická rovnováha nastane, když genové četnosti původní populace se vyrovnají s četnostmi imigrující populace:  $p_0 = p_{m_i}$  nebo  $q_0 = q_{m_i}$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Vliv genové mutace na změnu četnosti alel

Chemická změna v genu, v sekvenci bazí

Obvykle fatální ( $W = 0$ ;  $s = 1,0$ )

Běžně nemají velký význam ( $10^{-5}$  -  $10^{-8}$ )

Významné jsou mutace opakující se

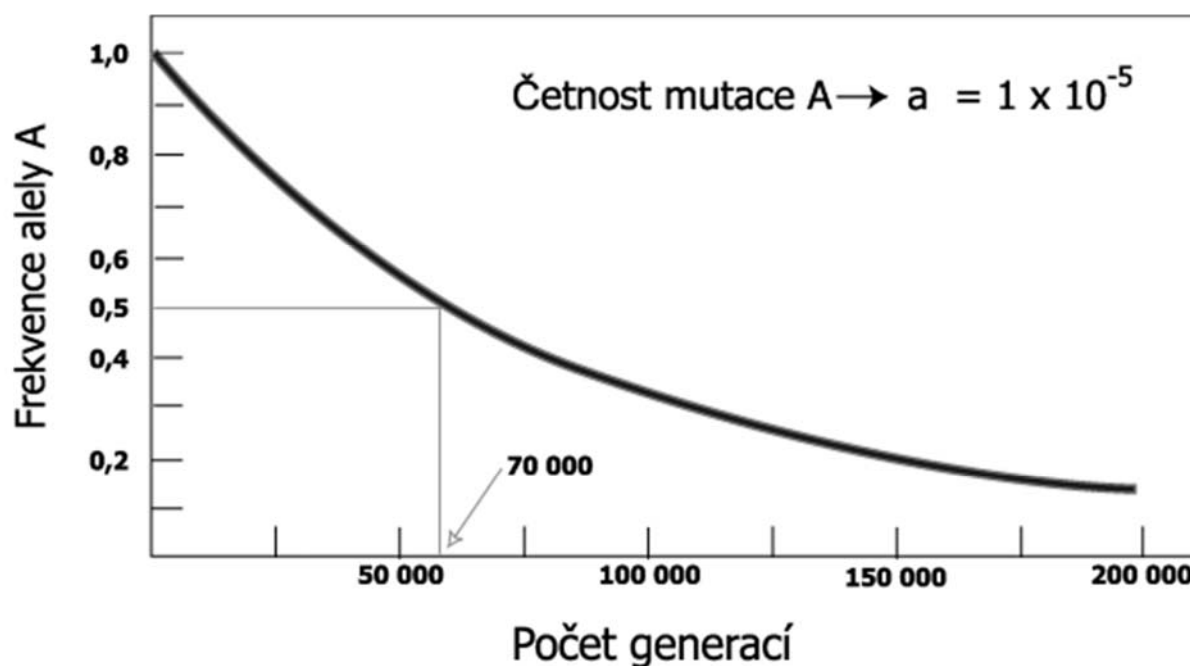
Jejich vliv probíhá současně se selekcí



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Vliv genové mutace na změnu četnosti alel



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Opakovaná jednosměrná mutace (nevratná)

- alela **A** mutuje intenzitou **u** na alelu **a**

- četnost alel:  $p_0 ; q_0 = (1 - p_0)$

- nové četnosti alel

- **A** ...  $p_1 = p_0 - up_0$

- **a** ...  $q_1 = q_0 + up_0 = (1 - p_1)$

- **změna četnosti alel za 1 generaci**

$$\Delta p = (p_1 - p_0) = (p_0 - up_0) - p_0 = -up_0$$

$$\Delta q = (q_1 - q_0) = (q_0 + up_0) - q_0 = +up_0$$

- Změna četnosti alel je závislá na počáteční četnosti alel a na intenzitě přímé mutace



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky



## Zpětná mutace



$$p_1 = p_0 - up_0 + vq_0 \quad q_1 = q_0 - vq_0 + up_0$$

Změna četnosti alel mezi generacemi:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = -up_0 + vq_0$$

$$\Delta q = q_1 - q_0 = -vq_0 + up_0$$

ROVNOVÁHA:  $p \cdot u = q \cdot v$  neboli  $p/q = u/v$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Vliv velikosti populace

H.W. rovnováha - *nekonečně* velká populace !!!

- selekce je předvídatelná a determinovatelná

### ALE

- reálné populace mají konečnou velikost
- velikost má vliv na dynamiku populace
  - výkyvy frekvencí alel - drift
  - inbríding



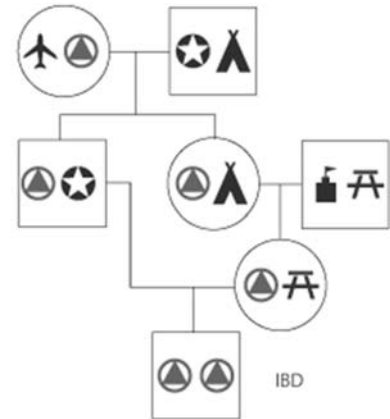
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Inbríding a příbuznost

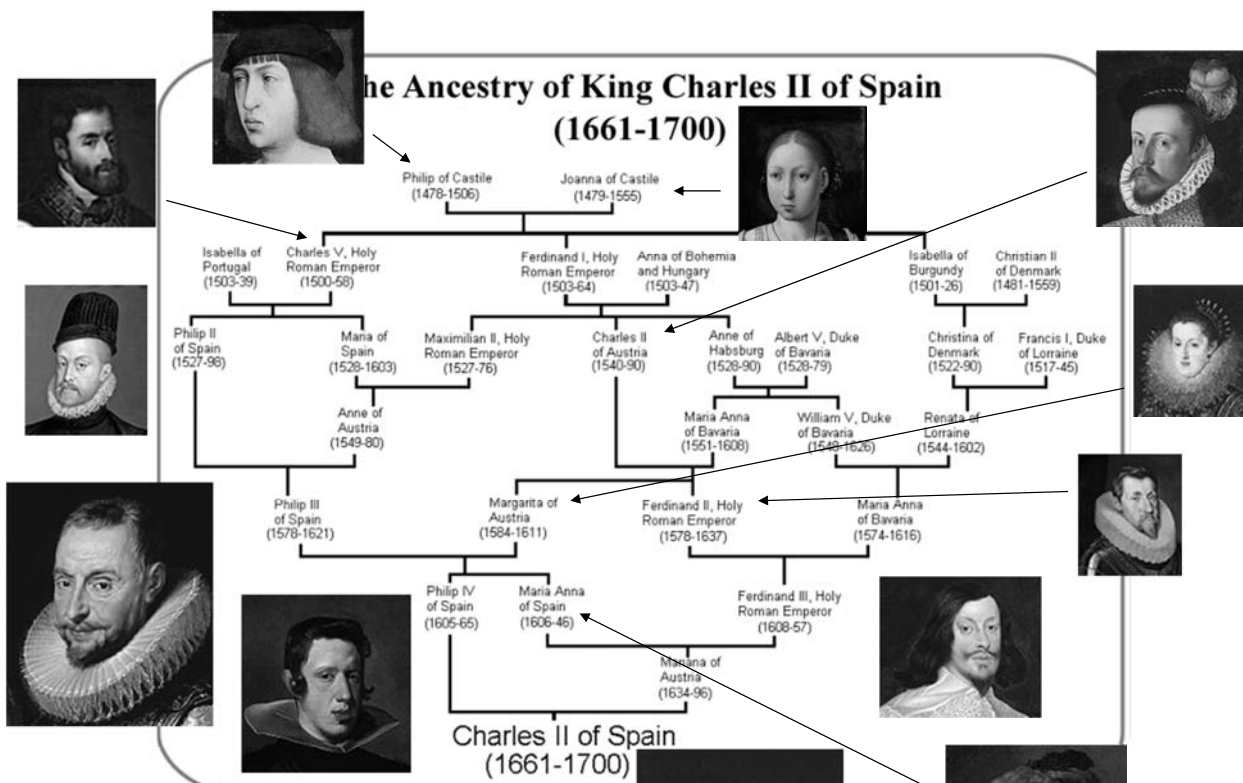
inbríding - oplození mezi příbuznými jedinci

Koeficient příbuzenské plemenitby **F** - pravděpodobnost, že 2 alely v genu u jednoho jedince mají totožný původ (**IBD**) – byly odvozeny replikací z jedné alely v předešlých generacích



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

# Koeficient inbrídingu

- ✓ Při náhodném oplození (HWE):  $h = H_0 = 2pq$
- ✓ koeficient inbrídingu ~ efekt inbrídingu (podíl snížení heterozygotnosti ve vztahu k panmixii při stejných frekvencích alel):

$$F = \frac{(H_0 - H_p)}{H_0} = 1 - \frac{H_p}{H_0}$$

Wright (1950)

Bez inbrídingu - více heterozygotů

Kompletní identita - zvyšuje se počet homozygotů

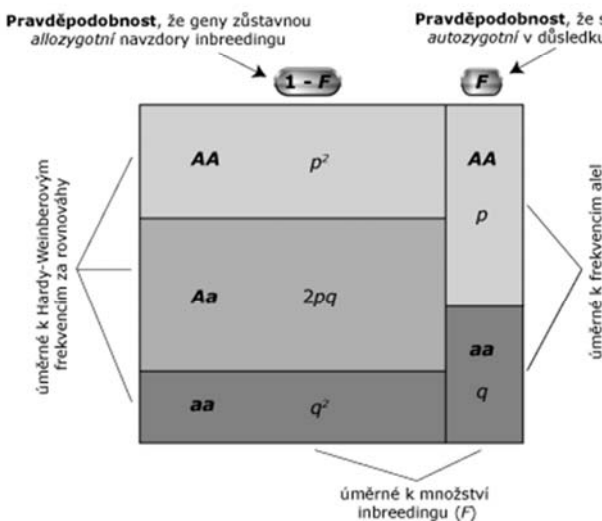
-1 0 +1



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

## Odvození četností genotypů za působení inbrídingu (F)



Aa

$$h = H_p = H_0 - H_0 F = H_0(1 - F) = 2pq(1 - F)$$

$$p = D + H/2 \rightarrow$$

$$D = p - 2pq(1 - F)/2 \rightarrow \dots$$

$$\rightarrow D = p^2(1 - F) + Fp$$

$$AA \quad d = p^2(1 - F) + Fp = p^2 + Fpq$$

$$aa \quad r = q^2(1 - F) + Fq = q^2 + Fpq$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

## Vliv příbuzenské plemenitby I

Základní efektem je zvyšování četností homozygotních genotypů na úkor heterozygotů

⇒  $F \approx$  index fixace alely

Četnost genotypů při inbrídingu, za 1 generaci

**AA**                      **Aa**                      **aa**  
 ↓                                      ↓                                      ↓

$$[p^2 + Fpq] + [2pq \cdot (1 - F)] + [q^2 + Fpq] = 1,00$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Vliv příbuzenské plemenitby II

Vzrůstá počet homozygotních genotypů a snižuje se počet heterozygotů

### Heterozygotnost

$$\text{Het} = \text{Het}_{\text{HW}}(1-F) = 2pq(1-F)$$

$F \sim$  heterozygotní deficit

✓ Velikost změn je dána:

- hodnotou  $F$
- velikostí počátečních frekvencí alel

- Alelové frekvence se **nemění!**
- Inbrední deprese



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

# Projevy inbrední deprese

Snižuje plodnost – velikost vrhu a kvalita spermií

Zvyšuje výskyt genetických onemocnění

Nižší porodnost

Vyšší mortalita mláďat

Nižší růstová intenzita

Menší velikost dospělých jedinců

Ztráta či nedostatečnost funkce imunitního systému

...



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Náhodný genový (genetický) drift (posun)

Náhodný (stochastický) evoluční proces

Změny četnosti alel v malých populacích v důsledku  
náhodného výběru vzorku mezi gametami, chyba výběru

Čím menší výběr, tím větší je jeho chyba

Variabilita alelových četností v následující generaci

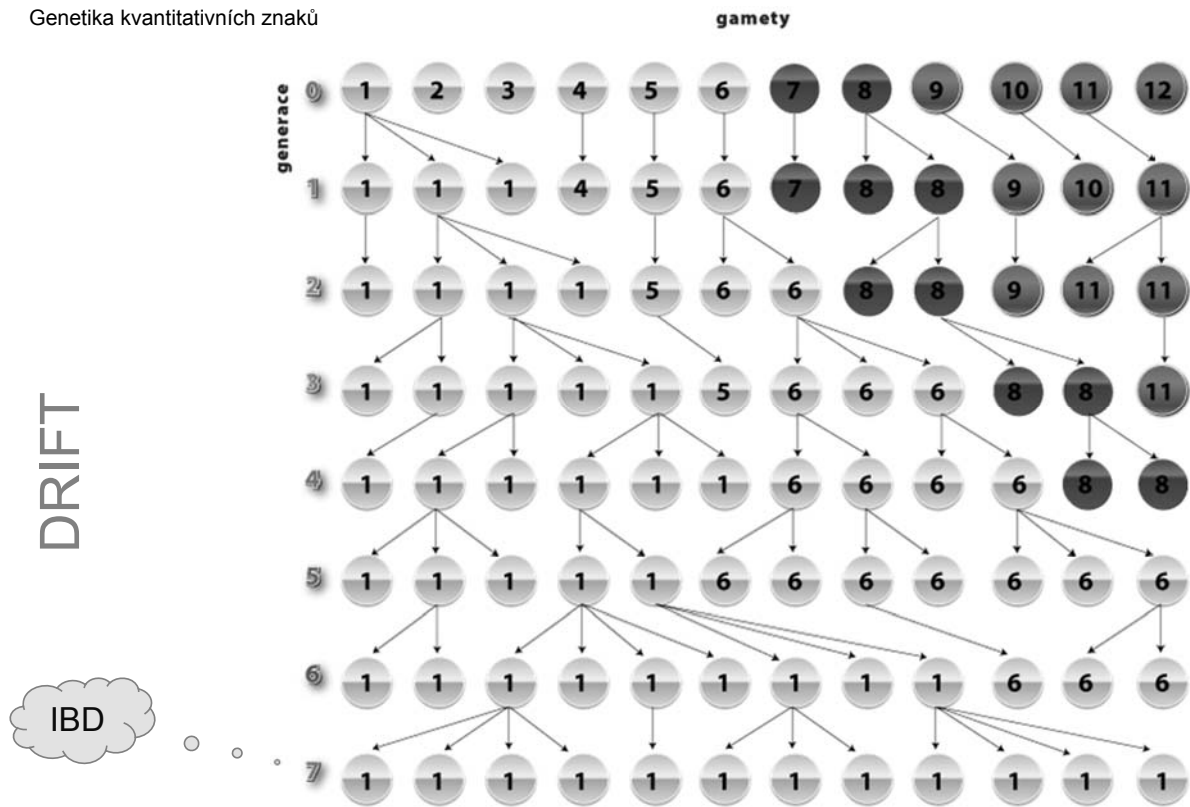
$$s_{(p;q)}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$



směrodatná odchylka:  $s_{p;q} = \pm \sqrt{\frac{p \cdot q}{2N}}$

Jeho velikost je dána velikostí populace a četností alel -  
**nelze kontrolovat směr !!!**

LÁVÁNÍ  
ancována  
m fondem



Identical by descent (IBD) – identické podle původu ~ vztah k inbrídingu



Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Účinek genetického driftu po jednu generaci

$$s_{p,q} = \pm \sqrt{\frac{p \cdot q}{2N}}$$

Velikost  
populace  
N

Počet  
gamet  
2N

Směrodatná  
odchylka  
s

Rozptyl  
očekávaný při  
95 % pravděp.  
 $p \pm 2s$

**p = q = 0,5**

5	10	0,16	0,18 - 0,82
50	100	0,05	0,40 - 0,60
500	1000	0,016	0,468 - 0,532

**p = 0,3 q = 0,7**

5	10	0,145	0,01 - 0,59
50	100	0,046	0,208 - 0,392
500	1000	0,0145	0,271 - 0,329

Nepředpověditelná předpověď!  
Distribuce je však známá!



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Příklad simulace GD I.

- ✓ Počáteční frekvence alely  $A$  je  $p = 0,5$
- ✓ Počáteční frekvence alely  $a$  je  $q = 0,5$
- ✓ Velikost populace  $N = 5$
- ✓ Počet generací 1 – 100

Generace	Frekvence $A$	Frekvence $a$
1	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>
2	<b>0,40</b> 6139182974861	<b>0,59</b> 3860817025139
3	<b>0,09</b> 63863334649935	<b>0,90</b> 3613666535007
4	<b>0,00</b>	<b>1,00</b>

$$F = \frac{1}{2N} = 0,1$$



eliminace alely  $A$

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



fixace alely  $a$

DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Příklad simulace GD II.

- ✓ Počáteční frekvence alely  $A$  je  $p = 0,5$
- ✓ Počáteční frekvence alely  $a$  je  $q = 0,5$
- ✓ Velikost populace je  $N = 100$
- ✓ Počet generací 1 - 100

Generace	Frekvence $A$	Frekvence $a$
1	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>
2	<b>0,56</b> 8280861725784	<b>0,43</b> 1719138274216
3	<b>0,57</b> 5873980370522	<b>0,42</b> 4126019629478
4	<b>0,33</b> 4372396138572	<b>0,66</b> 562760386143
:	:	:
99	<b>0,01</b> 94424676540079	<b>0,98</b> 0557532345992
100	<b>0,02</b> 93774019006036	<b>0,97</b> 0622598099396



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

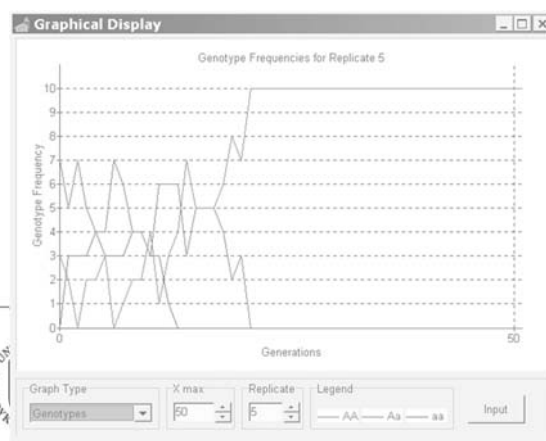
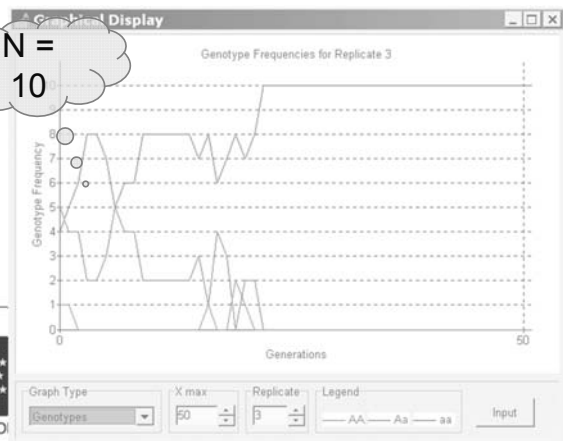
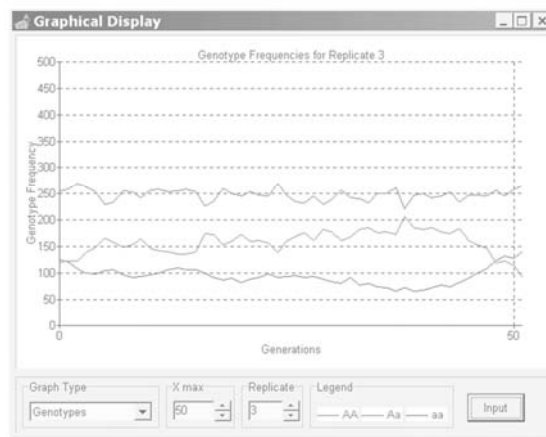
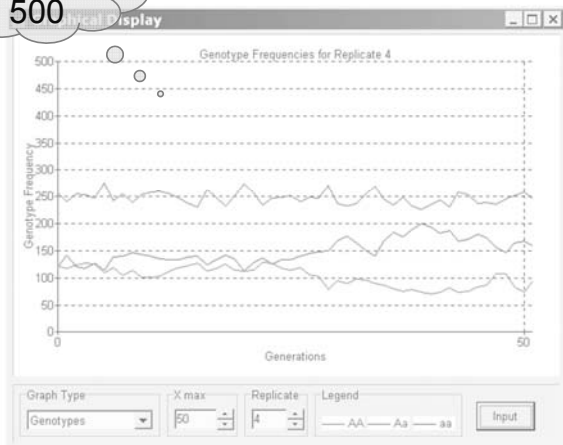
OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

N = 500



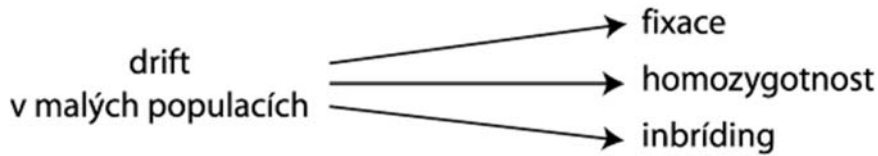
VZDĚLÁVÁNÍ  
nancována  
ním fondem  
é republiky

## Závěr GD

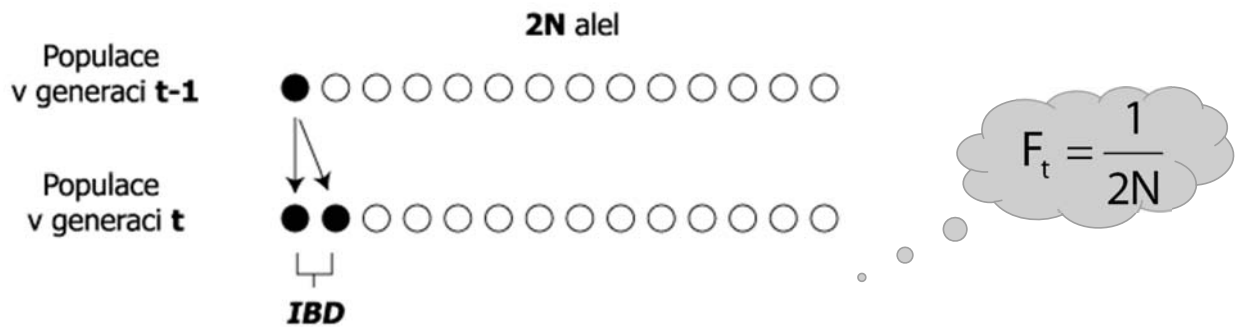
- ✓ ztráta genetické diverzity a fixace alel v populacích, a z toho vyplývající redukce evolučního potenciálu
- ✓ diverzifikace mezi populacemi pocházejících ze stejného zdroje (fragmentování populací)
- ✓ GD znásobuje účinnost přirozené selekce



## Drift jako příčina inbrídingu



protože se alely stávají identické podle původu (IBD)



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

## Genetika populací - závěr

Výsledky lze využít:

- Porovnání plemen a linií, druhy
- Zkoumání procesu evoluce
- Záměrná šlechtitelská práce
- Předcházení nadměrnému inbrídingu
- Ochrana genových rezerv



Kvalitativní znaky (gen ~ znak)

Kvantitativní znaky (geny v anonymitě *davu*)



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tato prezentace je spolufinancována  
Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky