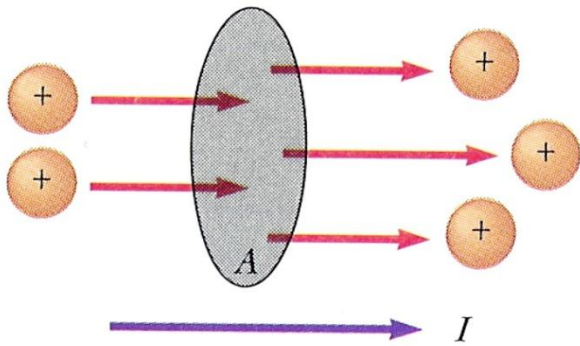


# elektrický proud



# pohybující se náboje a elektrický proud



**FIGURE 27.1** Charges in motion through an area  $A$ . The time rate of flow of charge through the area is defined as the current  $I$ . The direction of the current is the direction in which positive charge would flow if free to do so.

---

Electric current

---

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$



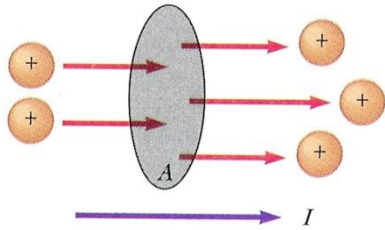
André Marie  
Ampère  
(1775 - 1836)

jednotka:

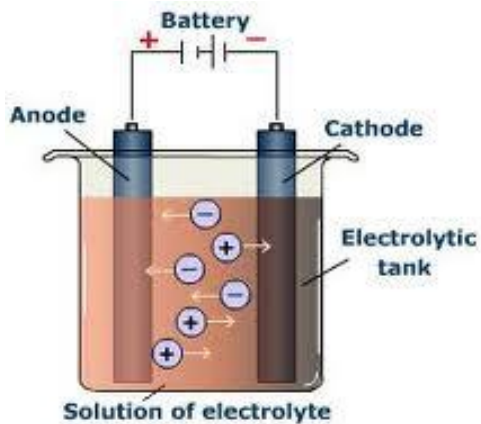
$$1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ A (ampér)}$$

$$Q = \int_0^t I(t') dt'$$

# pohybující se náboje a elektrický proud



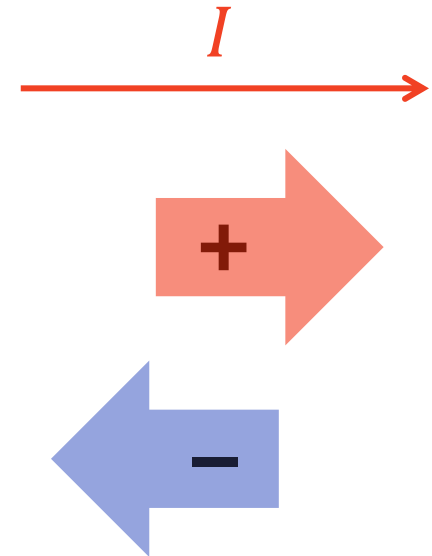
$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \dots \text{ pohyb nabitých částic}$$



ionty v elektrolytu

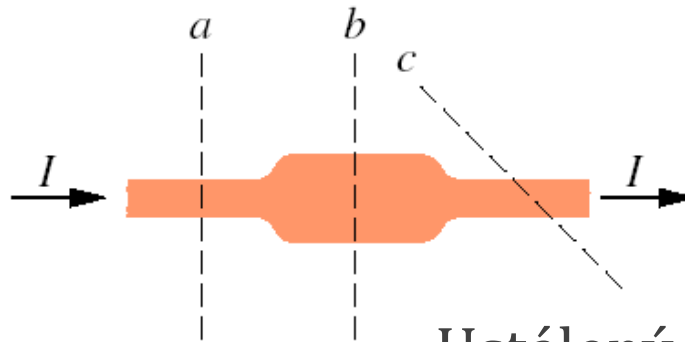


elektrony ve vakuu  
či v kovu

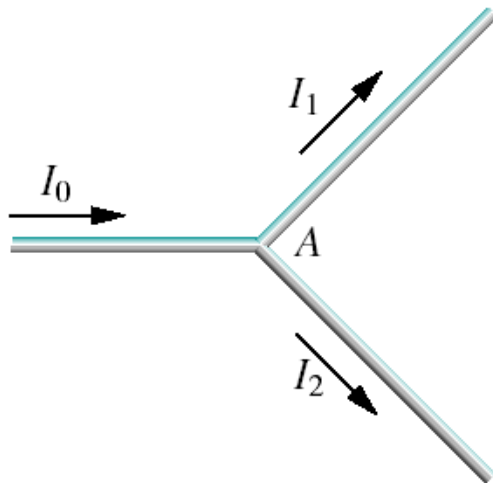


# zákon zachování náboje

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



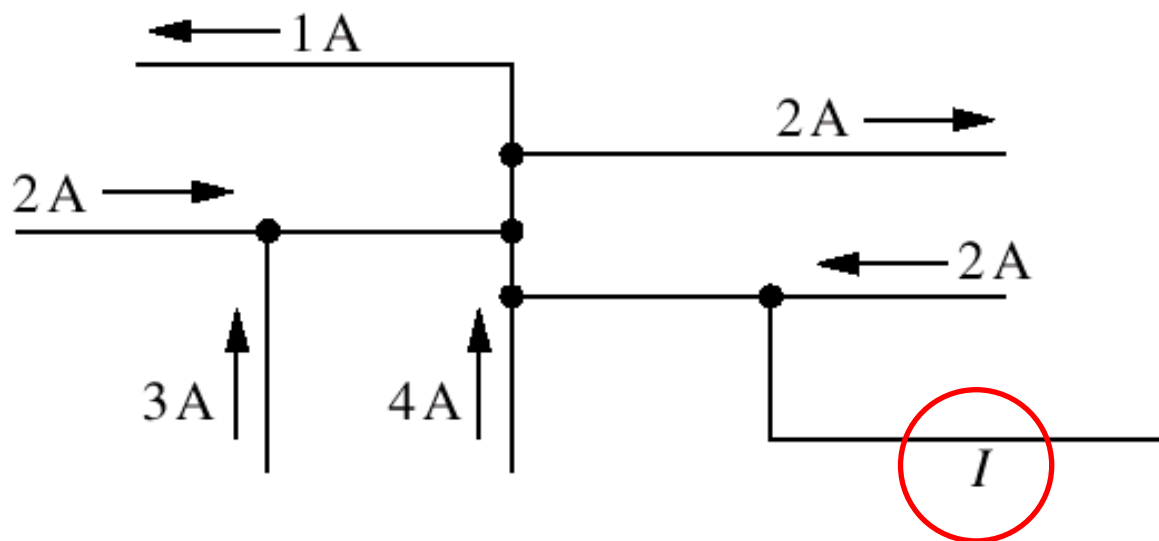
Ustálený proud  $I$  ve vodiči má stejnou velikost ve všech průřezech  $a$ ,  $b$  a  $c$ .



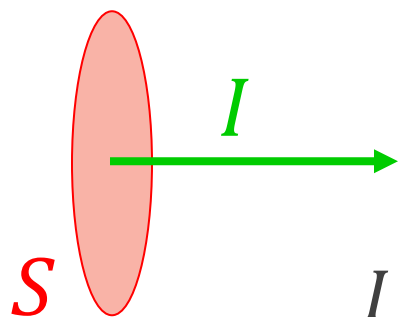
$$I_0 = I_1 + I_2$$

... rovnice kontinuity

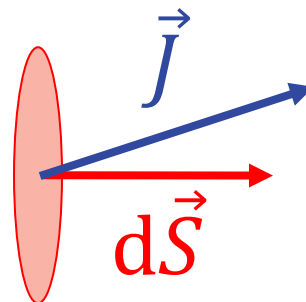
# kontrola



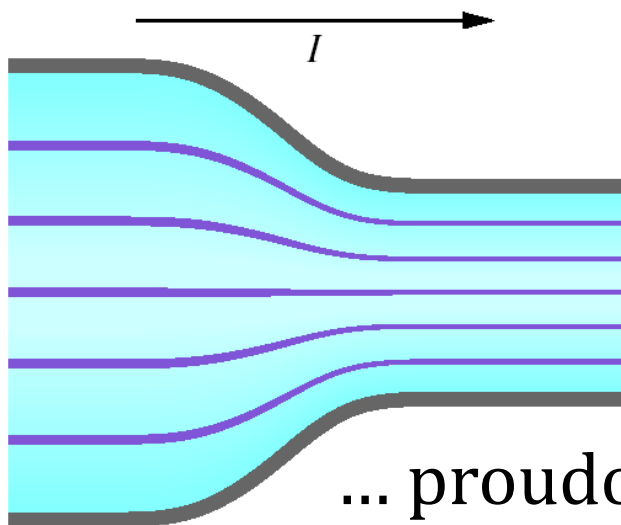
# proudová hustota



$$J = \frac{I}{S}$$

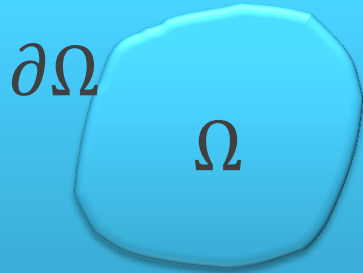


$$dI = J dS \cos \varphi = \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

# Gaussova-Ostrogradského věta



$$\oiint_{\partial\Omega} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\Omega} \text{div} \vec{A} \, dV$$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\oiint_{\partial\Omega} \vec{J} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho \, dV \quad Q$$

$$\iiint_{\Omega} \text{div} \vec{J} \, dV = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho \, dV$$

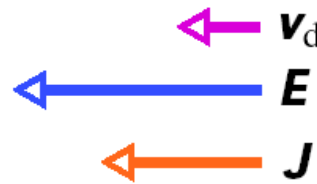
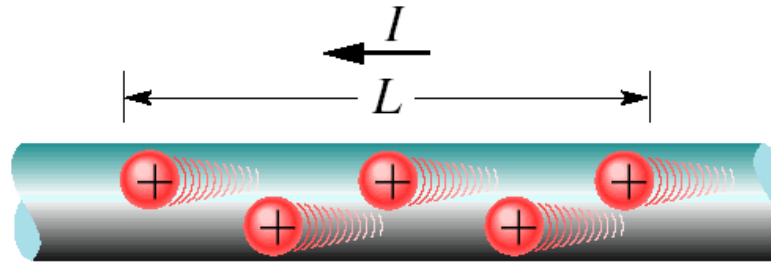
$$\iiint_{\Omega} \left( \text{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\text{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

libovolné  $\Omega$

... rovnice kontinuity

# driftová rychlost



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nSLe}{L/v_d} = nSev_d \quad \Rightarrow \quad v_d = \frac{I}{nSe} = \frac{J}{ne}$$

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d$$

Příklad:  
měděný vodič,  $I = 450 \text{ mA}$ ,  $r = 1 \text{ mm}$



$$v_d = 36 \text{ mm/h}$$



# vodivost

$$\vec{F}_e = e\vec{E}$$

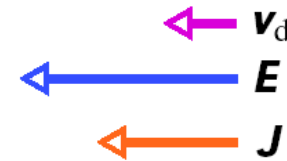
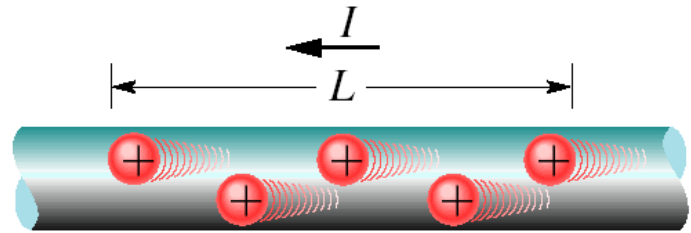
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{e}{m}\vec{E}$$

$$\vec{v}_d = \vec{a}t = \frac{e}{m}\vec{E}t$$

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d = \frac{ne^2}{m}\vec{E}t$$

... chybné!

Experiment:  $\vec{J} = \sigma\vec{E}$   
konstanta



$$\vec{v}_d = \vec{a}\tau = \frac{e}{m}\tau\vec{E}$$

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

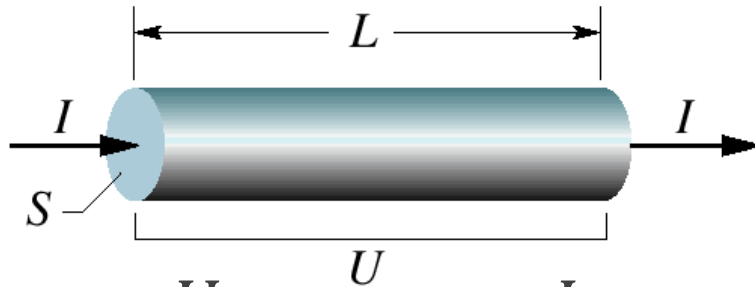
střední doba mezi srážkami

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

# vodivost, rezistivita, odpor

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \sigma \dots \text{vodivost (konduktivita)}$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad \rho = 1/\sigma \dots \text{rezistivita}$$



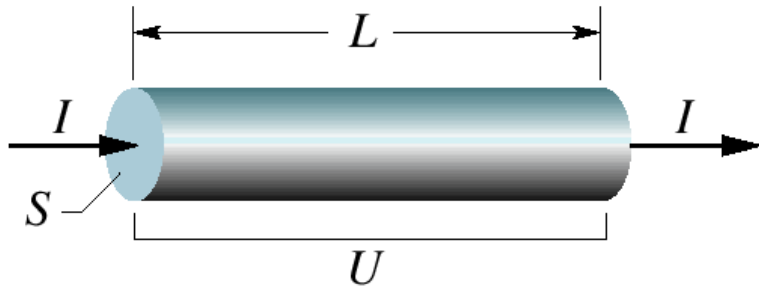
$$E = \frac{U}{L} = \rho J = \rho \frac{I}{S} \Rightarrow U = \rho \frac{L}{S} I \Rightarrow$$

$$U = RI \quad R \dots \text{odpor (rezistance)}$$

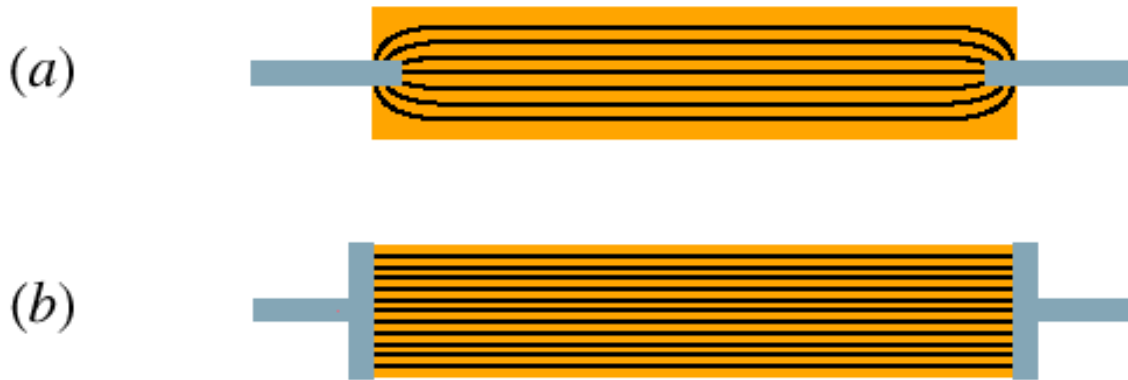
$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Odpor (rezistance) je vlastností objektu (rezistoru, vodiče), rezistivita je vlastností materiálu.

# stejná rezistivita, různý odpor



$$R = \rho \frac{L}{S}$$



$$R_a > R_b$$

Odpor závisí nejen na tvaru materiálu a jeho rezistivitě, ale též na způsobu upevnění přívodů.

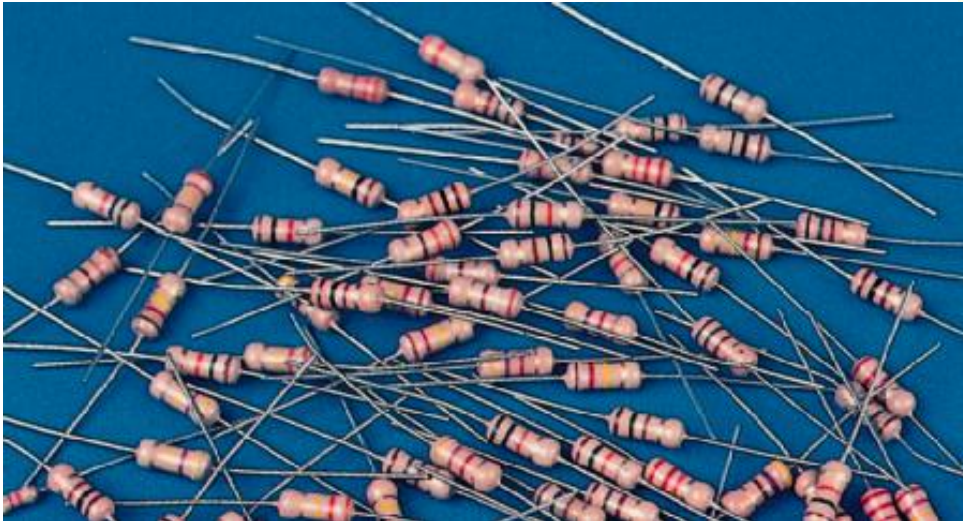
# odpor

definice odporu:

$$R = \frac{U}{I}$$

jednotka:

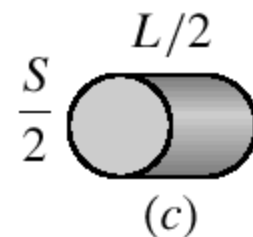
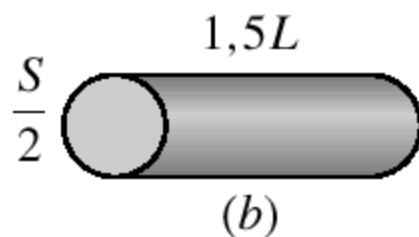
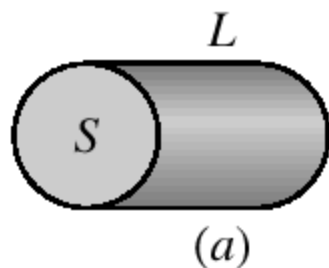
$$1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1} = 1 \Omega \text{ (ohm)}$$



Georg Simon Ohm (1787–1854). *(Courtesy of North Wind Picture Archives)*

---

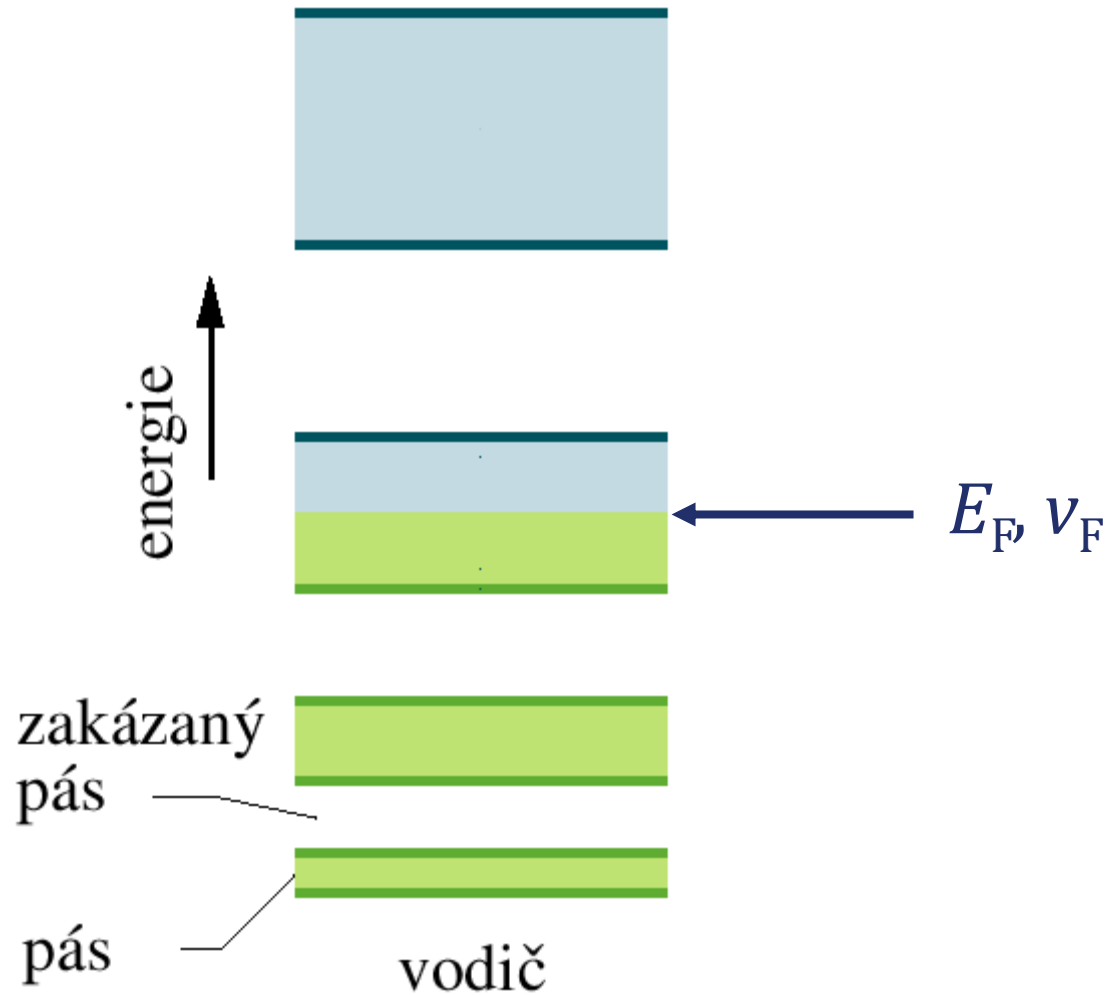
**KONTROLA 3:** Na obrázku jsou nakresleny tři válcové měděné vodiče a je vyznačen jejich průřez a délka. Uspořádejte vodiče sestupně podle proudu, který jimi bude protékat, jestliže k jejich koncům přiložíme napětí  $U$ .



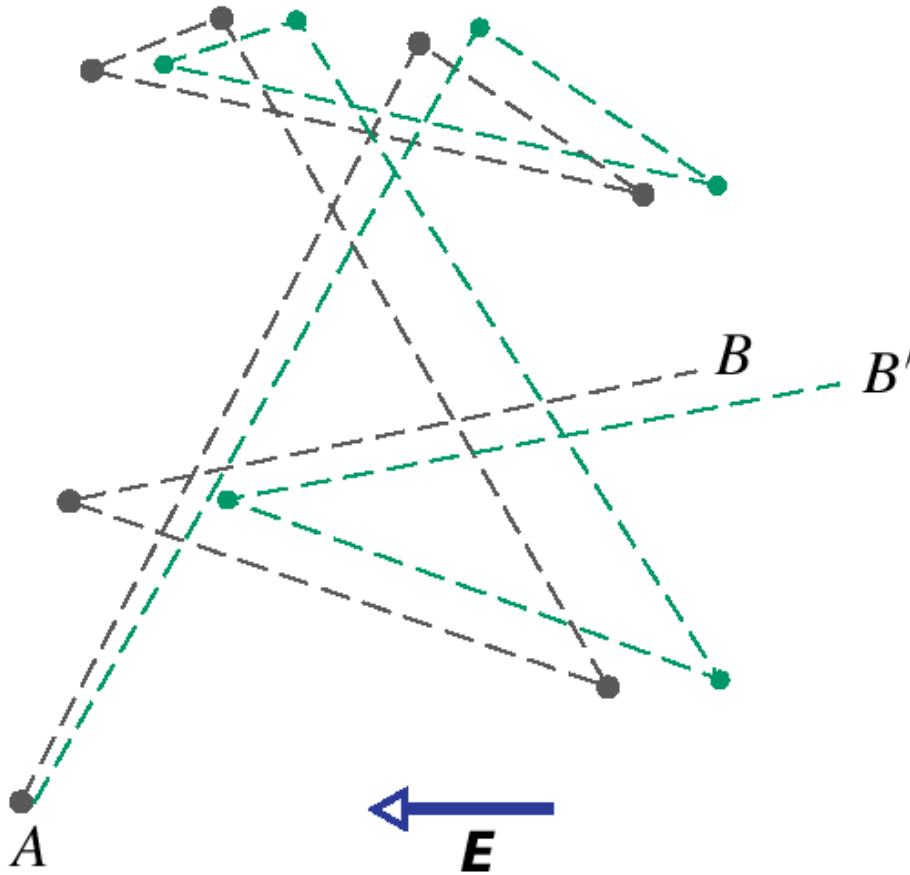
# pohled dovnitř materiálu



# pásová struktura



# mikroskopický pohled



**měděný vodič:**

Fermiho rychlost:

$$v_F = 1\,600\,000 \text{ m/s}$$

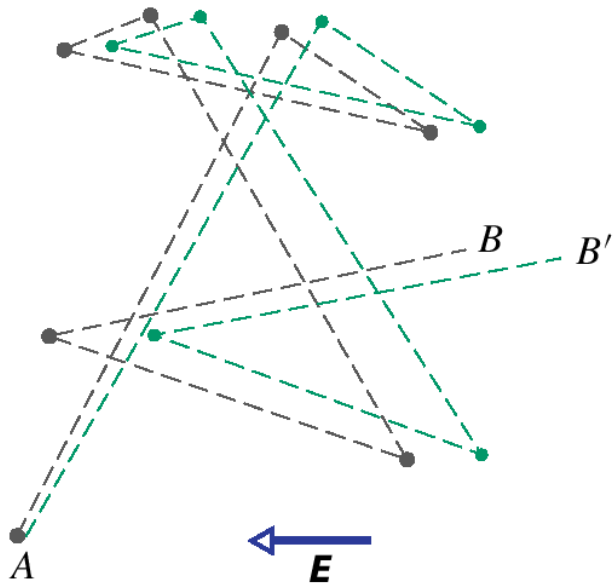
Driftová rychlost:

( $I = 450 \text{ mA}$ ,  $r = 1 \text{ mm}$ )

$$v_d = 36 \text{ mm/h} = 0,00001 \text{ m/s}$$



# mikroskopický pohled



$$\vec{J} = ne\vec{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

střední doba mezi srážkami

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad \rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$



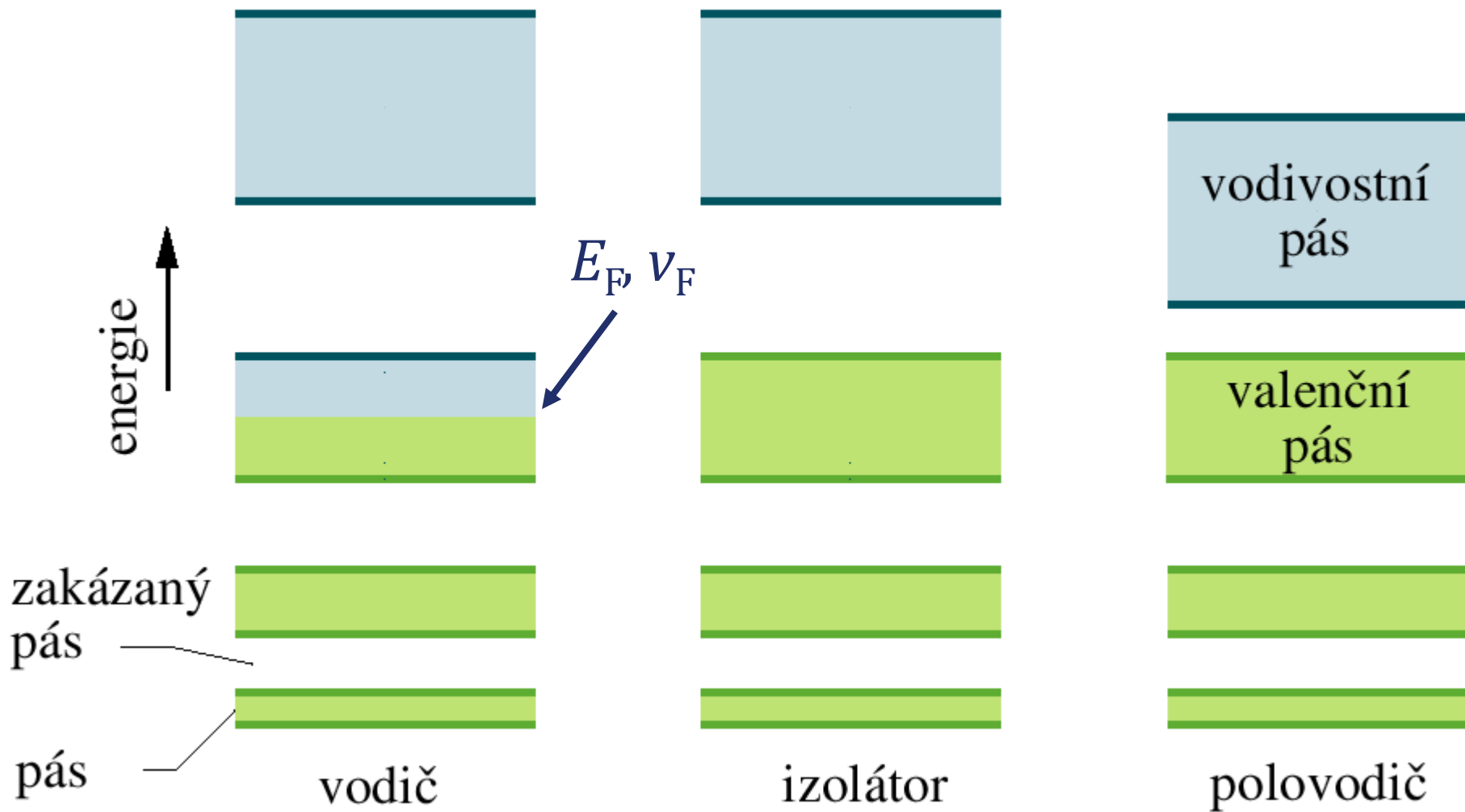
**střední volná doba** mezi srážkami pro vodivostní elektrony v mědi:

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho} \quad \rho = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \quad \tau = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$
$$n = 8,43 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

**střední volná dráha** mezi srážkami pro vodivostní elektrony v mědi:

$$\lambda = \tau v_F \quad v_F = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad \lambda = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 40 \text{ nm}$$

# vodiče, izolátory, polovodiče



# příklad vodiče a polovodiče

**Tabulka 27.2** Některé elektrické vlastnosti mědi a křemíku<sup>a</sup>

VLASTNOST	MĚĎ	KŘEMÍK
druh materiálu	kov	polovodič
koncentrace nosičů náboje $n/m^{-3}$	$9 \cdot 10^{28}$	$1 \cdot 10^{16}$
rezistivita $\rho / \Omega \cdot m$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^3$
teplotní součinitel rezistivity $\alpha / K^{-1}$	$+4 \cdot 10^{-3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$

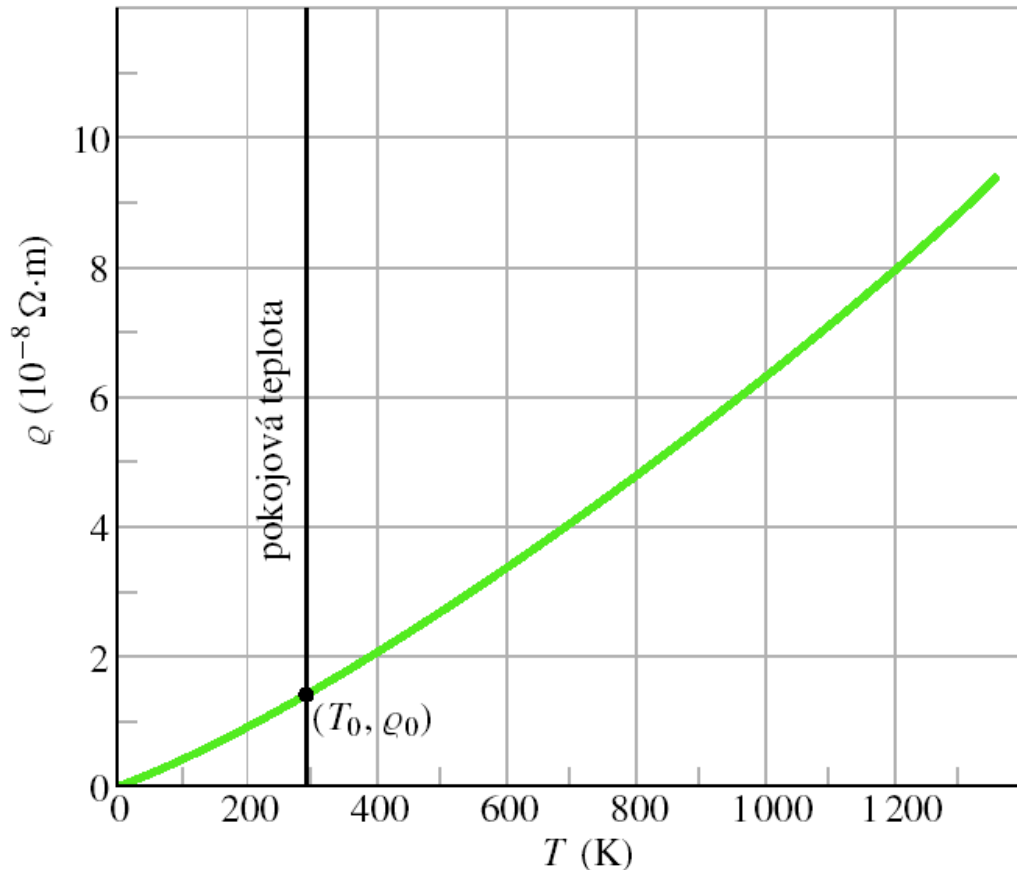
<sup>a</sup> Kvůli snadnějšímu porovnání jsou hodnoty zaokrouhleny na jednu platnou číslici.

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad \rho - \rho_0 = \rho_0\alpha(T - T_0)$$

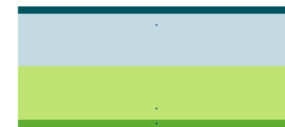
# závislost na teplotě: kov

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

$$\alpha > 0$$



**střední volná doba  $\tau$**   
se zmenšuje s teplotou



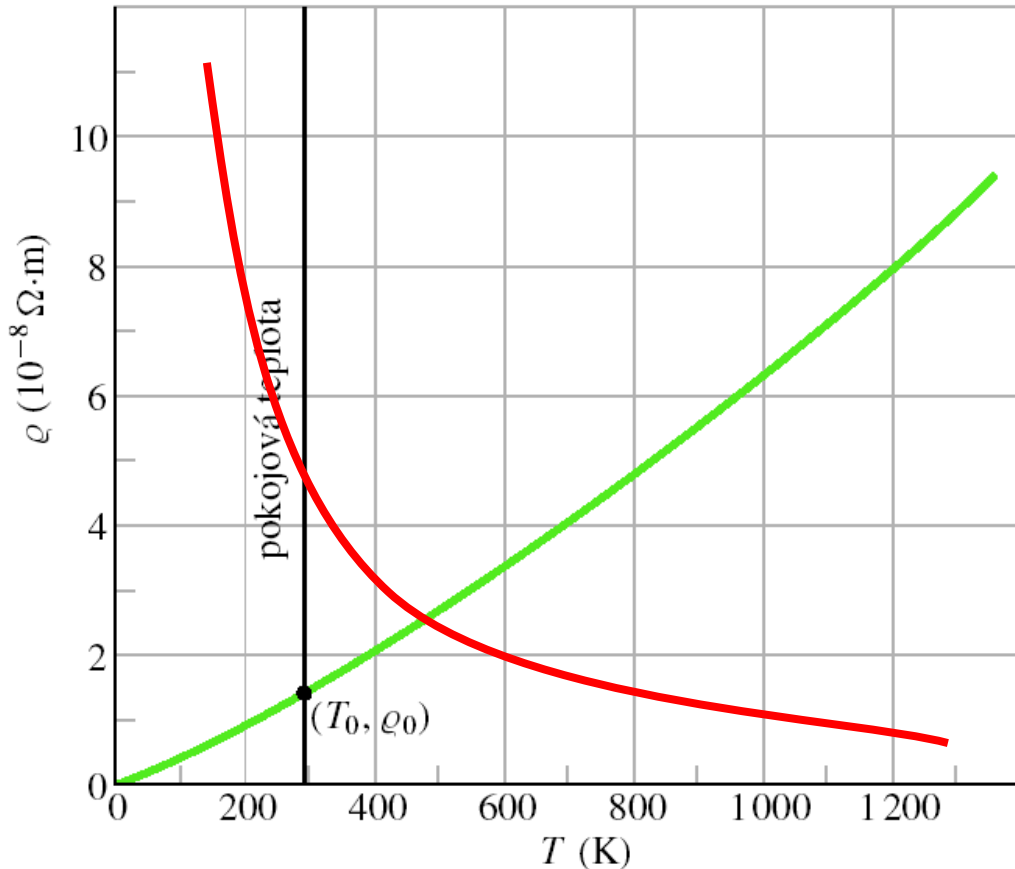
$$\rho = \frac{m}{ne^2 \tau}$$

**Obr. 27.10** Rezistivita mědi v závislosti na teplotě. Tečka na křivce vyznačuje obvyklý referenční bod ( $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $\rho_0 = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ).

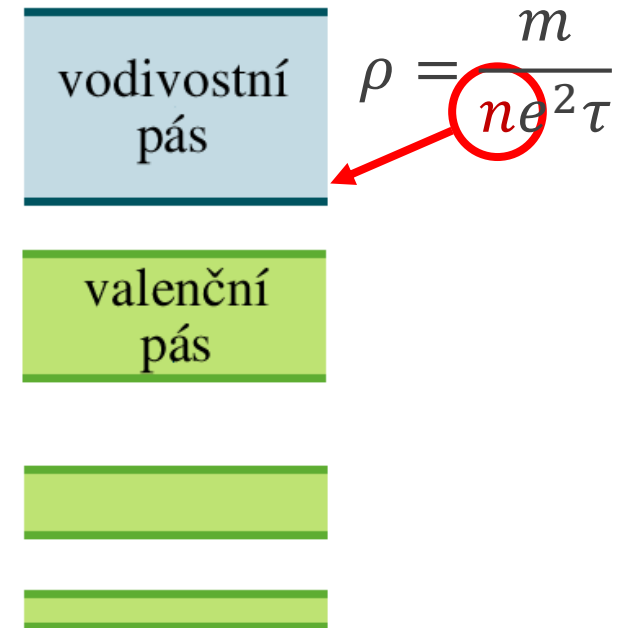
# závislost na teplotě: polovodič

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

$$\alpha < 0$$



**koncentrace  $n$**   
vodivostních elektronů  
roste s teplotou



# vlastnosti materiálů

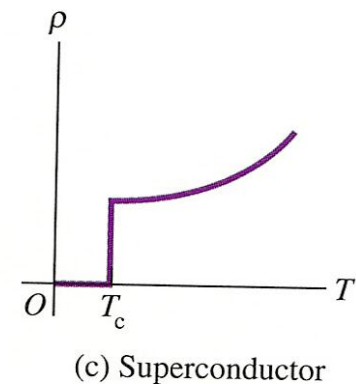
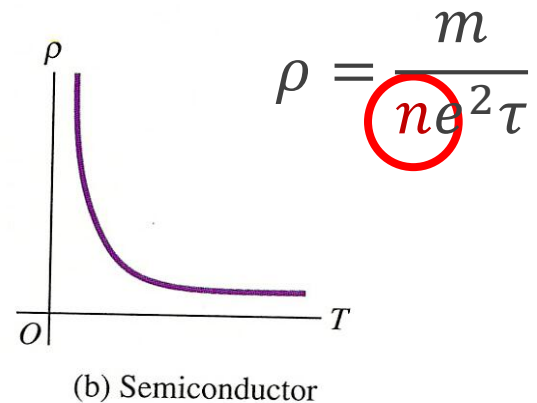
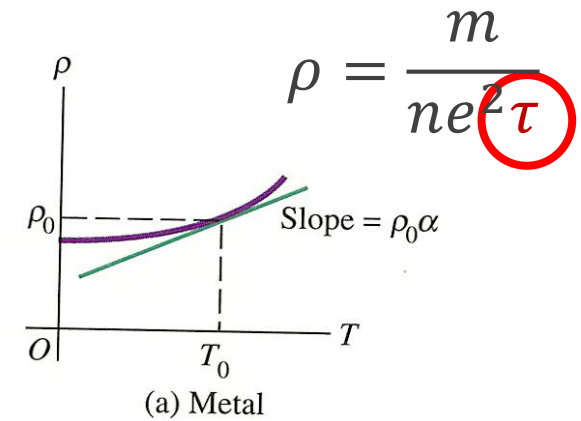
**Tabulka 27.1** Rezistivity  $\rho$  a teplotní součinitel rezistivity  $\alpha$  některých materiálů při pokojové teplotě (20 °C)

MATERIÁL	$\frac{\rho}{\Omega \cdot \text{m}}$	$\frac{\alpha}{\text{K}^{-1}}$
<i>typické kovy</i>		
stříbro	$1,62 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
měď	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
hliník	$2,75 \cdot 10^{-8}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
wolfram	$5,25 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
železo	$9,68 \cdot 10^{-8}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$
platina	$10,6 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
manganin <sup>a</sup>	$48,2 \cdot 10^{-8}$	$0,002 \cdot 10^{-3}$
<i>typické polovodiče</i>		
křemík čistý	$2,5 \cdot 10^3$	$-70 \cdot 10^{-3}$
křemík typu <sup>b</sup> n	$8,7 \cdot 10^{-4}$	
křemík typu <sup>c</sup> p	$2,8 \cdot 10^{-3}$	
<i>typické izolanty</i>		
sklo	$10^{10} - 10^{14}$	
tavený křemen	$\doteq 10^{16}$	

<sup>a</sup> Speciální slitina s malou hodnotou  $\alpha$ .

<sup>b</sup> Čistý křemík dopovaný fosforem tak, že počet nosičů náboje v jednotkovém objemu je  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

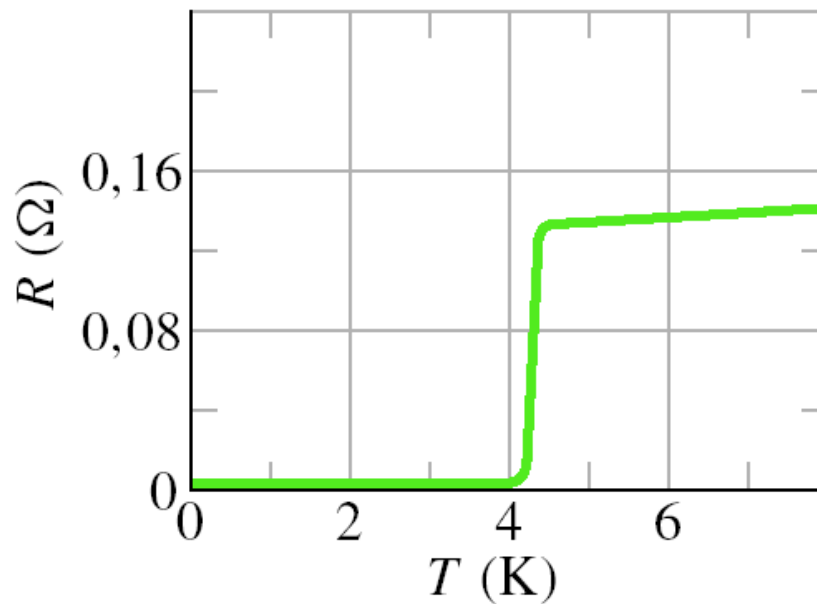
<sup>c</sup> Čistý křemík dopovaný hliníkem tak, že počet nosičů náboje v jednotkovém objemu je  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ .



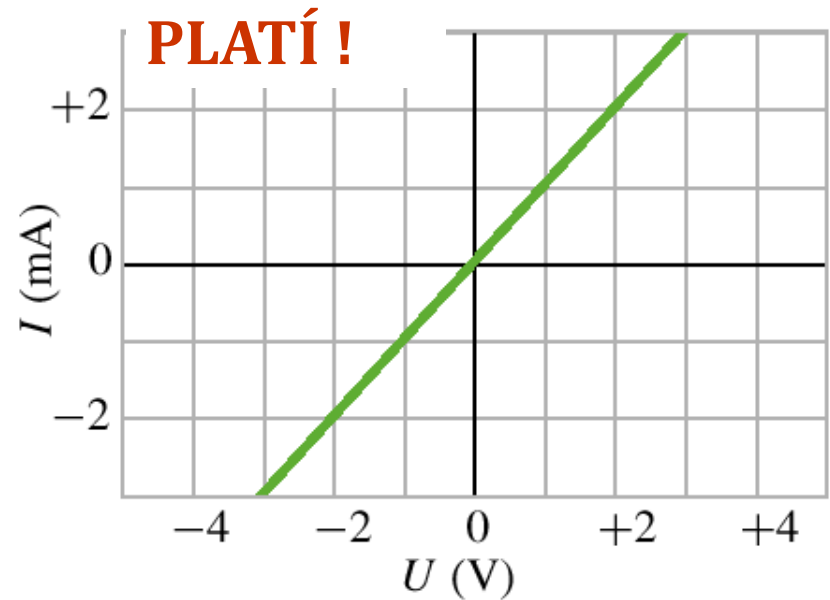
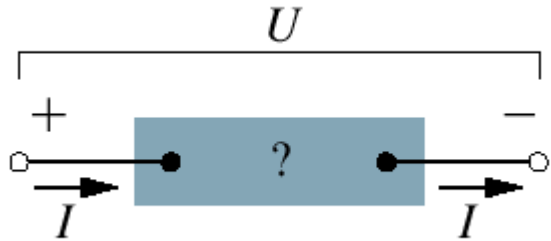
# supravodivost



Heike Kamerlingh Onnes  
1853 – 1926  
1913: Nobelova cena za fyziku



# Ohmův zákon



Ohmův zákon říká, že odpor  $R$  je vlastností součástky a nezávisí na přiloženém napětí  $U$

$$U = RI$$

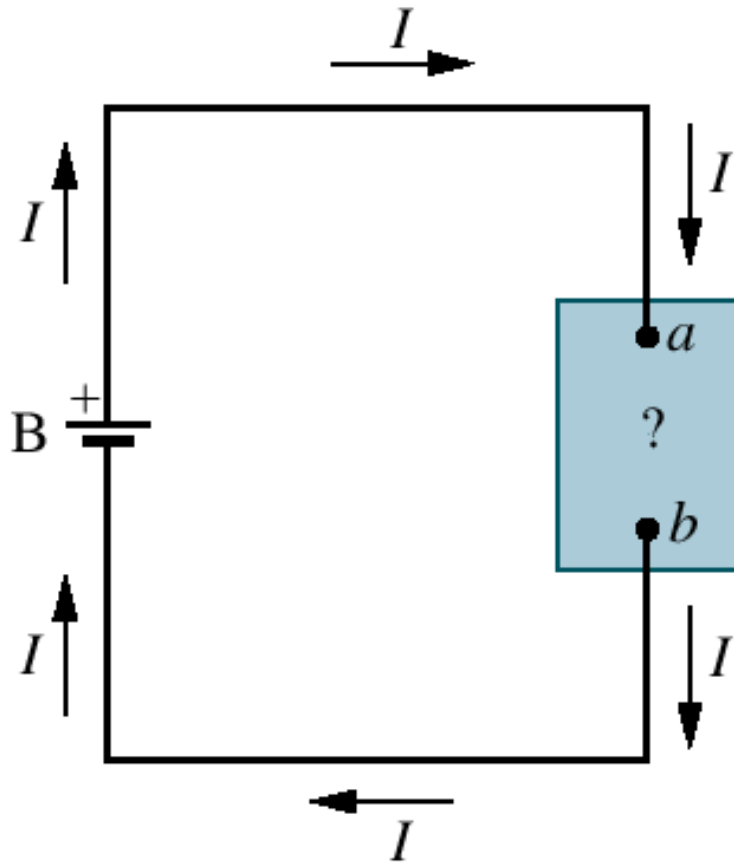
Vodivý materiál splňuje Ohmův zákon, nezávisí-li jeho rezistivita  $\rho$  na intenzitě pole.

$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$





# výkon v elektrických obvodech

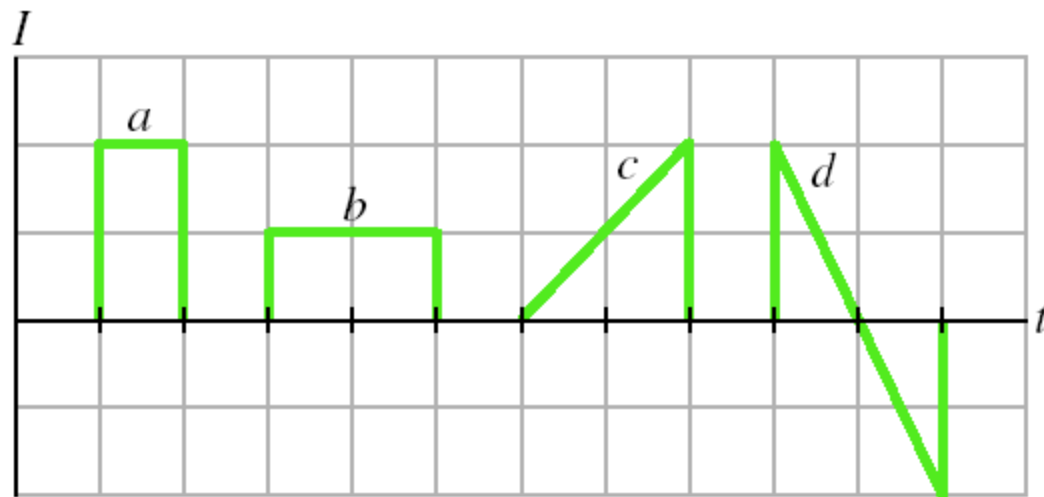


$$P = UI$$

$$P = I^2 R$$

# OTÁZKY

**1.** Na obr. 27.16 je znázorněn proud  $I$  ve vodiči ve čtyřech různých časových intervalech. Uspořádejte tyto případy sestupně podle velikosti celkového náboje, který projde vodičem.

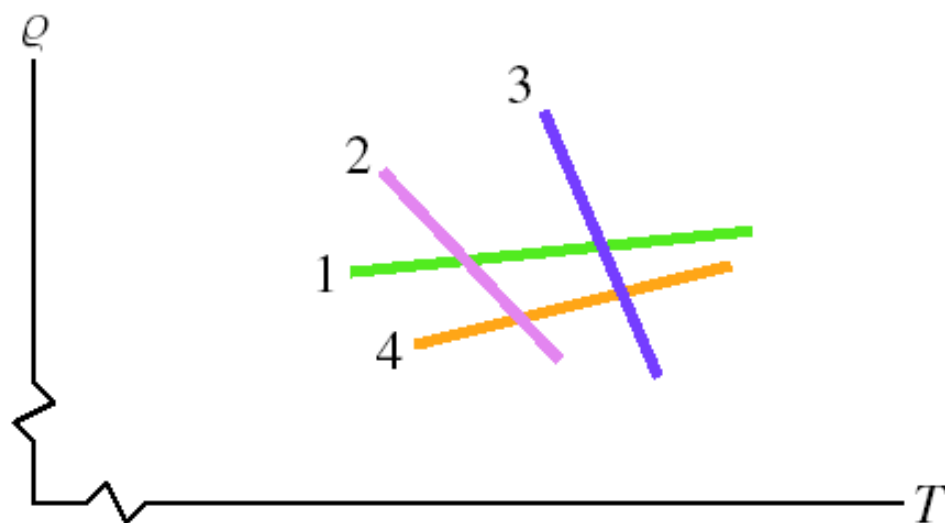


Obr. 27.16 Otázka 1

7. V tabulce jsou uvedeny délky tří měděných tyčí, jejich průměry a napětí mezi jejich konci. Uspořádejte tyče sestupně podle (a) intenzity elektrického pole v tyčích, (b) hustoty proudu v tyčích, (c) driftové rychlosti elektronů.

TYČ	DÉLKA	PRŮMĚR	NAPĚTÍ
1	$L$	$3d$	$U$
2	$2L$	$d$	$2U$
3	$3L$	$2d$	$2U$

**13.** Na obr. 27.22 jsou vyznačeny závislosti rezistivity čtyř materiálů na teplotě. (a) Které materiály jsou kovy a které jsou polovodiče? U kterých materiálů způsobí zvýšení teploty (b) zvýšení koncentrace vodivostních elektronů, (c) zvětšení počtu srážek vodivostních elektronů?

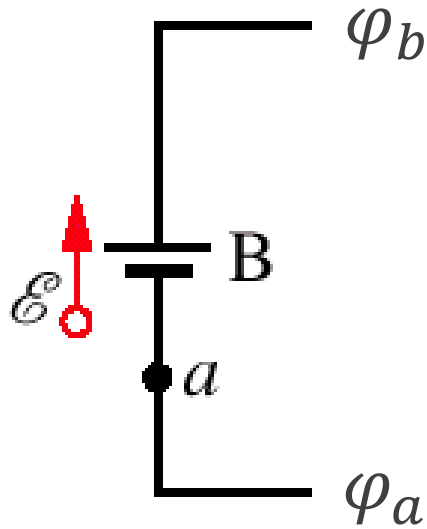


Obr. 27.22 Otázka 13

# obvody



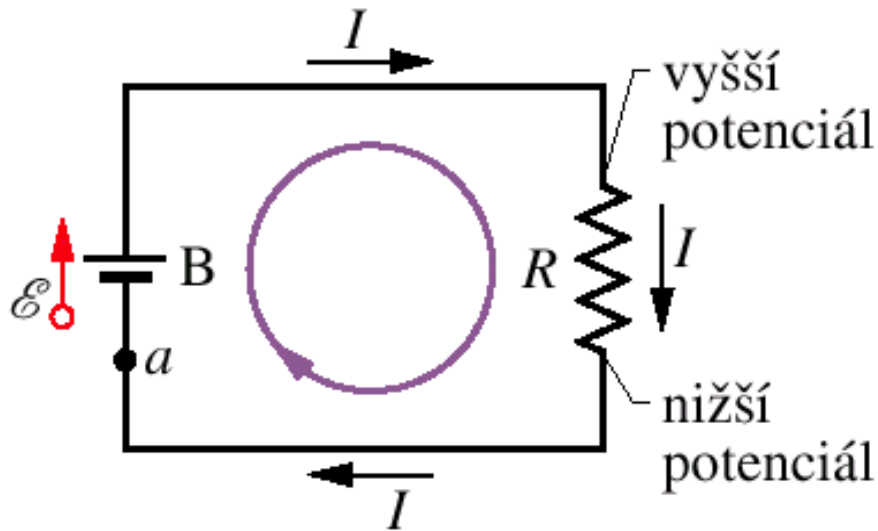
# zdroje



$$\varphi_a + \mathcal{E} = \varphi_b$$

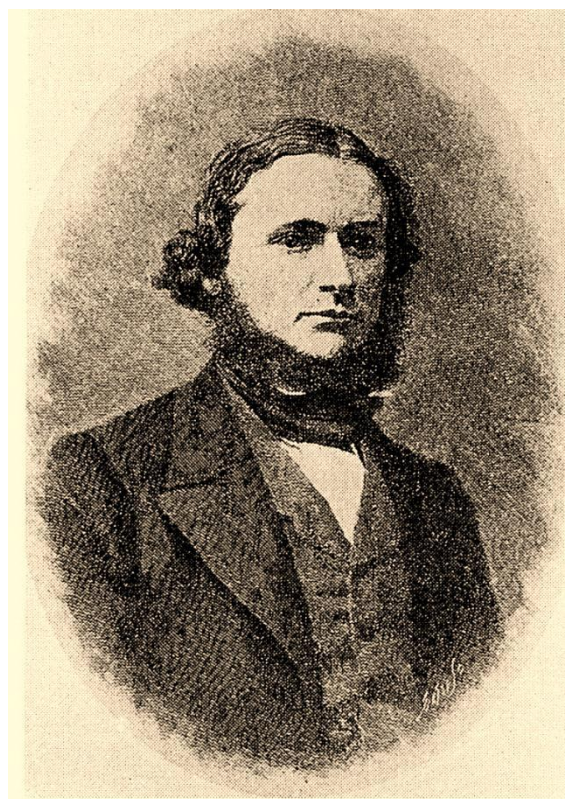
*Zdroje přemísťují kladný náboj neelektrickou silou ze záporné elektrody na kladnou (ve směru šipky) proti silám elektrického pole. Zvyšuje se potenciální energie náboje a na kladné elektrodě se udržuje potenciál **vyšší o  $\mathcal{E}$**  (elektromotorické napětí), než na záporné elektrodě.*

# jednoduché obvody



$$\varphi_a + \mathcal{E} - RI = \varphi_a$$

$$\mathcal{E} - RI = 0$$

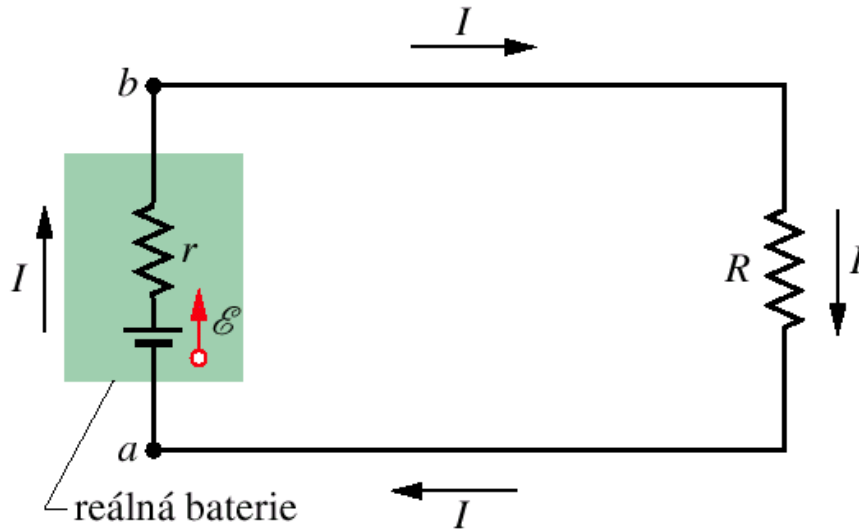


Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887) (Courtesy of North Wind Picture Archives)

## Smyčkové pravidlo (2. Kirchhoffův zákon):

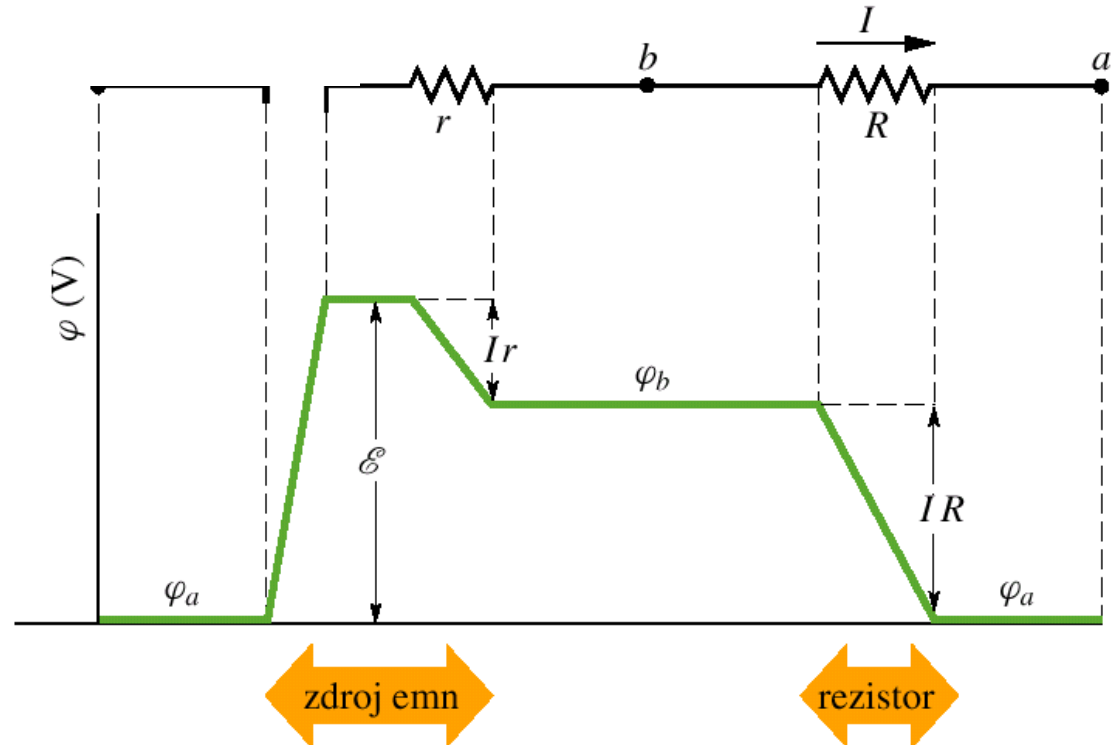
Algebraický součet (úbytků) napětí při průchodu libovolnou uzavřenou smyčkou obvodu je nulový.

# příklad obvodu



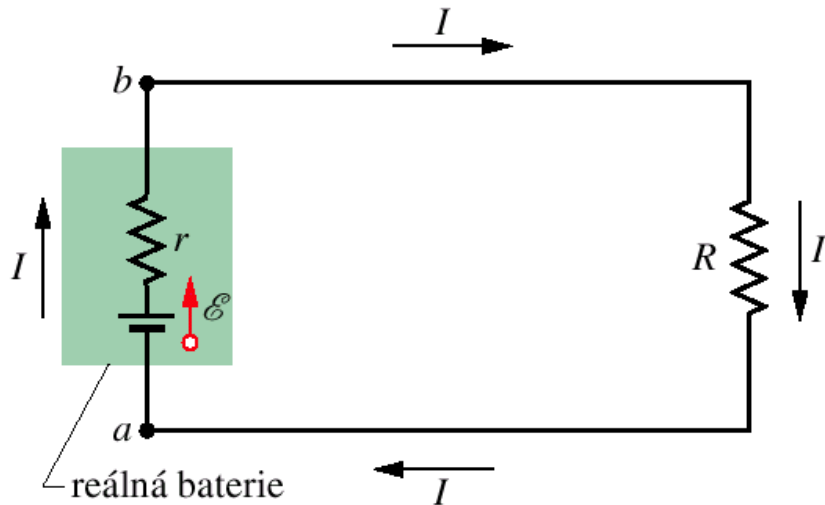
$$\varphi_a + \mathcal{E} - Ir - IR = \varphi_a$$

$$\mathcal{E} - I(r + R) = 0$$





# výkon v obvodu s reálnou baterií



$$\varphi_a + \varepsilon - Ir = \varphi_b$$

$$U_{ba} = \varphi_b - \varphi_a = \varepsilon - Ir$$

... svorkové napětí

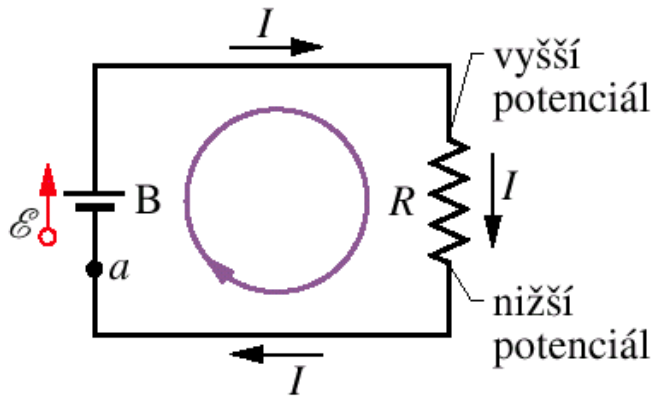
výkon dodaný zdrojem do zbytku obvodu (do rezistoru):

$$I^2 R = IU_{ba} = I(\varepsilon - Ir) = I\varepsilon - I^2 r$$

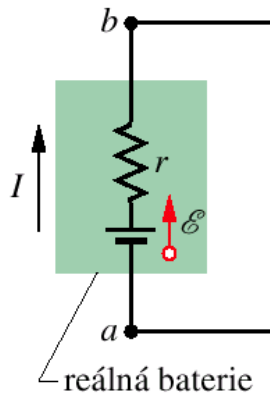
$$P_{emn} = I\varepsilon \quad \dots \text{výkon zdroje emn}$$

$$P_r = I^2 r \quad \dots \text{ztrátový výkon zdroje na jeho vnitřním odporu}$$

# zásady pro praktický výpočet



$$\varphi_a + \varepsilon - RI = \varphi_a$$

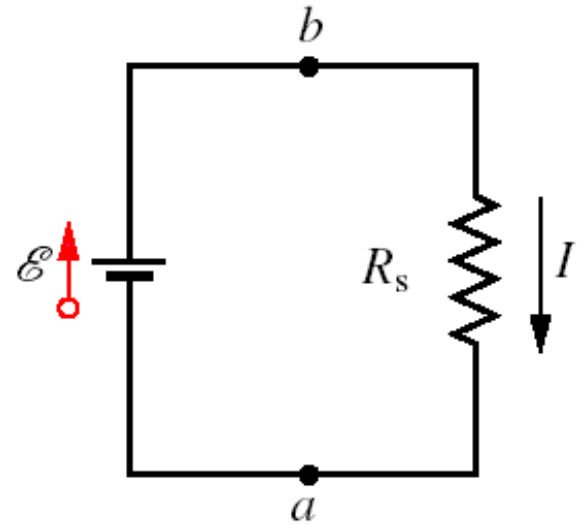
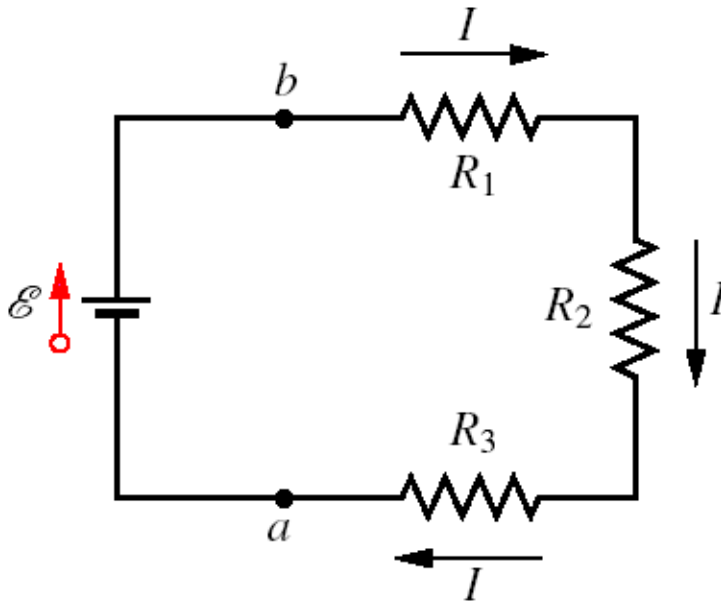


$$P_{emn} = I\varepsilon$$

1. procházíme obvodovou smyčku ve zvoleném směru ( $\rightarrow$ ); při průchodu zdrojem ve směru jeho elektromotorického napětí (emn)  $\varepsilon$  ( $\bullet \rightarrow$ ) přičítáme emn  $\varepsilon$ , v opačném směru je odečítáme
2. při průchodu rezistorem ve směru proudu  $I$  odečítáme úbytek napětí  $RI$ , v opačném směru jej přičítáme
3. zdroj emn dodává výkon  $P_{emn}$  do obvodu, je-li směr proudu  $I$  souhlasný se směrem emn  $\varepsilon$ , v opačném případě zdroj odebírá výkon  $P_{emn}$  z obvodu ( $P_{emn} < 0$ ).

# sériové zapojení rezistorů

Rezistory prochází stejný proud a celkové napětí přiložené na rezistory je rovno součtu napětí na jednotlivých rezistorech.

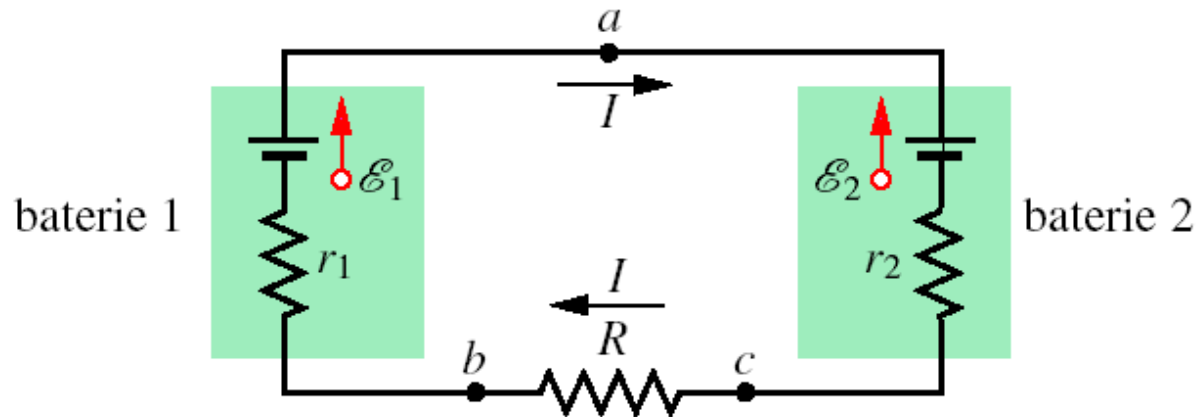


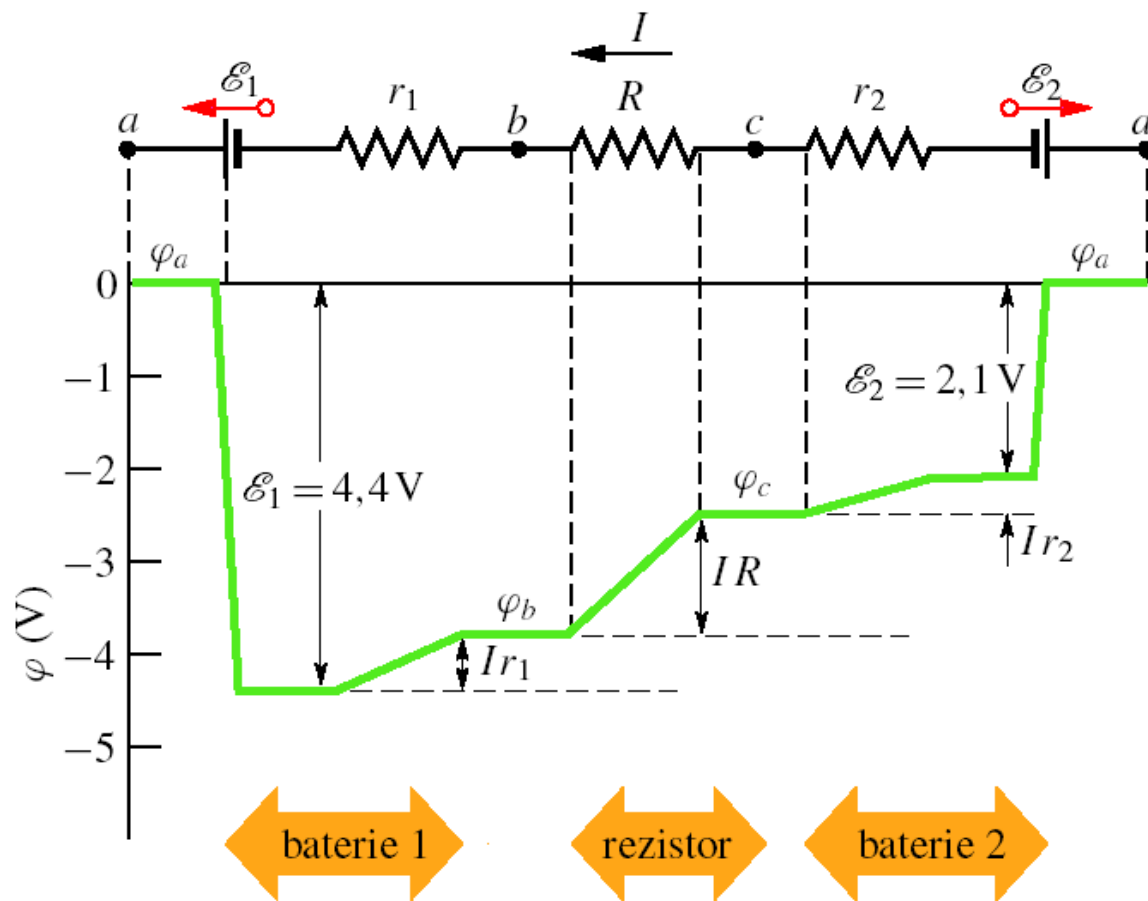
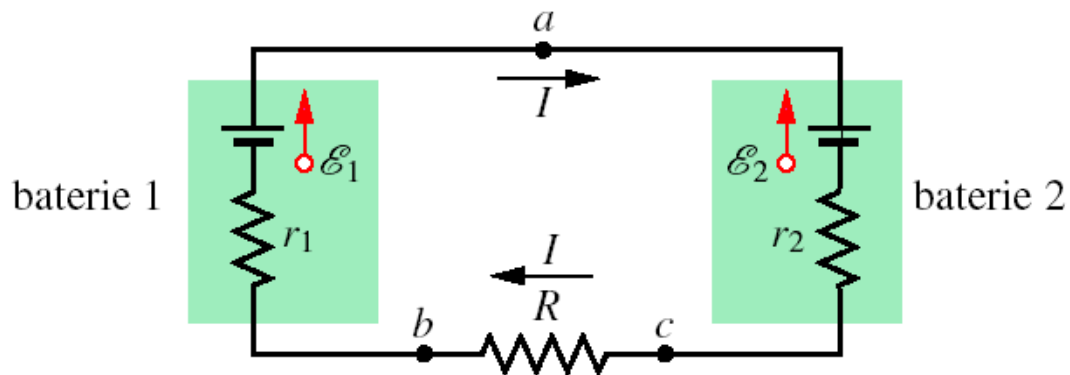
$$IR_s = \sum_{j=1}^n IR_j$$

$$R_s = \sum_{j=1}^n R_j$$

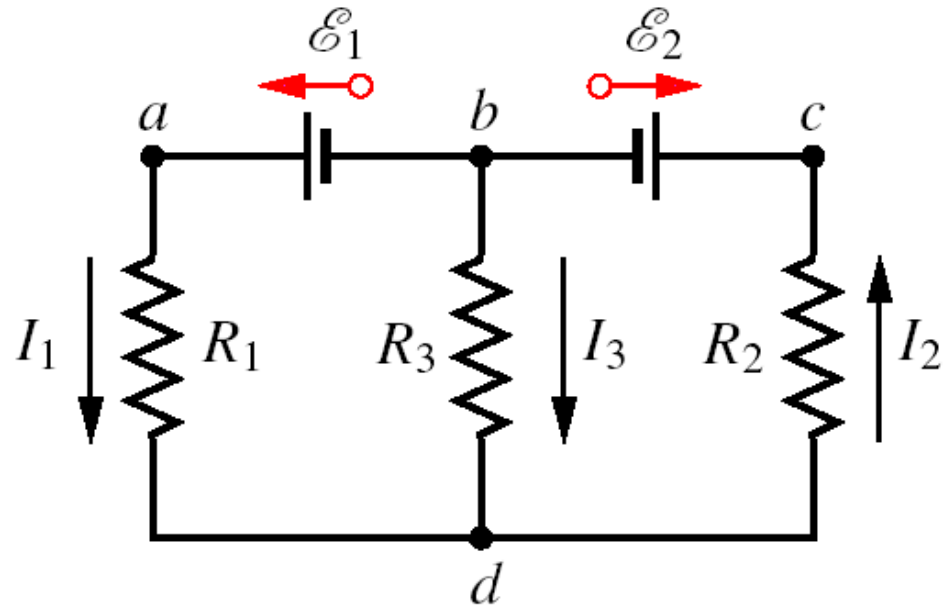
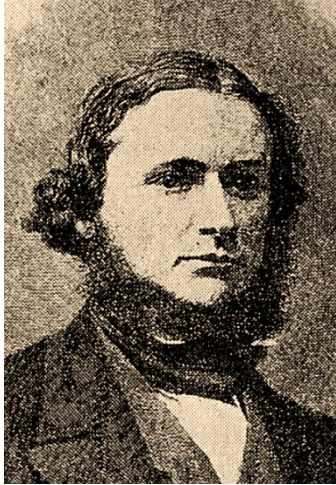
## PŘÍKLAD 28.1

Vypočtete proud v obvodu na obr. 28.6a. Elektromotorická napětí a odpory rezistorů jsou:  $\mathcal{E}_1 = 4,4 \text{ V}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 2,1 \text{ V}$ ,  $r_1 = 2,3 \Omega$ ,  $r_2 = 1,8 \Omega$ ,  $R = 5,5 \Omega$ .





# obvody s více smyčkami



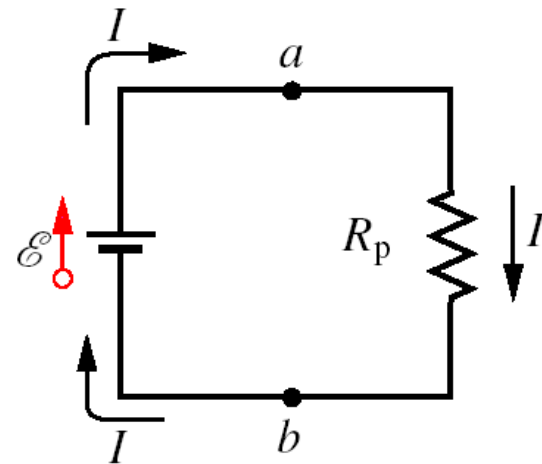
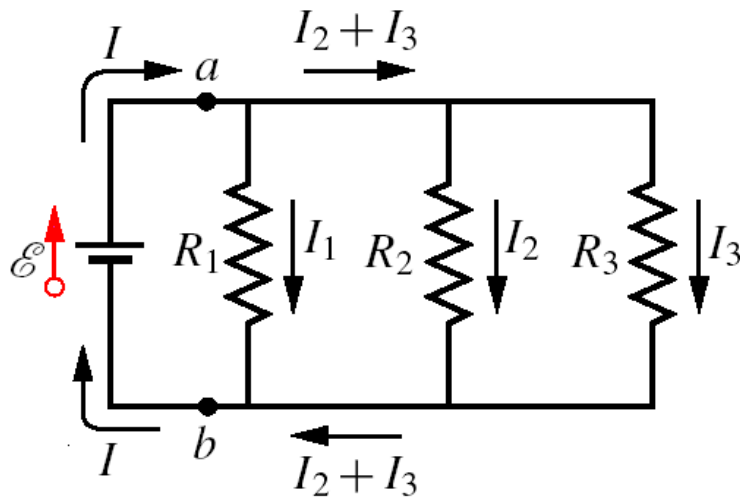
$$I_1 + I_3 = I_2$$

## Uzlové pravidlo (1. Kirchhoffův zákon):

Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících (zachování náboje).

# paralelní zapojení rezistorů

Napětí na každém rezistoru je rovno napětí přiloženému k celému zapojení, celkový proud je roven součtu proudů jednotlivými rezistory.



$$I = \frac{U}{R_p} = \sum_{j=1}^n \frac{U}{R_j}$$

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$$

## Tabulka 28.1 Sériové a paralelní zapojení rezistorů a kondenzátorů

---

SÉRIOVÉ ZAPOJENÍ  
(ZA SEBOU)

---

PARALELNÍ ZAPOJENÍ  
(VEDLE SEBE)

---

Rezistory

$$R_s = \sum_{j=1}^n R_j \quad (28.7)$$

stejný proud  
každým z rezistorů

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (28.21)$$

stejné napětí  
na každém rezistoru

---

Kondenzátory

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j} \quad (26.20)$$

stejný náboj  
na každém z kondenzátorů

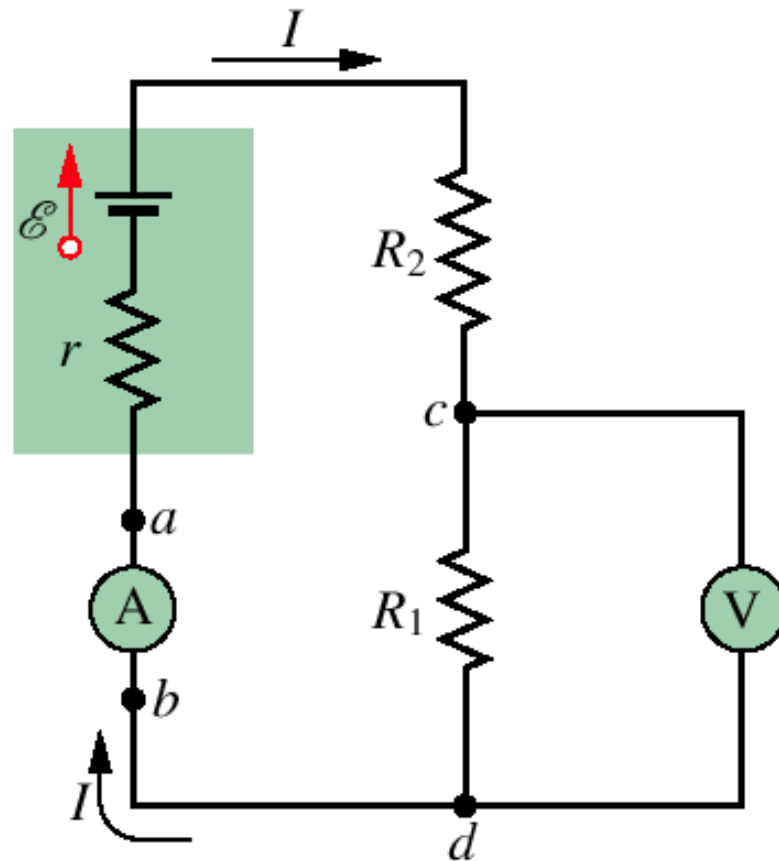
$$C_p = \sum_{j=1}^n C_j \quad (26.19)$$

stejné napětí  
na každém kondenzátoru

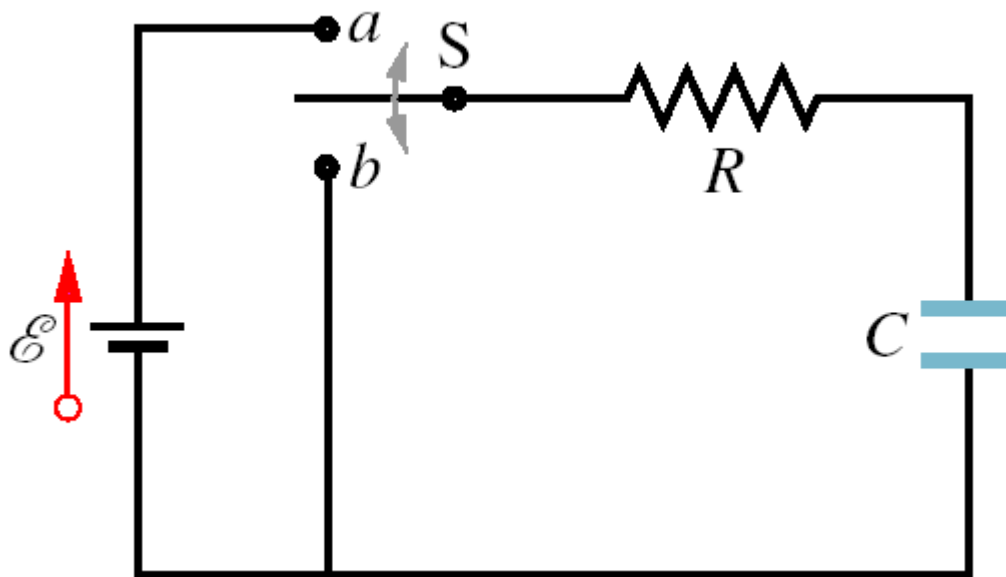
---

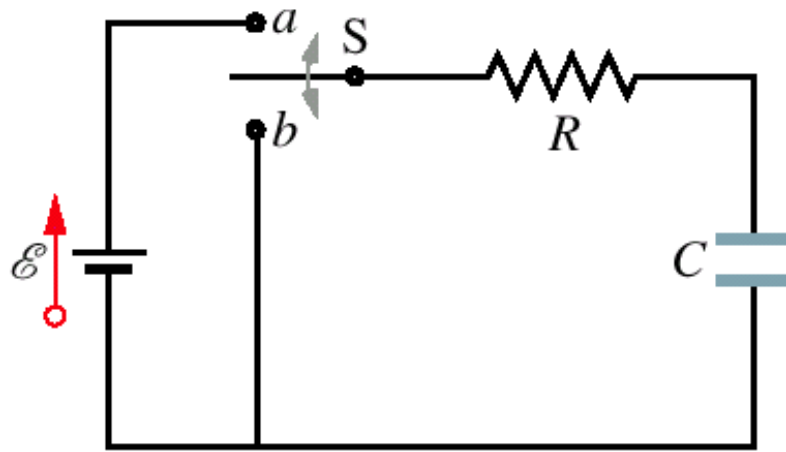


# ampérmeter a voltmeter



# obvody RC: nabíjení kondenzátoru





$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\varepsilon - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon$$

$$Q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \tau_C$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

