

Kolimácia synchrotrónového žiarenia z korpuskulárneho hľadiska

Vypracoval Patrik Žilka dňa 19.6.2012

Elektrón pri pomalom pohybe žiari ako kosínusový žiarič s okamžitým dipólom kolmým na dotyčnicu ku kruhovej dráhe (nasledovný obrázok vľavo). Avšak pri rýchlosti blízkej rýchlosti svetla vo vákuu je jeho žiarenie silno kolimované do smeru jeho pohybu (obrázok vpravo).

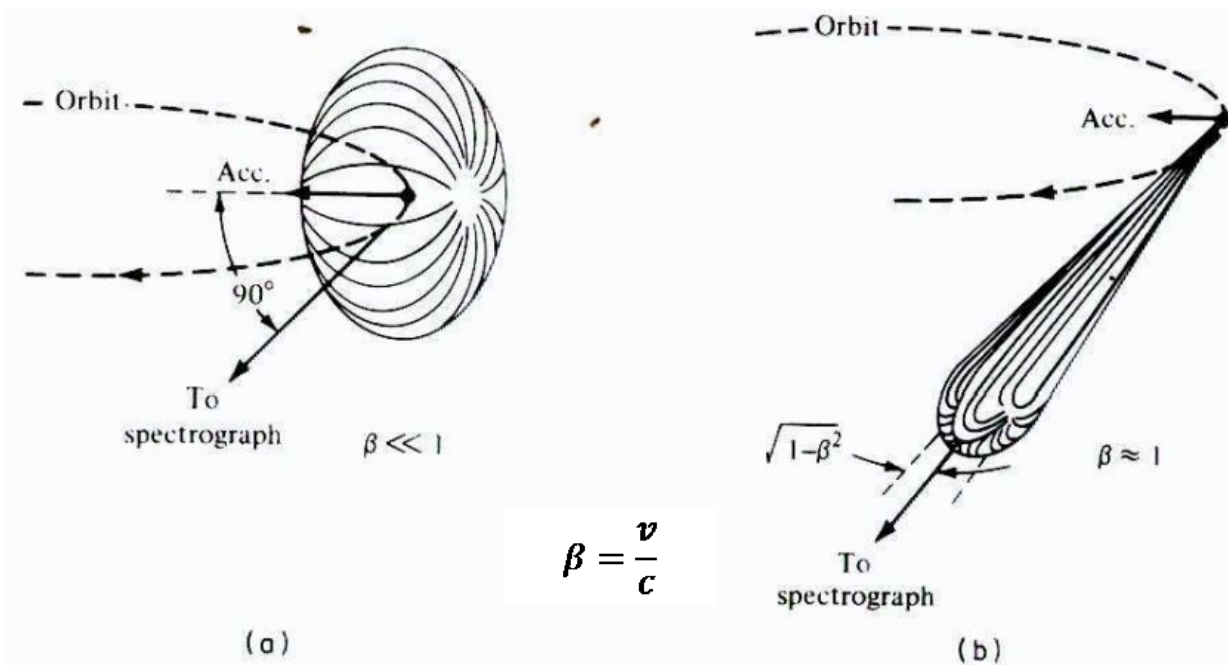
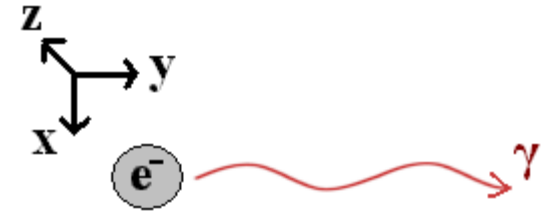


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron; β , velocity in units of c . (From Tombouliau and Hartman⁵)

Predpokladajme, že elektrón vyžiari fotón kolmo na smer svojho pohybu (v tomto prípade sa bude elektrón pohybovať v smere osi x)



Tento vyžiarený fotón sa z pohľadu elektrónu môže premiestniť nasledovne:

$$(x'_0, y'_0, z'_0, t'_0) = (0, 0, 0, 0) \rightarrow (x', y', z', t') = (0, ct', 0, t')$$

Avšak pozorovateľ, vzhľadom na ktorého sa pohybuje elektrón, uvidí tento fotón pohybovať sa spolu s elektrónom.

Jeho premiestnenie pre pozorovateľa sa dá vyjadriť cez Lorentzovu transformáciu:

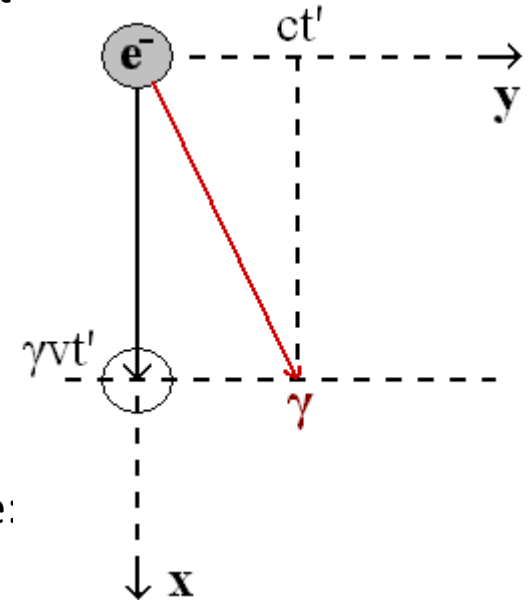
$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(x' + vt') \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$y = y' \quad z = z'$$

$$t = \frac{t' + \beta x'/c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \left(t' + \frac{\beta x'}{c} \right)$$

Z pohľadu pozorovateľa sa tento fotón premiestni nasledovne:

$$(x_0, y_0, z_0, t_0) = (0, 0, 0, 0) \rightarrow (x, y, z, t) = (\gamma vt', ct', 0, \gamma t')$$



Z obrázku je vidieť, že smer fotónu je pre pozorovateľa iný ako smer z pohľadu elektrónu.

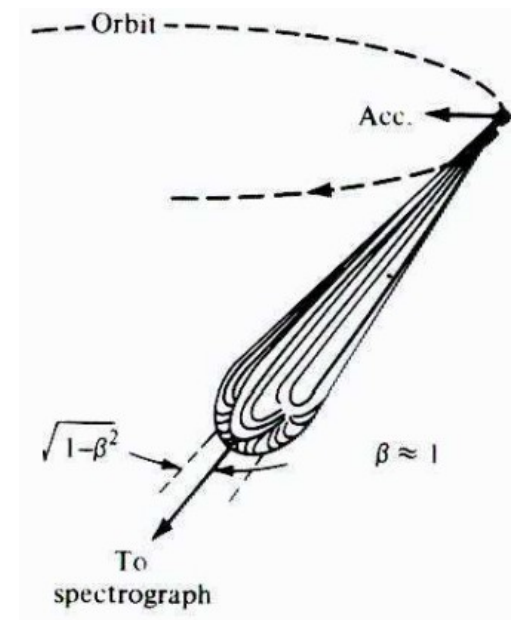
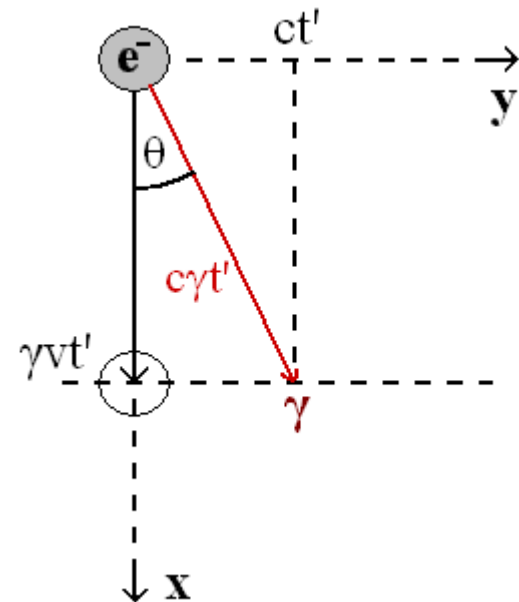
Smer fotónu sa u pozorovateľa líši o uhol θ od smeru pohybu elektrónu:

$$\sin \theta = \frac{ct'}{\gamma ct'} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2}$$

teda $\theta \approx \frac{1}{\gamma}$

alebo $\cos \theta = \frac{\gamma vt'}{\gamma ct'} = \frac{v}{c} = \beta$

Napríklad pre ultrarelativistický elektrón s $\gamma = 10000$ má tento uhol veľkosť menej ako 21 uhlových sekúnd!



Všeobecnejšie:

Definujme smer vyžiarenia fotónu z pohľadu elektrónu uhlom φ tak, ako je to na obrázku vpravo.

Pohyb fotónu z pohľadu elektrónu:

$$(x'_0, y'_0, z'_0, t'_0) = (0, 0, 0, 0) \rightarrow (x', y', z', t') = (ct' \cos \varphi, ct' \sin \varphi, 0, t')$$

Pohyb fotónu z pohľadu pozorovateľa po Lorentzovej transformácii:

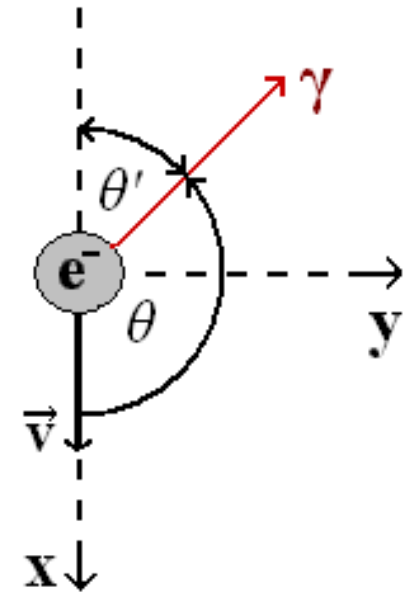
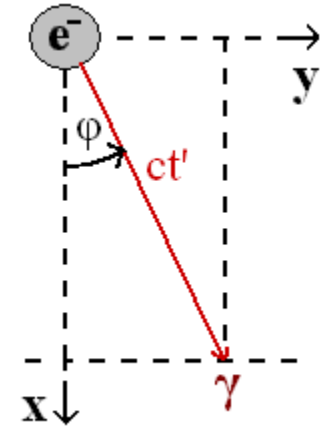
$$(x_0, y_0, z_0, t_0) = (0, 0, 0, 0) \rightarrow (x, y, z, t) = (\gamma(ct' \cos \varphi + vt'), ct' \sin \varphi, 0, \gamma t'(1 + \beta \cos \varphi))$$

Uhol medzi smerom fotónu a smerom pohybu elektrónu pre pozorovateľa:

$$\cos \theta = \frac{x}{ct} = \frac{c\gamma t'(\beta + \cos \varphi)}{c\gamma t'(1 + \beta \cos \varphi)} = \frac{\beta + \cos \varphi}{1 + \beta \cos \varphi}$$

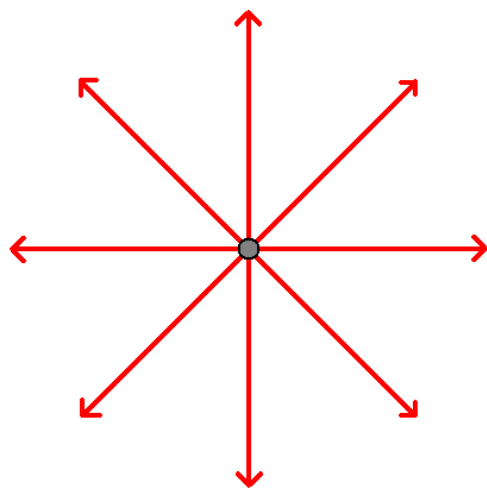
Alebo uhol medzi smerom fotónu a osou x:

$$\sin \theta' = \frac{y}{ct} = \frac{ct' \sin \varphi}{c\gamma t'(1 + \beta \cos \varphi)} \quad \theta' \approx \frac{\sin \varphi}{\gamma(1 + \beta \cos \varphi)}$$

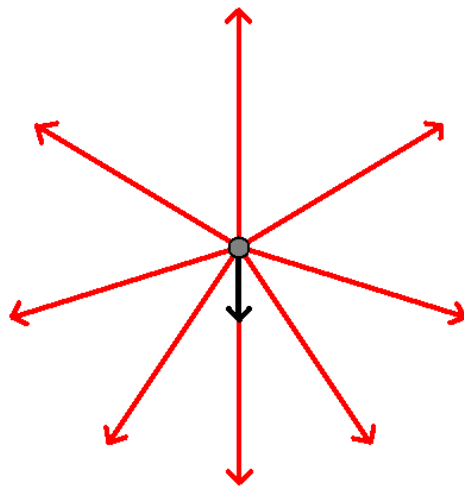


Vektory rýchlostí rovnakých fotónov pri rôznych rýchlostiach elektrónu:

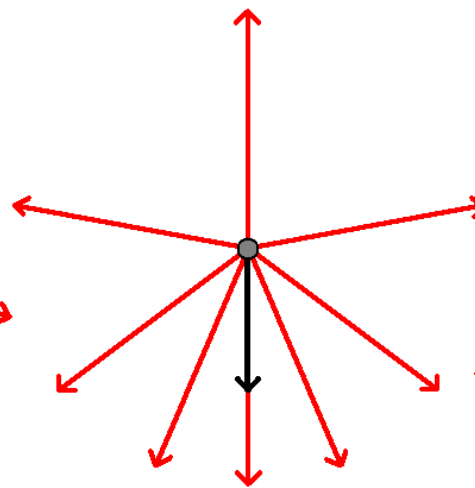
$v=0$



$v=0,3c$



$v=0,6c$



$v=0,9c$

