

F4110

**Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011- 2012
PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY**

1	Měřítka kvantového světa	29. 2.
2	Brownův pohyb	7. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	14. 3.
4	Elektronová optika	21. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	28. 3.
6	Neutronová interference	4. 4.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	11. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	18. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	25. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	2. 5.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	9. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	16. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	23. 5.

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011- 2012
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítka kvantového světa	29. 2.
2	Brownův pohyb	7. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	14. 3.
4	Elektronová optika	21. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	28. 3.
6	Neutronová interference	4. 4.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	11. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	18. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	25. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	2. 5.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	9. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	16. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	23. 5.

$\hbar \neq 0$

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011- 2012
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítka kvantového světa	29. 2.
2	Brownův pohyb	7. 3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	14. 3.
4	Elektronová optika	21. 3.
5	Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi	28. 3.
6	Neutronová interference	4. 4.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	11. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	18. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	25. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	2. 5.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	9. 5.
12	Fyzika nízkých a extrémně nízkých teplot	16. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	23. 5.

} $\hbar \neq 0$

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011 - 2012

Referenční zdroj A.
Z kvantové mechaniky
Schrödingerovy vlny

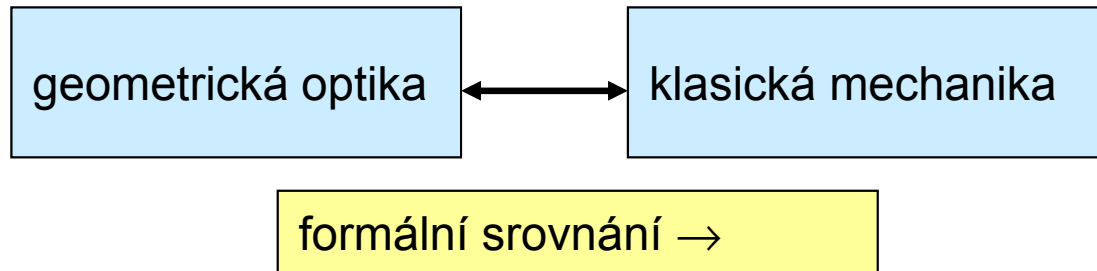
KOTLÁŘSKÁ 4. DUBNA 2012

Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- budeme předbíhat hlavní přednášky
- proto shrneme kvalitativní pohled na de Broglieho/Schrödingerovy vlny
- pak intuitivní cestu ke Schrödingerově rovnici
- časová a nečasová Schrödingerova rovnice
- základní schema pokusu v kvantové fyzice

Hamiltonova analogie

Hamiltonova analogie



paprsky

eikónálová rovnice

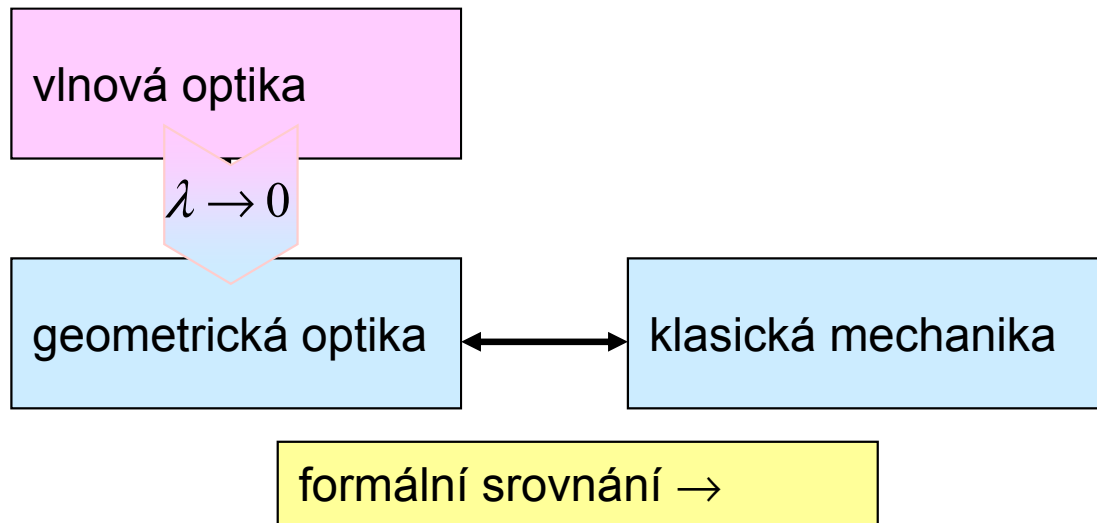
zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)

trajektorie

Hamilton-Jakobiho
rovnice

zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)

Hamiltonova analogie ... a dál



paprsky

eikónálová rovnice

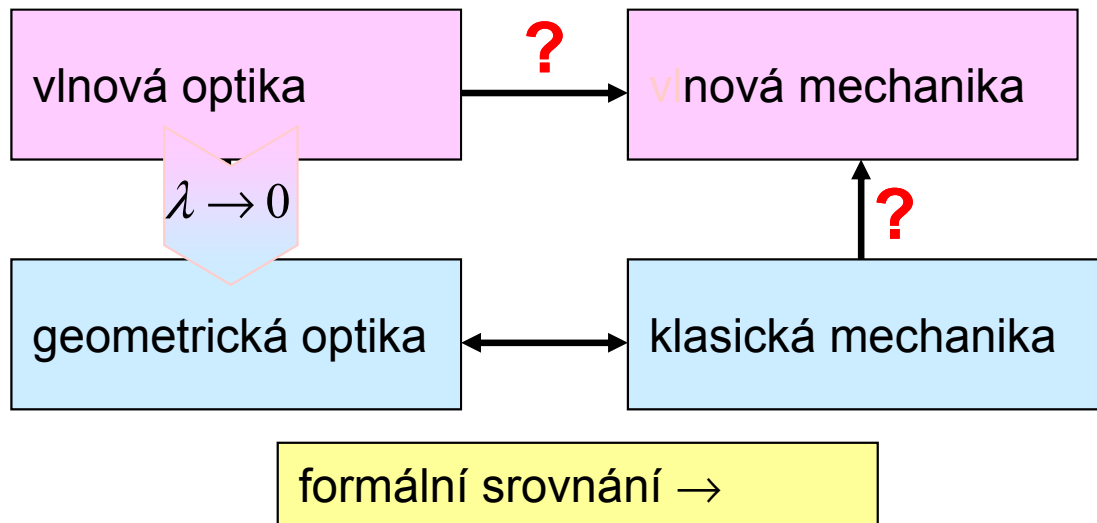
*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

Hamiltonova analogie ... heuristické schema



paprsky

eikónálová rovnice

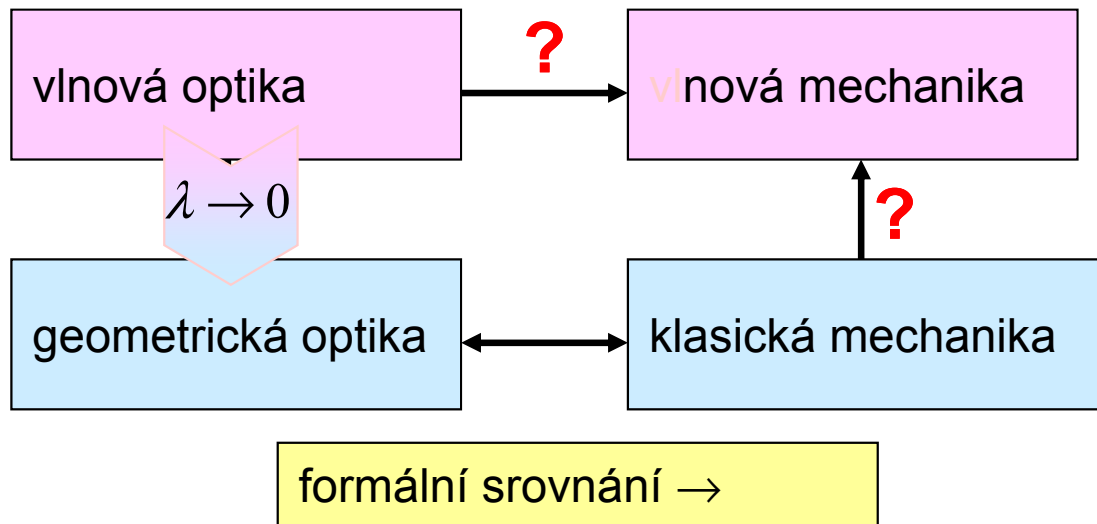
*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

Hamiltonova analogie ... heuristické schema



Cestu prorazili
Louis princ de Broglie
a
Erwin Schrödinger

paprsky

eikónálová rovnice

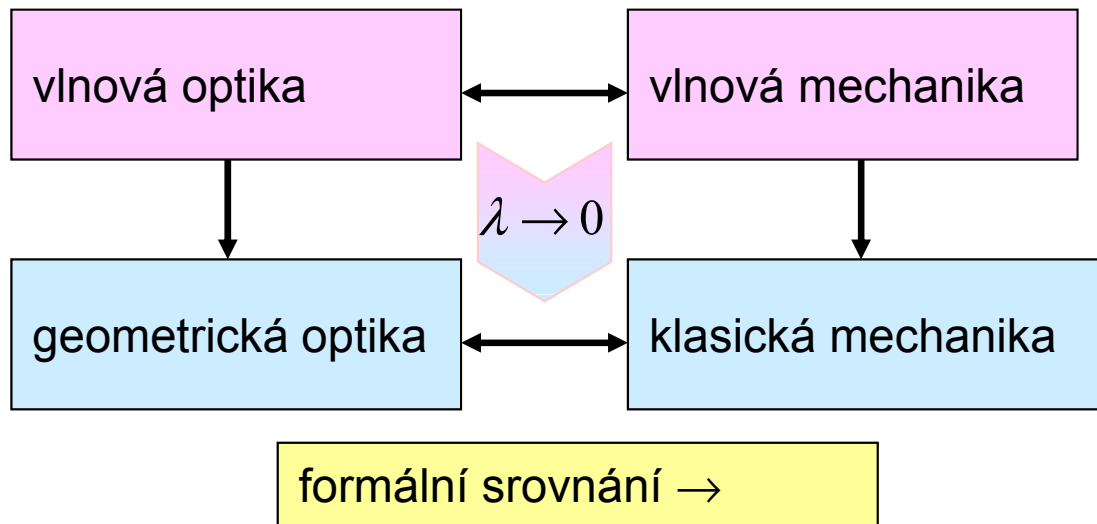
*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

Hamiltonova analogie ... platné dnešní schema



Cestu prorazili
Louis princ de Broglie
a
Erwin Schrödinger

paprsky

eikonálová rovnice

*zákon odrazu a lomu
(podle Huyghense)*

trajektorie

*Hamilton-Jakobiho
rovnice*

*zákon odrazu a lomu
(podle Newtona)*

de Broglieovy vlny

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar \quad ?$$

PODLE PLANCKA

de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Konsistentní relativistická kvantová mechanika byla zprvu příliš obtížná.

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv E_0 + E = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$(i\omega/c, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ = \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \equiv E_0 + E = \hbar\omega_0 + \hbar\omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

komplexní
funkce

jedno
znaménko

prázdný
fázový
faktor

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$(i\omega/c, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ = \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \equiv E_0 + E = \hbar\omega_0 + \hbar\omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \cdot \cancel{e^{-i\omega_0 t}}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}p^2$$

komplexní
funkce

jedno
znaménko

de Broglieovy materiální vlny → Schrödingerovy vlny

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{\mp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

de Broglie

$$\omega = E / \hbar, \quad \mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$\begin{aligned} (i\omega/c, \mathbf{k}) &= \hbar^{-1} (iE/c, \mathbf{p}) \\ &= \hbar^{-1} \gamma m (ic, \mathbf{v}) \end{aligned}$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = m_{\text{rel}} c^2 = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} mc^2 \approx mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv E_0 + E = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\left. \begin{array}{l} \Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \\ \mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k} \quad \Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \end{array} \right\} E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

Schrödingerovy vlny

Schrödingerovy vlny: SR pro volnou částici

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ $\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova
rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Schrödingerovy vlny: princip superposice

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

PRINCIP SUPERPOSICE Ψ_1 řešení SR, Ψ_2 řešení SR $\Rightarrow a_1 \Psi_1 + a_2 \Psi_2$ řešení SR

Příklady

- stojatá vlna vzniká složením dvou rovinných vln s opačnými vln vektory
- interference vzniká složením vln z koherentních zdrojů
- difrakce (Huyghensův princip) vzniká složením elementárních sekundárních vln
- vlnová klubka vznikají složením rovinných vln z úzkého oboru vlnových vektorů
trochu se podobají rozmazaným částicím, ale s časem se rozplývají

Schrödingerovy vlny ve vnějším potenciálovém poli

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova
rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším
poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

Schrödingerovy vlny: obecná SR pro jednu částici

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

VELMI NETRIVIÁLNÍ ZOBECNĚNÍ NAVRŽENÉ SCHRÖDINGEREM ROKU 1926

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

stacionární řešení

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

STACIONÁRNÍ SCHRÖDINGEROVA ROVNICE

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$

$$\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

stacionární řešení

nečasová Schrödingerova rovnice

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i \omega t}$$

vlastní energie

vlastní funkce

prostorová amplituda

Schrödingerovy vlny: stacionární (nečasová) SR

Volná částice:

rovinná vlna $\Psi(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t - \mathbf{k}r)}$

$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ $\Psi'(\mathbf{r}, t) = A e^{-i(\omega t + \mathbf{k}r)}$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

de Broglie

$$\mathbf{k} = \mathbf{p} / \hbar, \quad \omega = E / \hbar$$

dvě řešení ... stoj. vlna

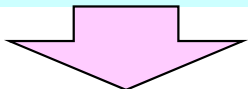
dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v t počáteční podm. $\Psi(\mathbf{r}, t_0)$
kvantová kausalita
- lineární princip superposice



Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

nečasová Schrödingerova rovnice

$$+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vlastní energie

vlastní funkce

prostorová amplituda

energievé hladiny

orbitály

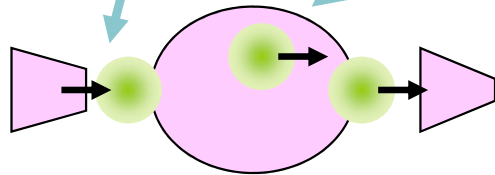
Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$\Psi(\mathbf{r}, t_0)$



vln. klubka

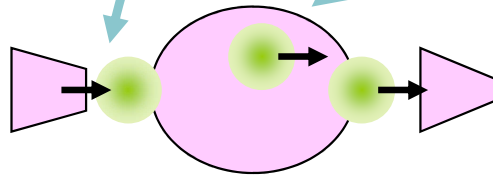
Odbočka: co se vlastně měří v kvantové oblasti a jak

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$\Psi(\mathbf{r}, t_0)$

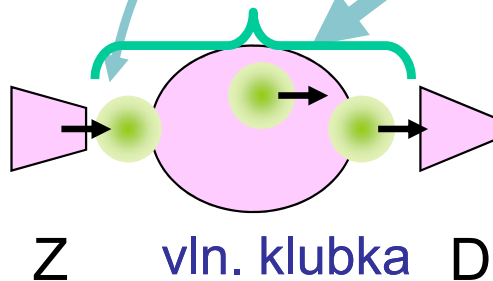


vln. klubka

Odbočka: co se vlastně měří v kvantové oblasti a jak

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$



ZÁKLADNÍ SCHEMA KVANTOVÉHO EXPERIMENTU

- **Příprava počátečního stavu** ... zdroj Z
- **Kvantová evoluce** podle Schrödingerovy rovnice ... zachována kvantová koherence
- **Kvantové měření** ... redukce vlnové funkce na jednu z vlastních funkcí pozorovatelné veličiny dané měřicím přístrojem ... registrační zařízení D

Schrödingerovy vlny -- shrnutí

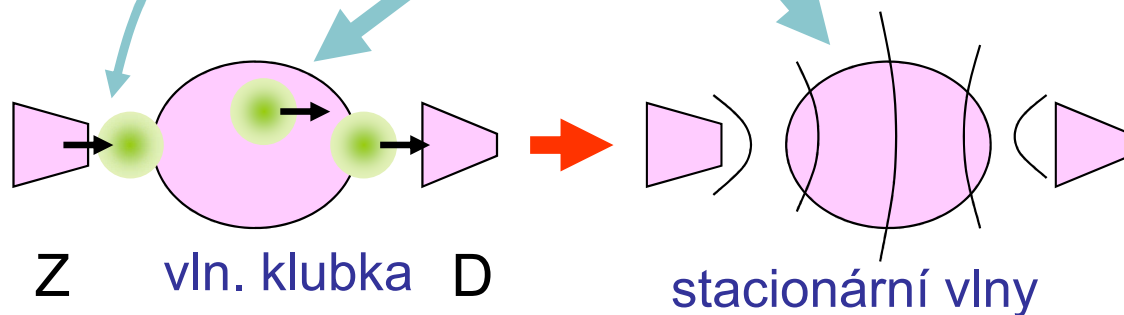
Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$\Psi(\mathbf{r}, t_0)$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011 - 2012

VI.
Neutronová interferometrie

KOTLÁŘSKÁ 4. DUBNA 2012

Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- nejprve kvalitativní pohled na Schrödingerovy vlny v přiblížení fyzikální optiky
- pak něco o neutronech
- neutronová interference – mezi nejkrásnějšími pokusy s vlnovými vlastnostmi částic
- teoretický přístup fyzikální optiky – analogický teorii optického Machova-Zehnderova interferometru
- budeme sledovat komplementaritu částice – vlna

Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

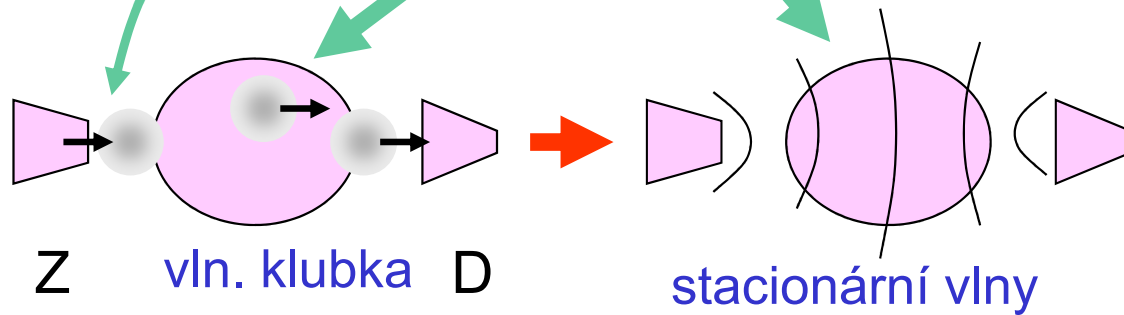
Schrödingerovy vlny -- sřrnutí

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



Schrödingerovy vlny -- kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:

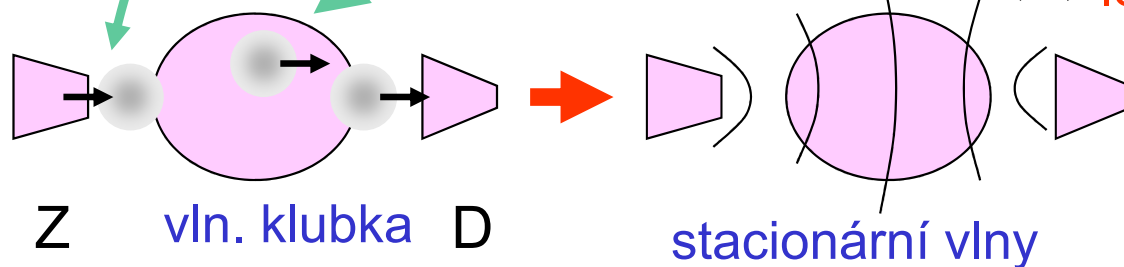
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$\Psi(\mathbf{r}, t_0)$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

velikost lokálního vlnového vektoru $k^2(\mathbf{r})$



Schrödingerovy vlny -- kvasiklasická aproximace

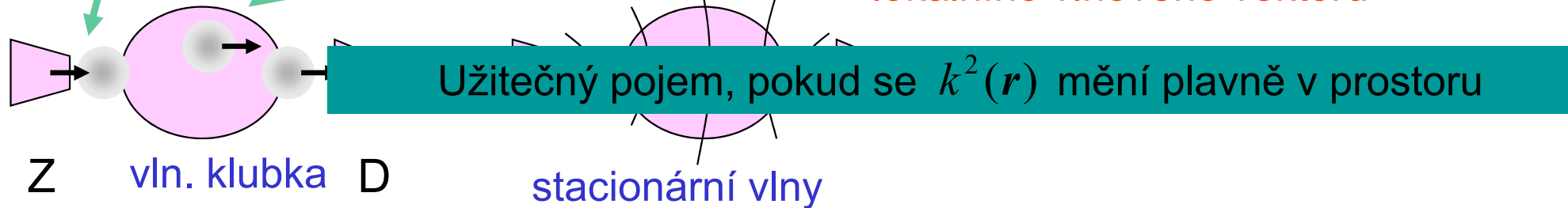
Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

velikost lokálního vlnového vektoru $k^2(\mathbf{r})$



Schrödingerovy vlny -- kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

plavně se měnící velikost lokálního vlnového vektoru



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

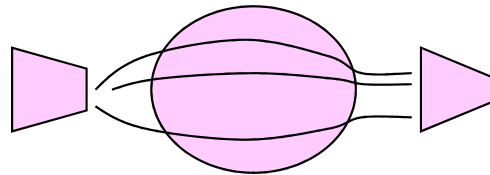
INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$

Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů



klasické trajektorie

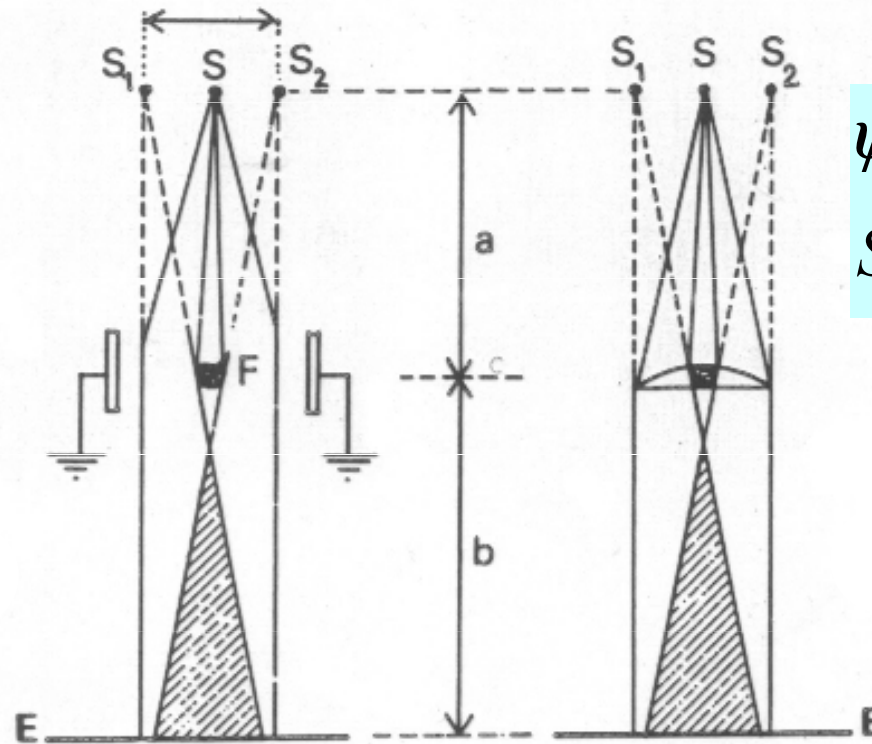
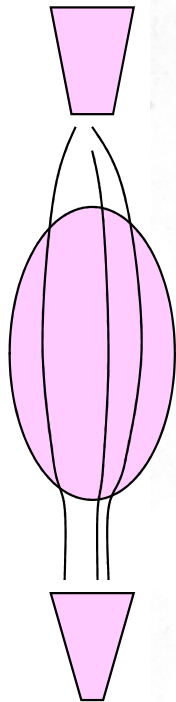
$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů

klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

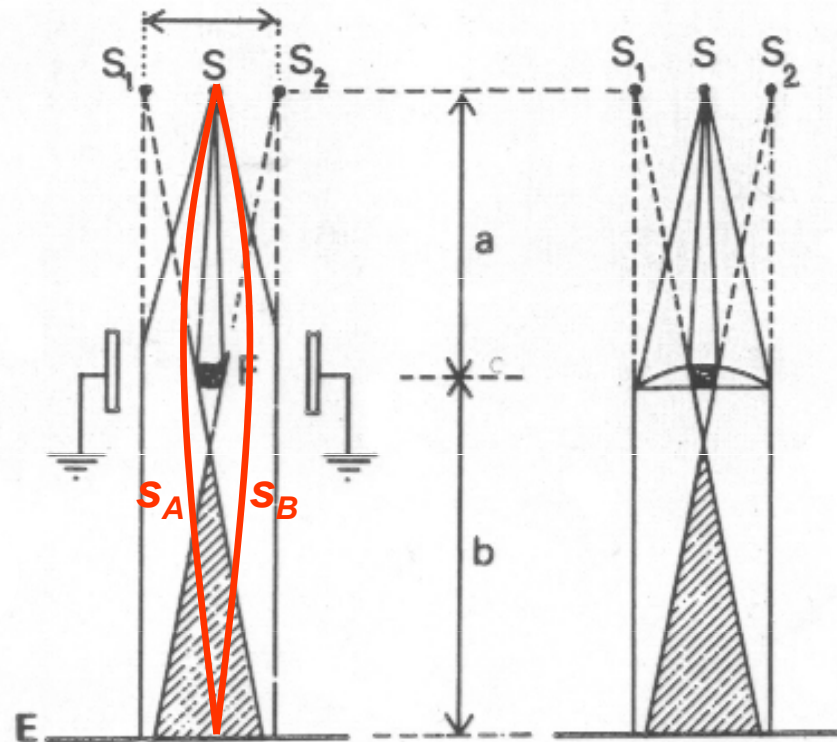
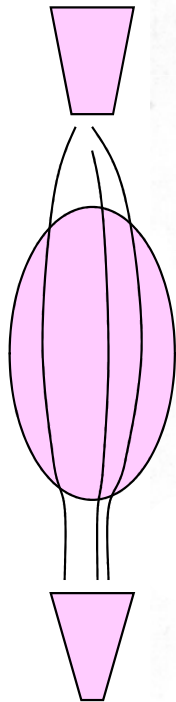
$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$
$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$



Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů

klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

fázový rozdíl =

$$\phi_A - \phi_B =$$

$$k \cdot (s_A - s_B) =$$

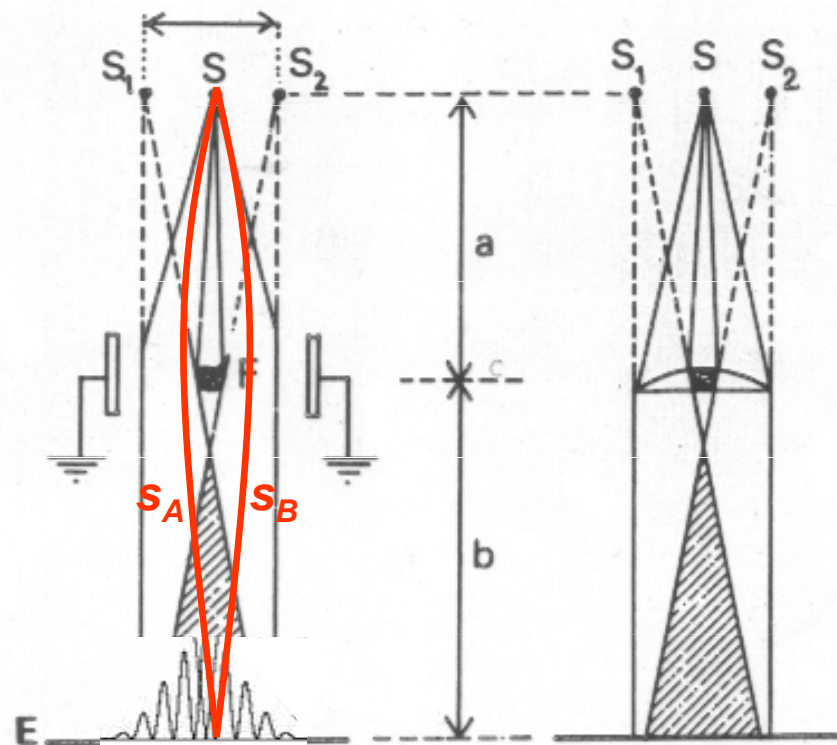
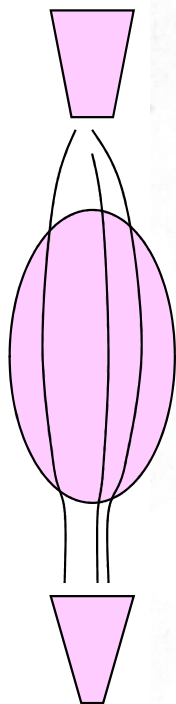
$$2\pi \cdot \frac{s_A - s_B}{\lambda}$$



Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů

klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

fázový rozdíl =

$$\phi_A - \phi_B =$$

$$k \cdot (s_A - s_B) =$$

$$2\pi \cdot \frac{s_A - s_B}{\lambda}$$



Neutrony

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

dalekodosahové
Coulombické síly

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	$1,00866 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

dalekodosahové
Coulombické síly

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	$1,00866 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$-1,913\mu_p$	932 s

V látce neutron interaguje prostřednictvím jaderných sil nebo magn. momentu ... kontaktní interakce. Většinou spíše slabá. Jinak prochází téměř volně

Žádoucí vlnová délka např. $1.8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$

$$\lambda = 2\pi\hbar / p = 2\pi / k, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p / m$$

částice	energie eV	rychlost m/s
elektron	46.4	4 041 000
neutron	$0.0253 = 293 k_B$	2 200

Proč právě neutronová interferometrie

rozumně velká klubka
prolétající aparaturou

. neutrony
mimořádně krásný

žije mnohem déle, než trvá
jeho průchod aparaturou

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	- e	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	+ e	1,00782 u	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	-1,913μ_p	932 s

tepelné neutrony
snadno se získají
termalisací neutronů
ze zdroje

střednictvím jaderných
spíše slabá. Jinak pro

$$8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$$

$$2\pi/k, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p/m$$

0.1 m urazí za
45 mikrosekund, velmi
pohodlná doba

částice	vlnová délka nm	energie eV	rychlost m/s
elektron	0,18	46.4	4 041 000
neutron	0,18	0.0253 = 293 k_B	2 200

Proč právě neutronová interferometrie

rozumně velká klubka
prolétající aparaturou

. neutrony
mimořádně krásný

žije mnohem déle, než trvá
jeho průchod aparaturou

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	- e	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	+ e	1,00782 u	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	-1,913μ_p	932 s

V látce neutrony
kontaktní interakce

Žádoucí vlnová délka

tepelné neutrony
snadno se získají
termalizací neutronů
ze zdroje

0.1 m urazí za
45 mikrosekund, velmi
pohodlná doba

$$\lambda = 2\pi\hbar / p = 2\pi / k, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p / m$$

částice	vlnová délka nm	energie eV	rychlost m/s
elektron	0,18	46.4	4 041 000
neutron	0,18	0.0253 = 293 k_B	2 200

Proč právě neutronová interferometrie

rozumně velká klubka
prolétající aparaturou

. neutrony
mimořádně krásný

žije mnohem déle, než trvá
jeho průchod aparaturou

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	- e	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	+ e	1,00782 u	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
neutron	0	1,00866 u	$\frac{1}{2}$	-1,913μ_p	932 s

NEUTRONY V ATOMÁRNÍCH SYSTÉMECH

vlnová délka ...
strukturní studie

energie ...
nepružný rozptyl
na kvazičásticích

izotopicky citlivé

magnetický rozptyl

tepelné neutrony
snadno se získají
termalisací neutronů
ze zdroje

0.1 m urazí za
45 mikrosekund, velmi
pohodlná doba

$$2\pi n / p = 2\pi / \lambda, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p / m$$

částice	vlnová délka nm	energie eV	rychlost m/s
neutron	0,18	46,4	4 041 000
tepelný neutron	0,18	0.0253 = 293 k_B	2 200

SNS Oak Ridge

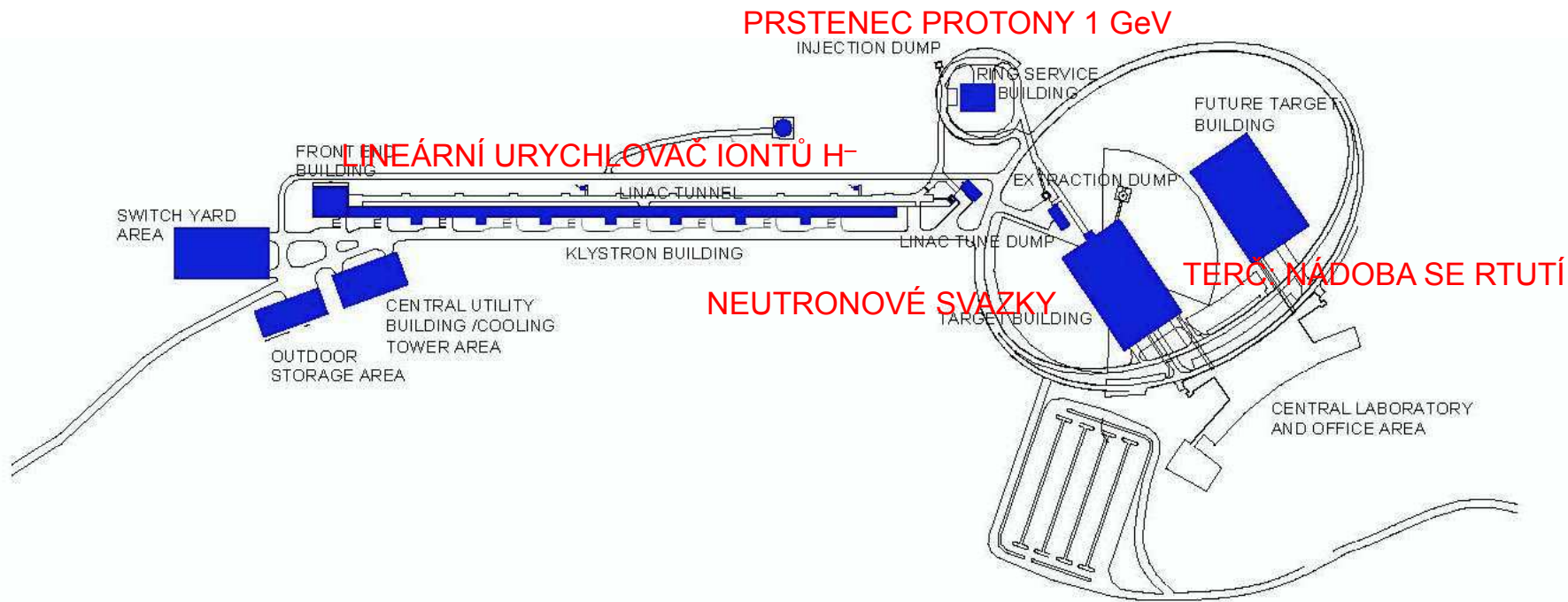


FIG 2: SNS Layout showing Front End, Linac, Accumulator Ring and Target Buildings

Spallation source ... tříštivý zdroj

ZDROJE NEUTRONŮ

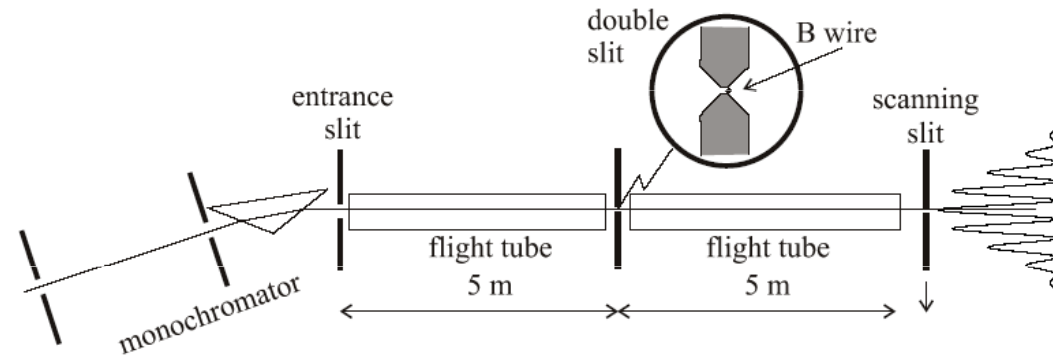
- REAKTORY u nás v Řeži
- DEDIKOVANÉ ZDROJE Isis, SNS, ...

Experimenty s interferencí neutronů

Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

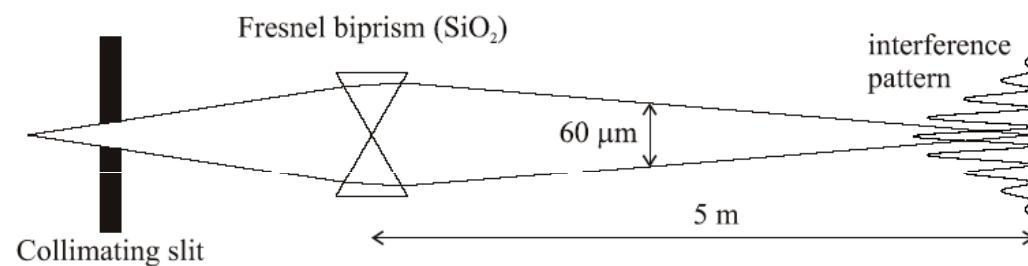
ohyb na dvojštěrbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěrbinu



neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu $n < 1$



magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

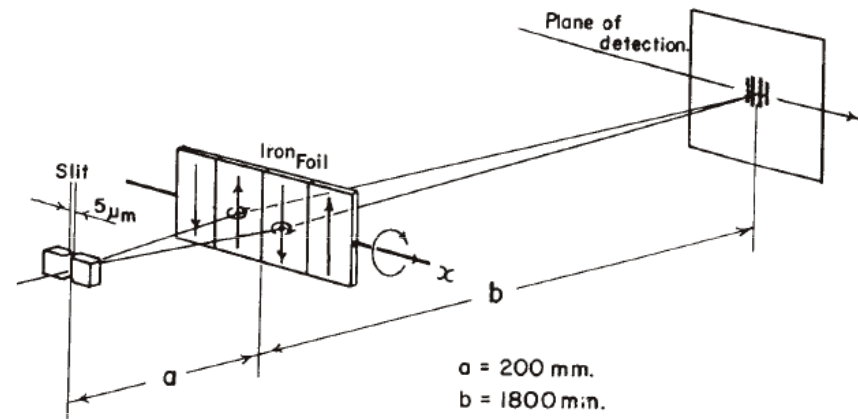


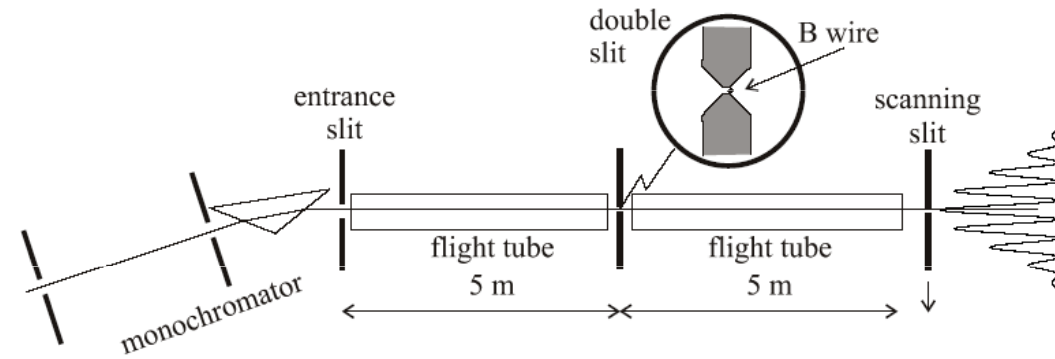
Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

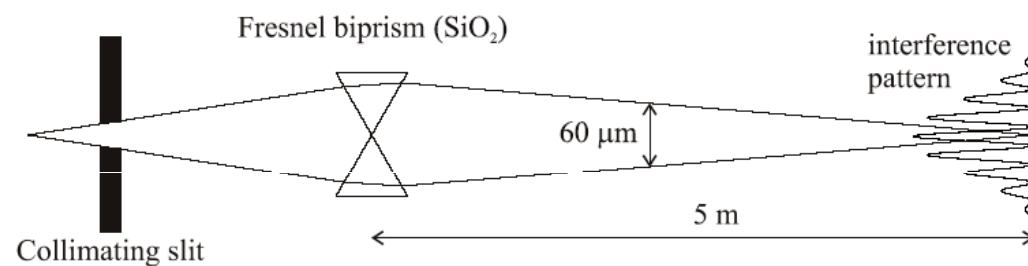
ohyb na dvojštěbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěbinu



neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu $n < 1$



magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

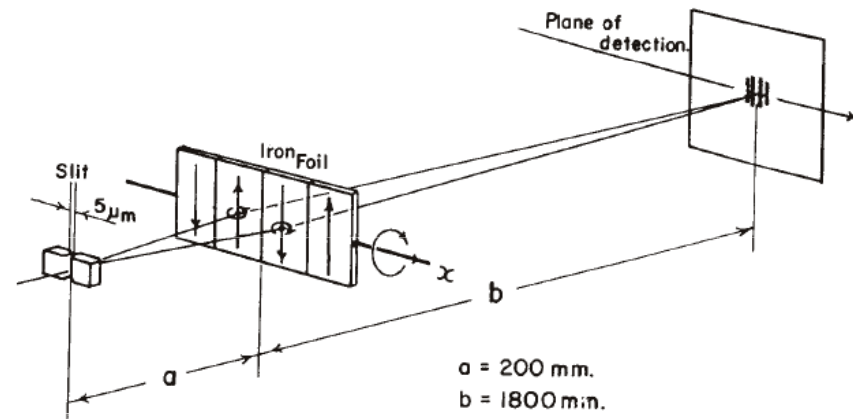


Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



neutronová dvojštěrbina

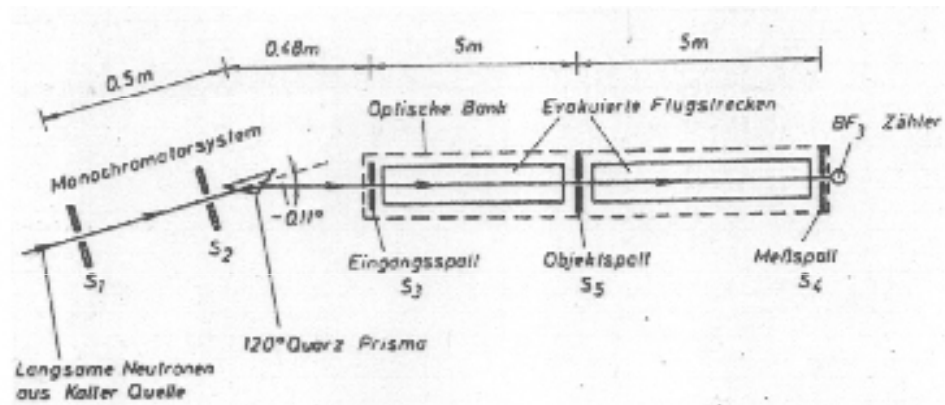
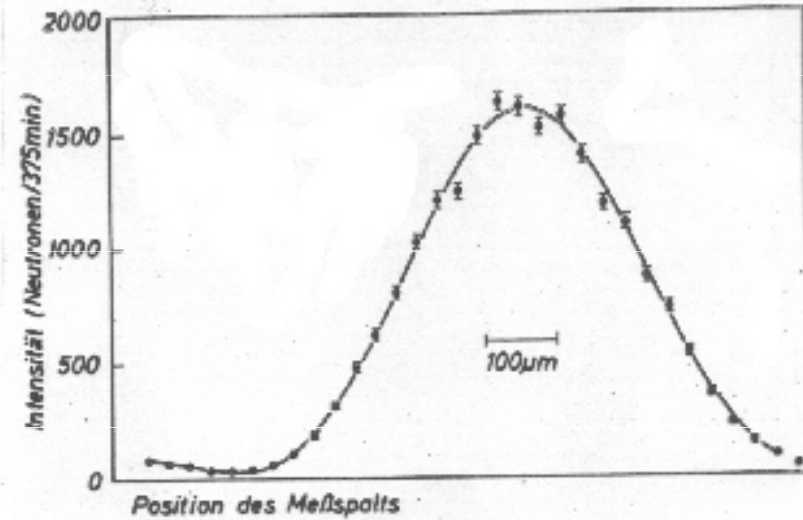


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte S₃ und S₄ sind je 20 μm breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

jednoduchá štěrбина



neutronová dvojštěrbina

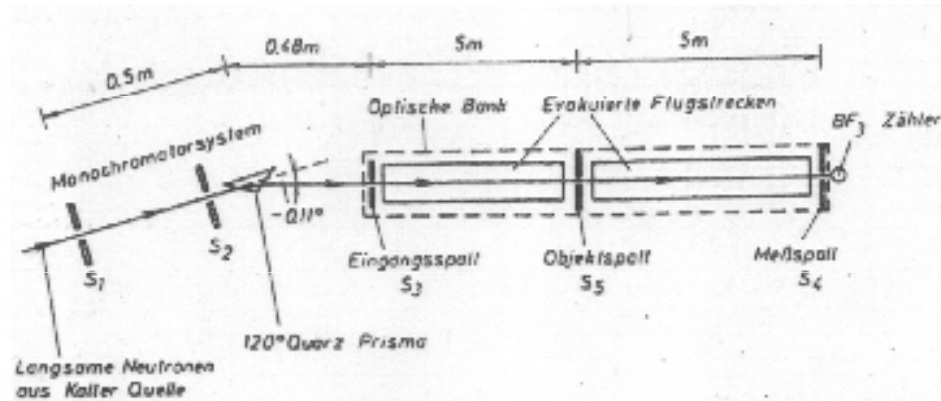
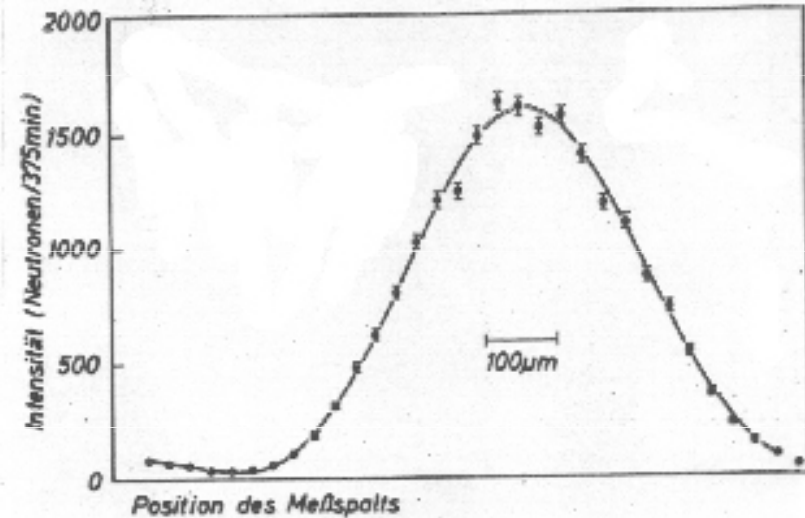
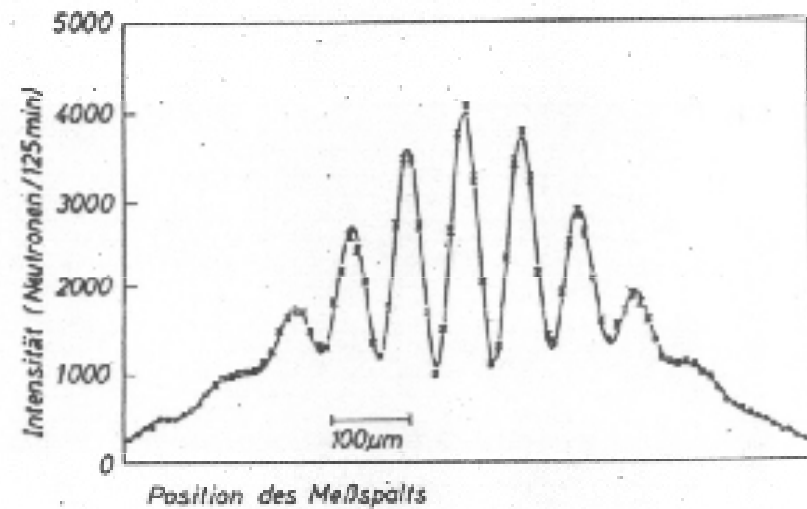
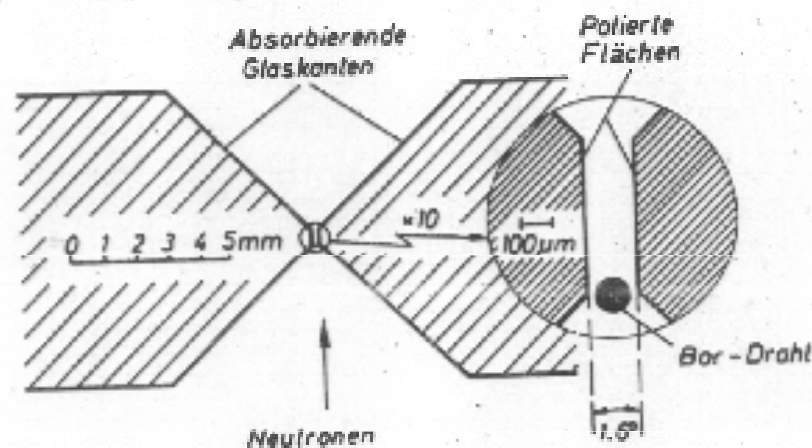


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte S_3 und S_4 sind je $20 \mu\text{m}$ breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

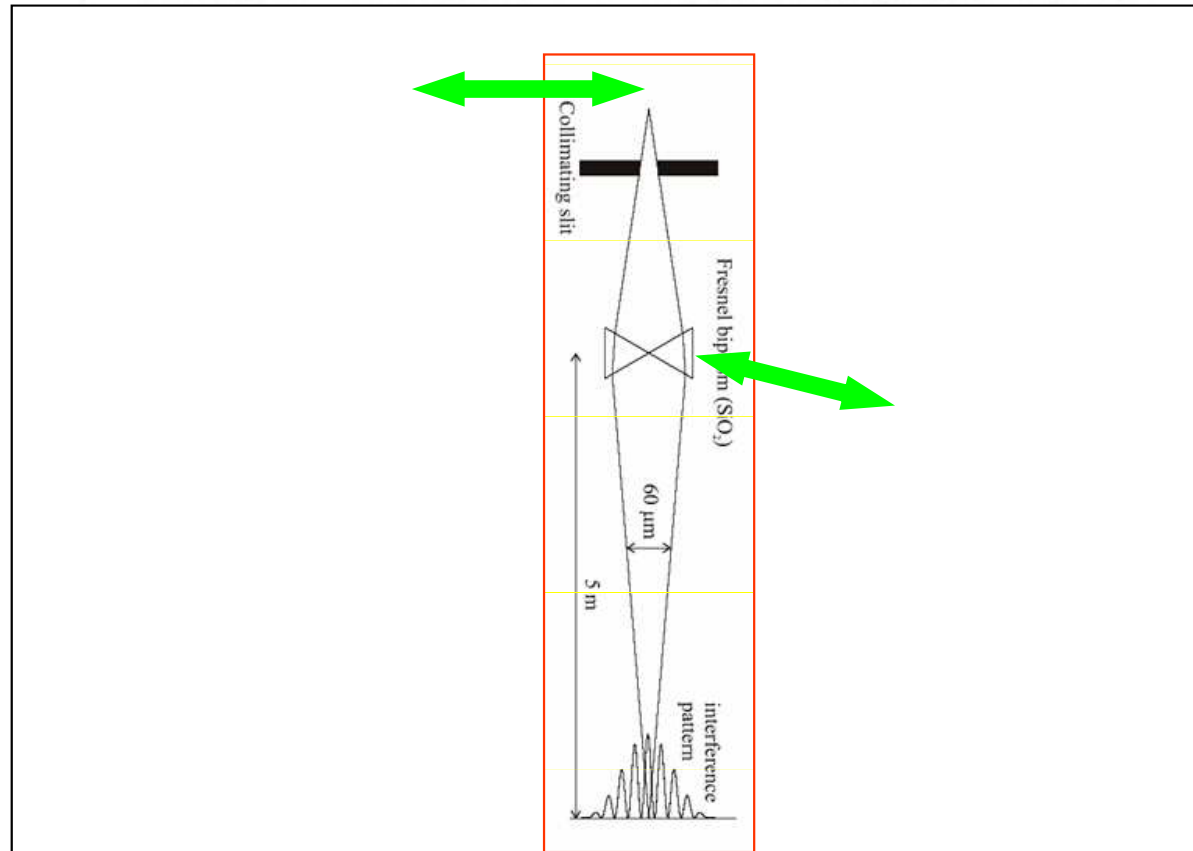
jednoduchá štěrbina



dvojitá štěrbina

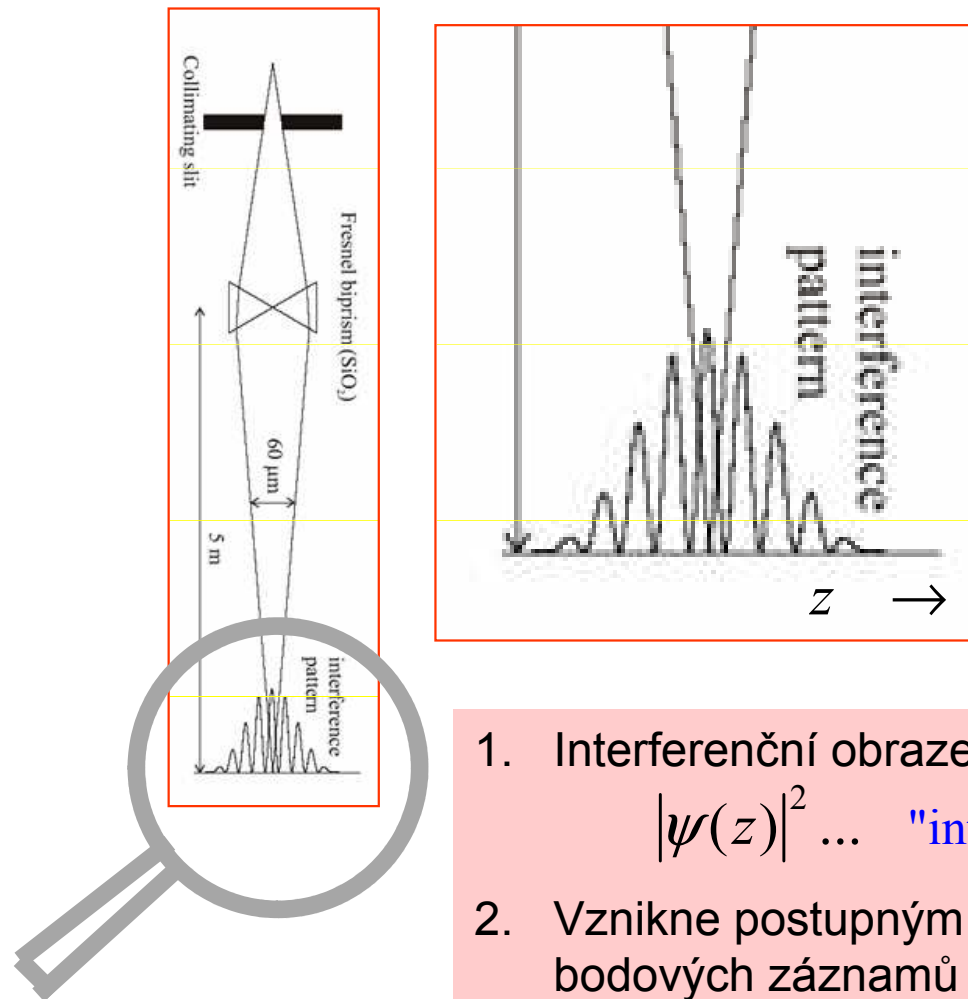


neutronové biprisma: srovnání



ELEKTRONOVÉ NEUTRONOVÉ OPTICKÉ
BIPRISMA

neutronové biprisma: interpretace měření



1. Interferenční obrazec odpovídá

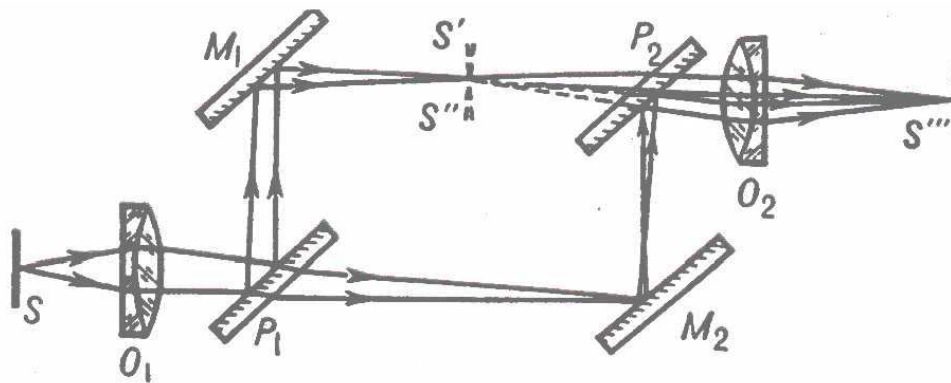
$$|\psi(z)|^2 \dots \text{"intenzita"}$$

2. Vznikne postupným nahromaděním bodových záznamů dopadu jednotlivých neutronů
3. Kvadrát vlnové funkce udává tedy hustotu pravděpodobnosti, že neutron bude zachycen v určitém místě **Bornova interpretace**

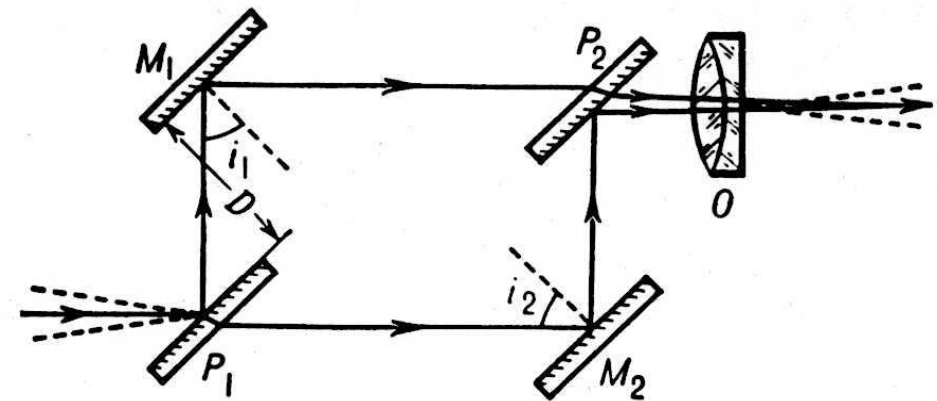
Neutrony: Mach-Zehnderův interferometr

Inspirace z fyzikální optiky: Interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompenzační a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

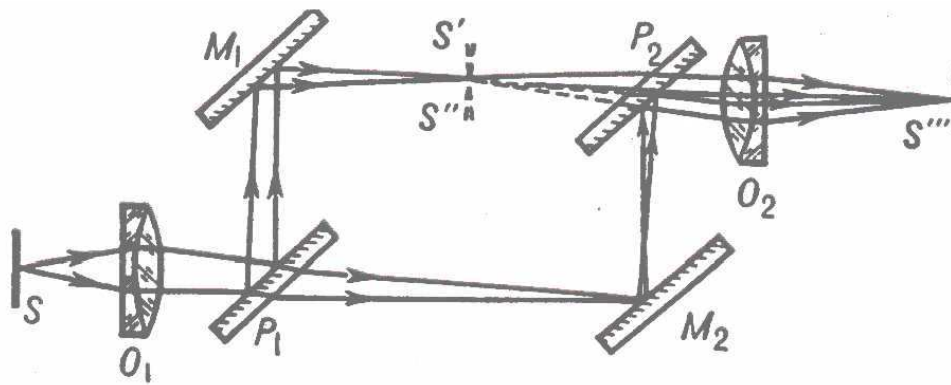
Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

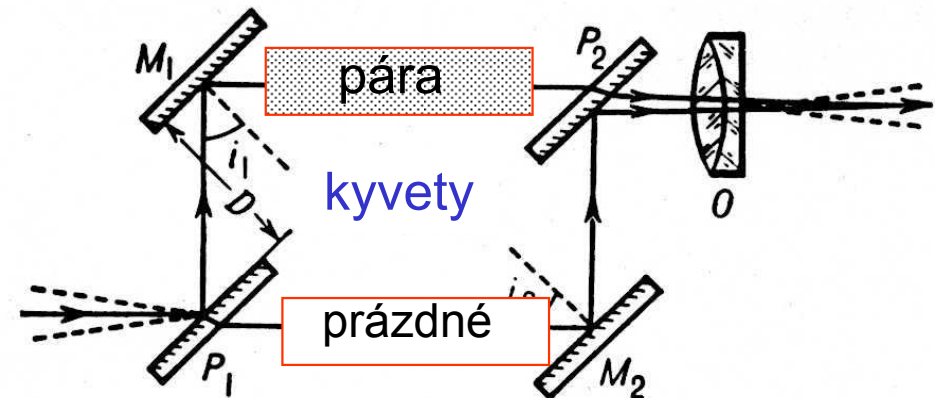
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompenzovat

Optický interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompensční a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

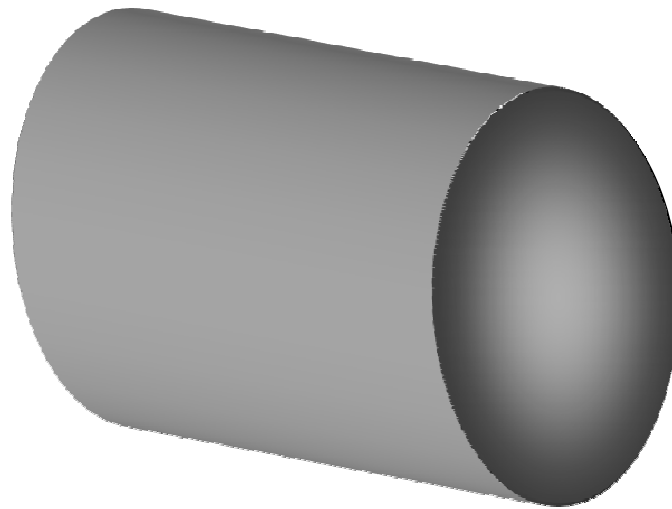
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompensovat

Známa aplikace: měření anomální disperse v atomových parách

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.

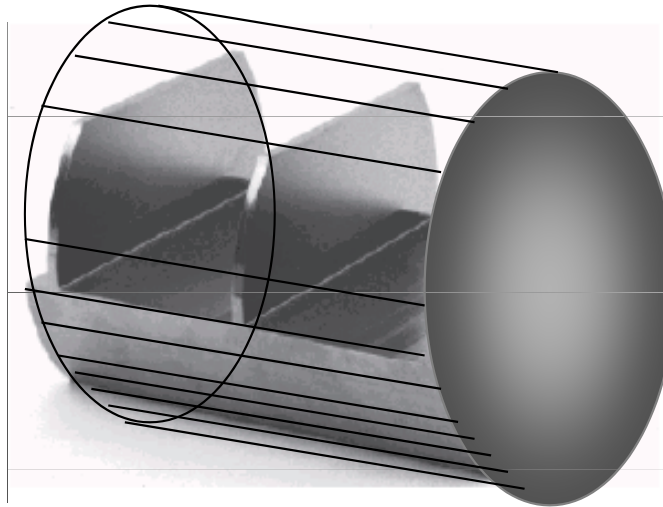


monokrystal
ve tvaru válce

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.



monokrystal
ve tvaru válce

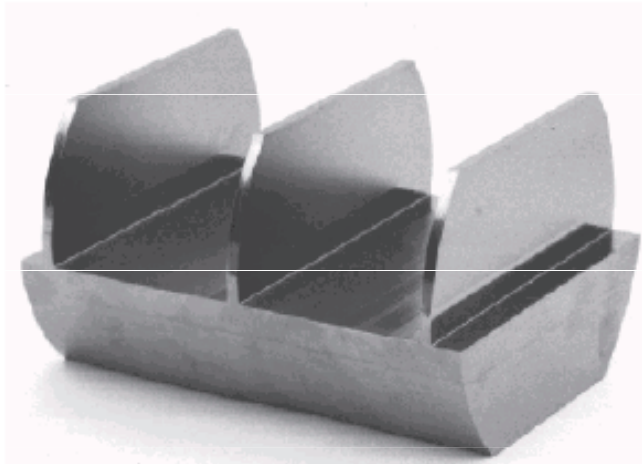
z něj se vyřeže
interferometr jako
celek

i vzdálené oblasti při
pečlivé práci uchovají
krystalografické
uspořádání na dálku

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

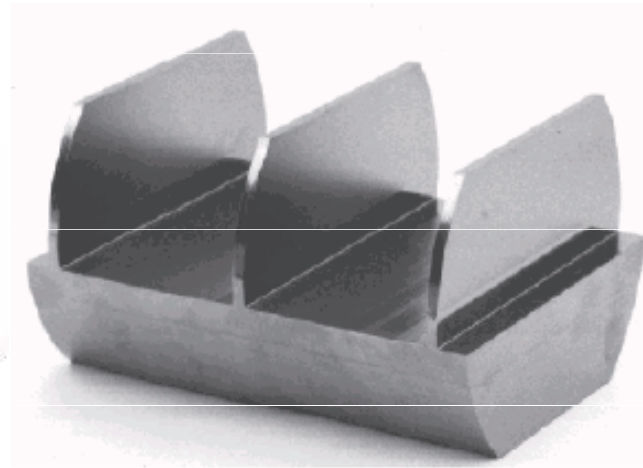
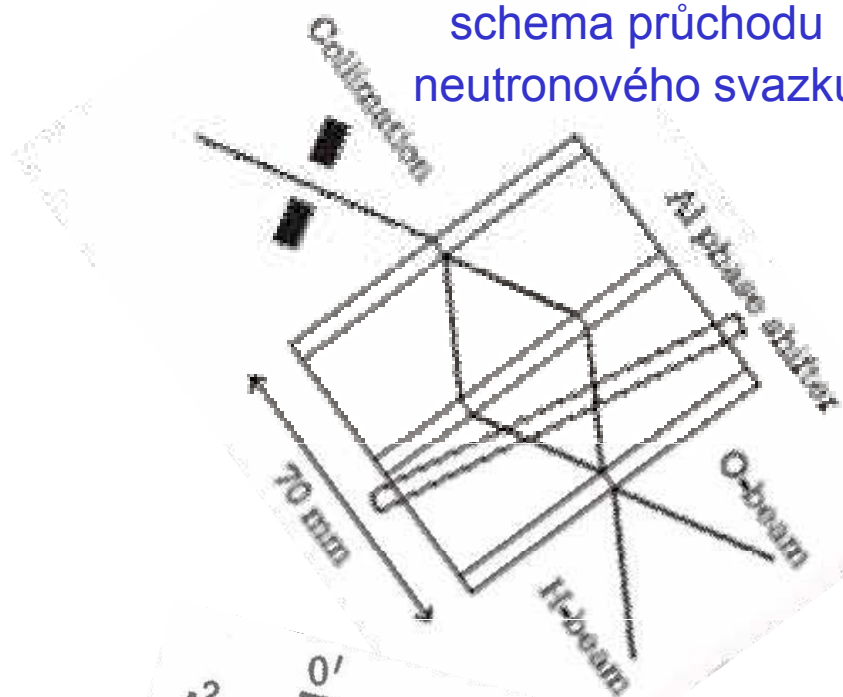
Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.

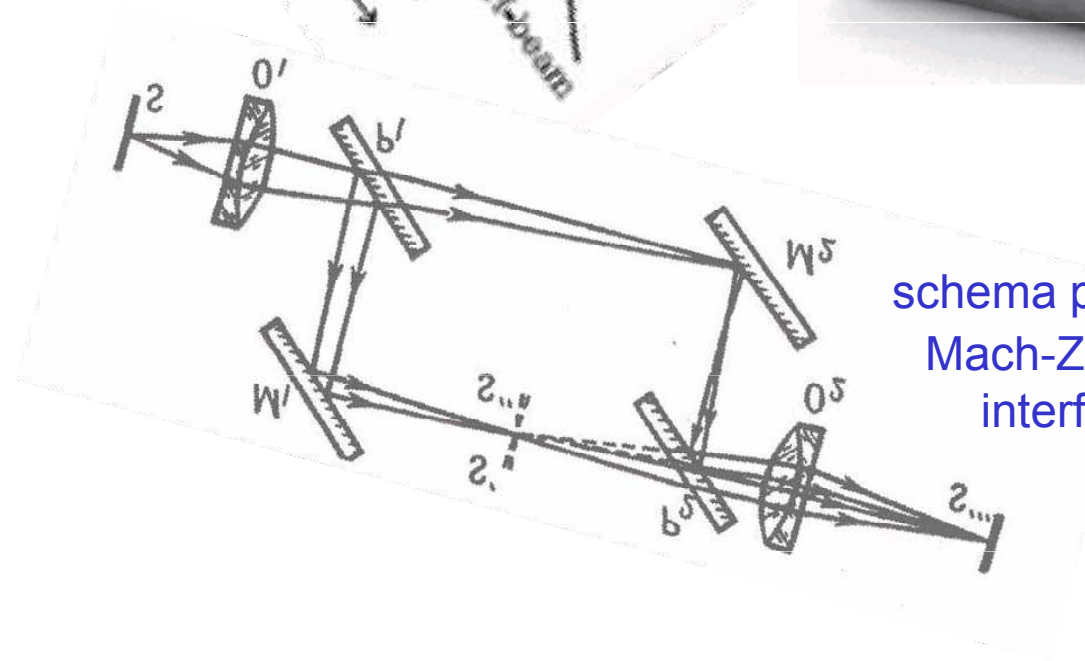


Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

schema průchodu neutronového svazku



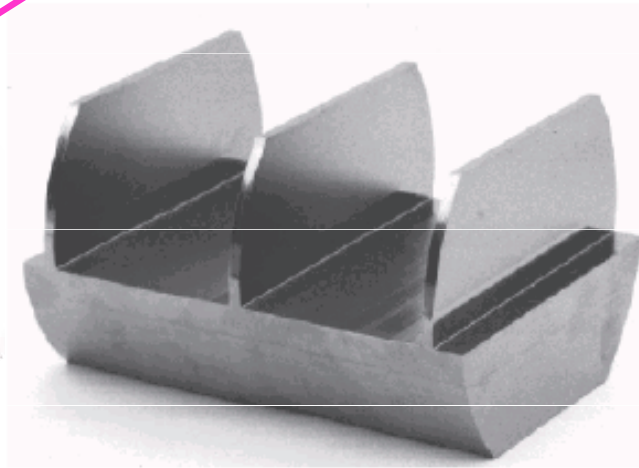
schema průchodu světla
Mach-Zehnderovým
interferometrem



Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

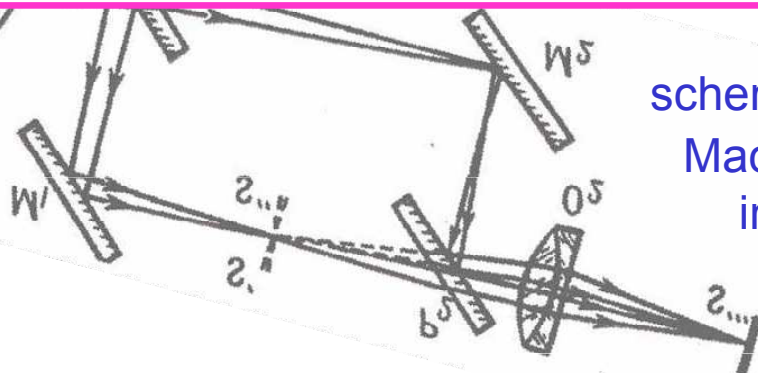
schema průchodu
neutronového svazku

**FÁZOVÝ
KOMPENZÁTOR**

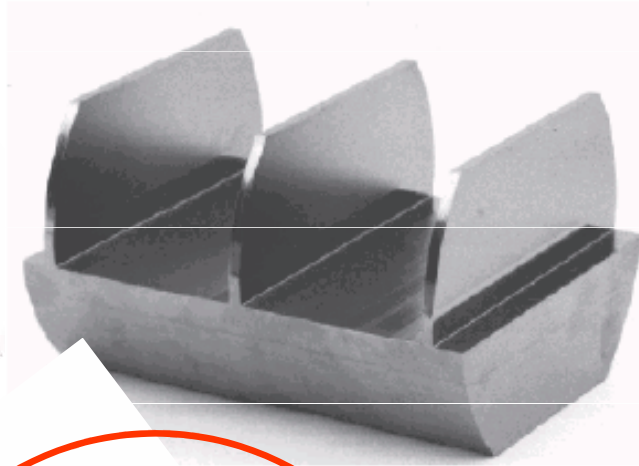
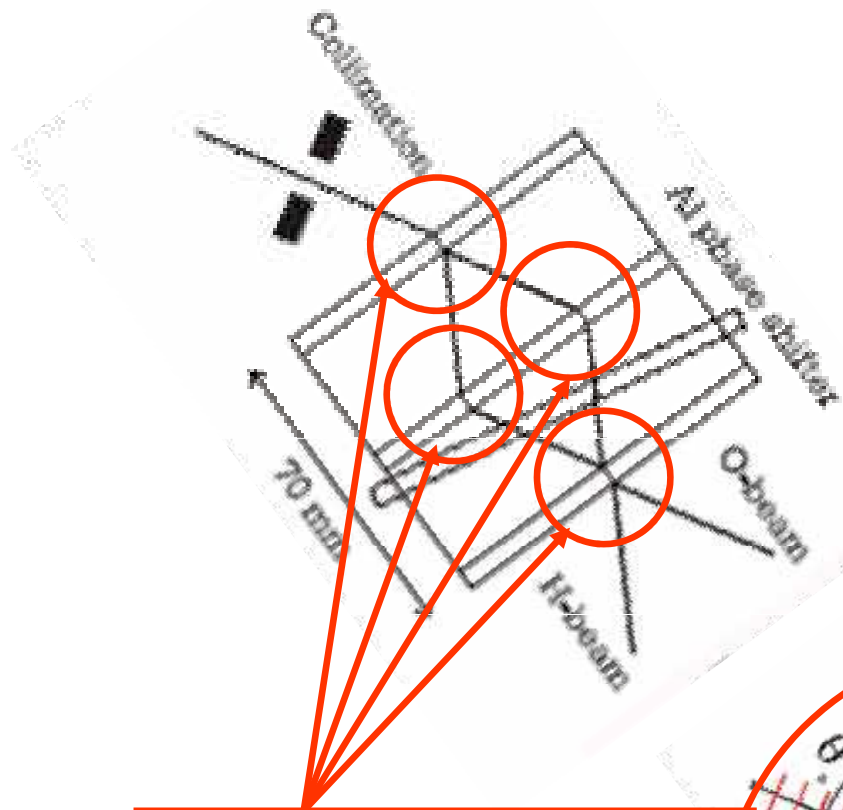


SYMETRICKÉ USPOŘÁDÁNÍ PAPRSKŮ

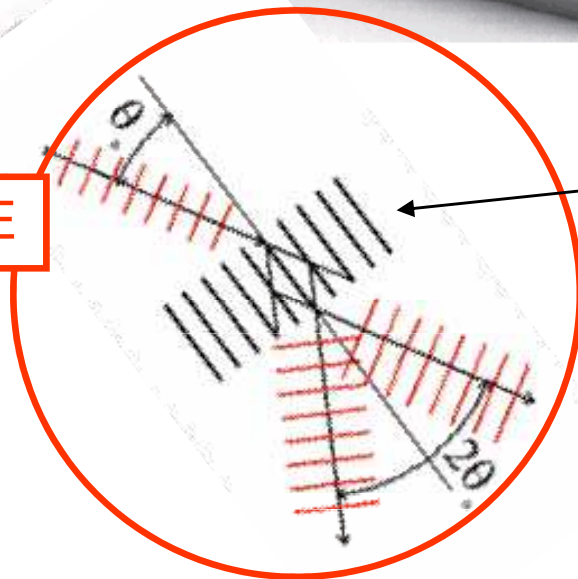
schema průchodu světla
Mach-Zehnderovým
interferometrem



Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

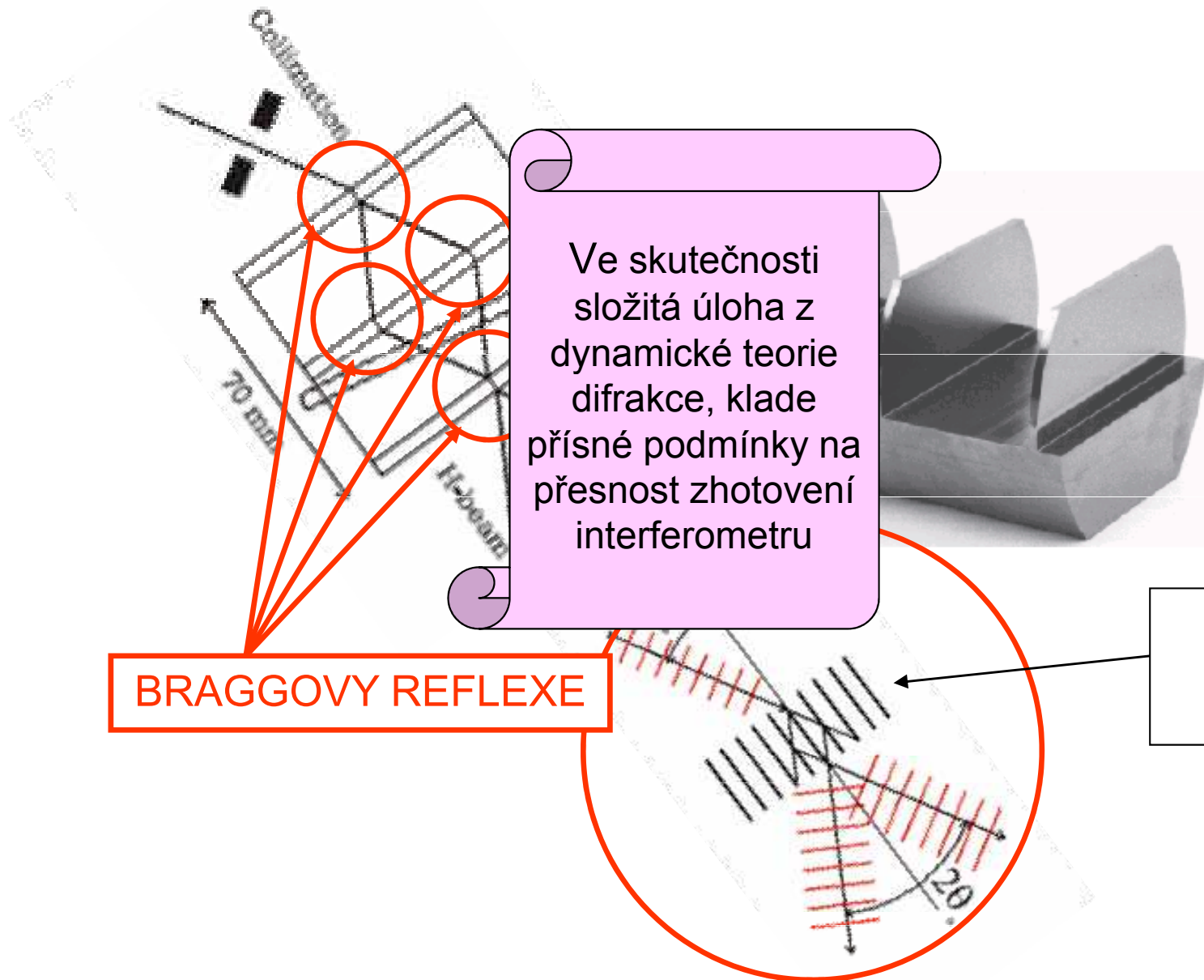


BRAGGOVY REFLEXE



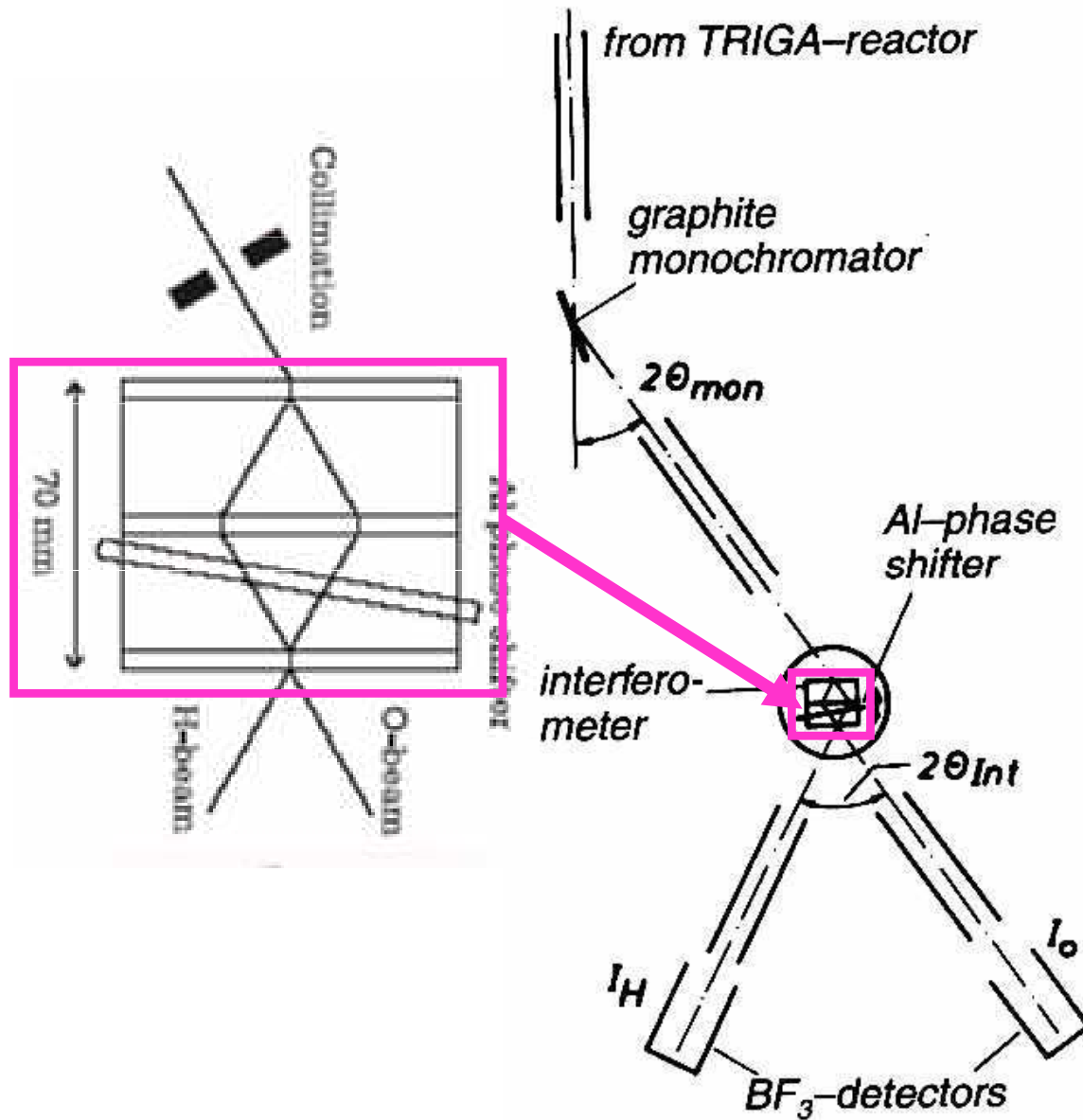
krytalové roviny ve směru osy interferometru

Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)



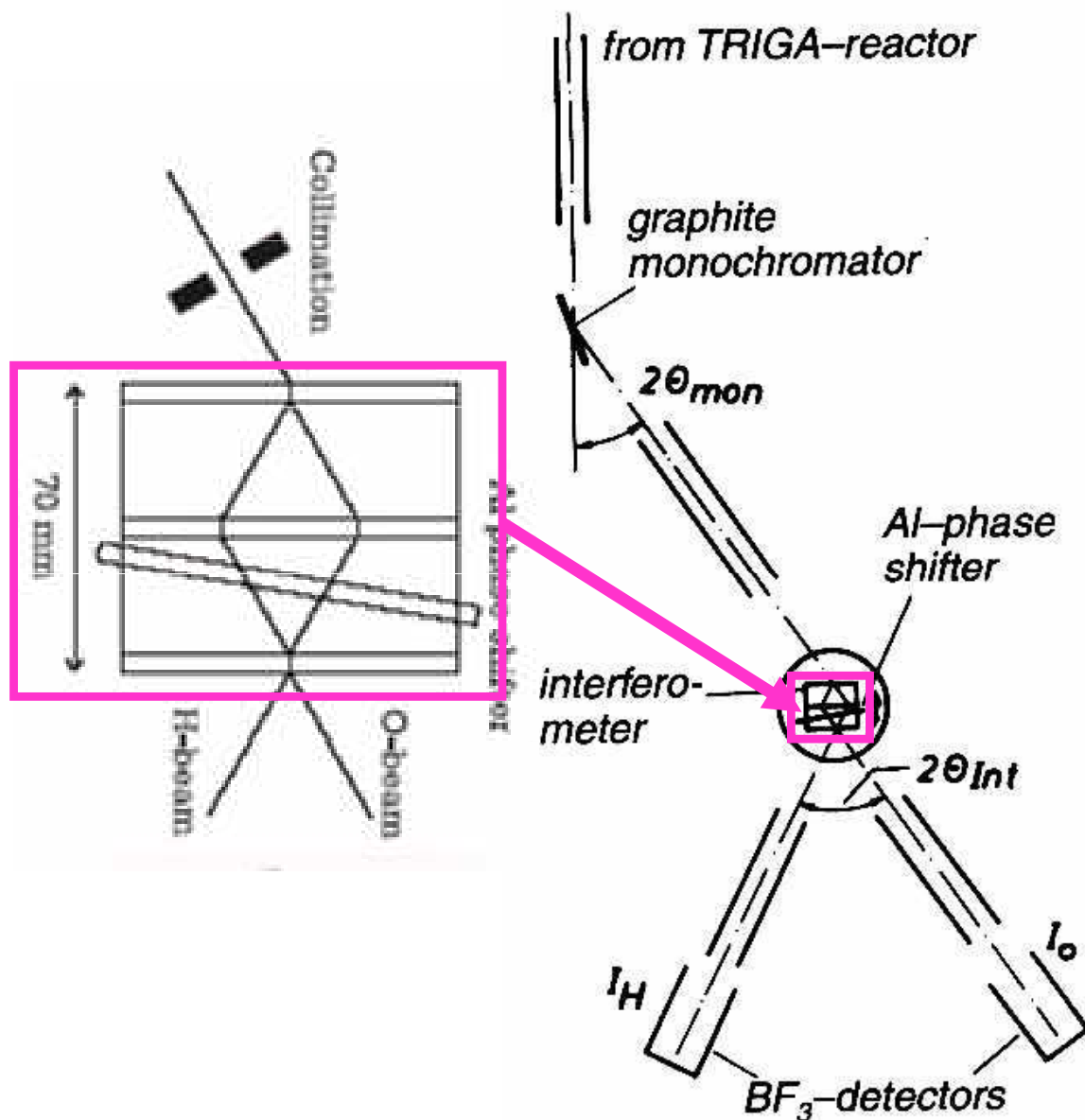
Celé zařízení

schema z r. 1974



Celé zařízení

schema z r. 1974



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

Malá odbočka – co je Q komplementarita

KVANTOVÁ KOMPLEMENTARITA PODLE N. BOHRA (1927) je

- jen zvláštním, i když výchozím, případem P.K.
- filosofickou interpretací duality částice – vlna
- výrazem principiálního Q omezení poznatelnosti
- obecným substrátem Kodaňské interpretace QM

Podle Bohra (v mé parafrázi)

Naše výroky o Q systému mají epistemický charakter. Sám o sobě Q systém "není nijaký", teprve v interakci s klasickým měřícím přístrojem se nám jeví jako popsitelný v klasických pojmech (jiné nemáme), tedy buď jako částice, nebo jako vlna. Tyto popisy jsou komplementární, tj. ve svém sjednocení dávají úplnou charakteristiku systému možnou v kvantovém světě

HRUBÁ KORESPONDENCE

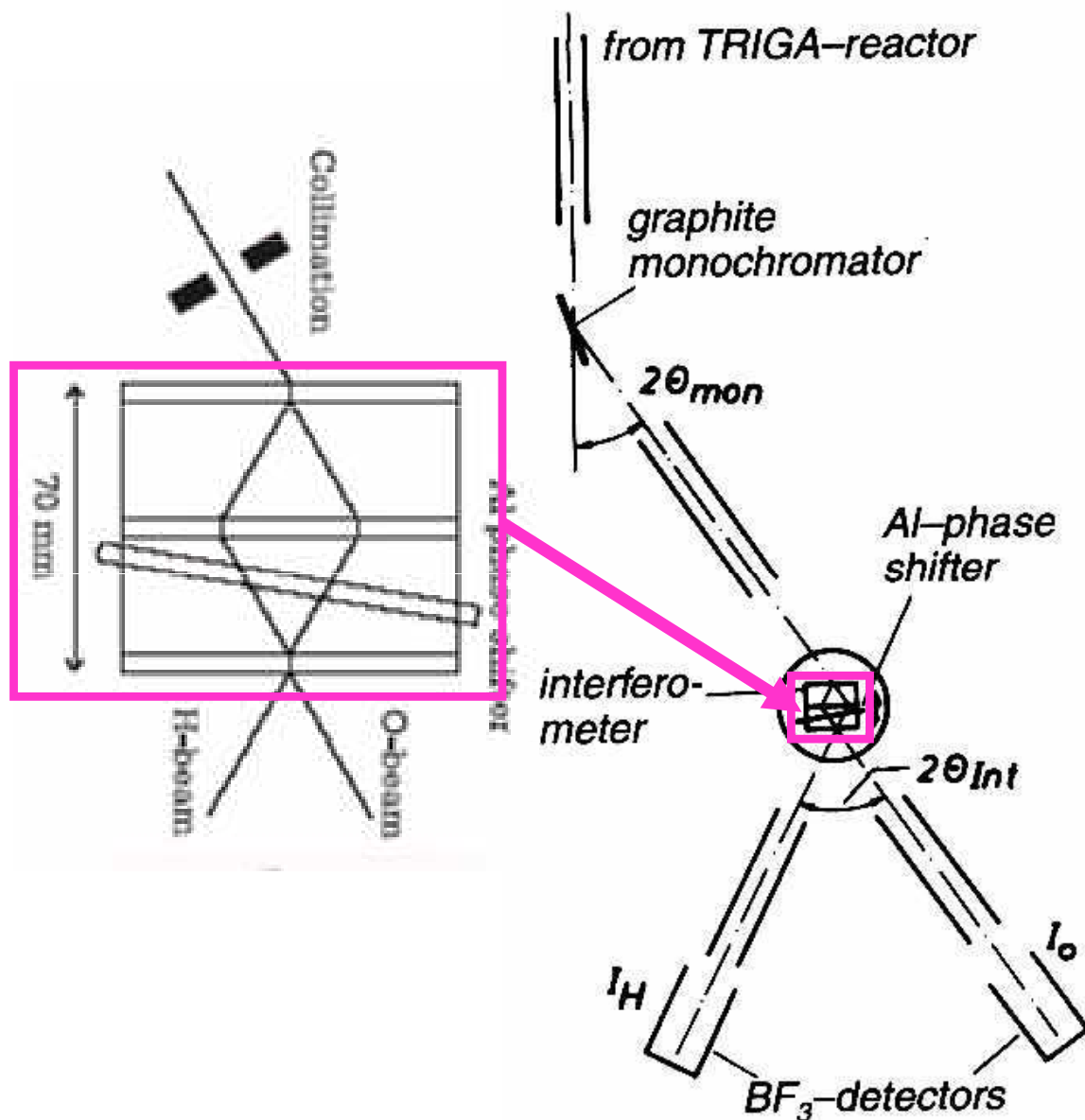
N. Bohr	W. Heisenberg
princip komplementarity	princip neurčitosti
částice	pozorovatelná poloha
vlna	pozorovatelná hybnost

KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	r
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	p
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	p
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	r

Celé zařízení

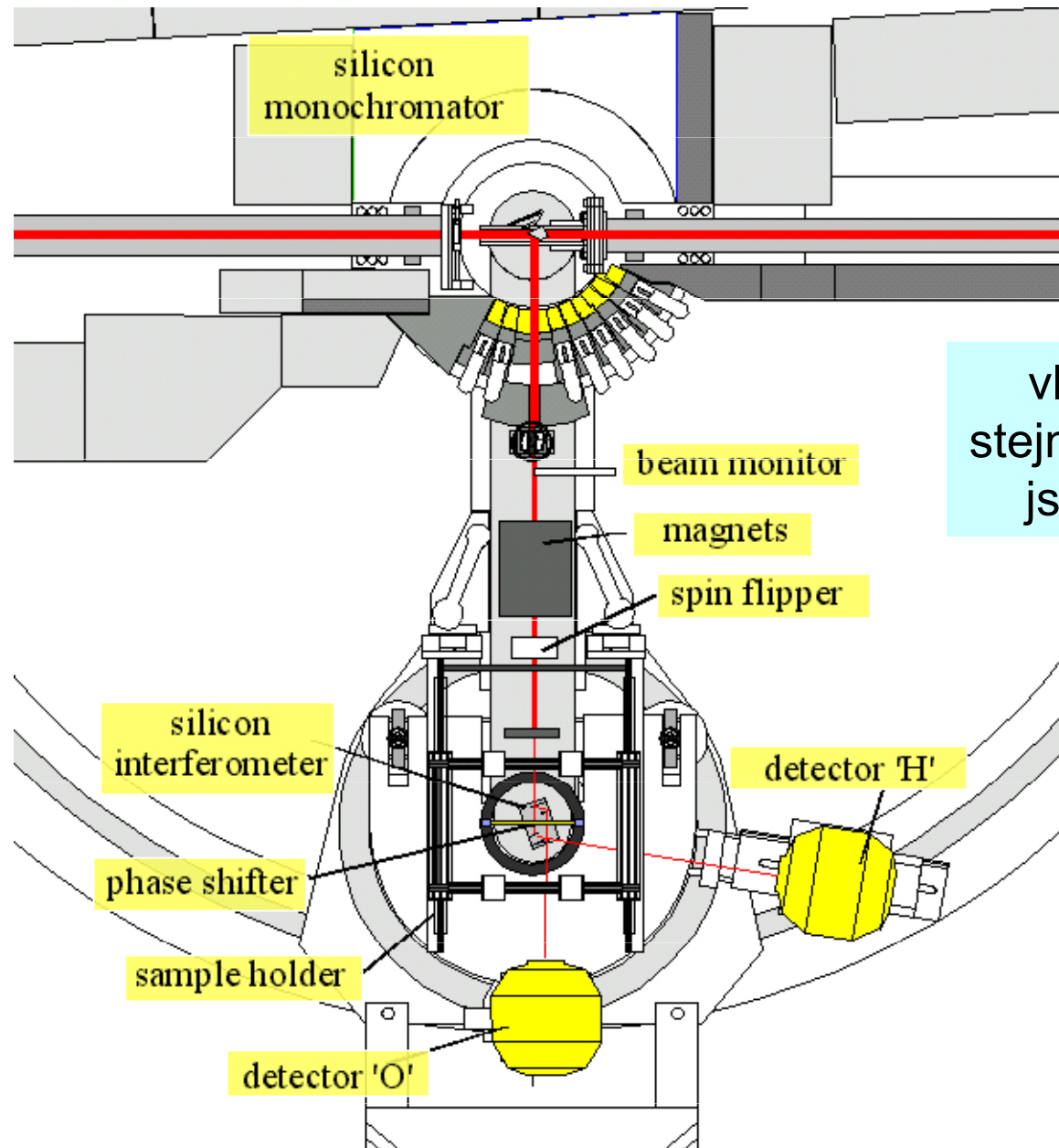
schema z r. 1974



KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

Současná verze instalovaná v ILL Grenoble



vlastně překvapivě
stejně, jenom parametry
jsou mnohem lepší

Kvantová gravimetrie

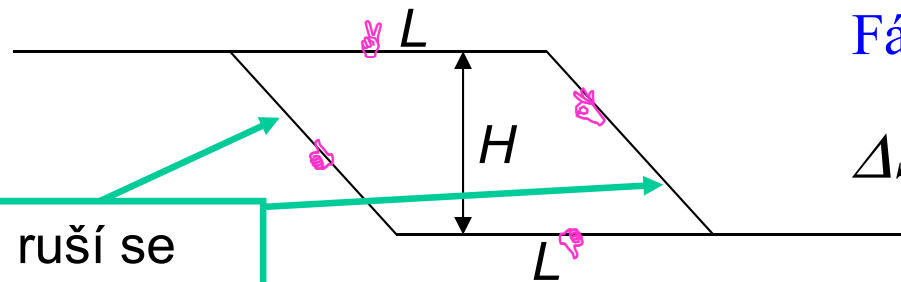
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\Delta S = k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s))$$

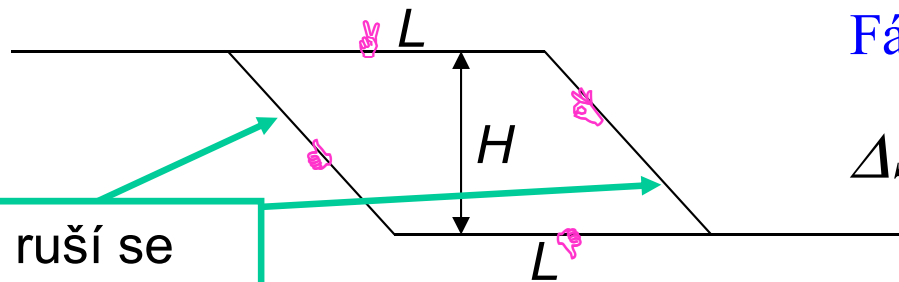
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se
navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

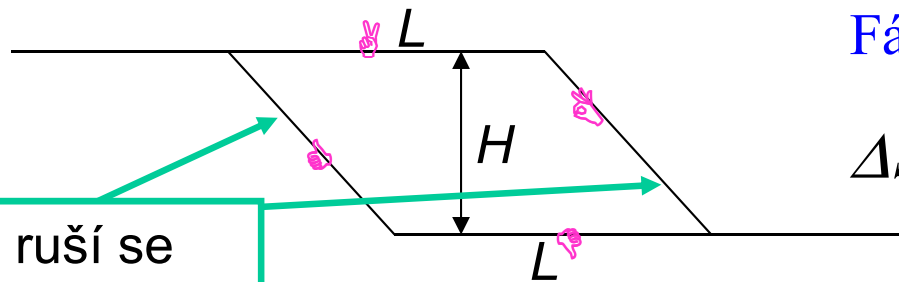
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$n(\mathbf{r}) = \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}} \approx 1 - \frac{V(\mathbf{r})}{2E}$$

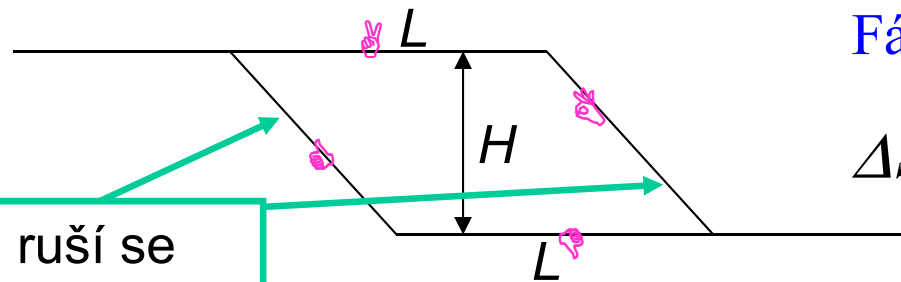
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$\Delta S = k_0 \times L \times mgH / 2E$$

$$= LH \times g \times 2\pi \times (m/h)^2 \times \lambda_0$$

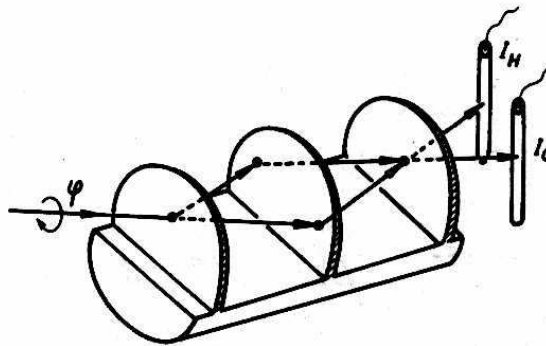
plocha
obemknutá
drahami

$$LH = LW \cdot \sin \varphi$$

měníme
natáčením

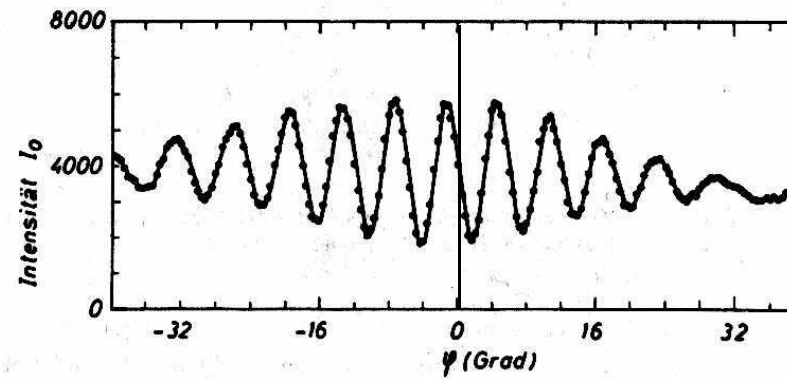
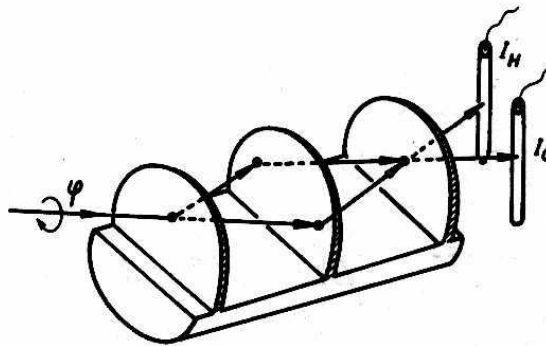
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



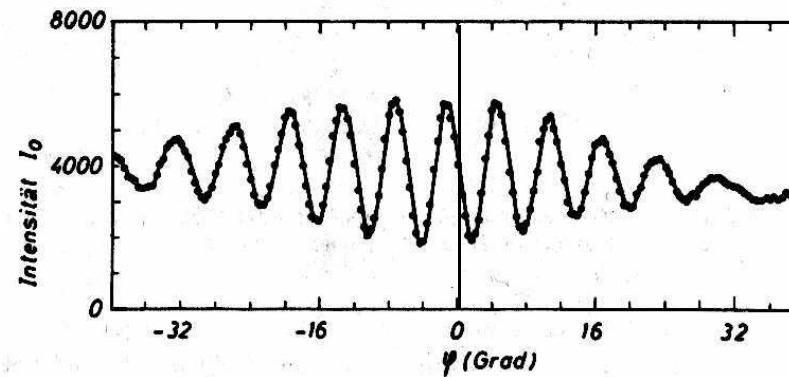
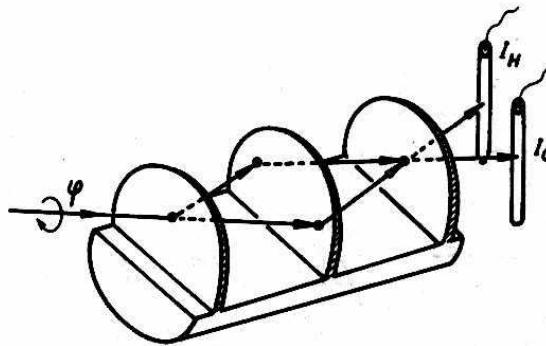
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

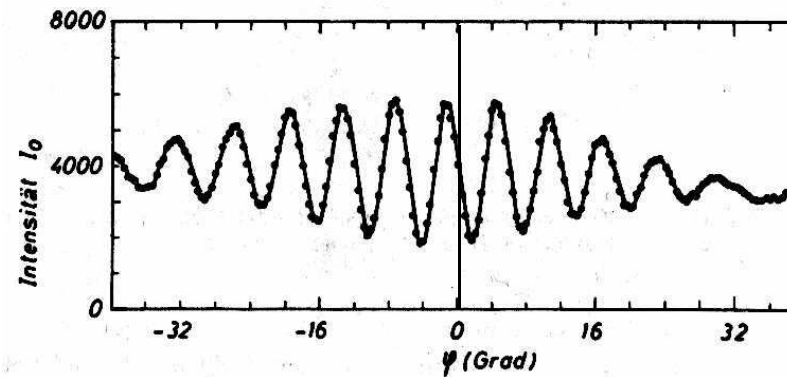
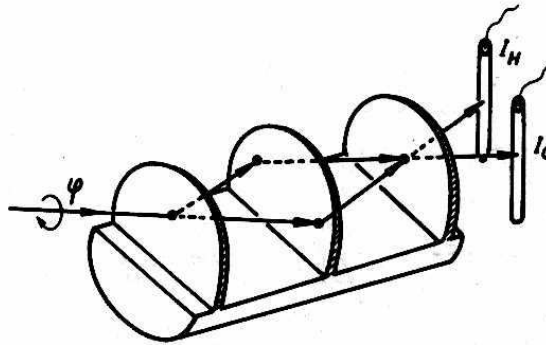
osa natáčení je
vodorovná



COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



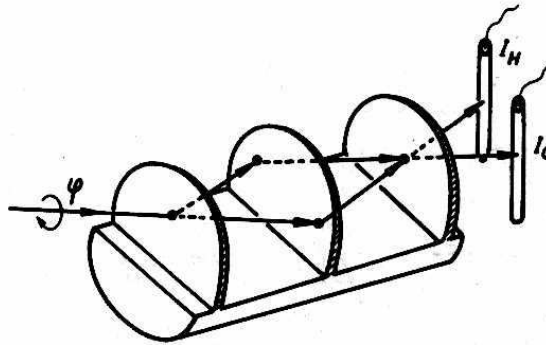
❶ nepravděpodobně
citlivé

$$\Delta\Phi = \pi \text{ pro } \varphi \approx 3^\circ$$
$$H \approx 35 \text{ mm} \times \sin(3^\circ)$$
$$\square 1,83 \text{ mm}$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

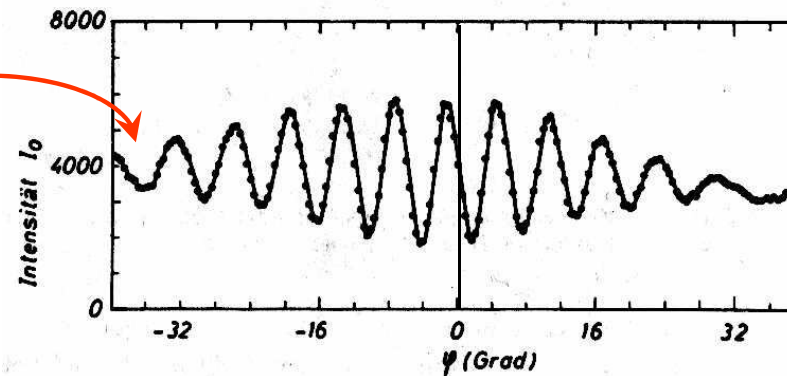
Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je
vodorovná



② kontrast brzo vymizí:
to neumíme vysvětlit jen
počítáním fázových
posuvů.

Příště úplnější teorie



① nepravděpodobně
citlivé

$$\Delta\Phi = \pi \quad \text{pro } \varphi \approx 3^\circ$$
$$H \approx 35 \text{ mm} \times \sin(3^\circ)$$
$$\square 1,83 \text{ mm}$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

$$LH \times g \times 2\pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda_0$$

Co s tím dál?

DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

m_i ... setrvačná hmotnost

m_g ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$+\Delta\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - m_g g z)\psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

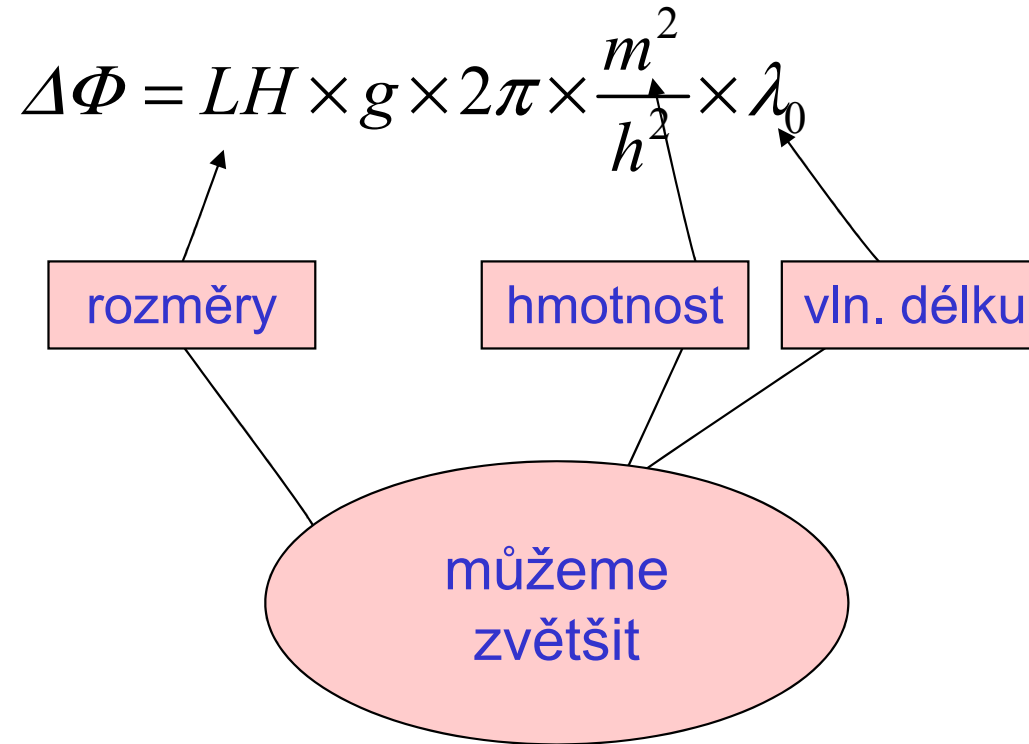
vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

$$LH \times g \times 2\pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda_0$$

s přesností měření

$$m_i = m_g$$

Zvýšení citlivosti

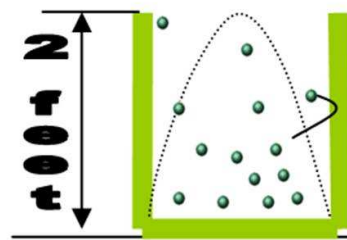


VELMI STUDENÉ NEUTRONY

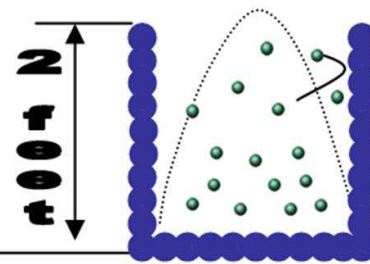
skleněné holografické mřížky
dráhy částic v interferometru
okolo 1metru

STUDENÉ ATOMY CESIA

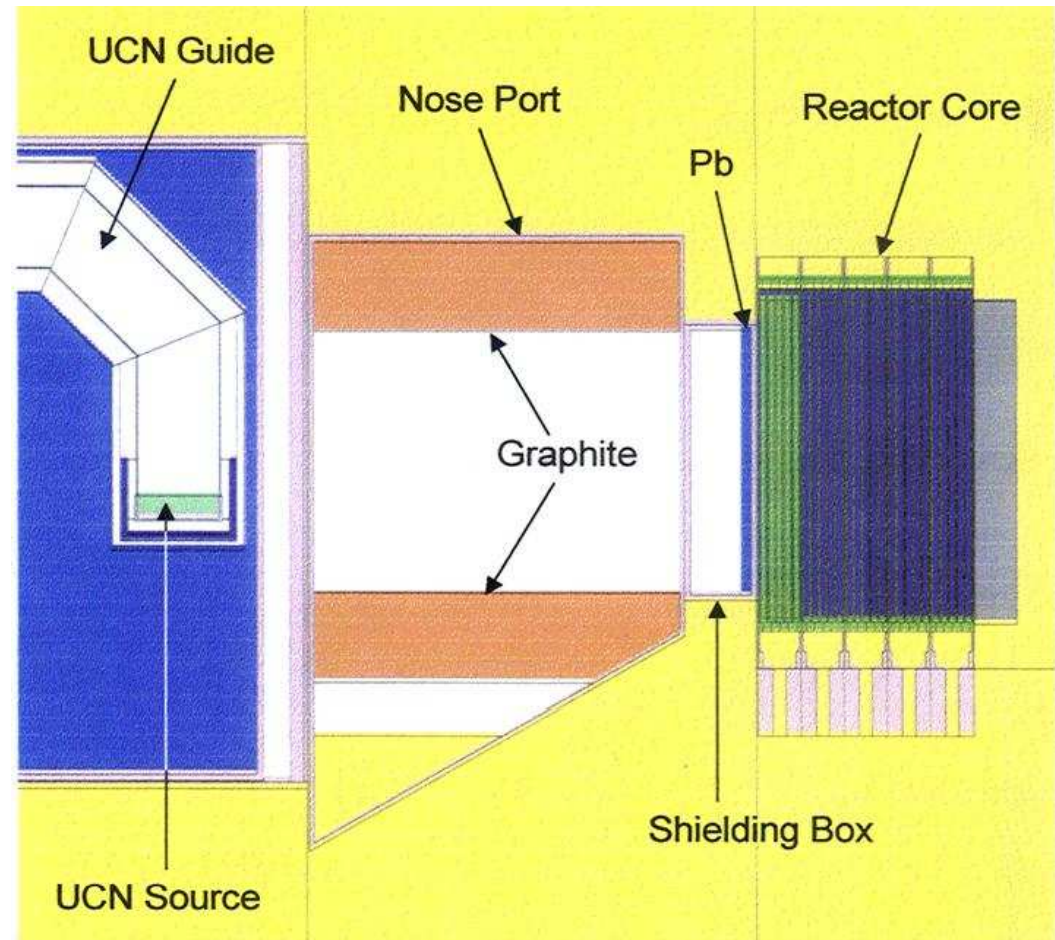
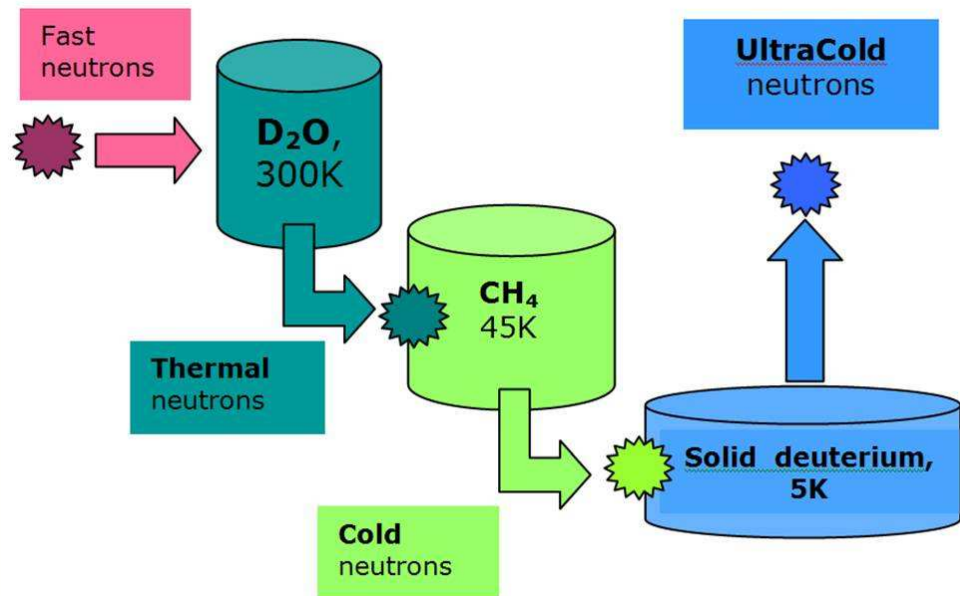
mřížky stojatých světelných vln
dráhy částic v interferometru
okolo 1metru

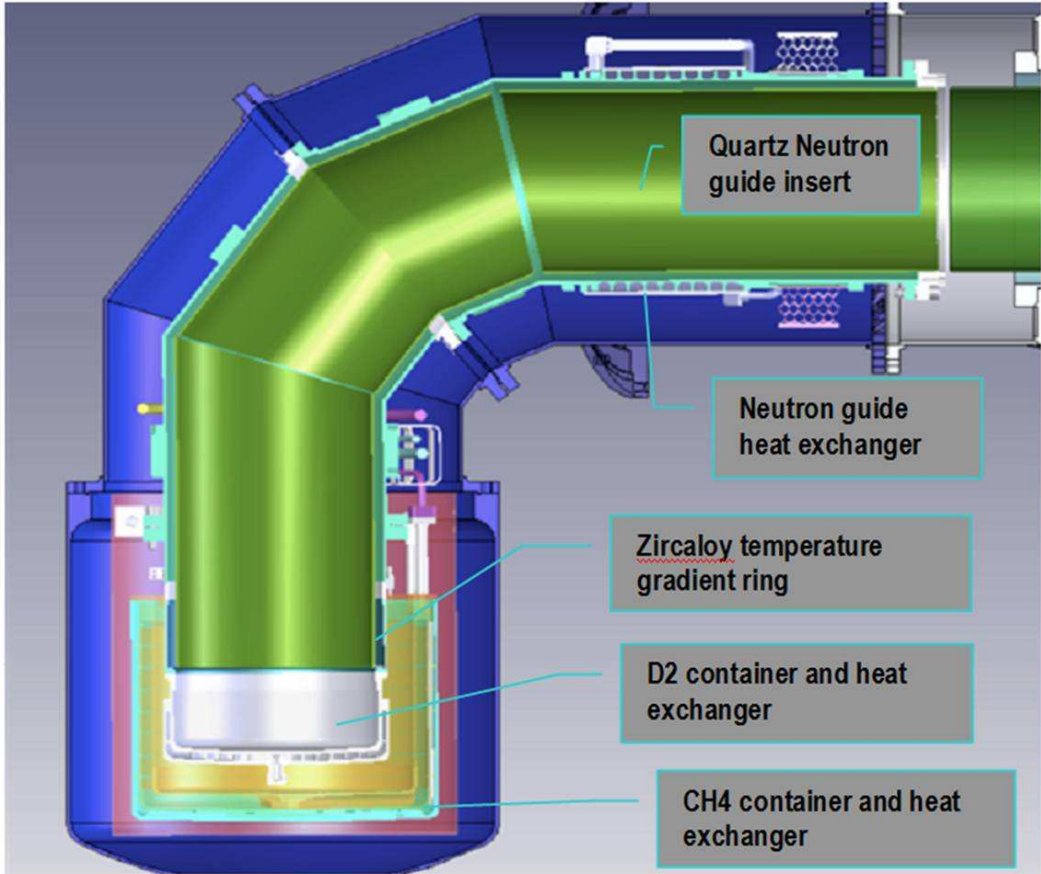


Material-gravity trap made of Aluminum



Magnetic-gravity trap, walls made of 1 Tesla magnets



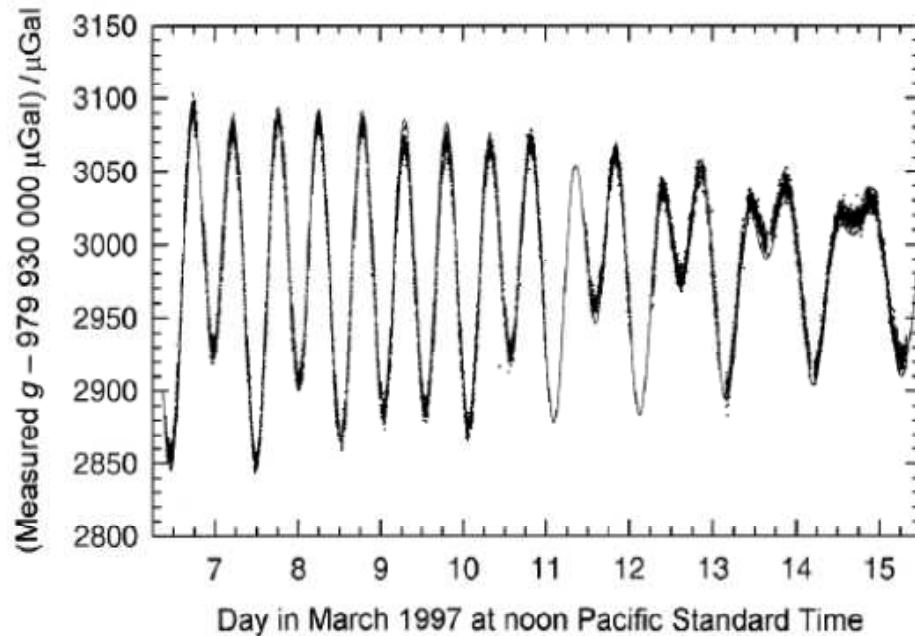


Gravimetrie s cesiovými atomy

$$g \approx 9.8 \text{ ms}^{-2} \leftrightarrow 9.8 \times 10^8 \mu\text{Gal}$$

Galileo

$$1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ ms}^{-2} \approx 10^{-9} g$$



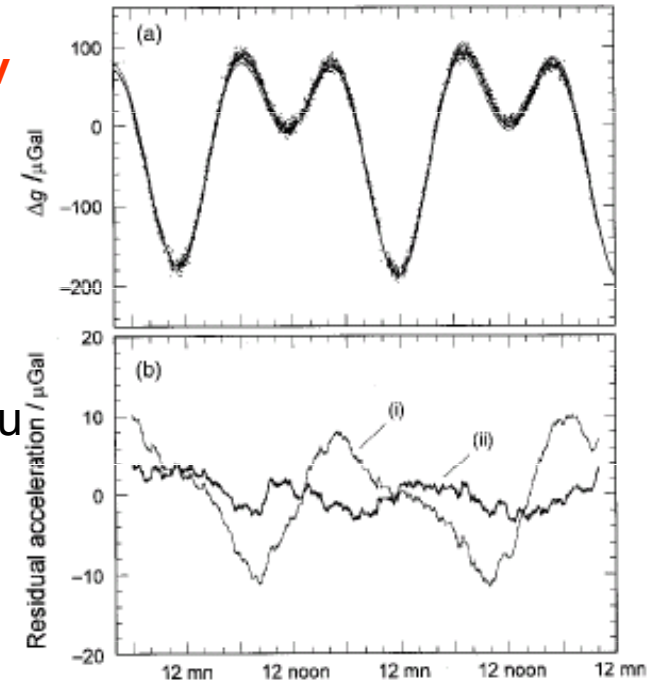
Stanford, California

slapové efekty v
zemské kůře

teoretický fit

I. bez vlivu oceánu

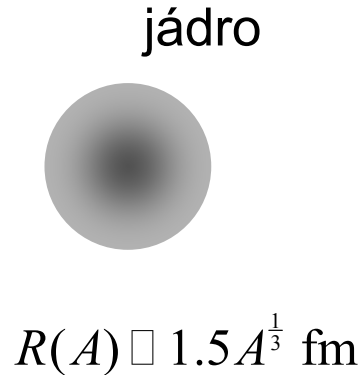
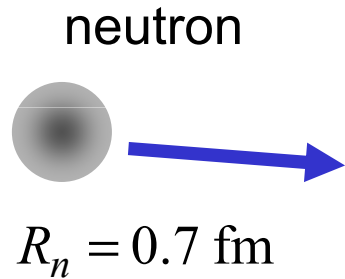
II. se započtením
vlivu oceánského
vzdutí



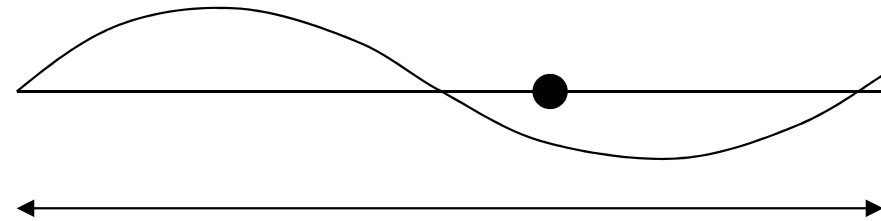
Object	Mass/kg	Distance/m	Gravity/ μGal	Gradient/ $\mu\text{Gal} \cdot \text{m}^{-1}$	Angle/degree	Gravity change/ μGal
Earth	6.0×10^{24}	6.4×10^6	9.8×10^8	308	0	9.8×10^8
Optical table	1000	1.5	3.0	4	0	3.0
Aluminium spacers	1	0.1	0.7	13	0	0.7
Experimental physicist (A. P.)	90	1.0	0.7	1.2	45	0.5
Loaded truck	40 000	10	2.7	0.5	45	2.0
Physics lecture hall (demolished)	2.0×10^6	50	5.0	0.2	90	0.0
Hole (excavated)	2.0×10^7	100	13.3	0.3	85	1.3

Šíření neutronů v nemagnetických látkách

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



$\lambda \approx 0.1 \text{ nm} \gg R$

$R(100) \approx 6$

experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

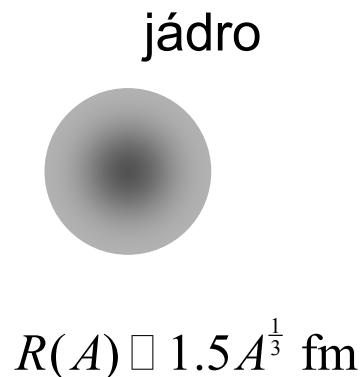
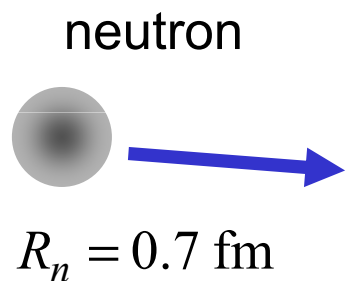
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

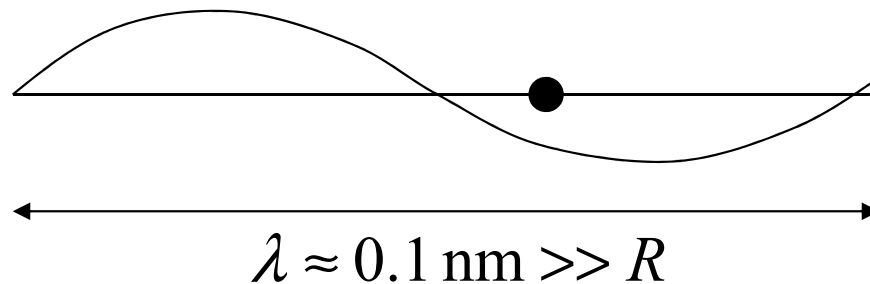
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2$ celkový účinný průřez

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

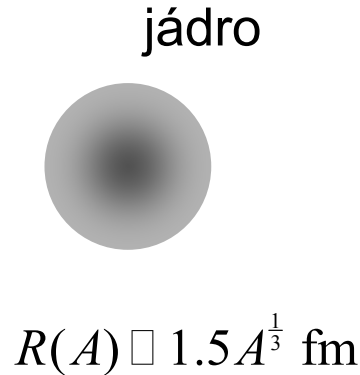
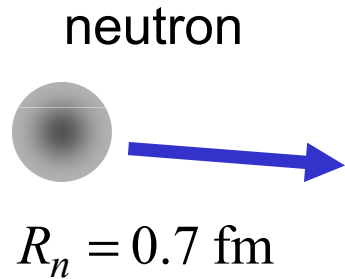
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

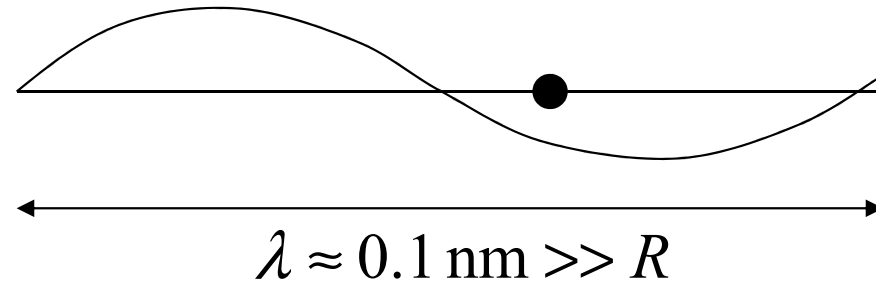
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \text{ celkový účinný průřez}$$

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

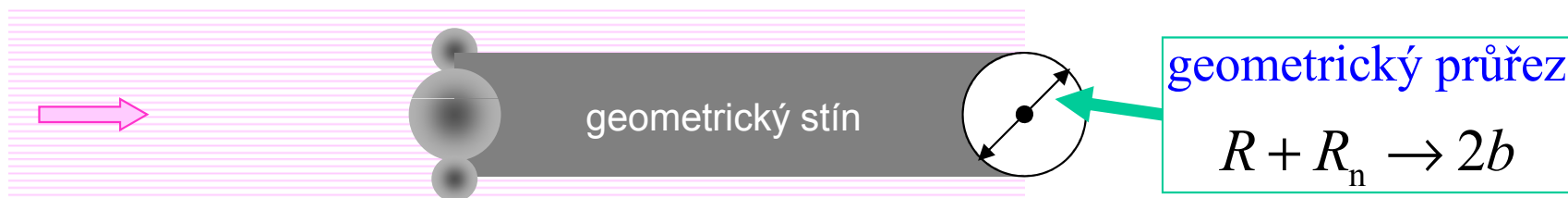
FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \text{ celkový účinný průřez}$$



Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty
pro
elastický rozptyl

Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty
pro
elastický rozptyl

Ukázka parametrů

barn [stodola] = 10^{-28} m²

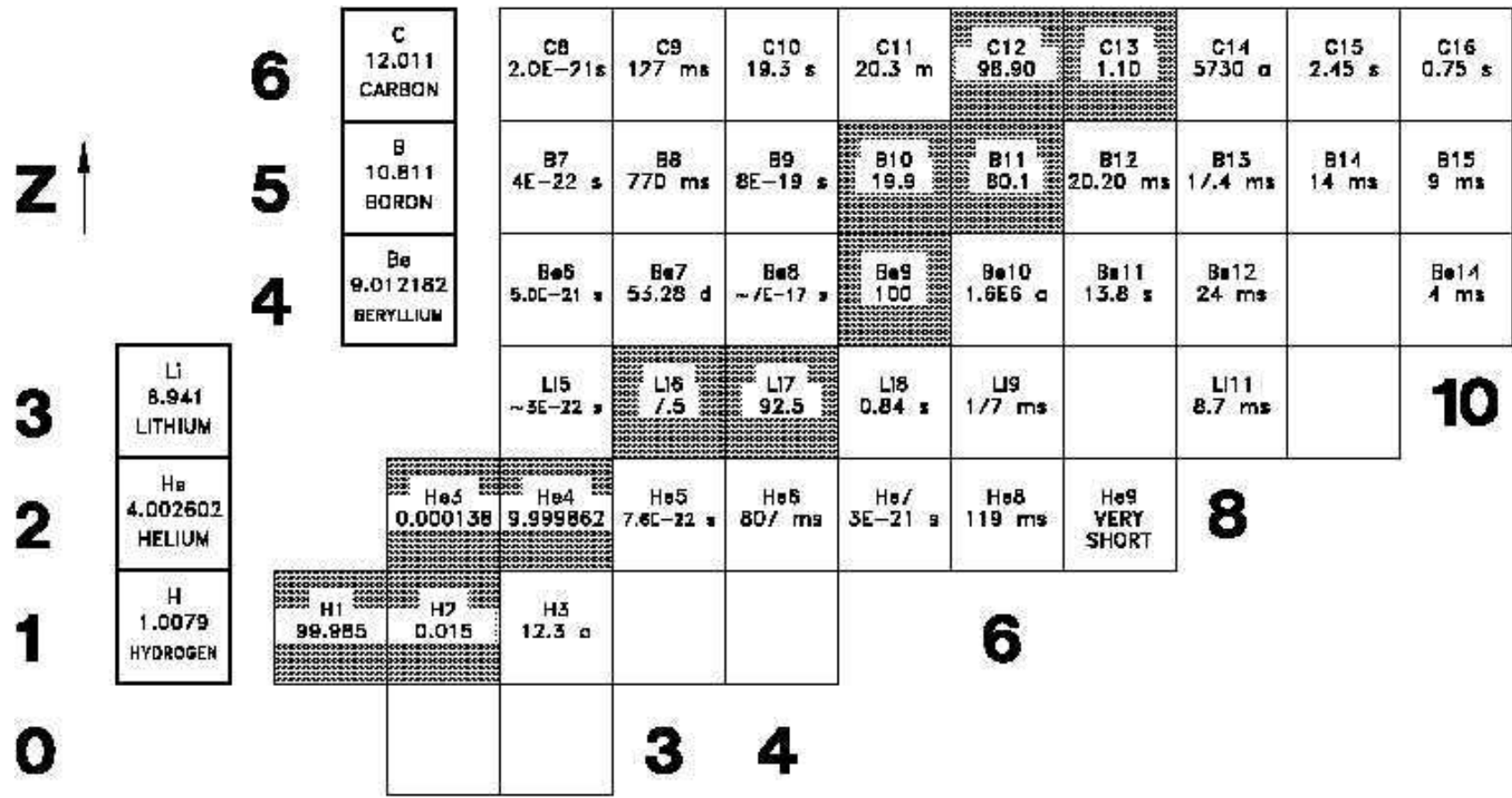
Element	Symbol	σ_{γ} [barn] capture	σ_t [barn] hydrogen	σ_{α} [barn] alpha	σ_a [barn] absorption	σ_s [barn] scattering	σ_f [barn] fission	σ_t [barn] total	Density [gm/cm ³]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
Silicon	14Si30	0.16				2.2		2.4	2.33
	14Si31	0.48							

bor absorbuje neutrony a emituje α částici; slouží k detekci neutronů

kadmium absorbuje neutrony a slouží k řízení reaktoru

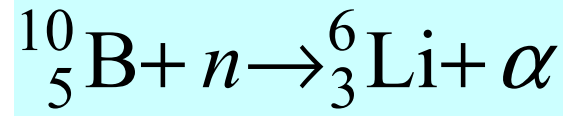
běžné hodnoty pro elastický rozptyl

Absorpční průřez přirozeného boru

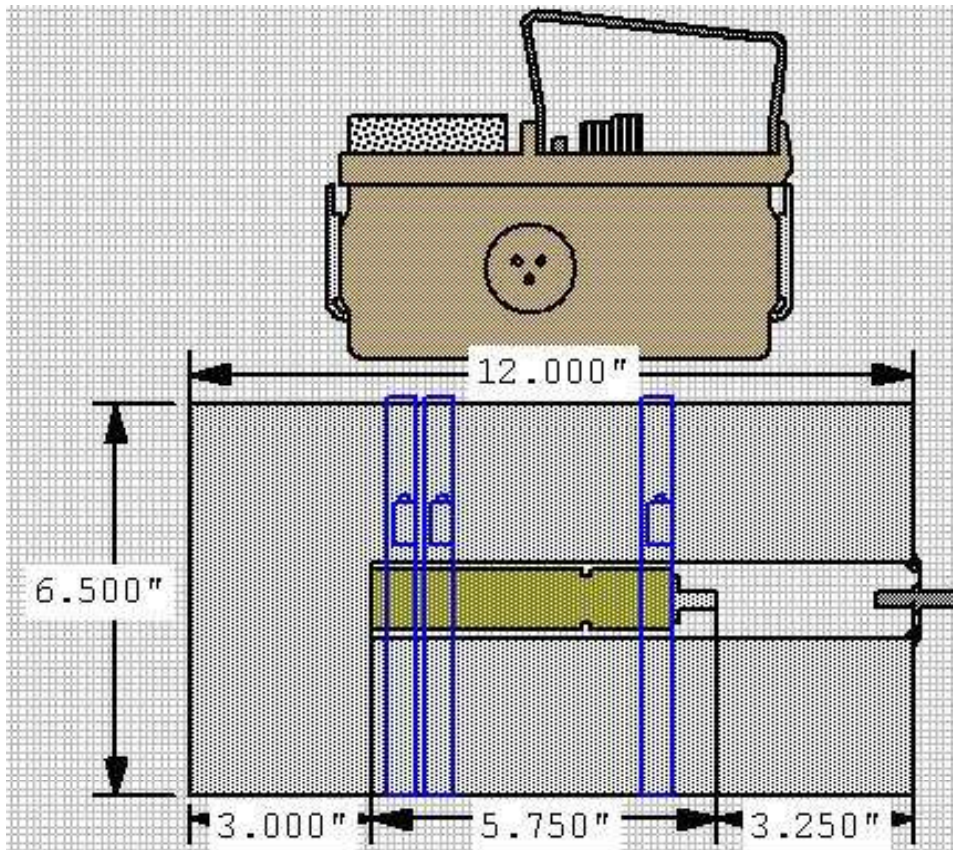


BF_3 detektor neutronů

reakce



náboj $2e$
normální detekce



Optický potenciál neutronů v nemagnetických látkách

Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

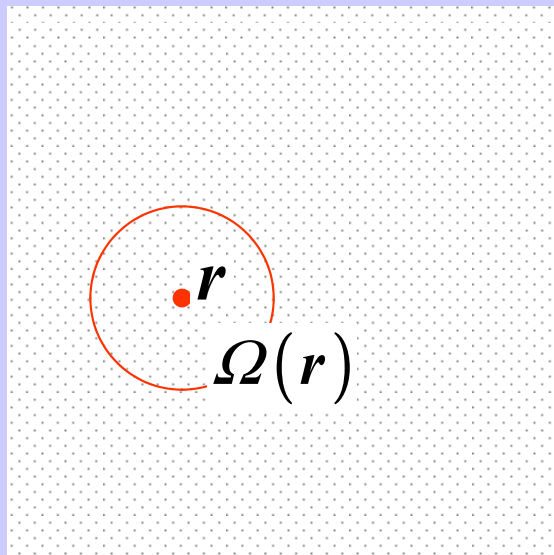
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

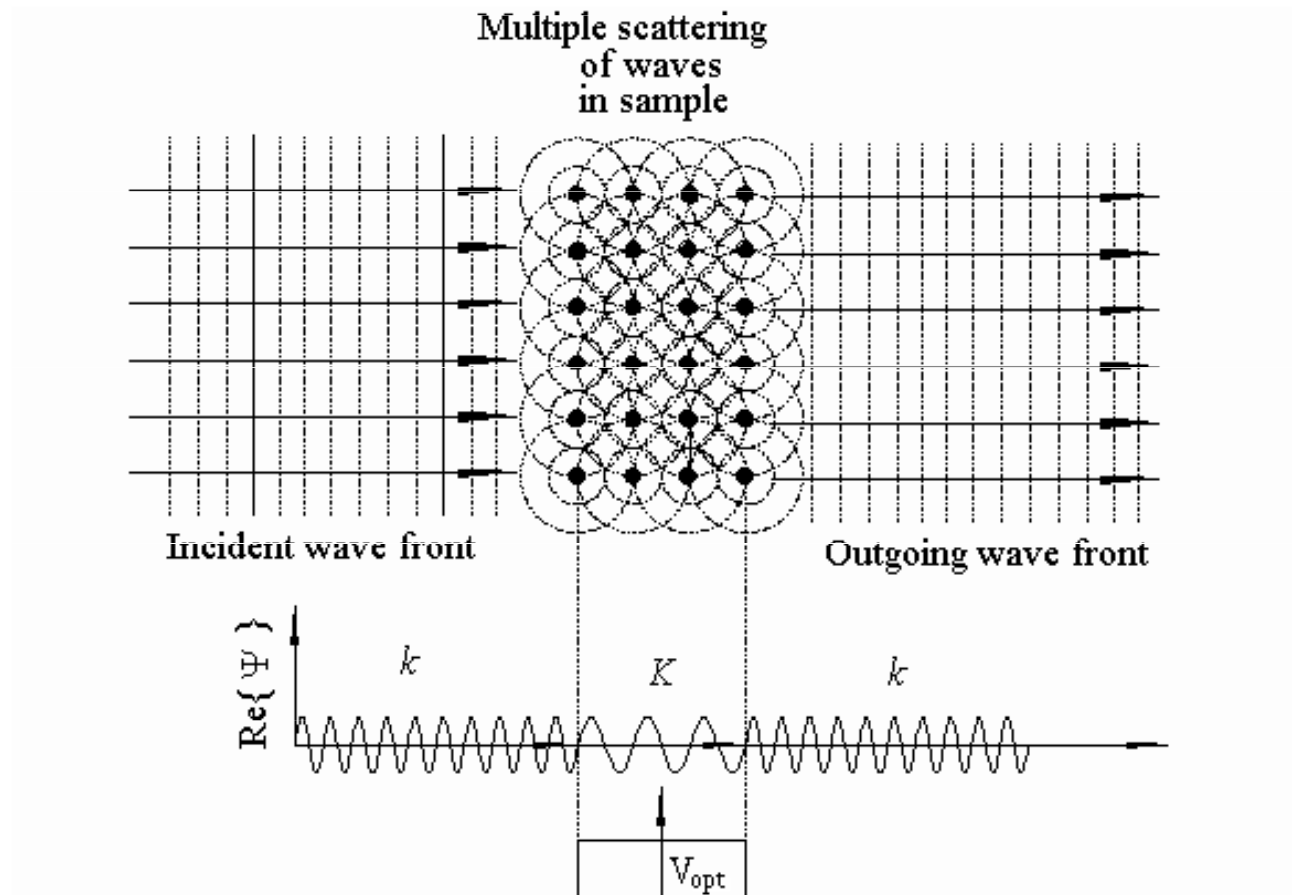
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL



$$\begin{aligned} V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} V(\bar{\mathbf{r}}) \\ &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} \sum_{\ell} \frac{2\pi\hbar^2}{m} b_{\ell} \delta(\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_{\ell}) \\ &= \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{r}_{\ell} \in \Omega(\mathbf{r})} b_{\ell} \equiv \frac{2\pi\hbar^2}{m} \bar{b}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

Ke vzniku označení "optický potenciál"



Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

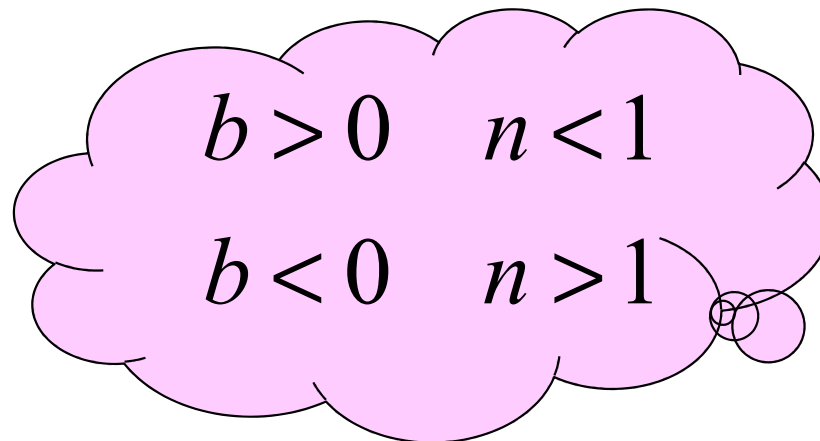
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$



Interferometrické měření rozptylových délek

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

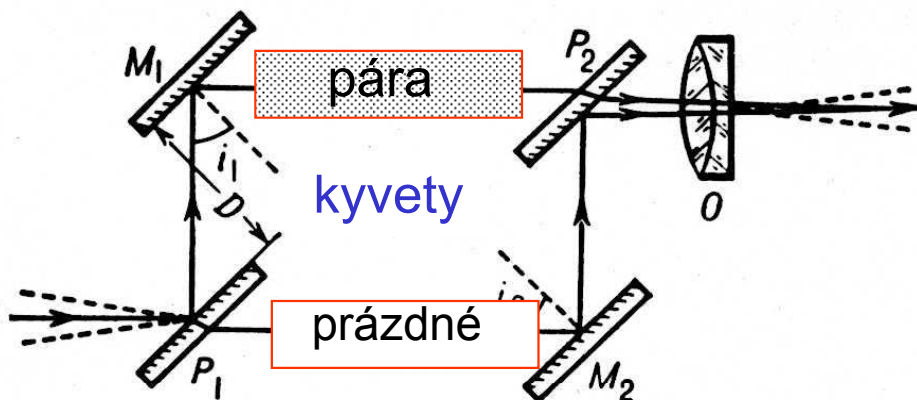
Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

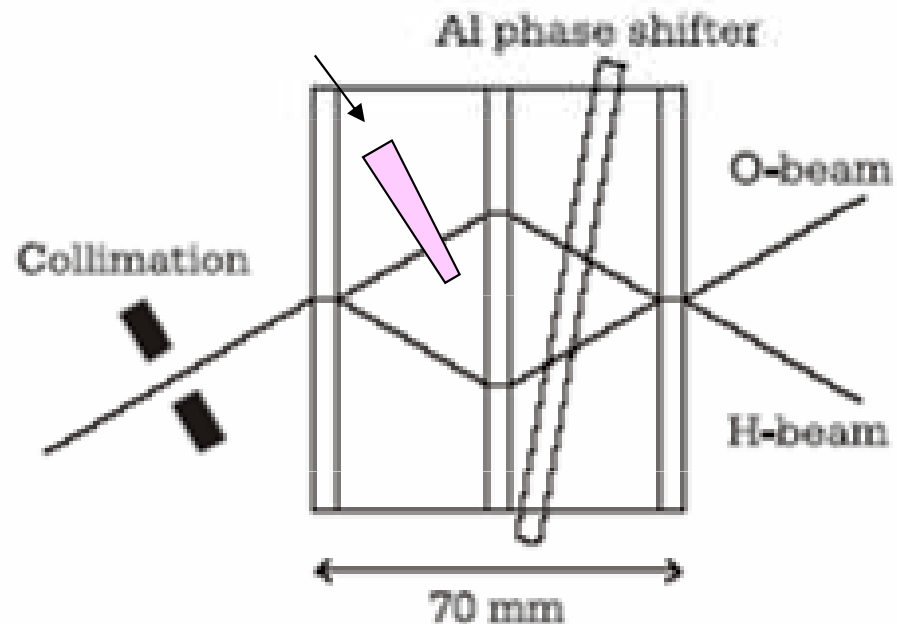
měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

mikroskopickou

délku b !!!



Roschdestwenski



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

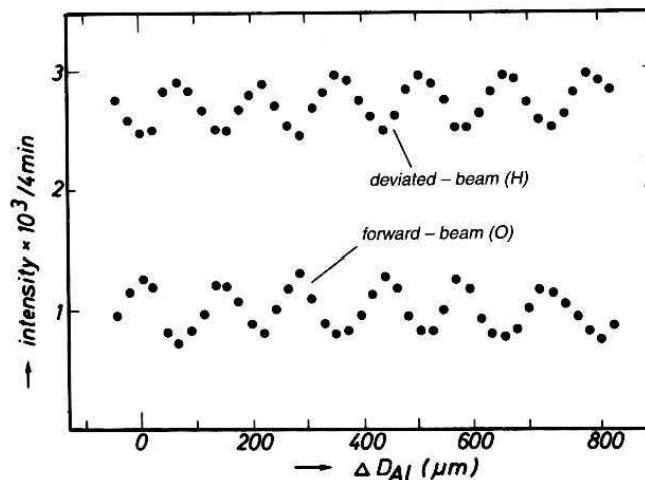
mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním
klínu z hliníku
narůstá dráhový
rozdíl



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

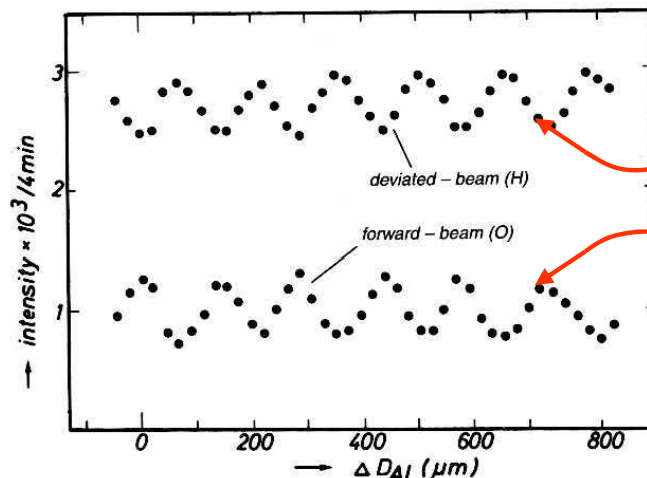
$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním klínu z hliníku narůstá dráhový rozdíl



$$I_{\text{TOT}} = I_{\text{O}} + I_{\text{H}} = \text{const.}$$

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

Ukázka skutečných hodnot

o.k.

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

UKÁZKA VÝPOČTU PRO HLINÍK

hustota $\rho = 2699 \text{ kg/m}^3$
 relativní atomová hmotnost $A = 27$

$$N = 1000 N_A \times \frac{\rho}{A} \approx 1000 \times 6.02 \times 10^{23} \times 2699 / 27 = 6.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} = 60.2 \text{ fm}^{-3} \quad \text{o.k.}$$

$$V_{\text{OPT}} = \frac{2 \times 3.14 \dots \times (1.055 \times 10^{-34})^2}{1.66 \times 10^{-27} \times 1.00866} \cdot 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 1.602 \times 10^{-19} = 5.41 \times 10^{-8} \text{ eV} \quad \text{o.k.}$$

$$1 - n = (10 \times 10^{-9})^2 \times 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 2 / 3.14 \dots = 3.30 \times 10^{-3} \quad \text{o.k.}$$

**Vyloučení justačních
(geometrických) chyb**

- přesouvání vzorku mezi oběma cestami
- natáčení po krocích ve sklonu a v azimutu

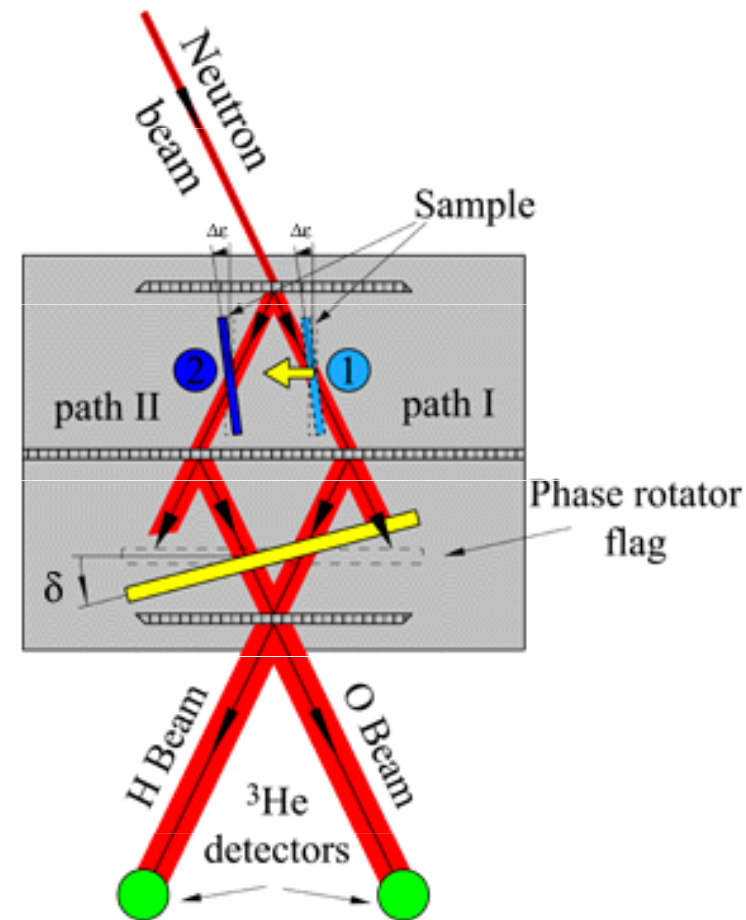
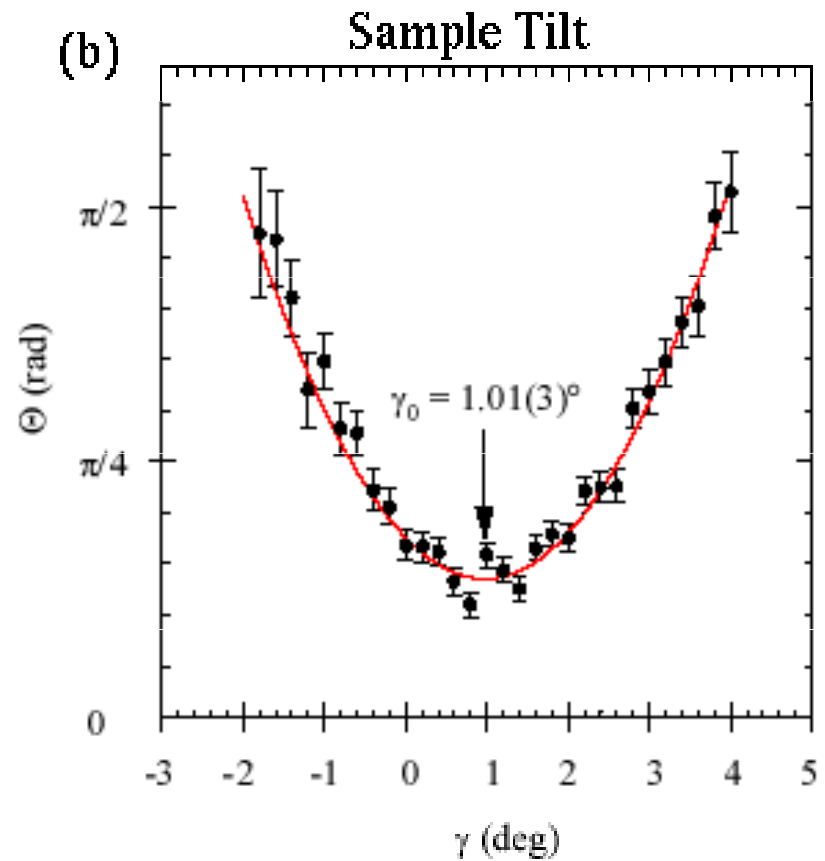
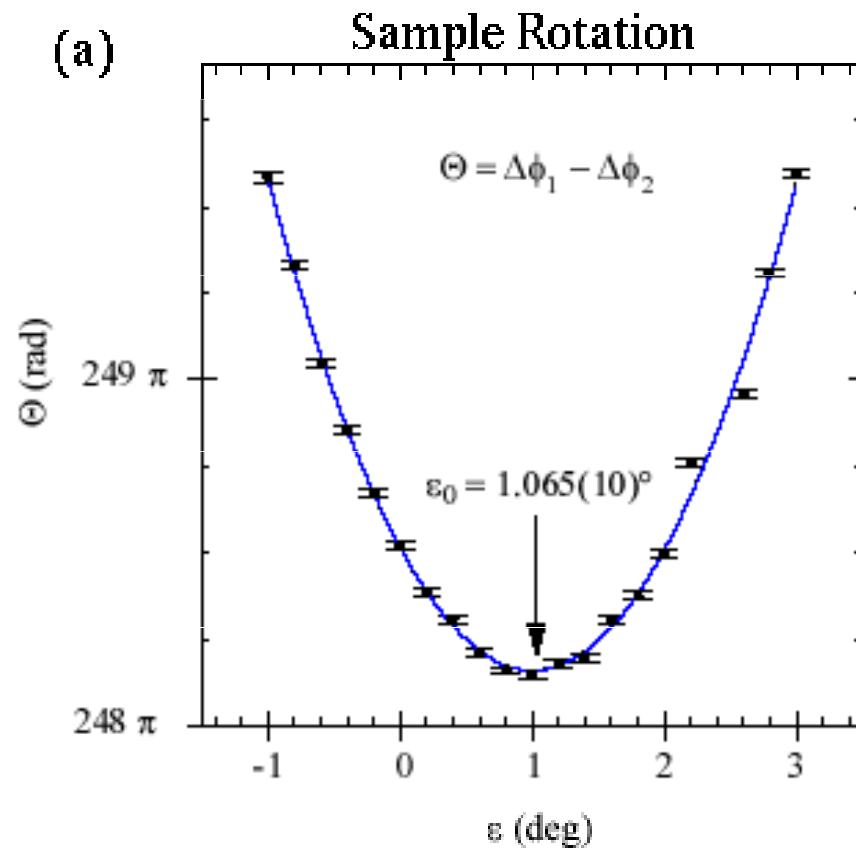


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

Vyloučení geometrických chyb



Moderní přesné měření (NIST)

Moderní přesné měření

v NIST

údaje pro křemík

$$b_{\text{new}} = 4.1507(2) \text{ fm}$$

$$b_{\text{accepted}} = 4.1490(10) \text{ fm}$$

Uncertainty level is at **0.005%**,
an improvement of a factor of 5
over previous best measurement
[C.G. Shull and J.A. Oberteuffer,
Phys. Rev. Lett. **29**, 867 (1972);
also C.G. Shull,
Phys. Rev. Lett. **21**, 1585 (1968)].

Sources of uncertainty:

1. Variations in the thickness D
amounting to **0.005 %**.
2. Statistical **0.001 %**.
3. Alignment **0.0002 %**.
4. Density **0.0001 %**.

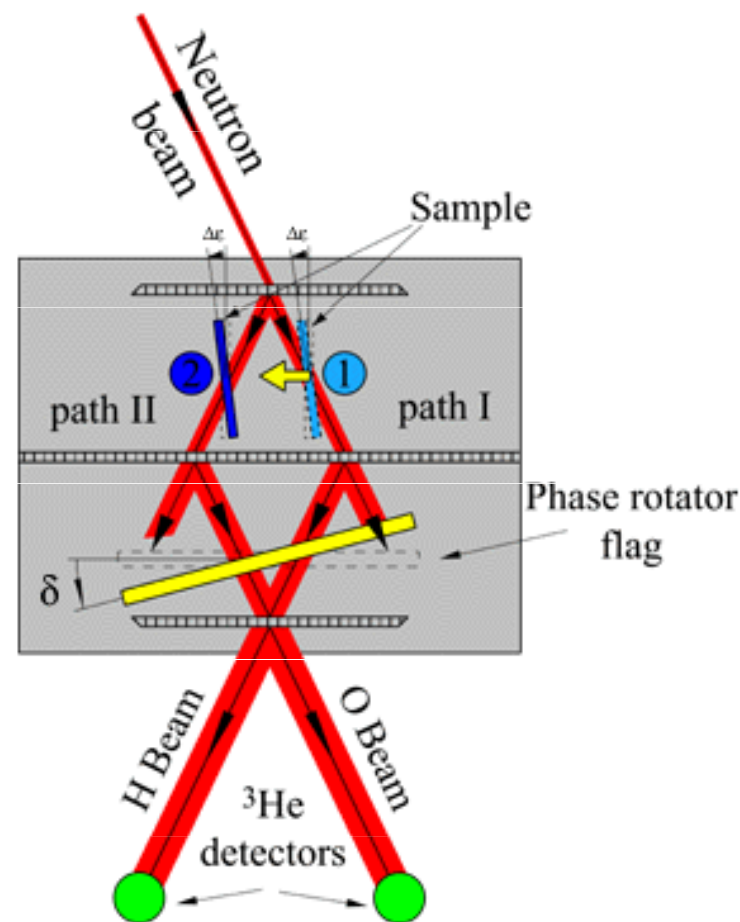


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

The end