

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011 - 2012

VI.
Neutronová interferometrie
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 11. DUBNA 2012

Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- budeme sledovat komplementaritu částice – vlna
- nejprve kvalitativní pohled na
de Broglieho/Schrödingerovy vlny
- pak něco o neutronech
- neutronová interference – mezi nejkrásnějšími
pokusy s vlnovými vlastnostmi částic
- teoretický přístup fyzikální optiky – analogický teorii
optického Machova-Zehnderova interferometru

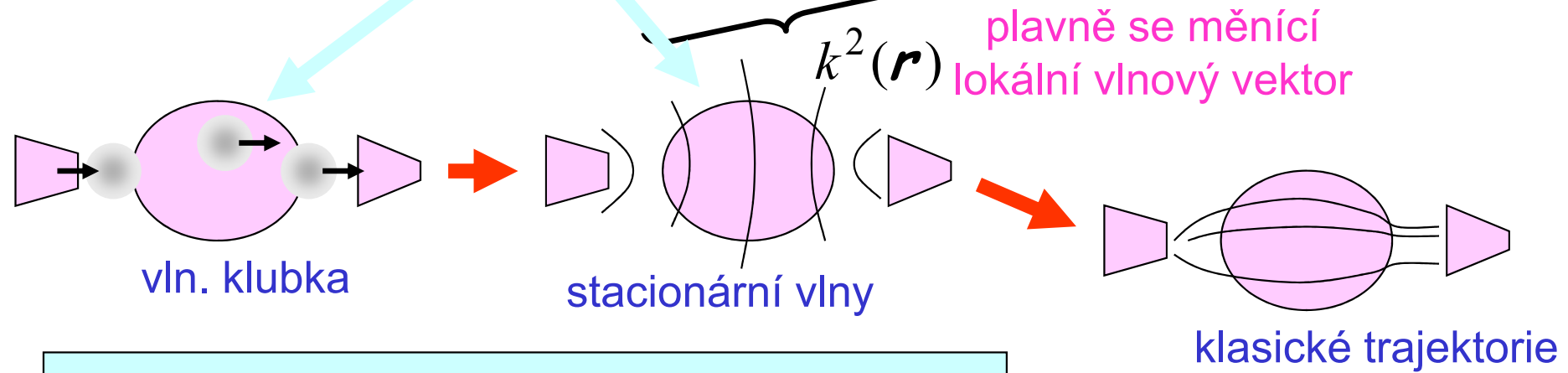
Schrödingerovy vlny

25 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

INDEX LOMU

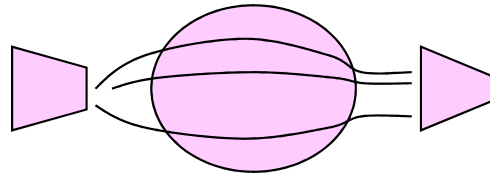
$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...
obvyklý způsob interpretace experimentů



klasické trajektorie

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \int ds \cdot \hbar k(\mathbf{r}(s))$$

Kvantová gravimetrie

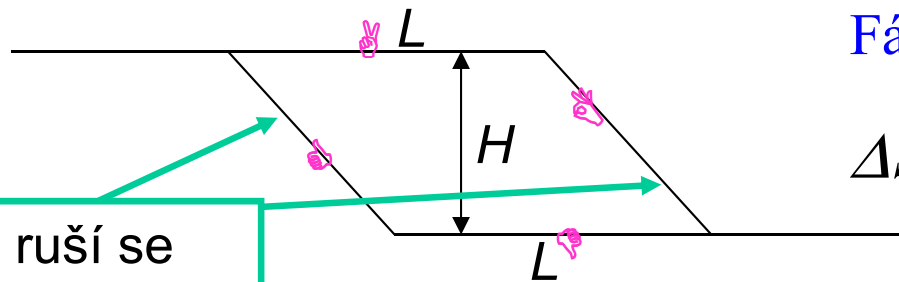
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se
navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\Delta S = k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s))$$

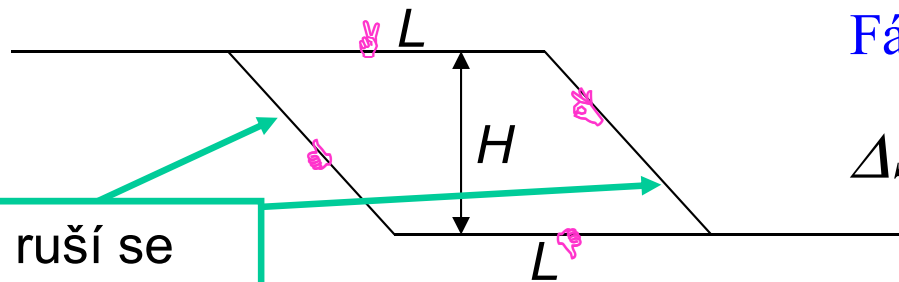
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

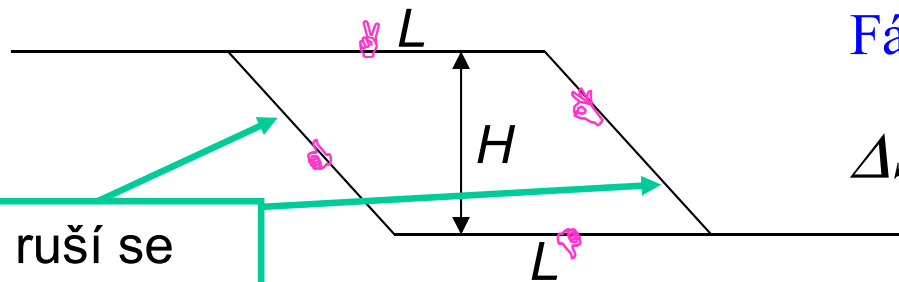
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$n(\mathbf{r}) = \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}} \approx 1 - \frac{V(\mathbf{r})}{2E}$$

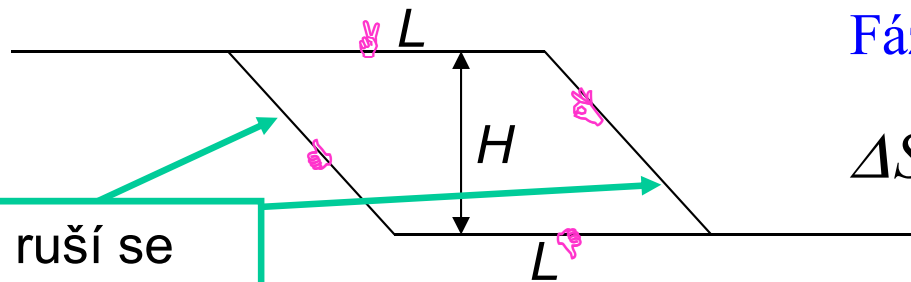
Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-27} \times 10 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^{-8} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se navzájem

Fázový rozdíl $\Delta\Phi = \Delta S / \hbar$

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_0 \left\{ \int_A + \int_B - \int_C - \int_D \right\} ds \cdot n(\mathbf{r}(s)) \\ &= k_0 \left\{ \int_A - \int_D \right\} ds \cdot [-V(\mathbf{r}(s))] / 2E \end{aligned}$$

$$\Delta S = k_0 \times L \times mgH / 2E$$

$$= LH \times g \times 2\pi \times (m/h)^2 \times \lambda_0$$

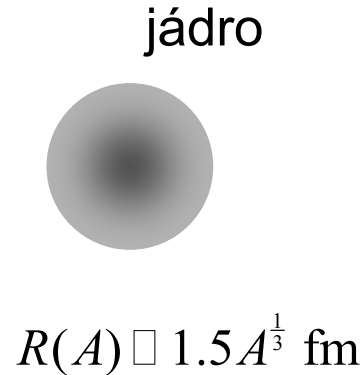
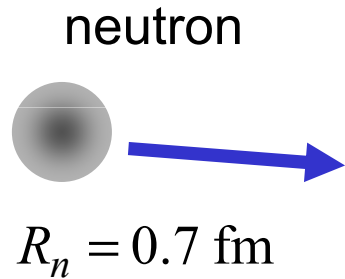
plocha obemknutá drahami

$$LH = LW \cdot \sin \varphi$$

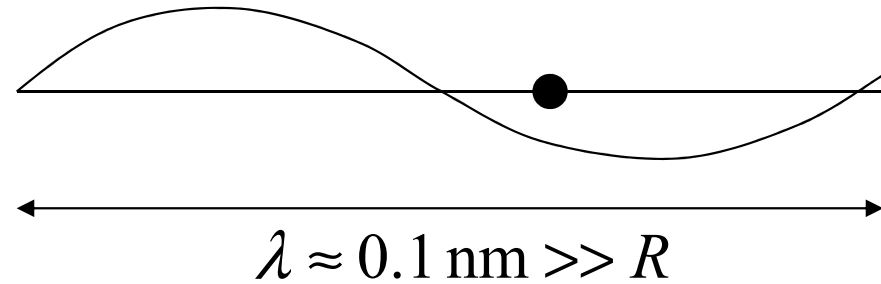
měníme natáčením

Šíření neutronů v nemagnetických látkách

Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

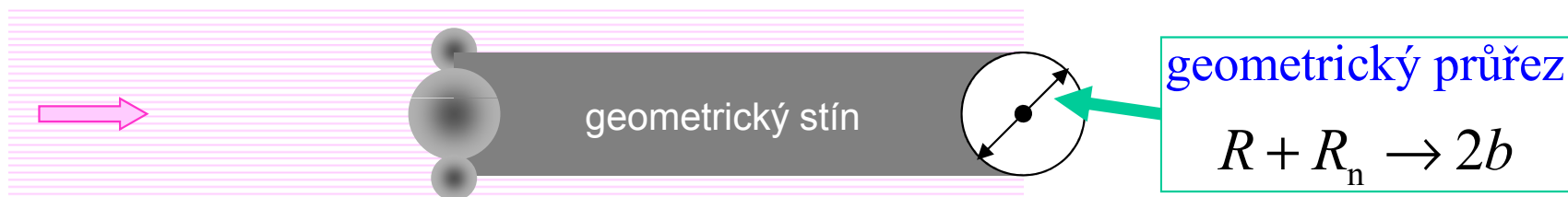
FERMIHO
PSEUDOPOTENCIÁL

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka
z experimentu

Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \text{ celkový účinný průřez}$$



Optický potenciál neutronů v nemagnetických látkách

Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

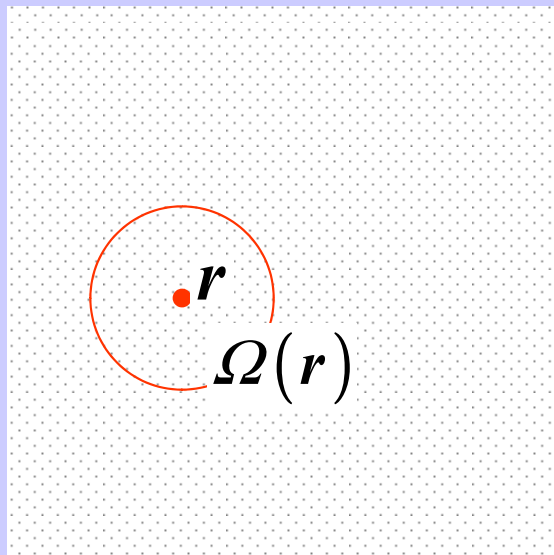
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

hustota
atomů

polohy
jednotlivých
atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu
potenciální energie

OPTICKÝ POTENCIÁL



$$\begin{aligned} V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} V(\bar{\mathbf{r}}) \\ &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega(\mathbf{r})} d^3 \bar{\mathbf{r}} \sum_{\ell} \frac{2\pi\hbar^2}{m} b_{\ell} \delta(\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_{\ell}) \\ &= \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{r}_{\ell} \in \Omega(\mathbf{r})} b_{\ell} \equiv \frac{2\pi\hbar^2}{m} \bar{b}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v \mathcal{PL}

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

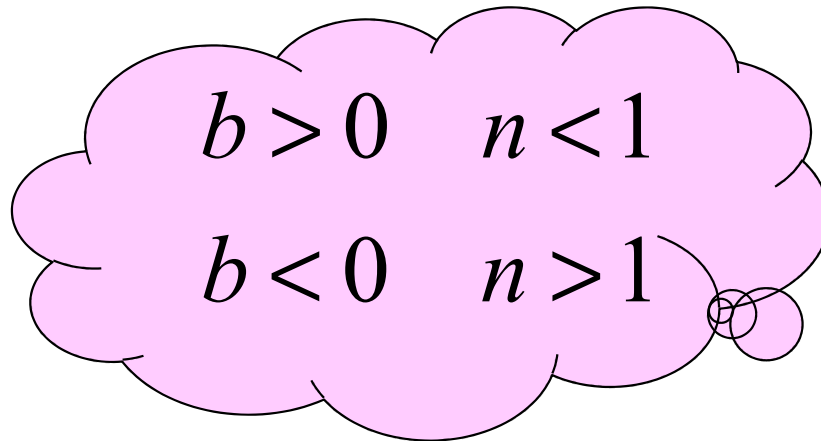
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$



Interferometrické měření rozptylových délek

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

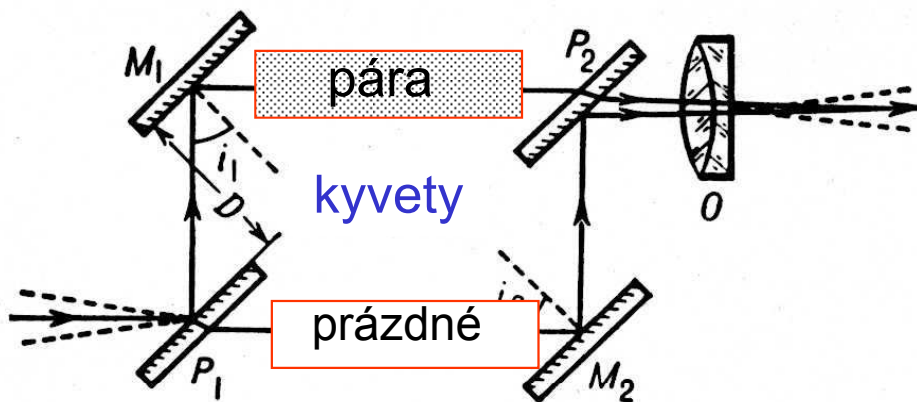
makroskopickým

Interferenčním

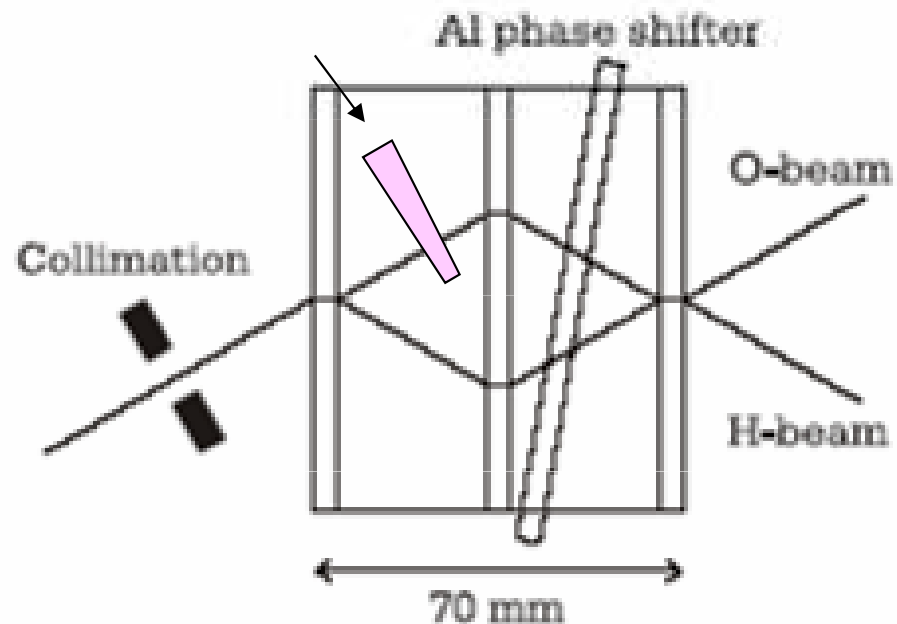
měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

mikroskopickou

délku b !!!



Roschdestwenski



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku \rightarrow efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

Interferenčním

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

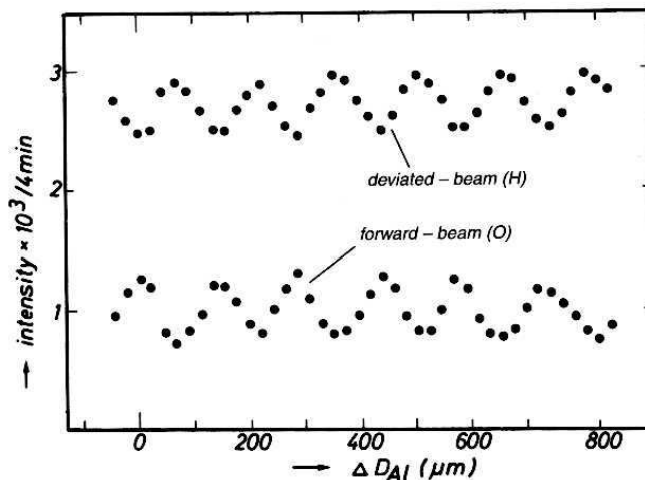
mikroskopickou

délku b !!!

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním
klínu z hliníku
narůstá dráhový
rozdíl



Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku → efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

makroskopickým

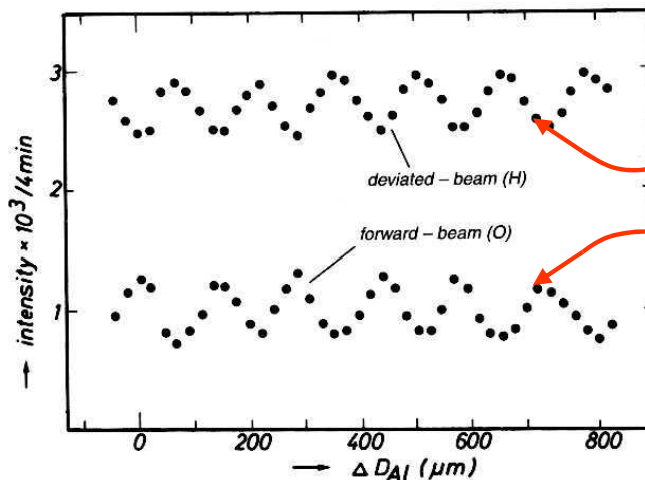
$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

mikroskopickou

Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku b !!!

PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním klínu z hliníku narůstá dráhový rozdíl



$$I_{\text{TOT}} = I_{\text{O}} + I_{\text{H}} = \text{const.}$$

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

Ukázka skutečných hodnot

o.k.

2.2 Neutron optics

7

Material	N (nm^{-3})	\bar{b} (fm)	V_{op} (10^{-7}eV)	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO ₂ (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for $\lambda = 10$ nm. Source: Koester et al. (1991).

UKÁZKA VÝPOČTU PRO HLINÍK

hustota $\rho = 2699 \text{ kg/m}^3$
 relativní atomová hmotnost $A = 27$

$$N = 1000 N_A \times \frac{\rho}{A} \approx 1000 \times 6.02 \times 10^{23} \times 2699 / 27 = 6.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} = 60.2 \text{ fm}^{-3} \quad \text{o.k.}$$

$$V_{\text{OPT}} = \frac{2 \times 3.14 \dots \times (1.055 \times 10^{-34})^2}{1.66 \times 10^{-27} \times 1.00866} \cdot 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 1.602 \times 10^{-19} = 5.41 \times 10^{-8} \text{ eV} \quad \text{o.k.}$$

$$1 - n = (10 \times 10^{-9})^2 \times 3.449 \times 10^{-15} \times 6.02 \times 10^{28} / 2 / 3.14 \dots = 3.30 \times 10^{-3} \quad \text{o.k.}$$

The end