F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav

letní semestr 2011 - 2012

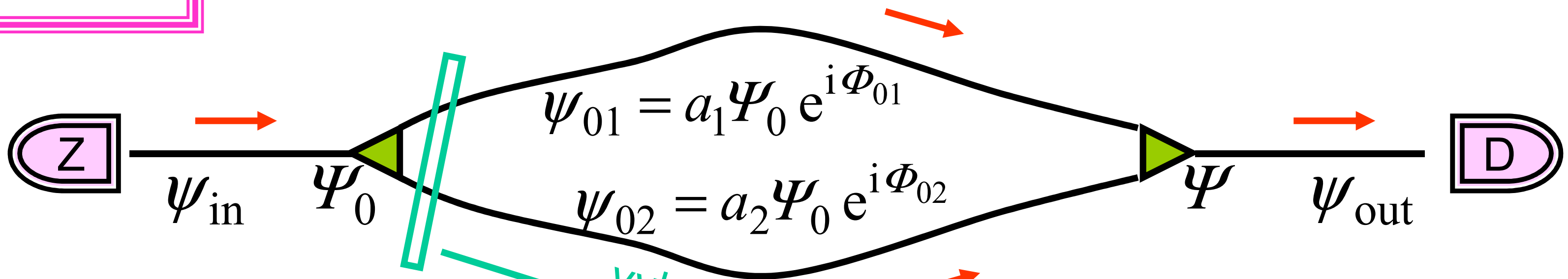
VII.
Neutronová interferometrie II.
cvičení

KOTLÁŘSKÁ 18. DUBNA 2012

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

Obecné schema interferometru

prázdný interferometr



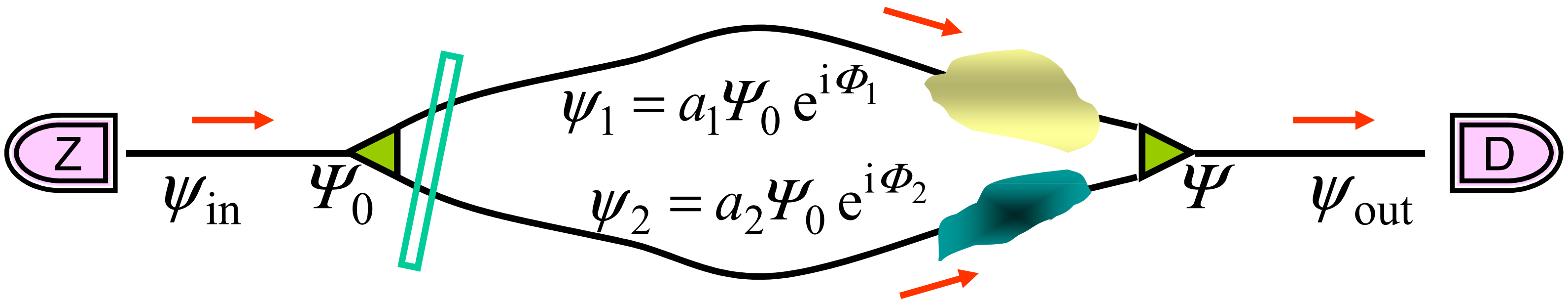
$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$	ostatní je ve fázi
$a_1^2 + a_2^2 = 1$	zachování toku

vykompensováno

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0\, e^{i\Phi_{01}}$$

$$\Phi_{01} = \Phi_{02}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem



$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = (a_1\, e^{i\Phi_1} + a_2\, e^{i\Phi_2})\Psi_0 =$$

$$\boxed{\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi}$$

$$e^{i(\Phi_1+\Phi_2)/2}\, \Psi_0 (a_1\, e^{+i(\Phi_1-\Phi_2)/2} + a_2\, e^{-i(\Phi_1-\Phi_2)/2})$$

Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \qquad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 \,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) \quad = I_{max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\Phi_1+\Phi_2)/2}\,\Psi_0(a_1\,\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\Phi/2} + a_2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta\Phi/2})$$

$$\boxed{I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos\Delta\Phi)}$$

$$-1 \leq \cos\Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{min} \leq I \leq I_{max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \qquad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

$$V = 2a_1a_2$$

$$\boxed{I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + V \cdot \cos\Delta\Phi)}$$

DNES ZÁKLADNÍ FORMULE

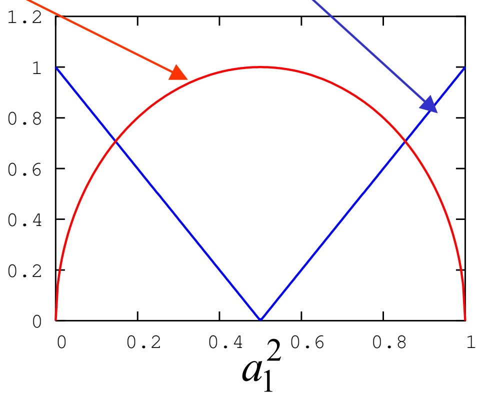
kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

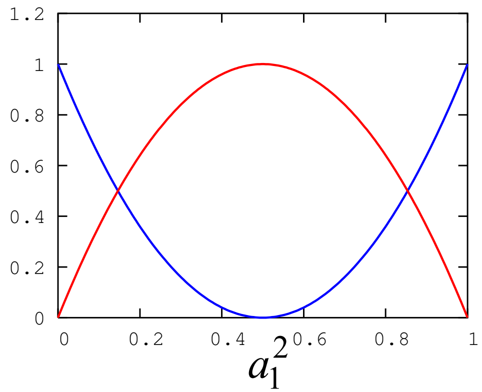
$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$

$a_1^2 + a_2^2 = 1$

$\boxed{V = 2a_1 a_2}$ $\boxed{W = |a_1^2 - a_2^2|}$

$$V^2 + W^2 = 1$$



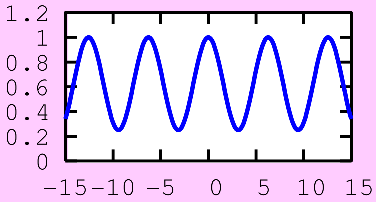


Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1 + 2a_1 a_2 \cdot \cos \Delta\Phi}{1 + 2a_1 a_2}$$

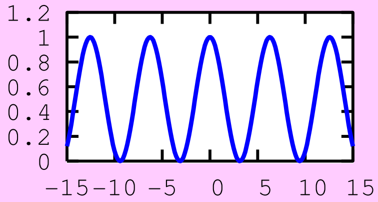
$a_1^2 = 0.9, a_2^2 = 0.1$

$V = 0.6, W = 0.8$



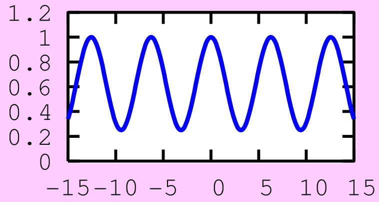
$a_1^2 = 0.5, a_2^2 = 0.5$

$V = 1.0, W = 0.0$



$a_1^2 = 0.1, a_2^2 = 0.9$

$V = 0.6, W = 0.8$



II. krok
Interference reálného svazku:
Čisté a smíšené stavy v kvantové fyzice

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek není monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \quad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

vážený průměr

Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

<u>Intensity</u> od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází $\Delta\Phi$ závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$\boxed{I = I_0 \int \mathrm{d}k \; w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)),} \qquad \int \mathrm{d}k \; w(k) = 1$$

EXPERIMENTÁLNÍ POHLED

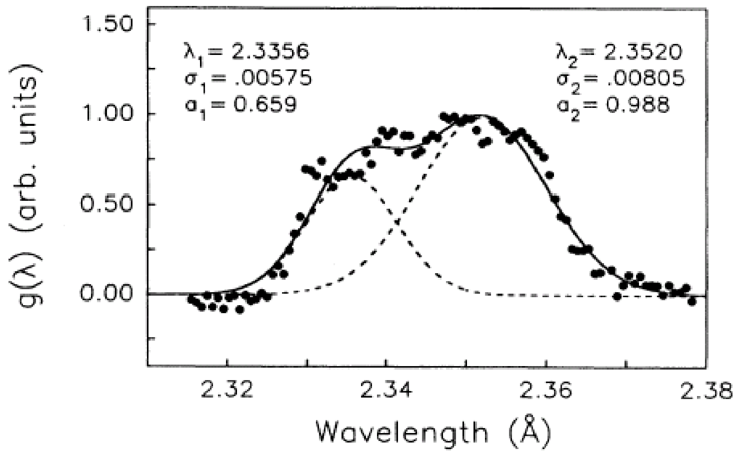


FIG. 3. Measured wavelength spectrum $g(\lambda)$ for the phase-echo experiment, and the double-Gaussian fit to it.

REÁLNÝ PŘÍKLAD

Dvojitý gaussovský profil

$$w(k) = 2\pi g(2\pi / k) \cdot k^{-2}$$

$$\boxed{\frac{\delta k}{k} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{0.02}{2.34} \sim 0.01}$$

Převod jedné formule na druhou

$$w(k) = 2\pi g(2\pi / k) \cdot k^{-2}$$

$$\boxed{\frac{\delta k}{k} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{0.02}{2.34} \Box\ 0.01}$$

základní identita $g(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = w(k)\,\mathrm{d}k$

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}\lambda = -\dfrac{2\pi}{k^2}\mathrm{d}k$ ale co znaménko?

$$\int_{k_{\mathrm{MIN}}}^{k} \mathrm{d}k\, w(k) = \int_{\lambda}^{\lambda_{\mathrm{MAX}}} \mathrm{d}\lambda\, g(\lambda) = \int_{k}^{k_{\mathrm{MIN}}} \left(-\frac{2\pi}{k^2}\mathrm{d}k\right) g\left(\frac{2\pi}{k}\right) = \int_{k_{\mathrm{MIN}}}^{k} \left(+\frac{2\pi}{k^2}\mathrm{d}k\right) g\left(\frac{2\pi}{k}\right)$$

III. krok
Nestacionární popis interferometru:
Průlet vlnových klubek

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Popis svazku pomocí klubek je vlastně propoj mezi částicemi v reaktoru a vlnami v interferometru. Klubko se hodí tak nějak do obojích míst.

TŘI KROKY (1D klubka)

krok 1. stojící klubko

$$\varphi(x) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 2. klubko s nenulovou hybností

$$\psi(x) = \varphi(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot a(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k+k_0)x} = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot \underbrace{a(k-k_0)}_{c(k)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$$

krok 3. klubko uvedeme do pohybu

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot c(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega(k)t)}$$

Toto platí pro každou volbu počáteční vlnové funkce.

Co je "klubko"? Má omezený rozsah v *k*-prostoru

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot c(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx - \omega(k)t)}$$

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m} \cdot k^2$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot c(k_0 + q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x - \omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x - v_0 t) - \cancel{\omega(q)t})}$$

zanedbáme rozplývání:
linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x - v_0 t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)}$$

Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\Psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \cdot c(k) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx - \omega(k)t)}$$

$$\boxed{\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m} \cdot k^2}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot c(k_0 + q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x - \omega(k_0+q)t)}$$

$$= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(q(x - v_0 t) - \cancel{\omega(q)}t)}$$

zanedbáme rozplývání: linearisace v (malém) q

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x - v_0 t)}$$

$$\boxed{\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)}$$

nosná vlna	×	obálka klubka
$\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0(x - u_0 t)}$	×	$\varphi(x - v_0 t)$
$u_0 = \dfrac{\omega(k_0)}{k_0} = \dfrac{\hbar}{2m} k_0$		$v_0 = \dfrac{\mathrm{d}\omega(k_0)}{\mathrm{d}k_0} = \dfrac{\hbar}{m} k_0 = 2u_0$
fázová rychlost		grupová rychlost

Interference vlnových klubek: zpožděné klubko ve vnějším potenciálu

Známe $\Delta\Phi(k)$; ***k*** snadno přepočteme na energii pomocí

$$\boxed{\omega(k) = \varepsilon(\hbar k)/\hbar = \frac{\hbar}{2m}\cdot k^2}$$

$$\boxed{\Psi_1(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)}$$

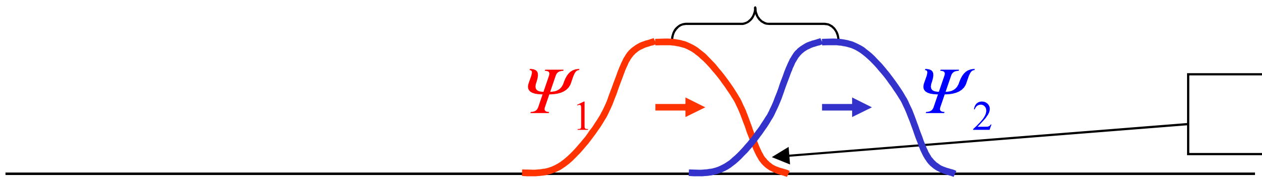
$$\Psi_2(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\cdot c(k)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx + \Delta\Phi(k) - \omega(k)t)}$$

$$= \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot c(k_0+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}((k_0+q)x + \Delta\Phi(k_0+q) - \omega(k_0+q)t)}$$

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)}$$

$$\boxed{\Psi_2(x,t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_0 x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x + \underbrace{\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}_{\text{DRÁHOVÝ POSUN } \Delta x} - v_0 t)}$$

DRÁHOVÝ POSUN Δx



překryv

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

spektrální intensita klubka

TO ODVODÍME

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

$$I(t)=|a_1\Psi_1(t)+a_2\Psi_2(t)|^2=\underbrace{|a_1\Psi_1(t)|^2+|a_2\Psi_2(t)|^2}_{\int \mathrm{d}x|\Psi_{1,2}(t)|^2=1}+\underbrace{2a_1a_2}_{V}\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

$$\int \mathrm{d}t\left|\Psi_1(x_{\mathrm{OBS}},t)\right|^2=\int \mathrm{d}t\left|\varphi(x_{\mathrm{OBS}}-\upsilon_0 t)\right|^2=\upsilon_0^{-1}\int \mathrm{d}\xi\left|\varphi(\xi)\right|^2$$

$$\int \mathrm{d}t\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]=\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\varphi^*(x-v_0t)\varphi(x+\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)-v_0t)]$$

$$=\int \mathrm{d}t\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\int\frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q(x-v_0t)}\int\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{2\pi}\cdot a(\overline{q})\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}\overline{q}(x+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)-v_0t)}]$$

$$=\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\int\frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot a(q)\cdot\int\frac{\mathrm{d}\overline{q}}{2\pi}\cdot a(\overline{q})\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}\overline{q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}\boxed{\int \mathrm{d}t\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(q-\overline{q})(x-v_0t)}}] \quad \frac{2\pi}{\upsilon_0}\delta(q-\overline{q})$$

$$=\frac{1}{\upsilon_0}\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\int\frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot\left|a(q)\right|^2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\overline{q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}$$

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

$$I(t) = |a_1\Psi_1(t) + a_2\Psi_2(t)|^2 = \underbrace{|a_1\Psi_1(t)|^2 + |a_2\Psi_2(t)|^2}_{\int \mathrm{d}x |\Psi_{1,2}(t)|^2 = 1} + \underbrace{2a_1a_2}_{V}\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

$$\int \mathrm{d}t \left|\Psi_1(x_{\mathrm{OBS}}, t)\right|^2 = \int \mathrm{d}t \left|\varphi(x_{\mathrm{OBS}} - \upsilon_0 t)\right|^2 = \upsilon_0^{-1} \int \mathrm{d}\xi \left|\varphi(\xi)\right|^2$$

$$\int \mathrm{d}t\, \mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)] = \mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\varphi^*(x - v_0 t)\varphi(x + \tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)]$$

$$= \int \mathrm{d}t\, \mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q(x - v_0 t)} \int \frac{\mathrm{d}\bar{q}}{2\pi} \cdot a(\bar{q}) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar{q}(x + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0) - v_0 t)}]$$

$$= \mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot a(q) \cdot \int \frac{\mathrm{d}\bar{q}}{2\pi} \cdot a(\bar{q}) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar{q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)} \boxed{\int \mathrm{d}t\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(q - \bar{q})(x - v_0 t)}}] \quad \frac{2\pi}{\upsilon_0}\delta(q - \bar{q})$$

$$= \frac{1}{\upsilon_0}\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)} \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |a(q)|^2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar{q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} & I \propto 1 + V\, \mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\, \Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))] \\ & \Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx} \end{aligned}}$$

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \tfrac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot |c(k_0+q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

$$I = I_0\left(1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\,W(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k}))]\right)$$

$$W(x) = \int \mathrm{d}q\, w(\tilde{k}+q)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

$$I(t)=|\Psi_1(t)+\Psi_2(t)|^2=|\Psi_1(t)|^2+|\Psi_2(t)|^2+2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I\propto 1+V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x)=\int\frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot|c(k_0+q)|^2\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

$$I=I_0\left(1+V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(\tilde{k})}\,W(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(\tilde{k}))]\right)$$

$$W(x)=\int\mathrm{d}q\,w(\tilde{k}+q)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

$$\delta k\times\delta s=1$$

klubko	neurčitost hybnosti	velikost klubka
svazek	spektr. šířka svazku	koherenční délka

SROVNEJME

střední intensita proudu náhodně přiletujících totožných klubek

intensita stacionární směsi rovinných vln

náhodný proud klubek a nehomogenní směs rovinných vln o stejné šířce jsou dva ekvivalentní popisy stejného stavu

Interference vlnových klubek: výpočet intensity

Časově závislá intensita

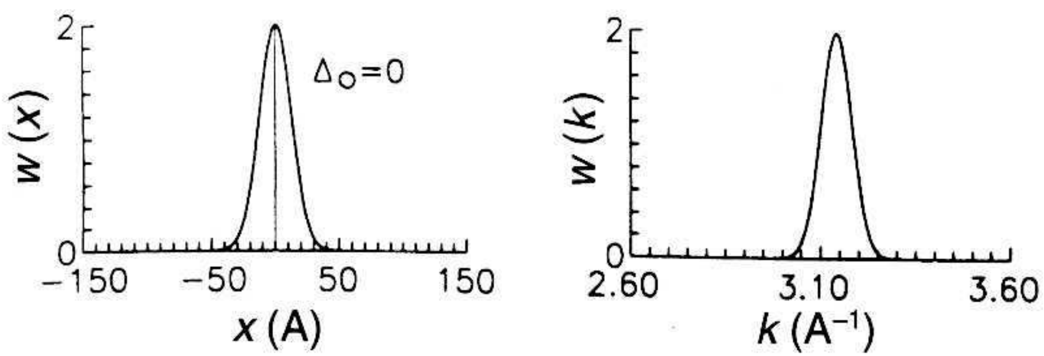
$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$

GAUSSOVSKÉ KLUBKO



Interference vlnových klubek: výpočet intensity

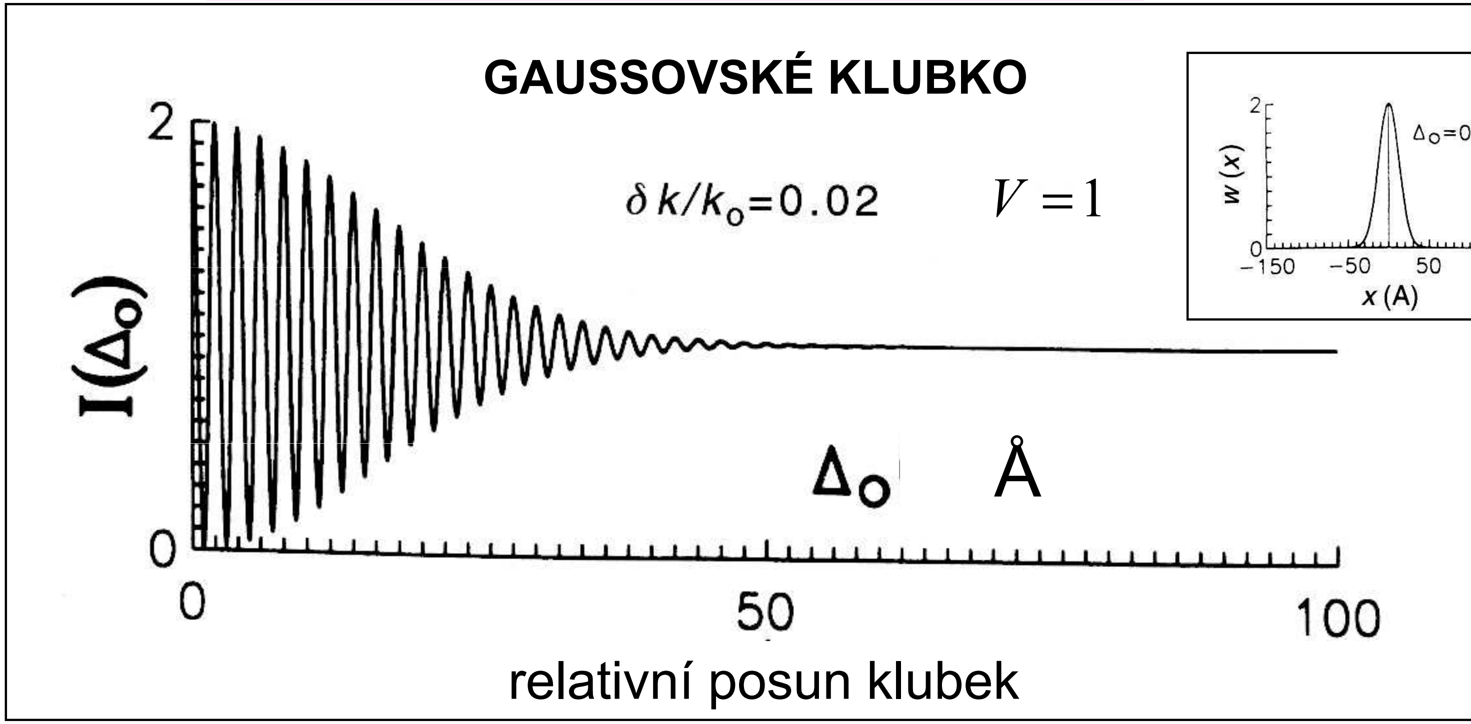
Časově závislá intensita

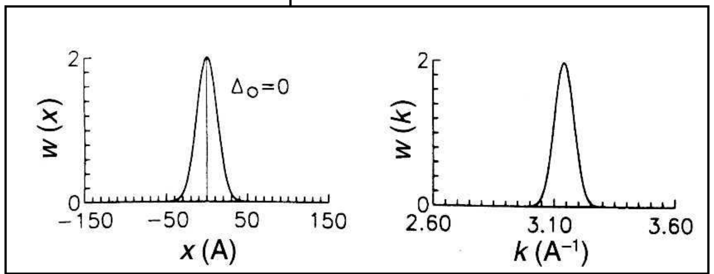
$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2\,\mathrm{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\Phi(k_0)}\,\Gamma(\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k}\Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{\mathrm{d}q}{2\pi}\cdot|c(k_0+q)|^2\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}$$





The end