F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2011 - 2012

VIII.
Jev Aharonov-Bohm
a co s tím souvisí

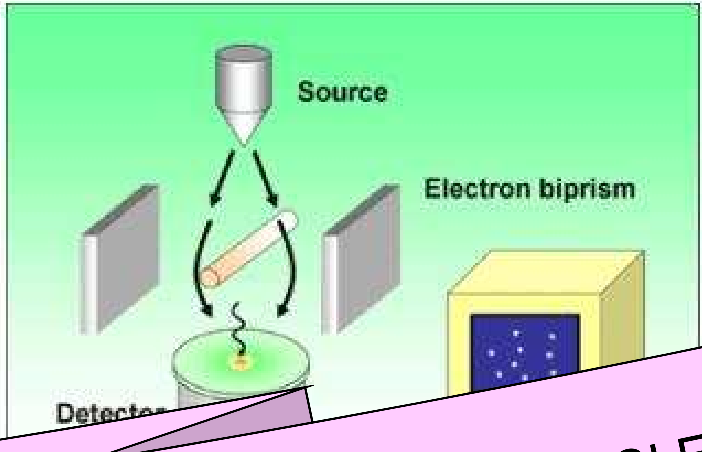
KOTLÁŘSKÁ 18. DUBNA 2012

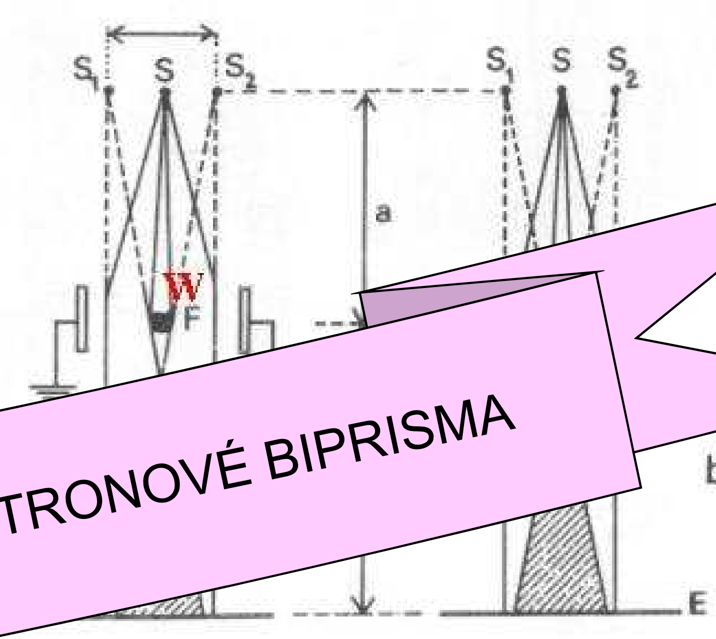
Úvodem

- Další kapitola o kvantové koherenci a interferenci: už poslední
- Elektronové biprisma a jeho interferenční kontrast
- Kombinace elektronové biprisma a Wienův filtr překonává laterální koherenční funkci
- Co je stav v kvantové mechanice; jeho vztah k "vlnové funkci"
- Kalibrační invariance QM; detaily kalibrační invariance 1. druhu
- Bohm a Aharonov: pozorovatelnost elektrodyn. potenciálů, nesilové působení na dálku, topologická kvantová čísla
- Podrobná teorie elektrického BA efektu pomocí klubek
- Pozorování magnetického AB efektu
- Kdo byl David Bohm

Interferenční kontrast v elektronovém biprizmatu

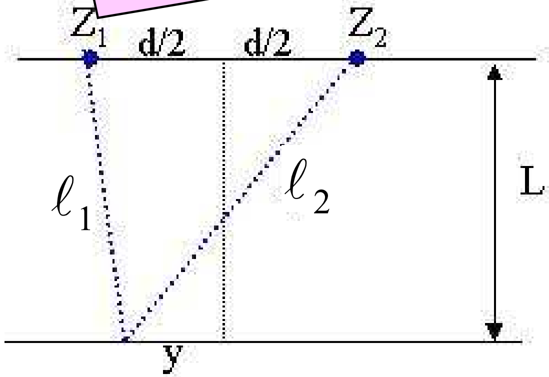
elektronové biprisma





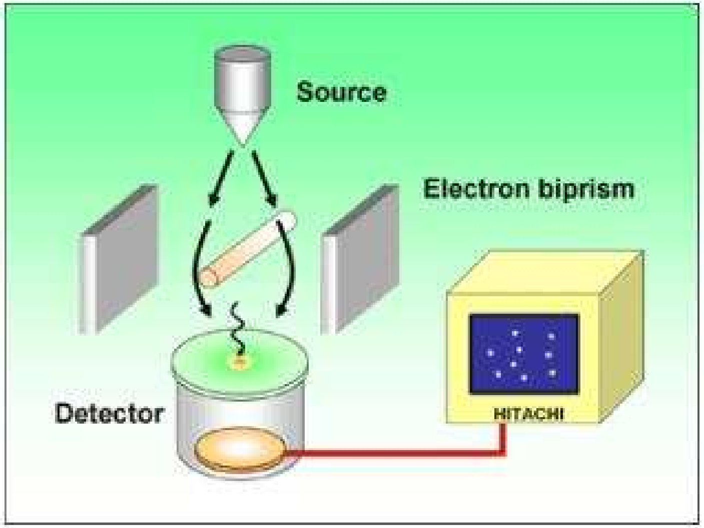
PŘIPOMENEME SI ELEKTRONOVÉ BIPRISMA

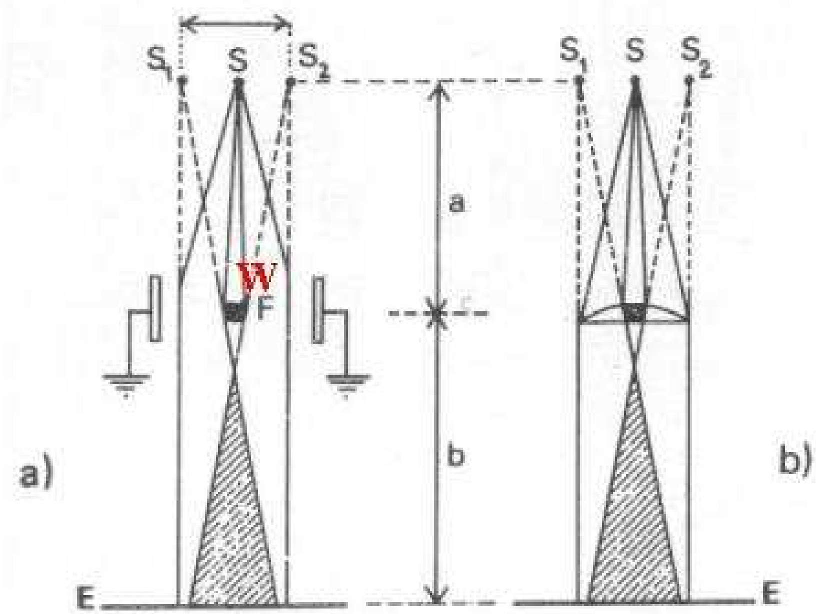
... elektrické pole .... index lomu $\approx \sqrt{2m_e(E - e\varphi(\vec{r}))}$



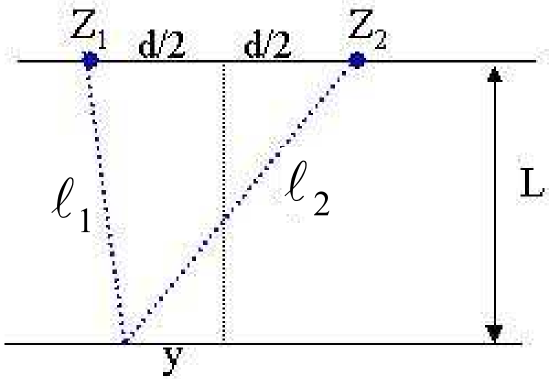
$$\ell_1^2 = L^2 + (y + \tfrac{1}{2}d)^2$$
$$\ell_2^2 = L^2 + (y - \tfrac{1}{2}d)^2$$
$$\underbrace{(\ell_1 + \ell_2)}_{\approx 2L}(\ell_1 + \ell_2) = 2yd$$

elektronové biprisma





nehomogenní elektrické pole .... index lomu $\approx \sqrt{2m_e\left(E - e\varphi(\vec{r})\right)}$

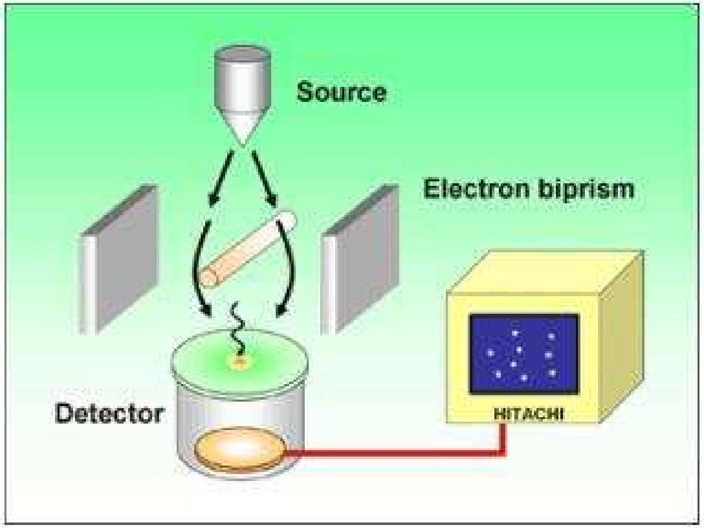


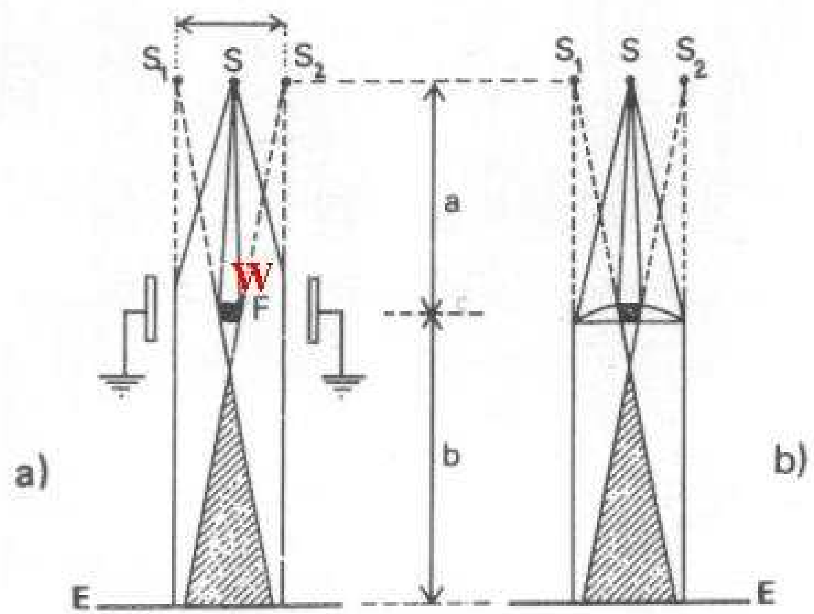
$$\ell_1^2 = L^2 + \left(y + \tfrac{1}{2}d\right)^2$$

$$\ell_2^2 = L^2 + \left(y - \tfrac{1}{2}d\right)^2$$

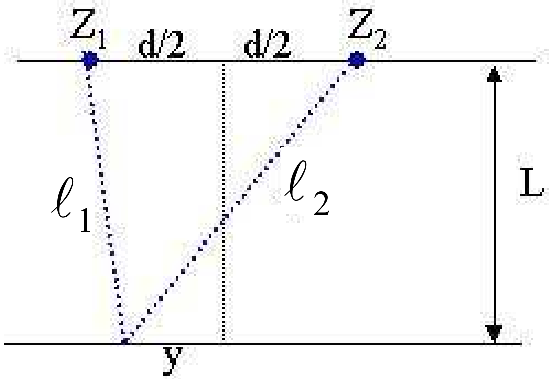
$$\underbrace{(\ell_1 + \ell_2)}_{\approx 2L}(\ell_1 + \ell_2) = 2yd$$

elektronové biprisma





➡ nehomogenní elektrické pole .... index lomu $\approx \sqrt{2m_e(E - e\varphi(\vec{r}))}$



$$\ell_1^2 = L^2 + (y + \tfrac{1}{2} d)^2$$
$$\ell_2^2 = L^2 + (y - \tfrac{1}{2} d)^2$$

$$\underbrace{(\ell_1 + \ell_2)}_{\approx 2L}(\ell_1 - \ell_2) = 2yd$$

$$y_\lambda = \frac{\lambda L}{d}$$

vzdálenost maxim na stínítku

$$\ell_1 - \ell_2 = \frac{yd}{L} = \lambda \cdot \frac{y}{y_\lambda} = \begin{cases} \lambda n & \text{maxima} \\ \lambda(n + \tfrac{1}{2}) & \text{minima} \end{cases}$$

Dráhové rozdíly pomocí fázových rozdílů

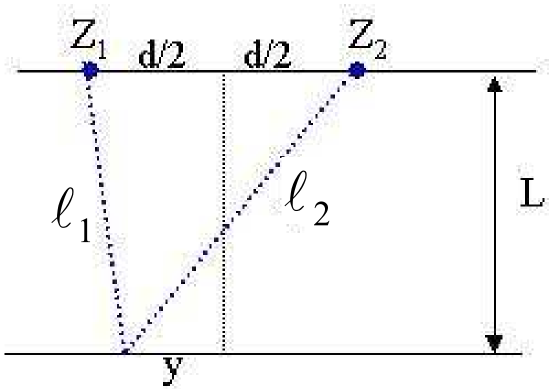
$$\Phi_{1,2} = k \cdot \ell_{1,2} = 2\pi \cdot \ell_{1,2} / \lambda$$

$$\boxed{\Delta\Phi = 2\pi \cdot (\ell_1 - \ell_2)/\lambda = 2\pi \cdot y \cdot \frac{d}{\lambda L} \equiv 2\pi \cdot \frac{y}{y_\lambda}}$$

Pro stejně intensivní svazky je pak ideální interferenční funkce na stínítku dána jako

$$I(y) = |\Psi_1 + \Psi_1|^2 = I_0 (1 + \cos\Delta\Phi) = I_0 \left(1 + \cos(2\pi y / y_\lambda)\right)$$

Pro vysoké řády interference je už tento výpočet nepřesný, proužky se zahušťují



$$\ell_1^2 = L^2 + (y + \tfrac{1}{2} d)^2$$
$$\ell_2^2 = L^2 + (y - \tfrac{1}{2} d)^2$$

$$\underbrace{(\ell_1 + \ell_2)}_{\approx 2L}(\ell_1 + \ell_2) = 2yd$$

$$y_\lambda = \frac{\lambda L}{d}$$

vzdálenost maxim na stínítku

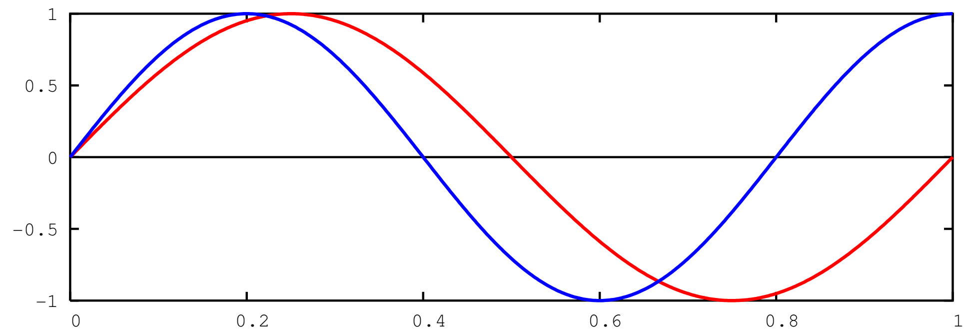
$$\ell_1 - \ell_2 = \frac{yd}{L} = \lambda \cdot \frac{y}{y_\lambda} = \begin{cases} \lambda n & \text{maxima} \\ \lambda(n + ½) & \text{minima} \end{cases}$$

Kontrast na stínítku biprismatu : omezená koherence

Podélná koherence je omezována tím, že svazky jsou ve skutečnosti nekoherentní směsí, nejsou *monochromatické* To už částečně známe z předchozí přednášky **VII.**

Koherenční délka názorné zavedení

Dvě vlny s vln. délkami $\lambda, \lambda + \delta\lambda$ se nazájem opožďují, až se opět sejdou.

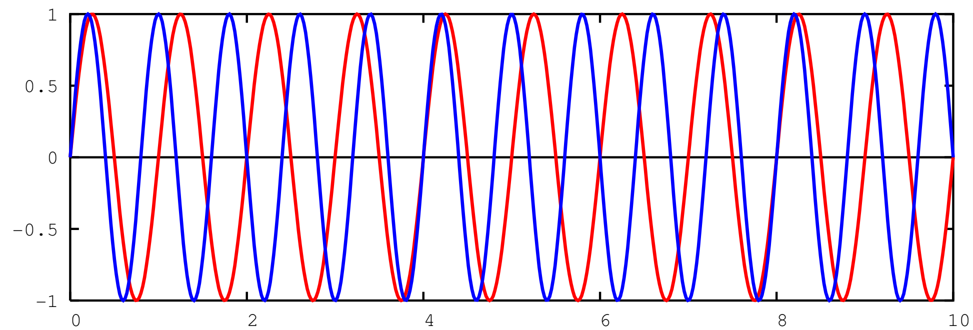


To nastane po dráze (*koherenční délce*) dané úměrou

$$\ell_{\text{coh}} : \lambda = \lambda : \delta\lambda \quad (\text{pro } \lambda >> \delta\lambda)$$

Pak počet pozorovatelných proužků je

$$n = \ell_{\text{coh}} / \lambda$$



Vidíme to na obrázku pro koh. délku 8.

Koherenční délka a energetická šířka svazku

Platí
$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \ln(\lambda\sqrt{E}) = \text{const.} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\lambda}{\lambda} + \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}E}{E} = 0$$

a z toho dostáváme

$$\boxed{\ell_{\text{coh}} = \lambda \times \frac{2E}{\delta E}, \quad n = \frac{2E}{\delta E}}$$

Kontrast na stínítku biprismatu : soupis vzorců pro ℓ_{coh}

Kombinací vzorců

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

a definice

$$\ell_{\text{coh}} : \lambda = \lambda : \delta\lambda \quad (\text{pro } \lambda >> \delta\lambda)$$

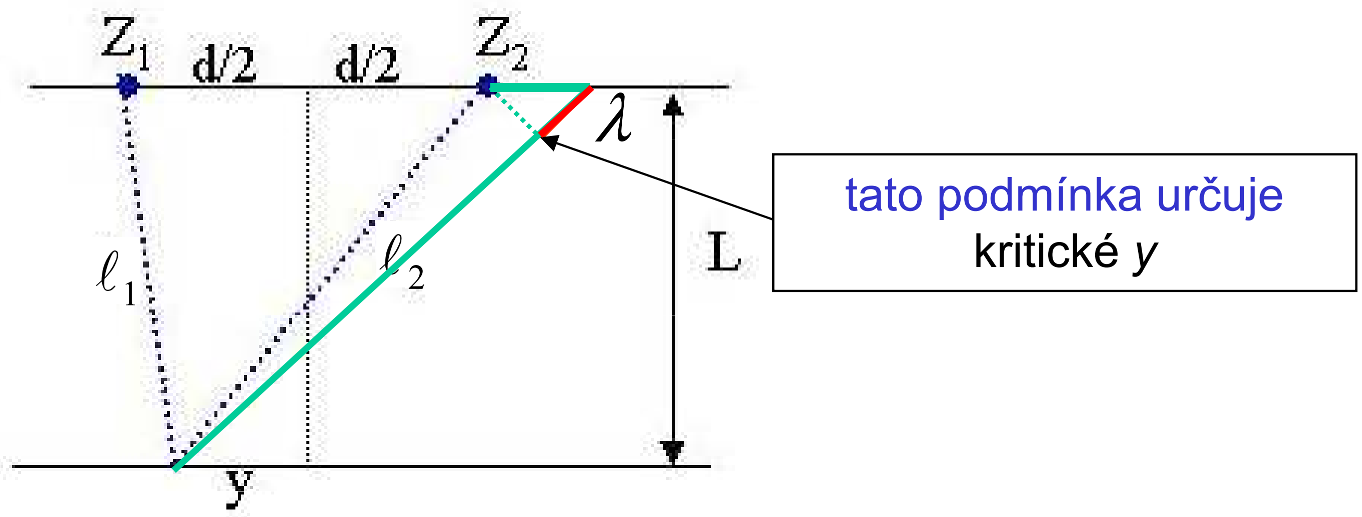
vychází trojice vztahů

Koherenční délka

$$\boxed{\begin{aligned} \ell_{\text{coh}} &= \frac{\lambda^2}{\delta\lambda} \\ \ell_{\text{coh}} &= \lambda \times \frac{k}{\delta k} = \frac{2\pi}{\delta k} \\ \ell_{\text{coh}} &= \lambda \times \frac{2E}{\delta E} \end{aligned}}$$

Kontrast na stínítku biprismatu : omezená koherence II.

Příčná koherence je dána nepřesnou směrovostí svazku, hlavně proto, že zdroj není bodový, ale má konečný rozsah, viz obr. Většinou je horší, než podélná koherence:



Výsledný kontrast se započtením nevyváženosti svazků

$$I(y) = I_0(1 + V \cdot \cos \Delta\Phi \cdot \Gamma_{\parallel} \cdot \Gamma_{\perp})$$

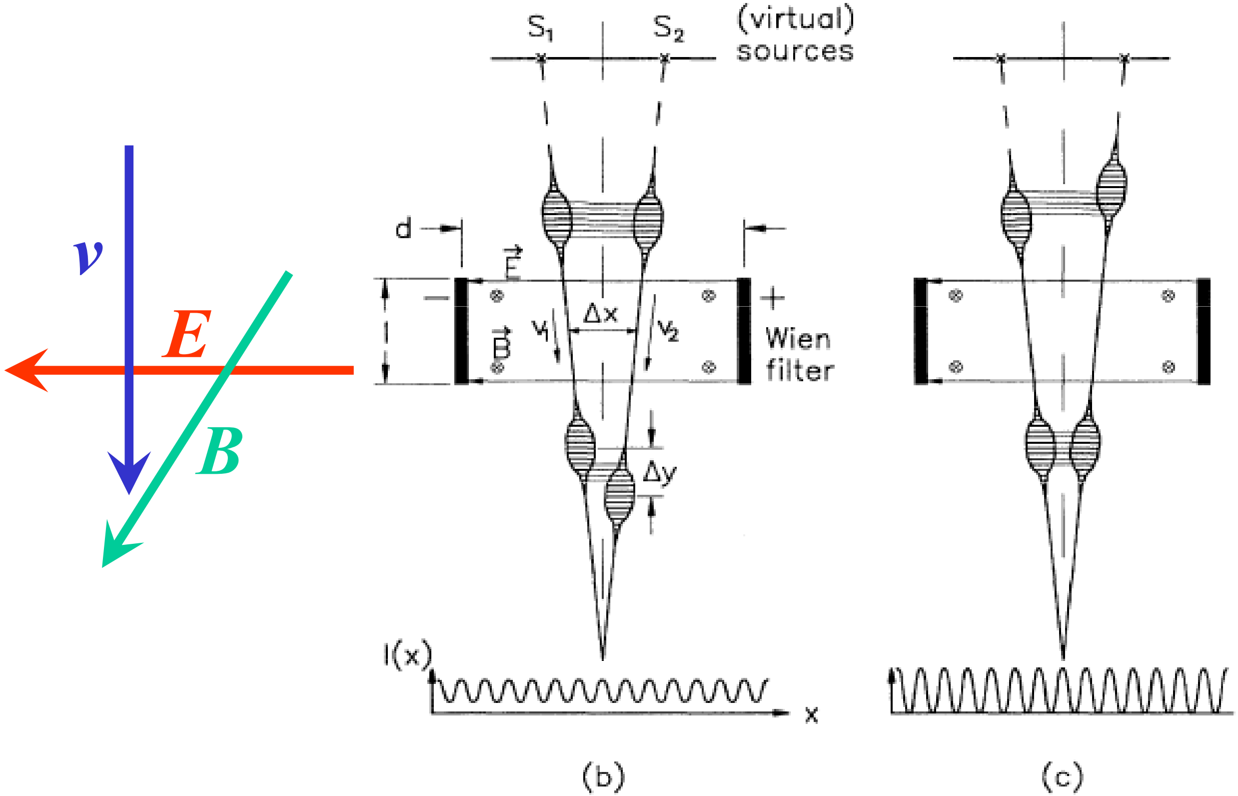
$$= I_0\left(1 + V \cdot \cos(2\pi\, y / y_{\lambda}) \cdot W_{\parallel}(y / y_{\parallel}) \cdot W_{\perp}(y / y_{\perp})\right)$$

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{\ell_1 - \ell_2}{\lambda} = \frac{y}{y_{\lambda}} \qquad y_{\lambda} = \frac{\lambda L}{d} \qquad y_{\parallel} = \frac{\ell_{\parallel} L}{d} \qquad y_{\perp} = \frac{\ell_{\perp} L}{d}$$

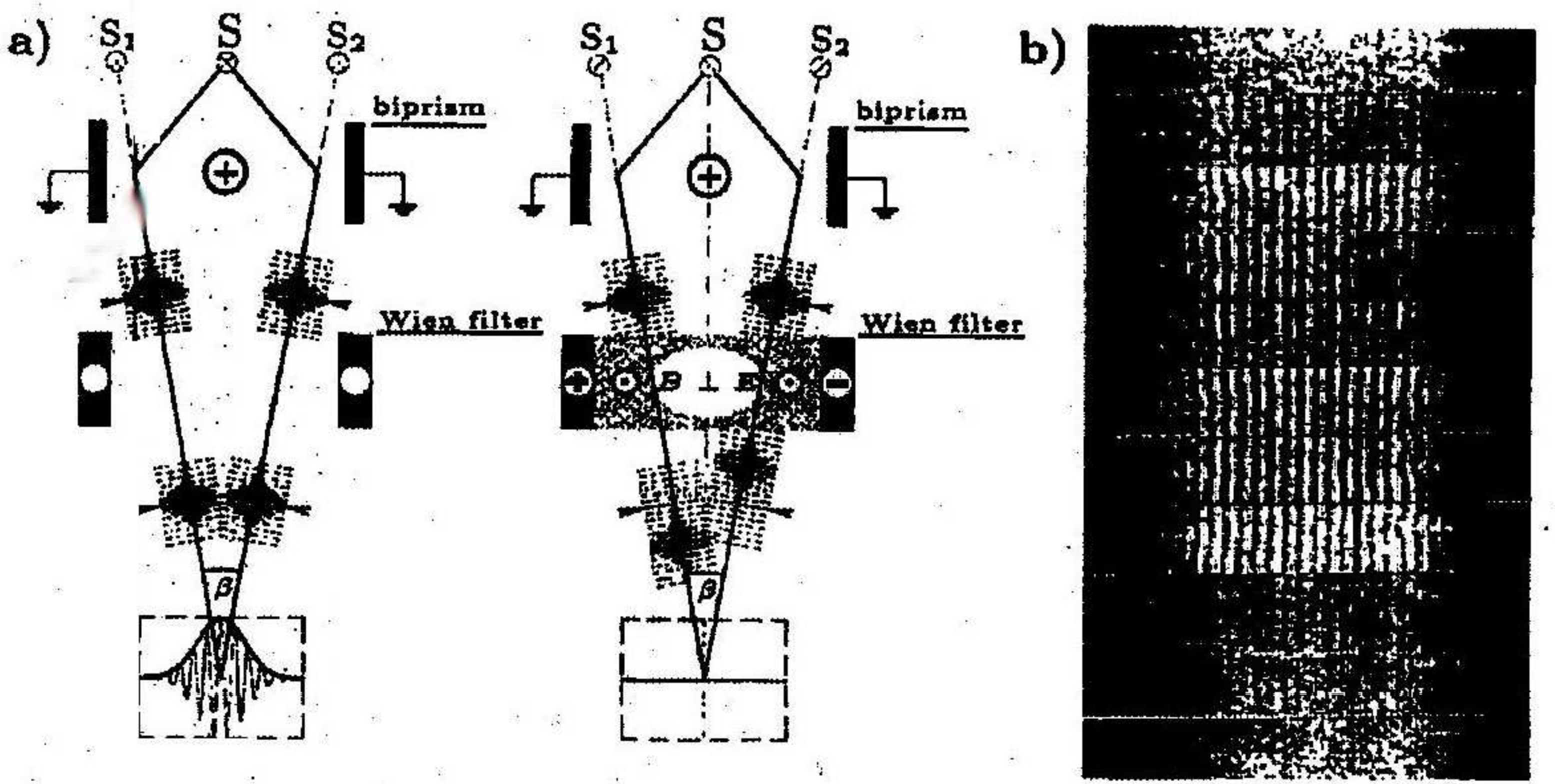
Wienův filtr:
dva experimenty se zpožďováním klubek

Wienův filtr mění longitudinální kontrast

W.F. na výstupu biprismatu



Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem a interference na stínítku

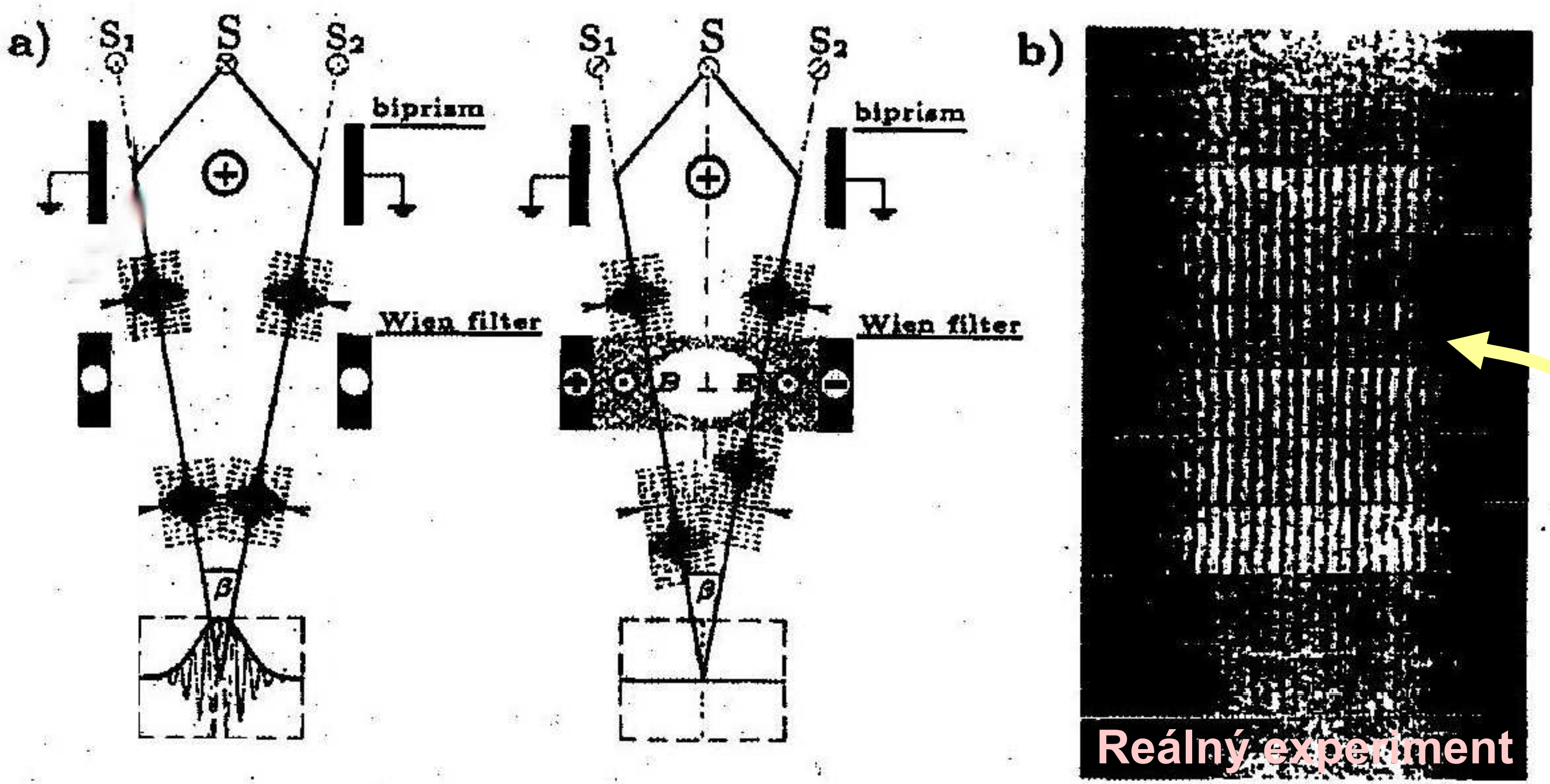
Wienův filtr je neaktivní

Celá soustava je dráhově kompensovaná, ideální podmínka interference klubek

zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem
Wienův filtr je aktivní
Elektrická a magnetická pole vyvolají dráhový posuv mezi oběma svazky

K interferenci nedojde

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem a interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem

Wienův filtr je aktivní

Elektrická a magnetická pole vyvolají fázový posuv mezi oběma svazky

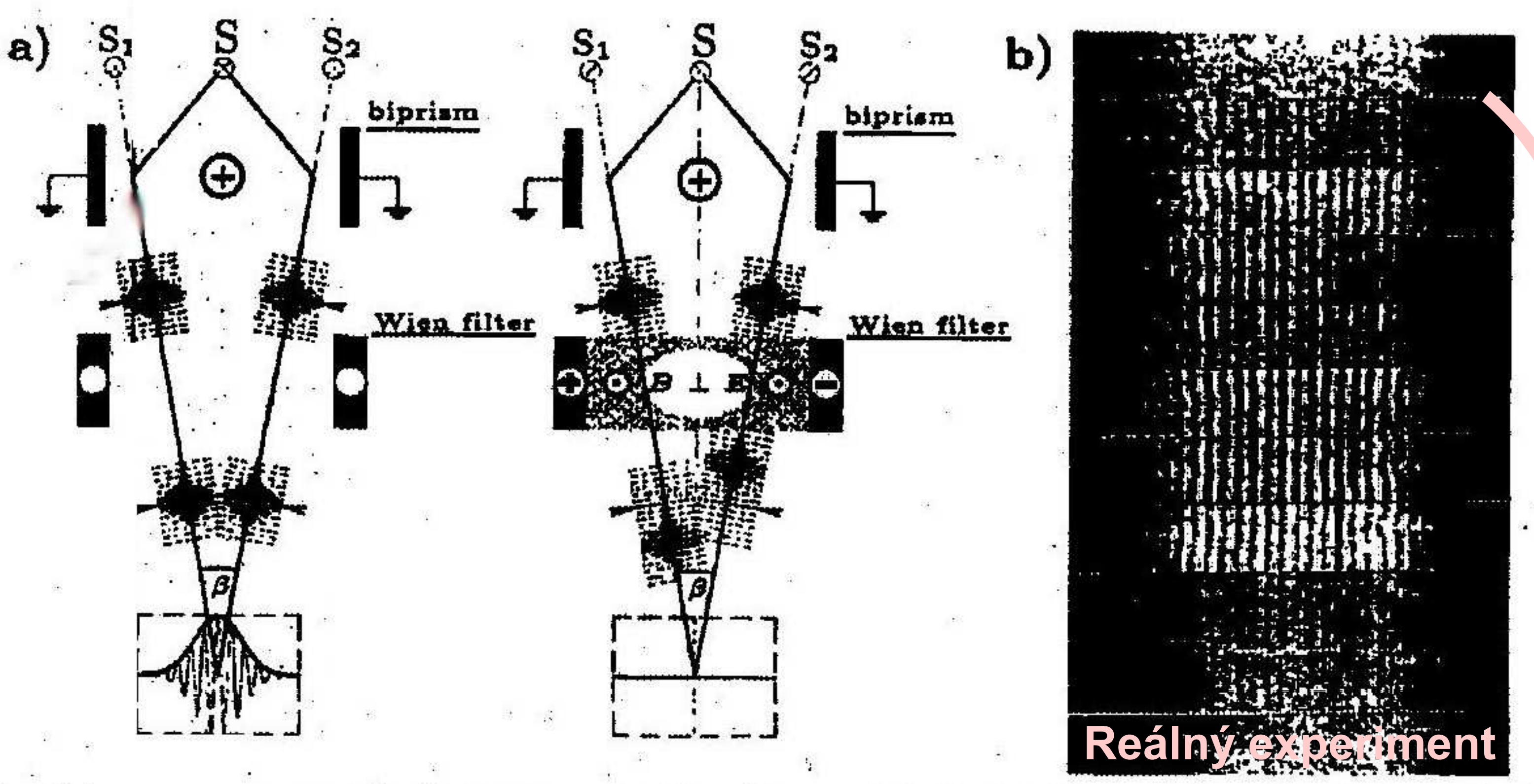
K interferenci nedojde

Při zapnutém filtru zpoždění potlačilo interferenci

Wienův filtr vypnutý nenaruší interferenci,

Týž účinek při opačné polaritě obou polí

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozděle-ného klubka biprismatem a interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

zobrazen průchod rozděle-ného klubka biprismatem **Wienův filtr je aktivní** Elektrická a magnetická pole vyvolají fázový posuv mezi oběma svazky

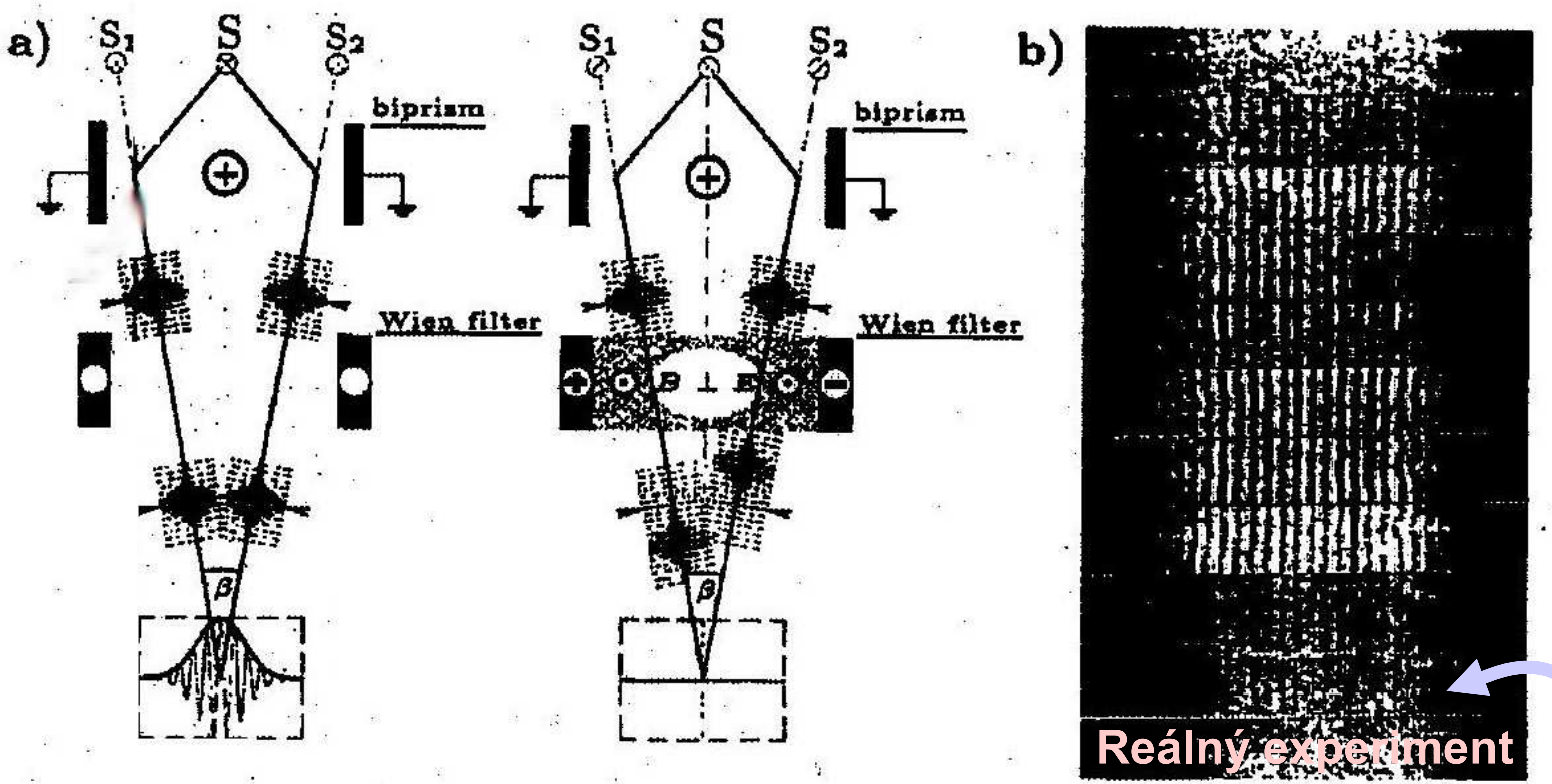
K interferenci nedojde

Při zapnutém filtru zpoždění potlačilo interferenci

Wienův filtr vypnutý nenaruší interferenci,

Týž účinek při opačné polaritě obou polí

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem a interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

zobrazen průchod rozděleného klubka biprismatem **Wienův filtr je aktivní** Elektrická a magnetická pole vyvolají fázový posuv mezi oběma svazky

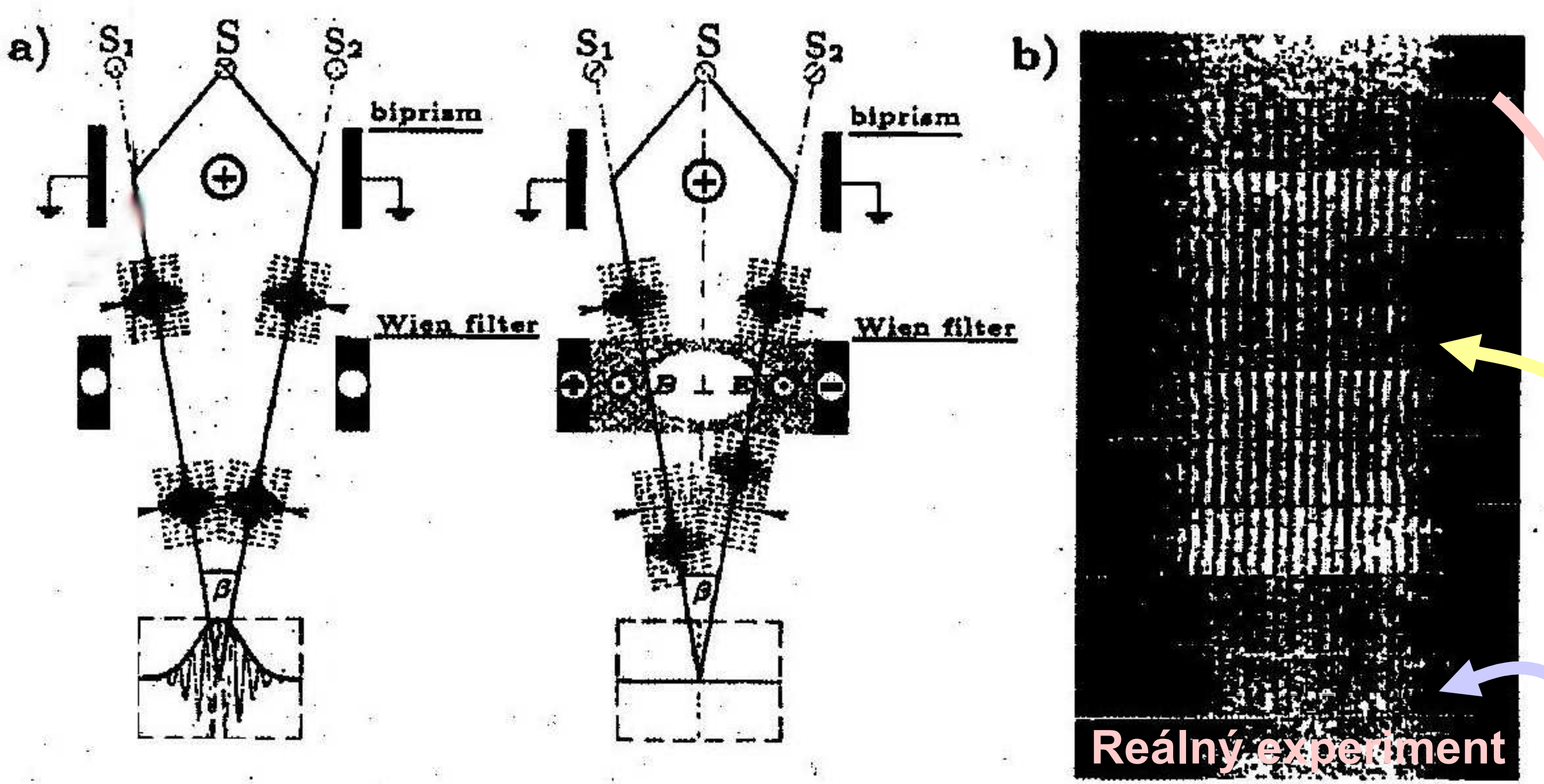
K interferenci nedojde

Při zapnutém filtru zpoždění potlačilo interferenci

Wienův filtr vypnutý nenaruší interferenci,

Týž účinek při opačné polaritě obou polí

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozděle-ného klubka biprismatem a interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

zobrazen průchod rozděle-ného klubka biprismatem **Wienův filtr je aktivní** Elektrická a magnetická pole vyvolají fázový posuv mezi oběma svazky

K interferenci nedojde

Při zapnutém filtru zpoždění potlačilo interferenci

Wienův filtr vypnutý nenaruší interferenci,

Týž účinek při opačné polaritě obou polí

Experiment II.: využití Wienova filtru

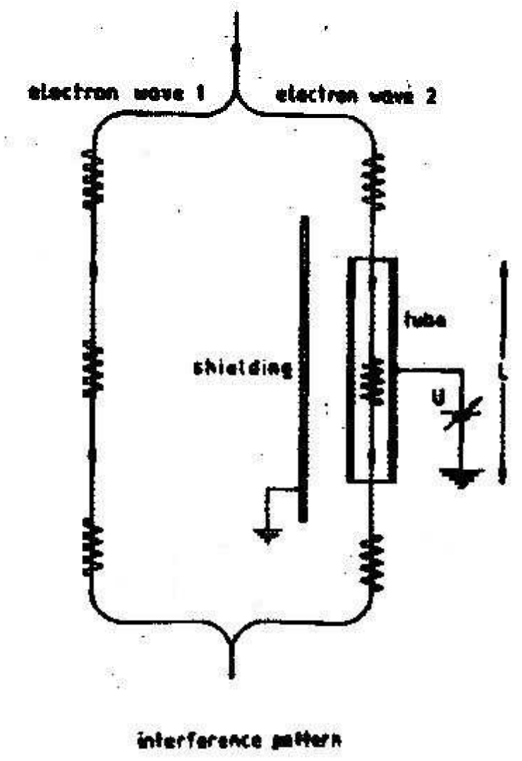
Tento experiment je významný sám o sobě, otevírá však i AB tématiku.

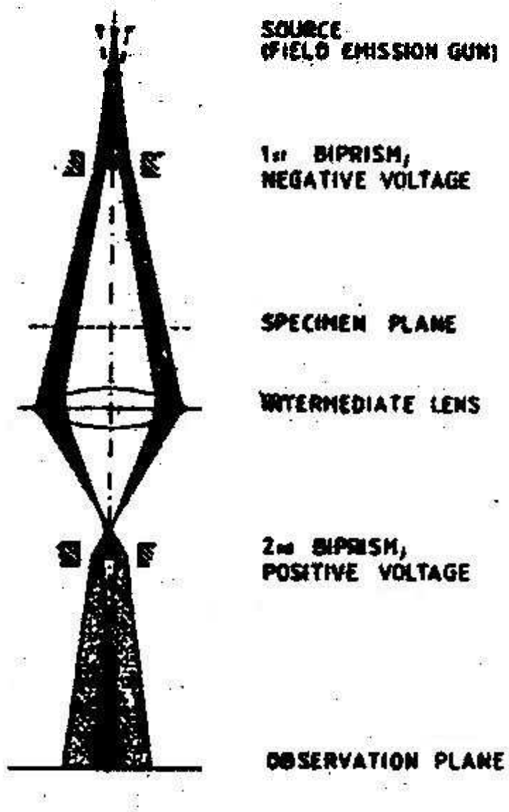
Opětovně je citován jako experiment s elektrickým AB efektem. Málokdo má svazek Proceedings, aby se přesvědčil, že to není tak.

[15]H. Schmid, in *Proceedings of the Eighth European Congress on Electron Microscopy, Budapest, Hungary, 1984*, edited by A. Csanady, P. Rohlich, and D. Szabo (Programme Committee of the Congress, Budapest, 1984), p. 285.

Experiment II.: využití Wienova filtru

Obrázky nemají mimořádnou kvalitu, ale jsou zato unikátní





Experiment II.: využití Wienova filtru

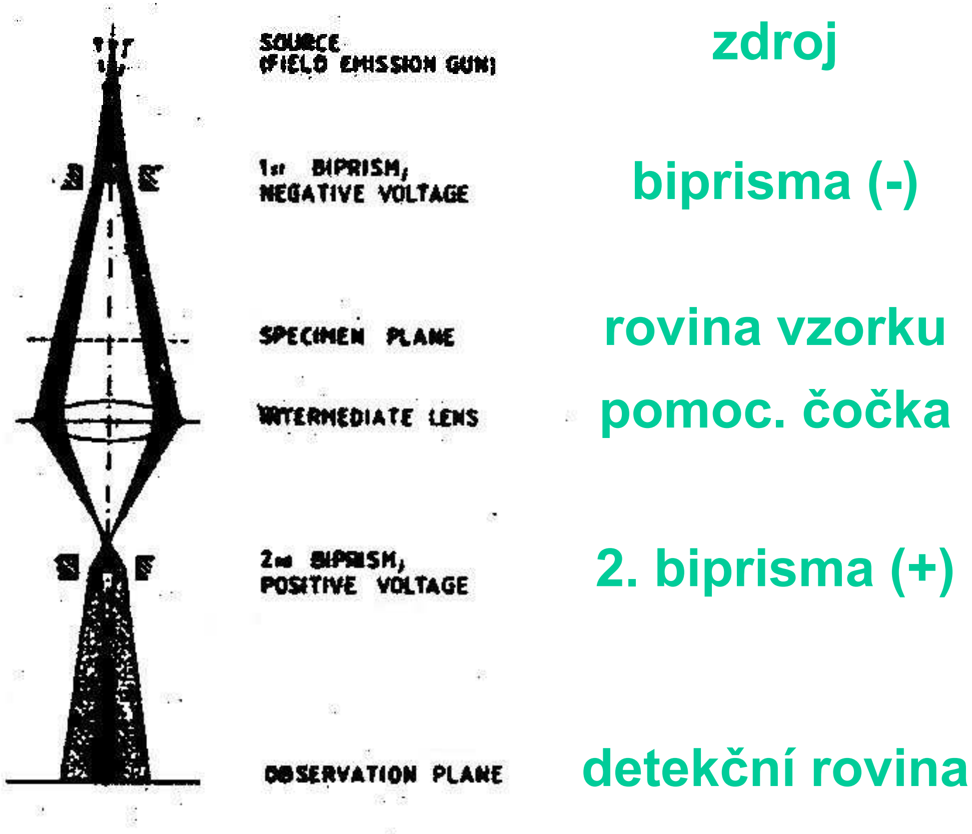
Vysoce kvalitní zdroj elektronů

E = 35 keV (λ = 6,56 pm, v = 1.1×10^8 m/s),
δE = 0.8 eV … $2E / \delta E$ = 88 000

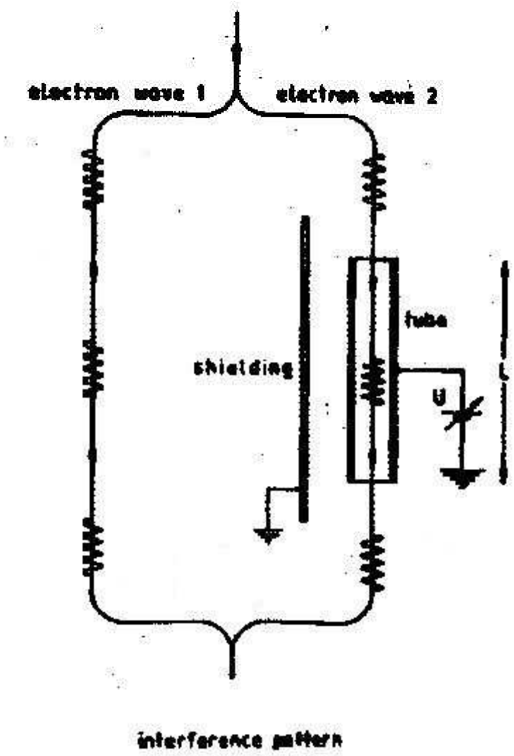
To odpovídá 90 000 proužkům! Vidět však bylo jen desítky, a to pro **laterální** efekty

Povšimněte si

- dvou biprismat s opačnou mohutností
- pomocného objektivu
- místa, kam bude vložen Wienův filtr (specimen plane)



Experiment II.: využití Wienova filtru



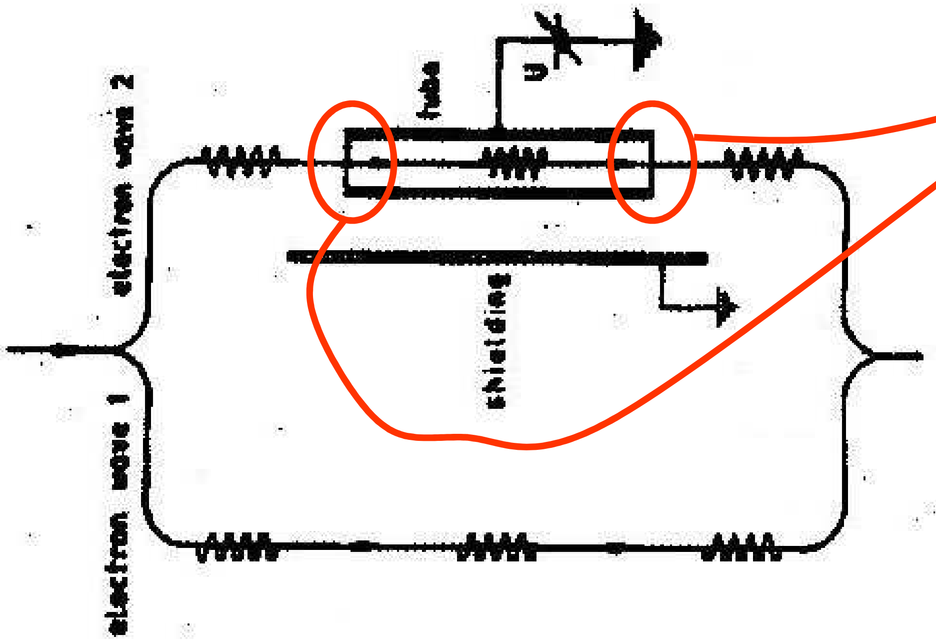
Pro popis činnosti Wienova filtru postačí toto základní schema.

Wienův filtr je zde ve své základní podobě, čistě elektrostatický. Je to prostě kovová trubička dostatečně dlouhá (2.78 mm), udržovaná na řiditelném potenciálu vůči zemi

Zemněné stínění filtru zamezuje pronikání pole do oblasti druhého svazku

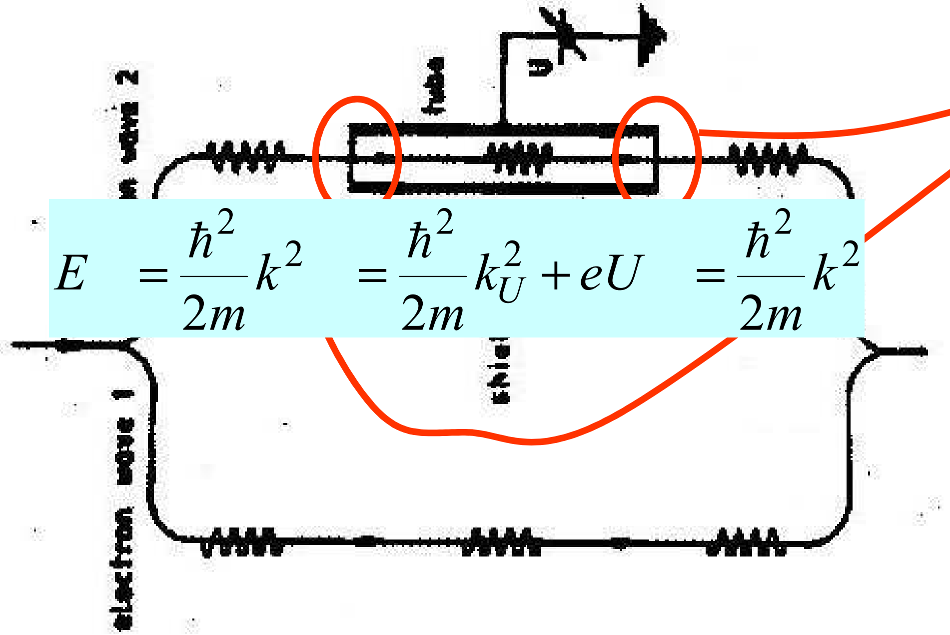
Konstrukční práce je náročná, protože ani se dvěma biprismaty vzdálenost obou svazků není více než 0.3 mm

Funkce Wienova filtru



zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

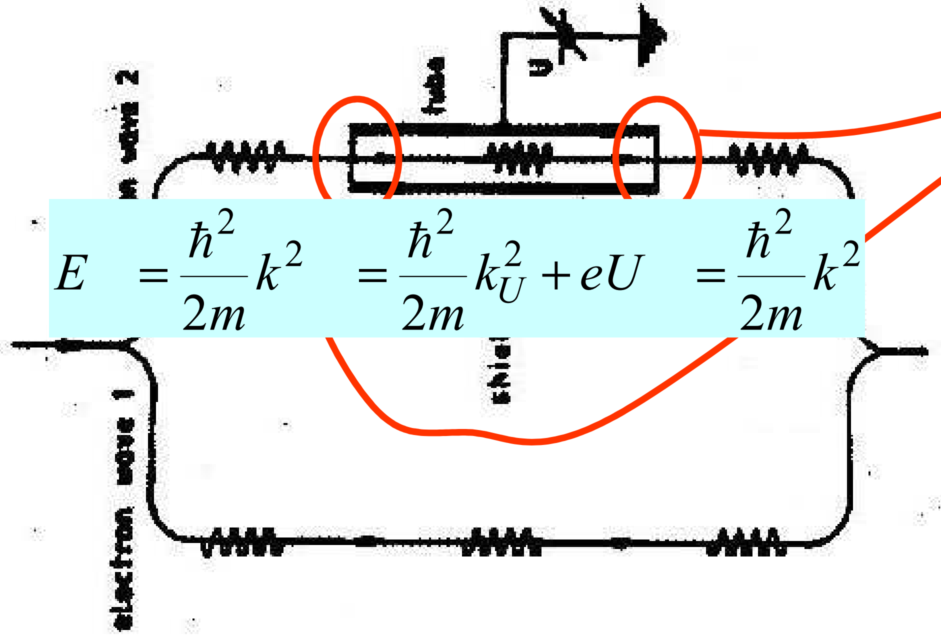
Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Funkce Wienova filtru



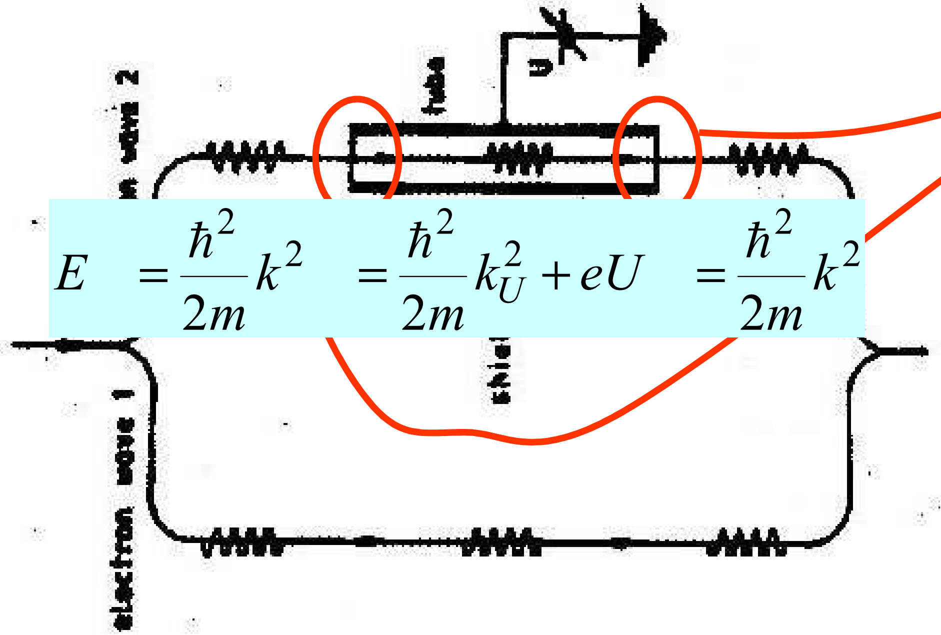
$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\begin{aligned}\Delta\Phi + \delta\Phi &= k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2 \\ &= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W\end{aligned}$$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

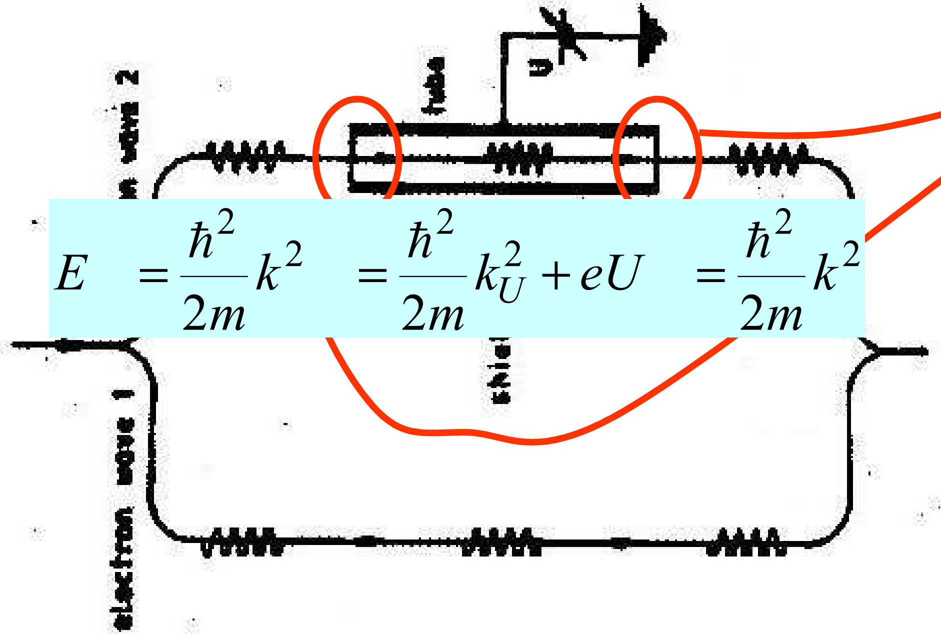
$$\Delta\Phi + \delta\Phi = k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2$$
$$= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W$$

Pro slabá pole dostáváme

$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\begin{aligned} \Delta\Phi + \delta\Phi &= k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2 \\ &= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W \end{aligned}$$

Pro slabá pole dostáváme

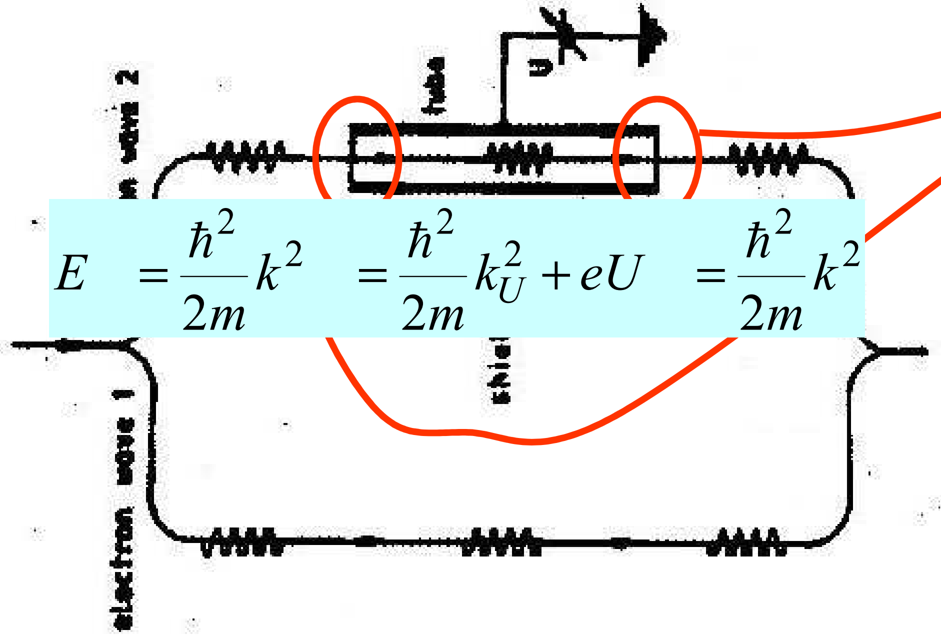
$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

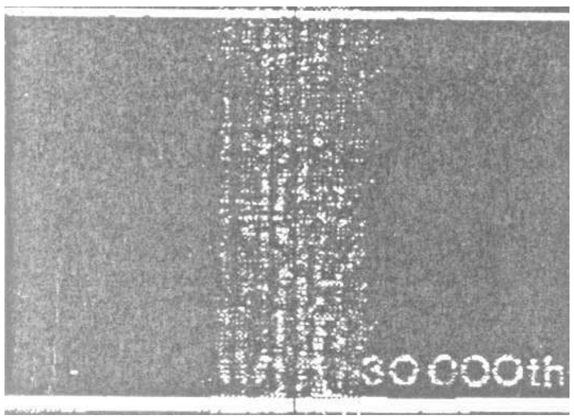
Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\Delta\Phi + \delta\Phi = k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2$$
$$= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W$$

Pro slabá pole dostáváme

$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$



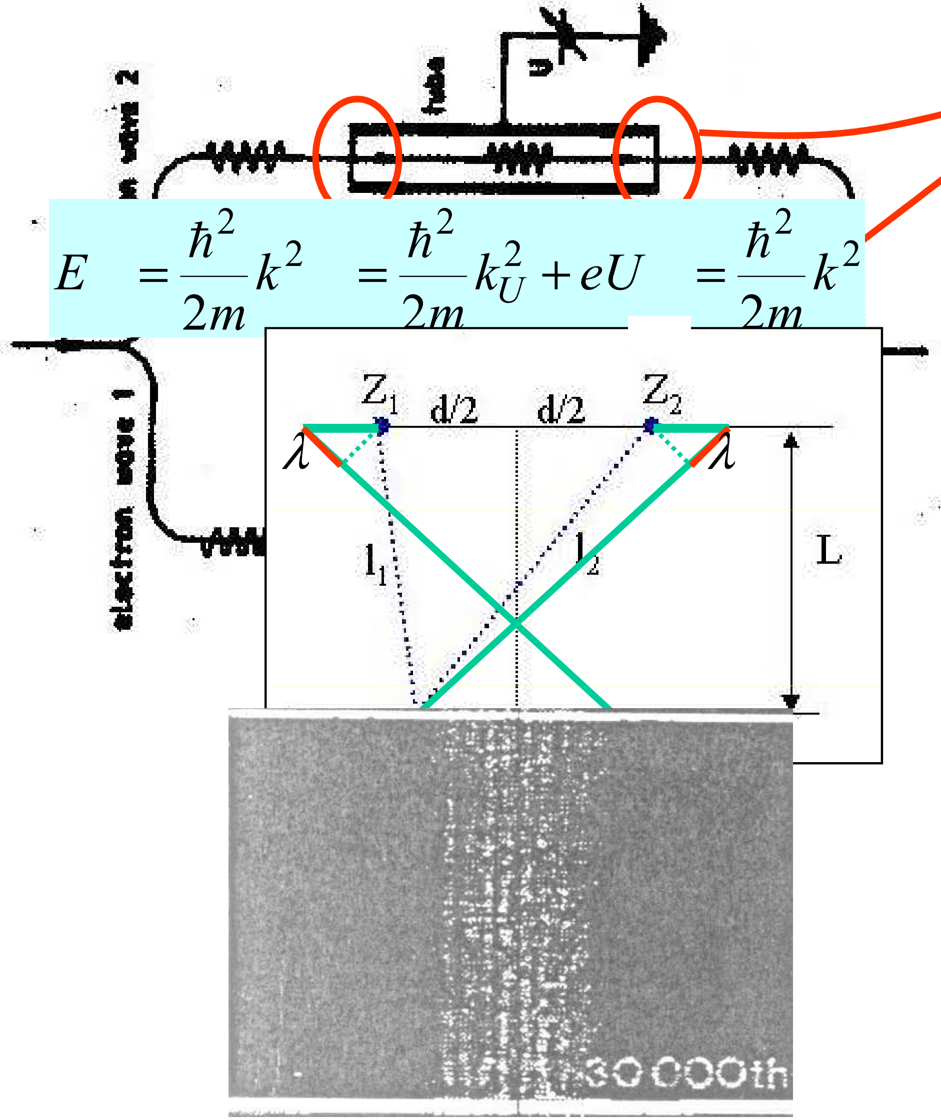
Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

Funkce Wienova filtru

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

$$E \quad = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 \quad = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU \quad = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$



Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\begin{aligned} \Delta\Phi + \delta\Phi &= k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2 \\ &= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W \end{aligned}$$

Pro slabá pole dostáváme

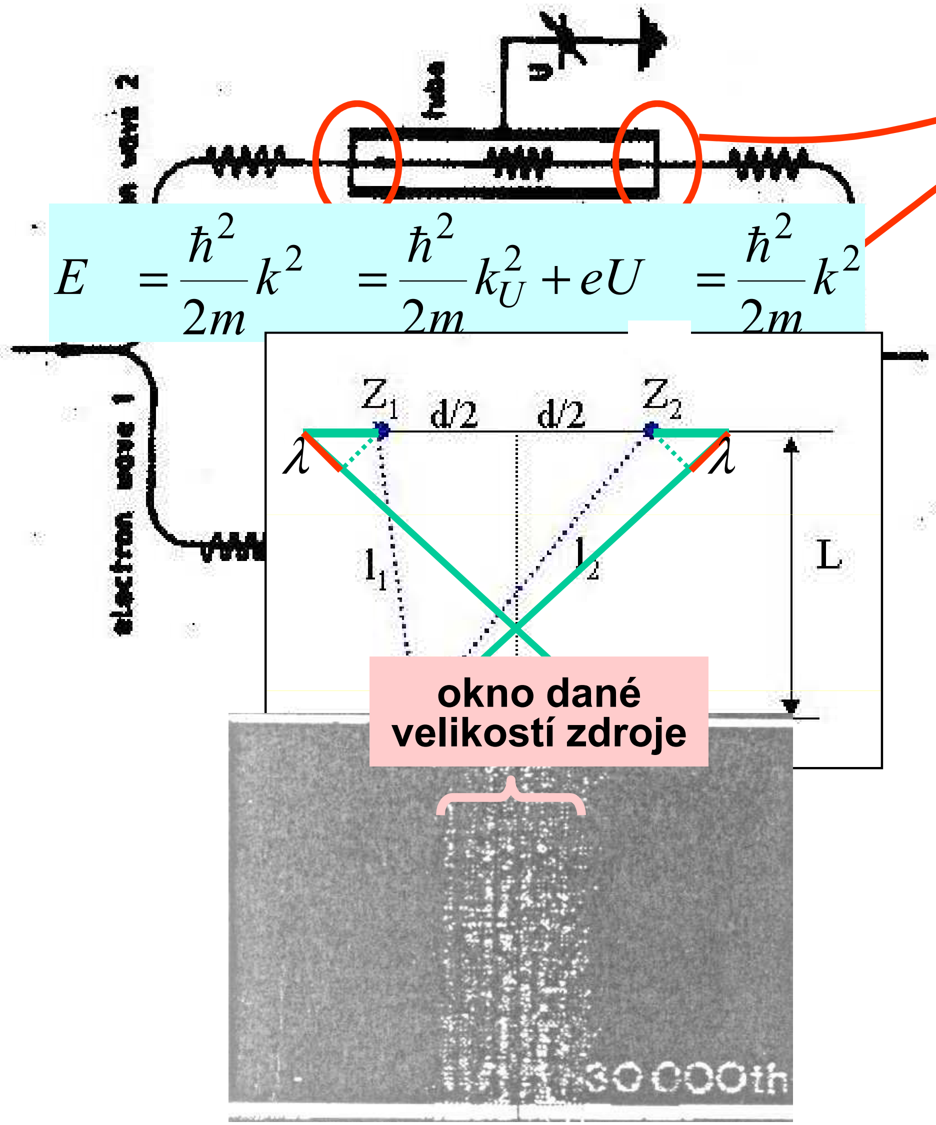
$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\begin{aligned} \Delta\Phi + \delta\Phi &= k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2 \\ &= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W \end{aligned}$$

Pro slabá pole dostáváme

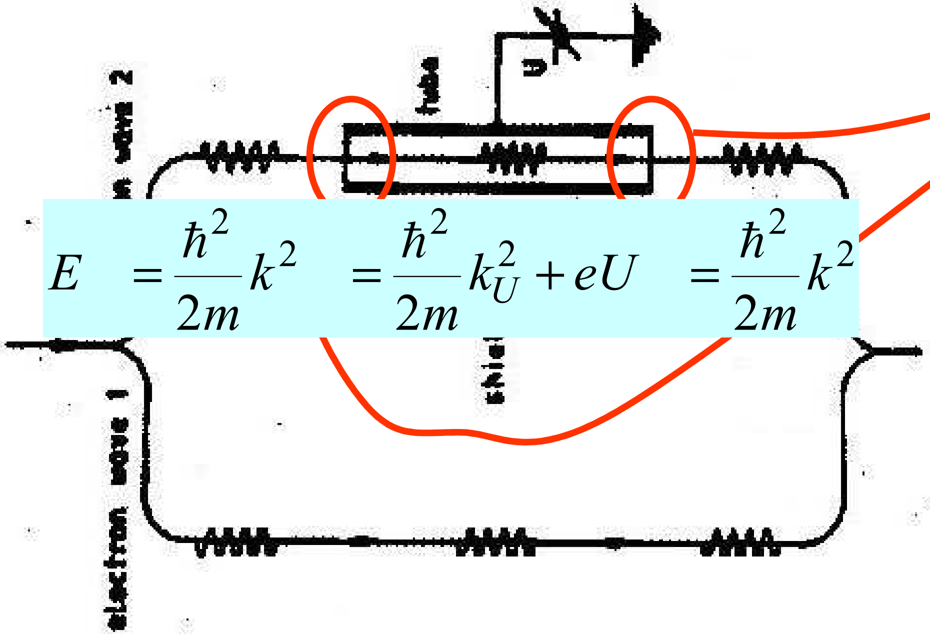
$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = {\scriptstyle(-)}\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\begin{aligned}\Delta\Phi + \delta\Phi &= k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2 \\ &= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W\end{aligned}$$

Pro slabá pole dostáváme

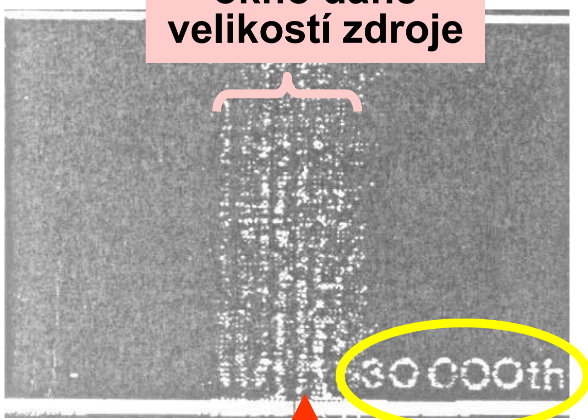
$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

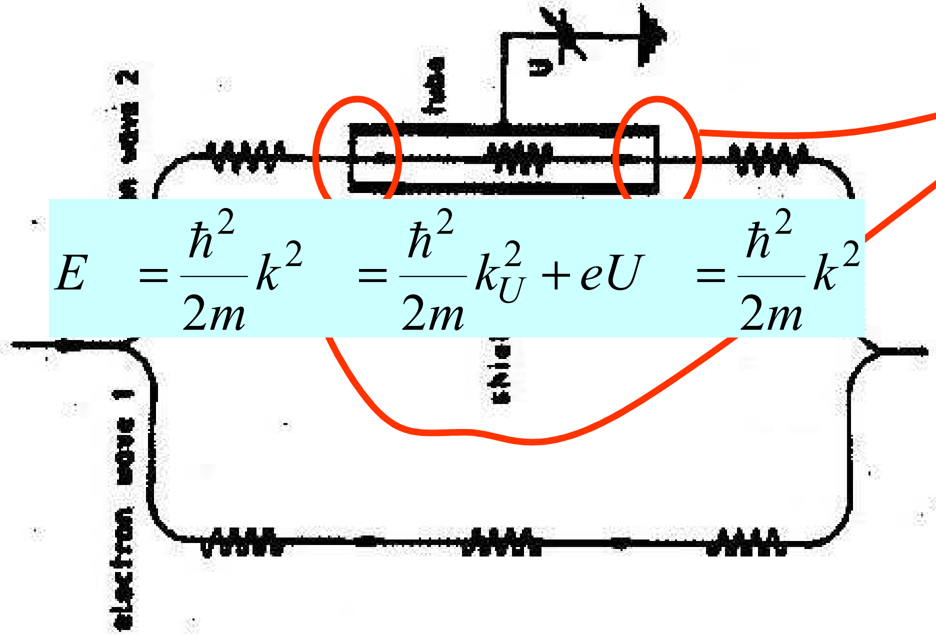
$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

okno dané velikostí zdroje



$U = 160\,\mu\mathrm{V} \times 30\,000 = 4.8\,\mathrm{V}$

Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2 = \frac{\hbar^2}{2m}k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plavně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

$$\Delta\Phi + \delta\Phi = k\cdot(\ell_1 - L_W) + k_U L_W - k\ell_2$$
$$= k\cdot(\ell_1 - \ell_2) + (k_U - k)L_W$$

Pro slabá pole dostáváme

$$\delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar\upsilon}$$

$$\delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar\upsilon}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\delta\Phi = 2\pi \quad \leftrightarrow \quad U = 160\,\mu\mathrm{V}$$

okno dané velikostí zdroje

$$U = 160\,\mu\mathrm{V} \times 30\,000 = 4.8\,\mathrm{V}$$

Skutečně bylo pozorováno 70 000 proužků, takže

$$\boxed{\ell_{\mathrm{coh}} = 460\,\mathrm{nm}}$$

Kalibrační invariance 1. druhu

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV $\leftrightarrow$ VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. **Čisté a smíšené stavy**

Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami

Problém 2. **Čisté "nevlastní" stavy**

Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně jsou?

Problém 3. **Nejednoznačnost I.**

Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu representantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV $\leftrightarrow$ VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. **Čisté a smíšené stavy**
Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami
Problém 2. **Čisté "nevlastní" stavy**
Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně je?
Problém 3. **Nejednoznačnost I.**
Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu representantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.

… první dvě otázky jsou velmi důležité. Problému 1. jsme se již dotkli minule. Teď však přikročíme přímo k otázce poslední, pro nás přímo závažné

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV $\leftrightarrow$ VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. **Čisté a smíšené stavy**
Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami
Problém 2. **Čisté "nevlastní" stavy**
Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně je?
Problém 3. **Nejednoznačnost I.**
Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu representantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.
Problém 4. **Nejednoznačnost II.**
Ta nás skutečně zajímá. Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Také tento rozdíl vypadá bezvýznamně (*H. Weyl* stav je určen paprskem, 1D množinou všech $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\psi, \alpha \in \mathrm{R}$), pro nás však bude teď východiskem.

Znovu o stavech v kvantové mechanice

Je jasné, že stavy $\psi, \psi' = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\psi, \alpha \in \mathrm{R}$ jsou fysikálně rovnocenné, protože

$$\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle \quad = \quad \langle A \rangle' \equiv \langle \psi' | A | \psi' \rangle$$

pro všechny pozorovatelné A.

Znovu o stavech v kvantové mechanice

Je jasné, že stavy $\psi, \psi' = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\psi, \alpha \in \mathrm{R}$ jsou fysikálně rovnocenné, protože

$$\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle \quad = \quad \langle A \rangle' \equiv \langle \psi' | A | \psi' \rangle$$

pro všechny pozorovatelné A.

Malé "matematické" intermezzo pro zájemce

Dá se to ale i obrátit: z rovnosti středních hodnot plyne $\psi' = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\psi$

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Nejednoznačnost vlnových funkcí

Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Tento rozdíl vypadá bezvýznamně, pro nás však bude teď východiskem.

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Nejednoznačnost vlnových funkcí

Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Tento rozdíl vypadá bezvýznamně, pro nás však bude teď východiskem.

Fázový faktor může záviset i na čase. Máme tedy ekvivalentní popisy (ve smyslu rovnosti všech pozorovatelných hodnot)

$$\psi(t) \quad \Leftrightarrow \quad \psi'(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha(t)}\,\psi(t)$$

Tato transformace se nazývá **kalibrační transformací 1. druhu.**

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Nejednoznačnost vlnových funkcí

Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Tento rozdíl vypadá bezvýznamně, pro nás však bude teď východiskem.

Fázový faktor může záviset i na čase. Máme tedy ekvivalentní popisy (ve smyslu rovnosti všech pozorovatelných hodnot)

$$\psi(t) \quad \Leftrightarrow \quad \psi'(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha(t)}\,\psi(t)$$

Tato transformace se nazývá **kalibrační transformací 1. druhu.**

Transformace Schrödingerovy rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\psi\rangle = H\psi\rangle \quad \Rightarrow \mathrm{i}\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\psi'\rangle = \left(H + \hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\alpha\right)\psi'\rangle$$

V Hamiltoniánu se objevuje dodatečný člen závislý (jenom) na čase.

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Nejednoznačnost vlnových funkcí

Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Tento rozdíl vypadá bezvýznamně, pro nás však bude teď východiskem.

Fázový faktor může záviset i na čase. Máme tedy ekvivalentní popisy (ve smyslu rovnosti všech pozorovatelných hodnot)

$$\psi(t) \quad \Leftrightarrow \quad \psi'(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha(t)}\,\psi(t)$$

Tato transformace se nazývá **kalibrační transformací 1. druhu.**

Transformace Schrödingerovy rovnice

$$\mathrm{i}\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\psi\rangle = H\psi\rangle \quad \Rightarrow \mathrm{i}\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\psi'\rangle = \left(H + \hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\alpha\right)\psi'\rangle$$

V Hamiltoniánu se objevuje dodatečný člen závislý (jenom) na čase.

Dvě interpretace:

 # plovoucí počátek energií # potenciální energie závislá na čase, ne však na poloze

Plovoucí počátek energií

Dvě úlohy, z nichž u jedné je počátek energií libovolně pohyblivý;

v čase t_0 obě řešení splývají (*počáteční podmínka)*

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi\rangle &= H\psi\rangle \\ \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi'\rangle &= \left(H+V(t)\right)\psi'\rangle \end{aligned}\right\} \psi\rangle_{t_0} = \psi'\rangle_{t_0}$$

Pak řešení spolu souvisejí vztahem

$$\psi'(t) = \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\int_{t_0}^{t}\mathrm{d}\bar{t}\,V(\bar{t})}\,\psi(t)$$

Liší se tedy právě jen "univerzálním" fázovým faktorem, což souhlasí s tím, že fyzikální obsah teorie by **na počátku energií neměl záviset**.

Plovoucí počátek energií

Dvě úlohy, z nichž u jedné je počátek energií libovolně pohyblivý;

v čase t_0 obě řešení splývají (*počáteční podmínka)*

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi\rangle = H\psi\rangle \\ &\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi'\rangle = \left(H + V(t)\right)\psi'\rangle \end{aligned}\right\} \psi\rangle_{t_0} = \psi'\rangle_{t_0}$$

Pak řešení spolu souvisejí vztahem

$$\psi'(t) = \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t})}\, \psi(t)$$

Liší se tedy právě jen “univerzálním“ fázovým faktorem, což souhlasí s tím, že fyzikální obsah teorie by **na počátku energií neměl záviset**.

Náznak odvození

$$\hbar\frac{\partial}{\partial t}\alpha(t) = V(t), \quad \alpha(t_0) = 0 \quad \text{poč. podm.}$$

$$\hbar\alpha(t) = \int_{t_0}^{t} dt' V(t')$$

Jev Aharonov-Bohm

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byla v teorii obsažena, ale skrytě.

Toto je obrázek z původní práce

486 Y. AHARONOV AND D. BOHM

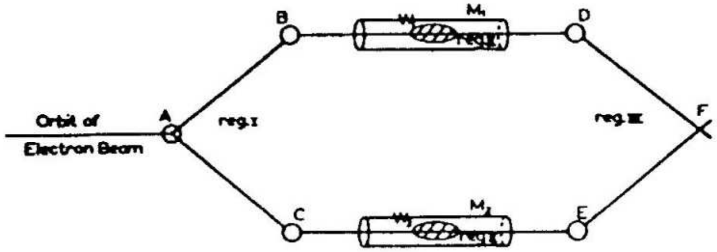


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

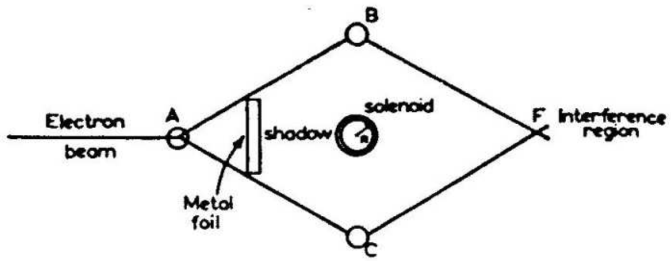


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byla v teorii obsažena, ale skrytě.

Toto je obrázek z původní práce

486 Y. AHARONOV AND D. BOHM

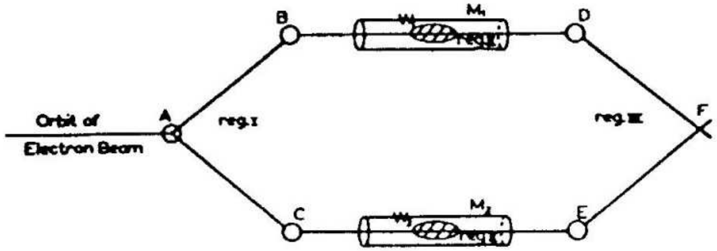


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

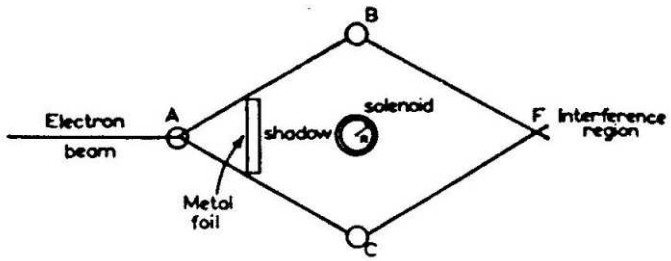


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

verse elektrická

- Nezbytně interference prolétajících *klubek*
- Dva Wienovy filtry aktivujeme jen po dobu, co klubka jsou uvnitř
- Proto na ně nepůsobí elmg. síly a pohyby klubek (Ehrenfestovy teorémy) nejsou ovlivněny
- Vzniká však rozdíl fází a interference

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byla v teorii obsažena, ale skrytě.

Toto je obrázek z původní práce

486 Y. AHARONOV AND D. BOHM

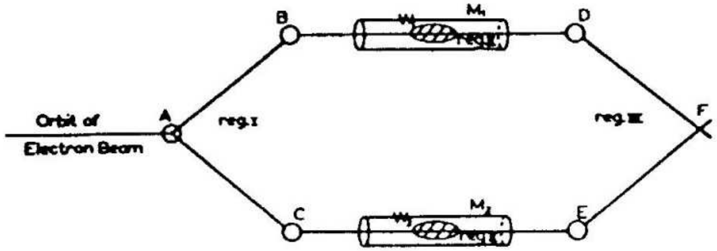


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.

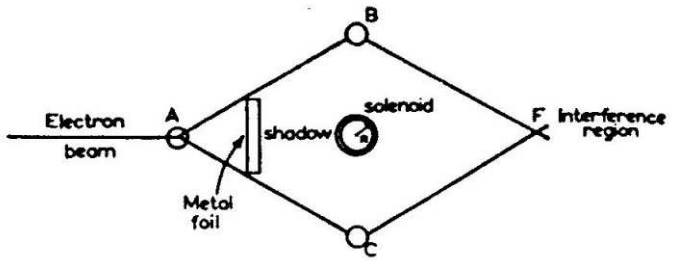


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

verse elektrická

- Nezbytně interference prolétajících *klubek*
- Dva Wienovy filtry aktivujeme jen po dobu, co klubka jsou uvnitř
- Proto na ně nepůsobí elmg. síly a pohyby klubek (Ehrenfestovy teorémy) nejsou ovlivněny
- Vzniká však rozdíl fází a interference

verse magnetická

- Zde je možný i stacionární popis.
- Mezi svazky prochází magnetický tok, který se s nimi prostorově nepřekrývá
- Ehrenfest taktéž platí bez omezení
- Přesto i zde dojde k interferenci závislé na celkovém magnetickém toku

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byl

Toto je obrázek z původn

překresleno podle Feynmana

486 Y. AHARONOV AND D. BOH

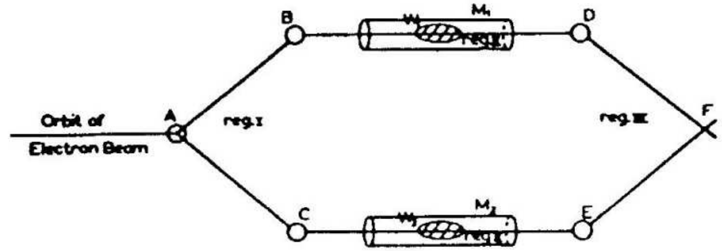
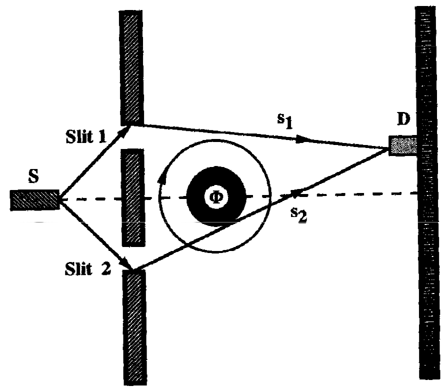


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E: suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2: wave packets. M_1, M_2: cylindrical metal tubes. F: interference region.



verse elektrická

- Nezbytně interference prolétajících *klubek*
- Dva Wienovy filtry aktivujeme jen po dobu, co klubka jsou uvnitř
- Proto na ně nepůsobí elmg. síly a pohyb klubka (Ehrenfestovy teorémy) nejsou ovlivněny
- Vzniká však rozdíl fází a interference

verse magnetická

- Zde je možný i stacionární popis.
- Mezi svazky prochází magnetický tok, který se s nimi prostorově nepřekrývá
- Ehrenfest taktéž platí bez omezení
- Přesto i zde dojde k interferenci závislé na celkovém magnetickém toku

Jev Aharonov-Bohm: cesta k pochopení

AB efekt vyvolal šokovou reakci. Jasné bylo, že

- jde o specificky kvantový jev, který vymizí v limitě $\hbar \to 0$
- jeho podstatou je bezsilové ovlivnění částic; v magnetickém případě navíc na dálku

Jak tehda napsal Victor Weisskopf:

> *The first reaction to this work is that it is wrong; the second is that it is obvious.*

Ani jedno nebyla pravda, jak ještě uvidíme.

Jev Aharonov-Bohm: cesta k pochopení

AB efekt vyvolal šokovou reakci. Jasné bylo, že

- jde o specificky kvantový jev, který vymizí v limitě $\hbar \to 0$
- jeho podstatou je bezsilové ovlivnění částic; v magnetickém případě navíc na dálku

Jak tehda napsal Victor Weisskopf:

> *The first reaction to this work is that it is wrong; the second is that it is obvious.*

Ani jedno nebyla pravda, jak ještě uvidíme.

Elektrický AB efekt umíme rozebrat s pomocí aparátu z dnešní přednášky. Jde v něm o časově závislý skalární potenciál. Vůbec z teoretického hlediska je jednodušší. O to víc vzdoruje experimentálnímu ověření.

Jev Aharonov-Bohm: cesta k pochopení

AB efekt vyvolal šokovou reakci. Jasné bylo, že

• jde o specificky kvantový jev, který vymizí v limitě $\hbar \to 0$

• jeho podstatou je bezsilové ovlivnění částic; v magnetickém případě navíc na dálku

Jak tehda napsal Victor Weisskopf:

The first reaction to this work is that it is wrong; the second is that it is obvious.

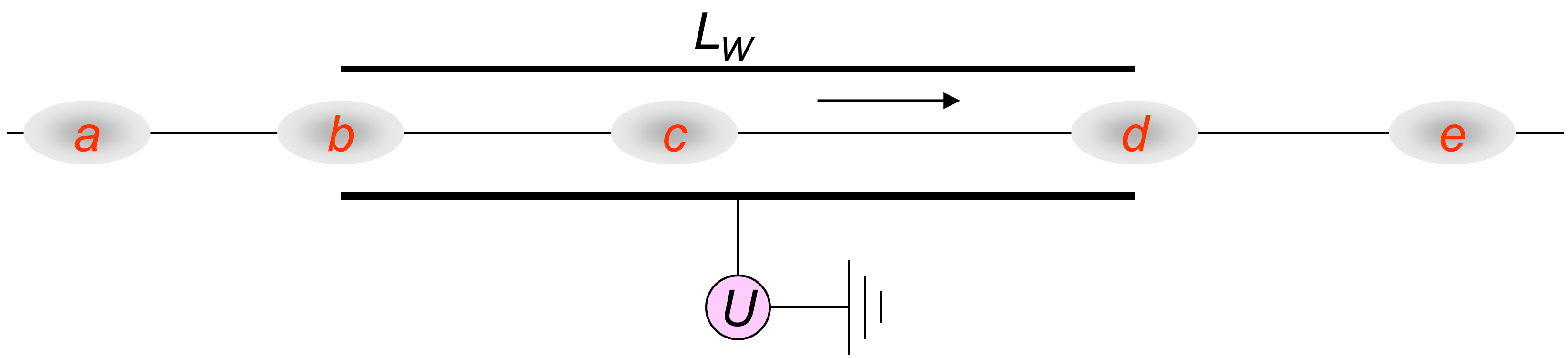
Ani jedno nebyla pravda, jak ještě uvidíme.

Elektrický AB efekt umíme rozebrat s pomocí aparátu z dnešní přednášky. Jde v něm o časově závislý skalární potenciál. Vůbec z teoretického hlediska je jednodušší. O to víc vzdoruje experimentálnímu ověření.

Magnetický AB efekt souvisí s použitím jemnějších vlastností vektorového potenciálu. Nemáme proto zatím prostředky, jak jej důsledně pojednat a omezíme se na heuristické a kvalitativní poznámky. Tento jev byl postupem let pozorován a detailně zkoumán v mnoha případech.

Skalární -- elektrický jev Aharonov-Bohm

Wienův filtr pomocí klubek



Pět stadií průletu klubka W.F. pro dva režimy jeho činnosti

stadium	**statický režim**	$U(t)$	**AB režim, časový**	$U(t)$
a volný let, *in*-dráha	Energie E, vln. vektor k	U	Energie E, vln. vektor k	0
b vstup do filtru	Akcelerace	U	Energie E, vln. vektor k	0
c průlet filtrem	Energie E, vln. vektor $k+\Delta k$	U	"Energie" $E+U$, vln. vektor k	U
d výstup z filtru	Zpomalení	U	Energie E, vln. vektor k	0
e volný let, *out*-dráha	Energie E, vln. vektor k	U	Energie E, vln. vektor k	0

Výsledky

statický režim

doba průletu

$$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = \frac{L}{\upsilon + \Delta\upsilon} - \frac{L}{\upsilon} = t \cdot \frac{eU}{2E}$$

fázový posun

$$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$$

dráhový posun

$$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}\,k} = -\frac{eUL}{\hbar^2\upsilon^2}$$

Posunuje se těžiště klubka (pokus I.)
i fáze vlnové funkce (pokus II.)

AB režim

doba průletu

$$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = 0, \quad \Delta\upsilon = 0$$

fázový posun

$$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$$

dráhový posun

$$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}\,k} = 0$$ bezdispersní fáze!

Dochází pouze k fázovému posunu.

Výsledky

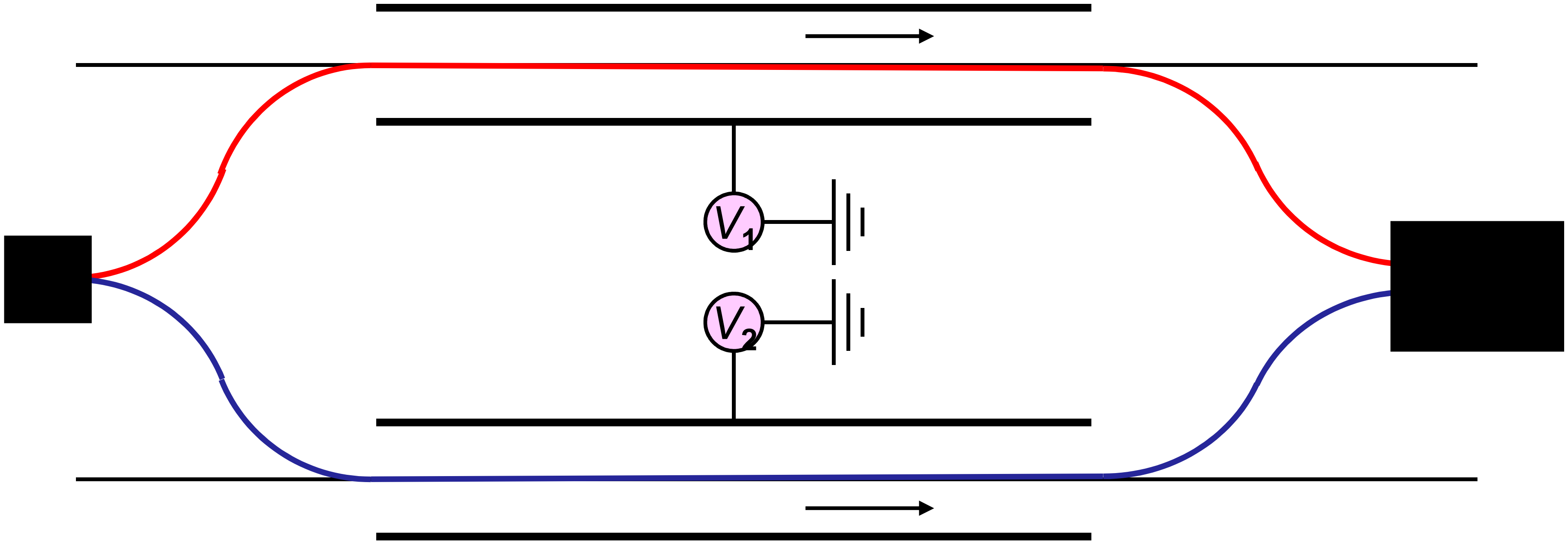
statický režim	AB režim
doba průletu	doba průletu
$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = \frac{L}{\upsilon + \Delta\upsilon} - \frac{L}{\upsilon} = t \cdot \frac{eU}{2E}$	$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = 0, \quad \Delta\upsilon = 0$
fázový posun	fázový posun
$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$ známe	$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$ kalibrace
dráhový posun	dráhový posun
$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}\,k} = -\frac{eUL}{\hbar^2\upsilon^2}$ $\neq 0 \leftarrow \upsilon\Delta t \rightarrow = 0$	$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}\,k} = 0$ bezdispersní fáze!
Posunuje se těžiště klubka (pokus I.) i fáze vlnové funkce (pokus II.)	Dochází pouze k fázovému posunu.

Výsledky

statický režim	AB režim
doba průletu	doba průletu
$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = \frac{L}{\upsilon + \Delta\upsilon} - \frac{L}{\upsilon} = t \cdot \frac{eU}{2E}$	$t = \frac{L}{\upsilon}, \quad \Delta t = 0, \quad \Delta\upsilon = 0$
fázový posun	fázový posun
$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$	$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar\upsilon}$
dráhový posun	dráhový posun
$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}k} = -\frac{eUL}{\hbar^2\upsilon^2}$	$\frac{\mathrm{d}\,\Delta\Phi}{\mathrm{d}k} = 0$ bezdispersní fáze!
Posunuje se těžiště klubka (pokus I.) i fáze vlnové funkce (pokus II.)	Dochází pouze k fázovému posunu.

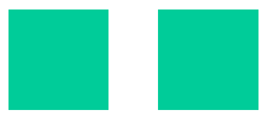
Ten, alespoň do 1. řádu, vychází stejně, jako ve statickém případu. Někdy se těžko rozpozná, zda v experimentu jde skutečně o AB posuvy, nebo o něco jiného, dávajícího stejná čísla

Elektrický AB efekt: interferenční funkce



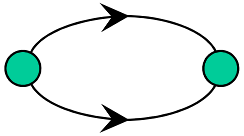
$$I(y) = I_0\,(1 + V \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\hbar}\int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$

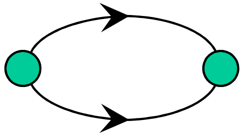


$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$

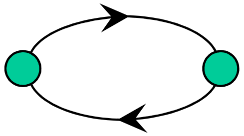
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$

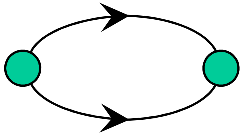


$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t})$$

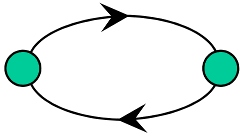
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,\left(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t})\right)$$



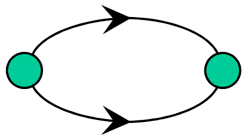
$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



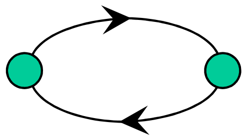
$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,\big(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t})\big)$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

1. Fázový posun nezávisí na detailech časového průběhu potenciálu. Rozhoduje jen výsledný integrál. Proto můžeme např. přičíst

$$\varphi(t) \quad \rightarrow \quad \varphi'(t) = \varphi(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda(t), \quad \Lambda \text{ libovolná funkce}$$

$$\hbar\Delta\Phi \equiv -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t}) = \hbar\Delta\Phi' \equiv -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi'(\bar{t})$$

2. Interferenční kontrast závisí na kosinu fázového posunu. Tak se objevuje **kvantová podmínka**

$$\boxed{\cos\Delta\Phi = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t}) = \frac{\pi\hbar}{e} n, \quad n \quad \text{celé}}$$

Od elektrického jevu Aharonov-Bohm k magnetickému

Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

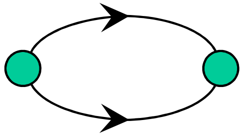
Sugestivní úprava fázového integrálu

elektromagnetické potenciály

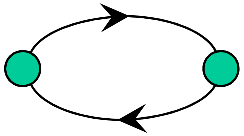
$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

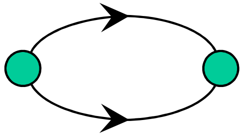
Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

Sugestivní úprava fázového integrálu

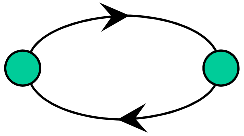
elektromagnetické potenciály

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e\oint \mathrm{d}\bar{t}\,\varphi(\bar{t})$$

4 – zobecnění

$$\{\boldsymbol{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \qquad \{\boldsymbol{A}, \frac{\varphi}{c}\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

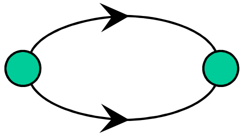
Sugestivní úprava fázového integrálu

elektromagnetické potenciály

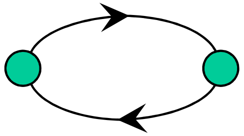
$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

4 – zobecnění

$$\{\boldsymbol{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \qquad \{\boldsymbol{A}, \frac{\varphi}{c}\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

Obecný integrál téhož typu bude

magnetický BA

$$\oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} - \varphi\,\mathrm{d}t$$

elektrický BA

Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

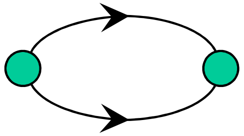
Sugestivní úprava fázového integrálu

elektromagnetické potenciály

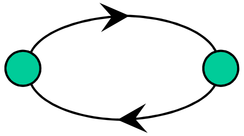
$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\hbar \Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,\left(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t})\right)$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

4 – zobecnění

$$\{\boldsymbol{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \qquad \{\boldsymbol{A}, \frac{\varphi}{c}\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

Obecný integrál téhož typu bude

magnetický BA

$$\oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} - \varphi\, \mathrm{d}t$$

elektrický BA

prostorová smyčka

časová smyčka

Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\varphi' \equiv \varphi + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$
$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$
$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\varphi' \equiv \varphi + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$

$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$

$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná ***.... topologická kvantová čísla***

Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\varphi' \equiv \varphi + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$
$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$
$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná .... *topologická kvantová čísla*

$$\oint \boldsymbol{A}' \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint (\boldsymbol{A} + \nabla\Lambda) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}, \qquad \oint \nabla\Lambda \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \nabla \times \nabla\Lambda \,\mathrm{d}S \equiv 0$$

Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

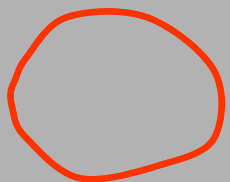
$$\varphi' \equiv \varphi + \tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$
$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$
$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná

.... topologická kvantová čísla

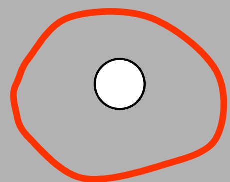
$$\oint \boldsymbol{A}' \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint (\boldsymbol{A} + \nabla\Lambda) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}, \qquad \oint \nabla\Lambda \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \nabla \times \nabla\Lambda \,\mathrm{d}\boldsymbol{S} \equiv 0$$

jednoduše souvislá oblast



smyčku lze
stahnout
do bodu

vícenásobně souvislá oblast



smyčka
obepne
díru v oblasti

Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\varphi' \equiv \varphi + \tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$
$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$
$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B}' = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná

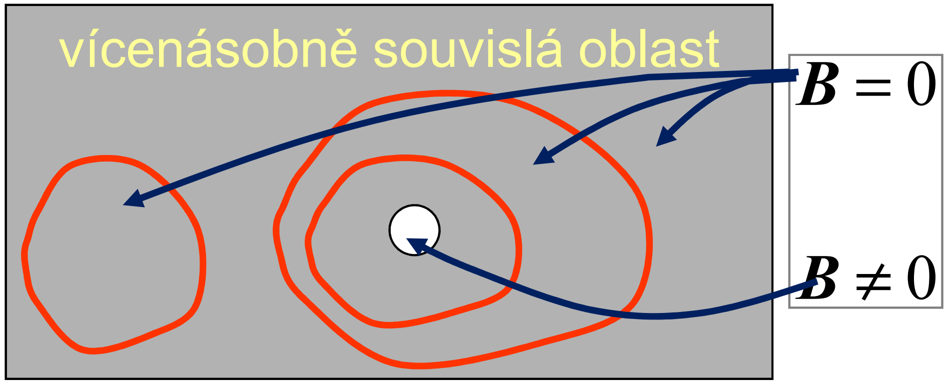
.... topologická kvantová čísla

$$\oint \boldsymbol{A}' \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint (\boldsymbol{A} + \nabla\Lambda) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}, \qquad \oint \nabla\Lambda \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \nabla \times \nabla\Lambda \,\mathrm{d}\boldsymbol{S} \equiv 0$$

$$\oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\, \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{B} \equiv \mathcal{J}$$

… magnetický tok

$$\boxed{\Delta\Phi = \frac{e}{\hbar}\oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{e}{\hbar}\mathcal{J}}$$



Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace)

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$$

$$\varphi' \equiv \varphi + \tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda$$
$$\boldsymbol{A}' \equiv \boldsymbol{A} + \nabla\Lambda$$
$$\boldsymbol{E}' = -\nabla\varphi' - \partial_t \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{B}' = \nabla\times\boldsymbol{A}' = \boldsymbol{B}$$

V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná

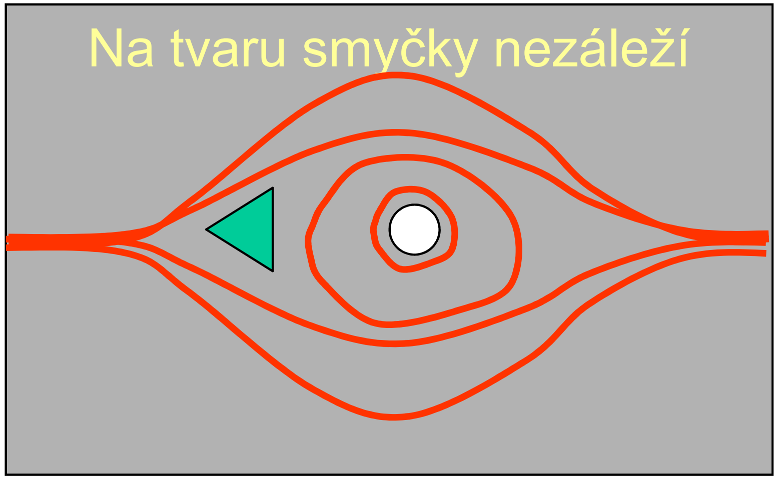
…. topologická kvantová čísla

$$\oint \boldsymbol{A}'\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint(\boldsymbol{A}+\nabla\Lambda)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \qquad \oint \nabla\Lambda\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \nabla\times\nabla\Lambda\,\mathrm{d}\boldsymbol{S} \equiv 0$$

$$\oint \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{B} \equiv \mathcal{J}$$

… magnetický tok

$$\boxed{\Delta\Phi = \frac{e}{\hbar}\oint \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{e}{\hbar}\mathcal{J}}$$



FÁZOVÝ POSUN JE PROTO KOHERENTNÍ PRO CELOU VLNU

Souhrn k roli potenciálů v QM

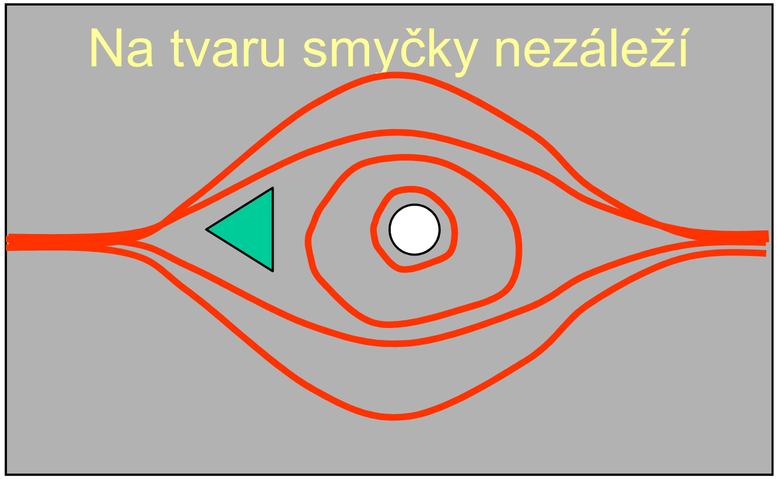
Tři body k zapamatování

- bezsilové působení na dálku
- potenciály samy, ne jen pole (tedy jejich derivace) vedou k pozorovatelným efektům
- příslušné kvantování souvisí s topologií úlohy

$$\oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\, \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{B} \equiv \mathcal{J}$$

… magnetický tok

$$\boxed{\Delta\Phi = \frac{e}{\hbar} \oint \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{e}{\hbar} \mathcal{J}}$$

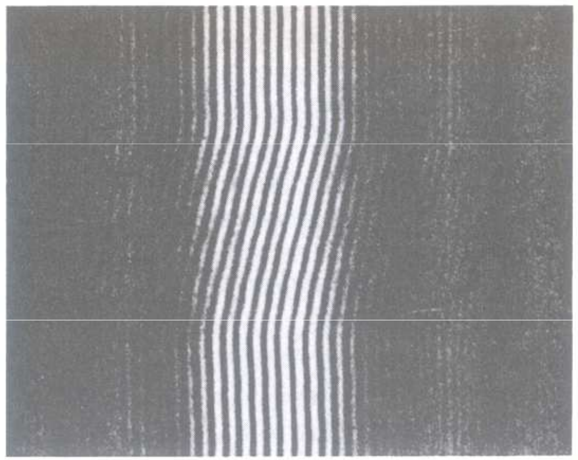


FÁZOVÝ POSUN JE PROTO KOHERENTNÍ PRO CELOU VLNU

Experiment s magnetickým AB efektem

***Bayh* 1962** uspořádání s 3 biprismaty, vložena cívečka 5mm x 20μm. Svazky elektronů 40 keV vzdáleny 60μm.

NAFILMOVÁNO



koncové ***B***

B lineárně roste

počáteční ***B***

laterální okno

Námitky

- s Faradayovým indukčním efektem … nesprávná
- s parasitním magn. polem … hůře vyvratitelná. Později supravodivé stínění magnetického pole, Faradayovo stínění proti pronikání elektronů

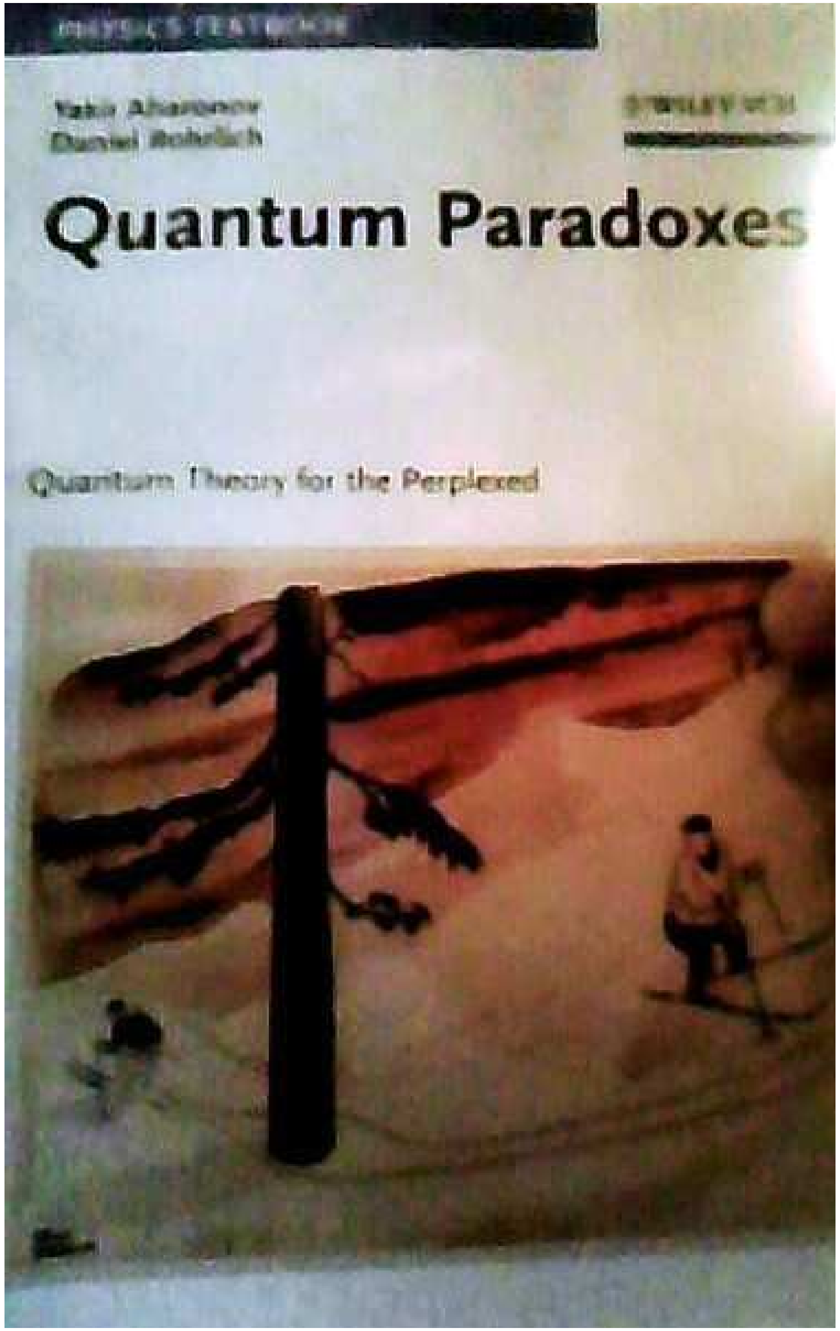
David Bohm

David Joseph Bohm
(December 20, 1917 - October 27, 1992)

http://en.wikipedia.org/wiki/David_Bohm

- Oppenheimerův student
- v Manhattan projektu
- 1952 učebnice kvantové teorie – standard Kodaňské interpretace
- vyvrátil v. Neumannovu větu o skrytých parametrech tím, že sestrojil svou versi kvantové teorie ... DODNES MÁ STOUPENCE
- jeho model pro EPR paradox rovněž standardem
- 1958 teorie stínění v elektronovém plynu spolu s D.Pinesem
- 1959 AB efekt

Jakir Aharonov

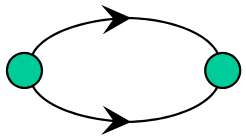


The end

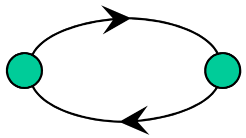
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_2(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t})$$

1. Fázový posun nezávisí na detailech časového průběhu potenciálu. Rozhoduje jen výsledný integrál. Proto můžeme např. přičíst

$$\varphi(t) \quad \to \quad \varphi'(t) = \varphi(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Lambda(t), \quad \Lambda \ \text{ libovolná funkce}$$

$$\hbar\Delta\Phi \equiv -e\oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t}) = \hbar\Delta\Phi' \equiv -e\oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi'(\bar{t})$$

2. Interferenční kontrast závisí na kosinu fázového posunu. Tak se objevuje **kvantová podmínka**

$$\boxed{\cos\Delta\Phi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oint \mathrm{d}\bar{t}\, \varphi(\bar{t}) = \frac{2\pi\hbar}{e} n, \quad n \quad \text{celé}}$$

Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

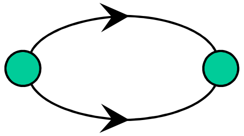
Sugestivní úprava fázového integrálu

elektromagnetické potenciály

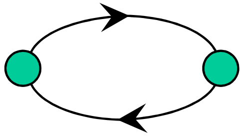
$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$$

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\,\big(V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t})\big)$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) + \int_{t}^{t_0} \mathrm{d}\bar{t}\, V_1(\bar{t}) = \oint \mathrm{d}\bar{t}\, V(\bar{t}) = -e\oint \mathrm{d}\bar{t}\,\varphi(\bar{t})$$

4 – zobecnění

$$\{\boldsymbol{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \qquad \{\boldsymbol{A}, \frac{\varphi}{c}\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

Obecný integrál téhož typu bude

$$\oint \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} - \varphi\,\mathrm{d}t$$

magnetický BA

elektrický BA

prostorová trajektorie

časová trajektorie

Heuristické náběhy na interpretaci: a co magnetický AB?

$$\oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{B}$$

… magnetický tok

$$\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \nabla\chi, \quad \varphi \to \varphi' = \varphi - \partial_t \chi$$

kalibrační transformace

$$\oint \boldsymbol{A}'\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint (\boldsymbol{A} + \nabla\chi)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

kalibrační invariant

elektromagnetické potenciály

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \boldsymbol{A}$$
$$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$$

$$V(\bar{t}) = -e\oint \mathrm{d}\bar{t}\,\varphi(\bar{t})$$

$$\to A^1, A^2, A^3, A^4$$

Obecný integrál téhož typu bude

magnetický BA

$$\oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} - \varphi\,\mathrm{d}t$$

elektrický BA

prostorová trajektorie

časová trajektorie