

Pokročilé úlohy z teoretické fyziky – mechanika

Příklad 1.

Magnetická čočka je tvořena válcově symetrickým polem popsáným vektorovým potenciálem

$$A_\varphi = \frac{1}{2} \rho B(z) \quad , \quad A_\rho = A_z = 0 \quad , \quad B(z) = \frac{B_0}{1 + \frac{z^2}{a^2}} \quad ,$$

kde B_0 a a jsou konstanty. Svazek elektronů se rozbíhá z bodu $z = z_0$ na ose. Pomocí přibližného řešení Hamiltonovy – Jacobiho rovnice najděte bod $z = z_i$, kde bude svazek (v paraxiálním přiblížení) opět zfokusován na osu.

Příklad 2.

- Dokažte invarianci Poissonových závorek při kanonických transformacích.
- Vyjádřete kanonické transformace definované vytvořující funkcí

$$F(q, Q, t) = \frac{1}{2} m \omega(t) q^2 \cotg Q \quad .$$

Příklad 3.

- Ukažte, že Schrödingerova rovnice pro volnou částici je invariantní vzhledem ke Galileiho transformaci.
- Stanovte podmínky, za kterých je druhý Newtonův zákon invariantní vzhledem ke Galileiho transformaci.

Příklad 4.

Zapište pohybové rovnice v proměnných účinek – úhel pro harmonický oscilátor s hamiltoniánem

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2(t) q^2$$

a diskutujte možnost jejich přibližného řešení při pomalých změnách frekvence.

Příklad 5.

Popište jednorozměrný pohyb nerelativistické částice hmotnosti m v poli daném potenciální energií

$$U(x) = A [\exp(-2ax) - 2\exp(-ax)] \quad ,$$

kde A a a jsou kladné konstanty.