

# Aplikovaná optika I

Učební pomůcka zejména pro studenty  
optometrie LF.

Josef Kuběna,

Jana Jurmanová,

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity Brno

*Stiskněte mezerník či klikněte myší.*

# Náповěda a technická podpora

- V textu se můžete pohybovat pomocí kliknutí levým tlačítkem myši (posune prezentaci o jeden krok dopředu) anebo pomocí kláves se šipkami (dopředu či dozadu).
- Při stisku pravého tlačítka myši se objeví dialog **Přejít – Naposledy zobrazený** či **Přejít – Podle nadpisů**, pomocí kterého se v textu můžete volně pohybovat, například se vrátet k dříve zobrazeným stránkám
- K přecházení mezi jednotlivými otevřenými prezentacemi používejte klávesovou zkratku Alt+Tab (stiskněte Tab tolikrát, až se v rámečku objeví soubor, do kterého chcete přepnout, pak pusťte obě klávesy).

# Úvod

Tento text má sloužit jako základní učební text k přednášce Aplikovaná optika I pro studenty studijního oboru Optometrie.

Jedná se vlastně o první ze série tří přednášek, jejichž cílem je seznámit studenty s principy moderních vyšetřovacích a operačních metod v optometrii.

I když optometr ve své budoucí praxi nebude s moderními vyšetřovacími či operačními přístroji pracovat a zůstane u zdánlivě rutinní práce v oční optice, je velmi pravděpodobné (a zkušenosti našich studentů to potvrzují), že ani tam se nevyhne nutnosti odpovídat na otázky týkající se principů moderních vyšetřovacích přístrojů, šterbinovou lampou počínaje a Heidelbergským sítnicovým tomografem konče. Cyklus přednášek Aplikovaná optika si proto klade za cíl vybavit studenta alespoň základními vědomostmi, a to ve třech krocích:

Aplikovaná optika I se věnuje výkladu vybraných optických jevů, používaných při konstrukci vyšetřovacích přístrojů, Aplikovaná optika II se pak zabývá principy činnosti takovýchto přístrojů a Aplikovaná optika III pak vykládá jejich použití z medicínského hlediska.

Věnujme se tedy nejprve přednášce Aplikovaná optika I, budoucí základní představy o optice.

# Orientace v textu

Text se skládá jednak z vlastního výkladu, jednak z příkladů a úloh k procvičení. Toto rozlišení je provedeno pomocí barvy pozadí textového okna.

Definice a tvrzení, které je potřeba přijmout (vše samozřejmě nelze odvozovat a některá odvození nejsou pro studenty LF pochopitelná například z důvodu příliš složitého matematického aparátu).

Vzorec či tvrzení, které je potřeba si zapamatovat pro další výklad (tloušťka orámování zvýrazňuje důležitost).

Otázky s uvedenou odpovědí a řešené příklady (odpovědi a řešení příkladů jsou uvedeny buď hned za zadáním anebo v jiné části textu, na kterou je udělán vedle zadání odkaz). Doporučujeme nejprve řešení či odpověď formulovat a pak si vlastní řešení porovnat s řešením autorů.

Řešení příkladů a odpovědi na otázky.

Příklady neřešené (v závorce jsou uvedeny výsledky).

Kontrolní otázky (bez odpovědí).

Rýpavé otázky, sesbírané vyučujícími během konání přednášky. Často výrazně přispívají k pochopení problematiky.

Jednotlivé oddíly textu jsou označeny takto:

# Název kapitoly

## Téma listu prezentace

Kvůli zvýšení přehlednosti budou užívány ještě další dva rámečky označující

Úvod – anotace – kapitoly.

Shrnutí hlavních bodů kapitoly.

Pro vlastní studium doporučujeme nejen listovat počítačovou prezentací, ale mít při ruce i tužku a papír. S jejich pomocí řešte úlohy, které vám budou zadávány, a teprve řešení zkontrolujte podle prezentace. Tento přístup značně zvýší efektivitu Vašeho studia.

# Aplikovaná optika I.

# Co je potřeba vědět, než budete číst dále

Nyní shrňme minimum matematických a fyzikálních znalostí potřebných pro studium dalšího textu

Matematika

Fyzika

Chci číst vlastní text

# Matematické minimum

V této kapitole jsou uvedeny základní matematické poučky potřebné pro studium následujícího textu. Jedná se opravdu jen o přehled nejdůležitějších definic a vzorců bez podrobnějšího vysvětlování. Příslušné odvození a další příklady k procvičení je možné najít například v učebnicích matematiky pro střední školy, vysokoškolských skriptech z matematiky (určených především pro nematematické obory), příklady neopatřený přehled matematických vztahů lze najít v poslední citované knize.

1. Petáková, J.: *Matematika : příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*, Prometheus, Praha 1998
2. Knichal, Vladimír. *Matematika. 1* , Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1965
3. Bartsch, H.-J.: *Matematické vzorce*, Mladá fronta, Praha 1996



## Míry úhlů: převody stupně a radiány

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 2\pi \text{ rad} \\ x^\circ &= y \text{ rad} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} x^\circ &= \frac{y [\text{rad}]}{2\pi [\text{rad}]} 360^\circ \\ y \text{ rad} &= \frac{x [^\circ]}{360 [^\circ]} 2\pi \text{ rad} \end{aligned}$$

Příklad: Úhel  $\alpha = 60^\circ$  vyjádřete v radiánech.

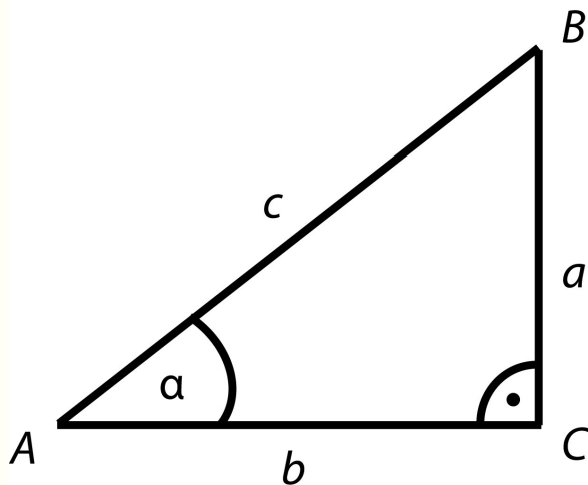
$$\begin{aligned} \text{Řešení: } 360^\circ &= 2\pi \text{ rad} \\ 60^\circ &= y \text{ rad} \end{aligned} \Rightarrow y \text{ rad} = \frac{60 [^\circ]}{360 [^\circ]} 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Příklad: Úhel  $\alpha = \frac{\pi}{8}$  vyjádřete ve stupních.

$$\begin{aligned} \text{Řešení: } 360^\circ &= 2\pi \text{ rad} \\ x^\circ &= \frac{\pi}{8} \text{ rad} \end{aligned} \Rightarrow x^\circ = \frac{\frac{\pi}{8} [\text{rad}]}{2\pi [\text{rad}]} 360^\circ = \frac{360^\circ}{16} = 22,5^\circ$$

# Funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens

- Zavedení pomocí pravoúhlého trojúhelníka



$a$  - odvěsna protilehlá úhlu  $\alpha$   
(protilehlá odvěsna)  
 $b$  - odvěsna přilehlá úhlu  $\alpha$   
(přilehlá odvěsna)  
 $c$  - přepona

$$\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}} = \frac{a}{b}$$

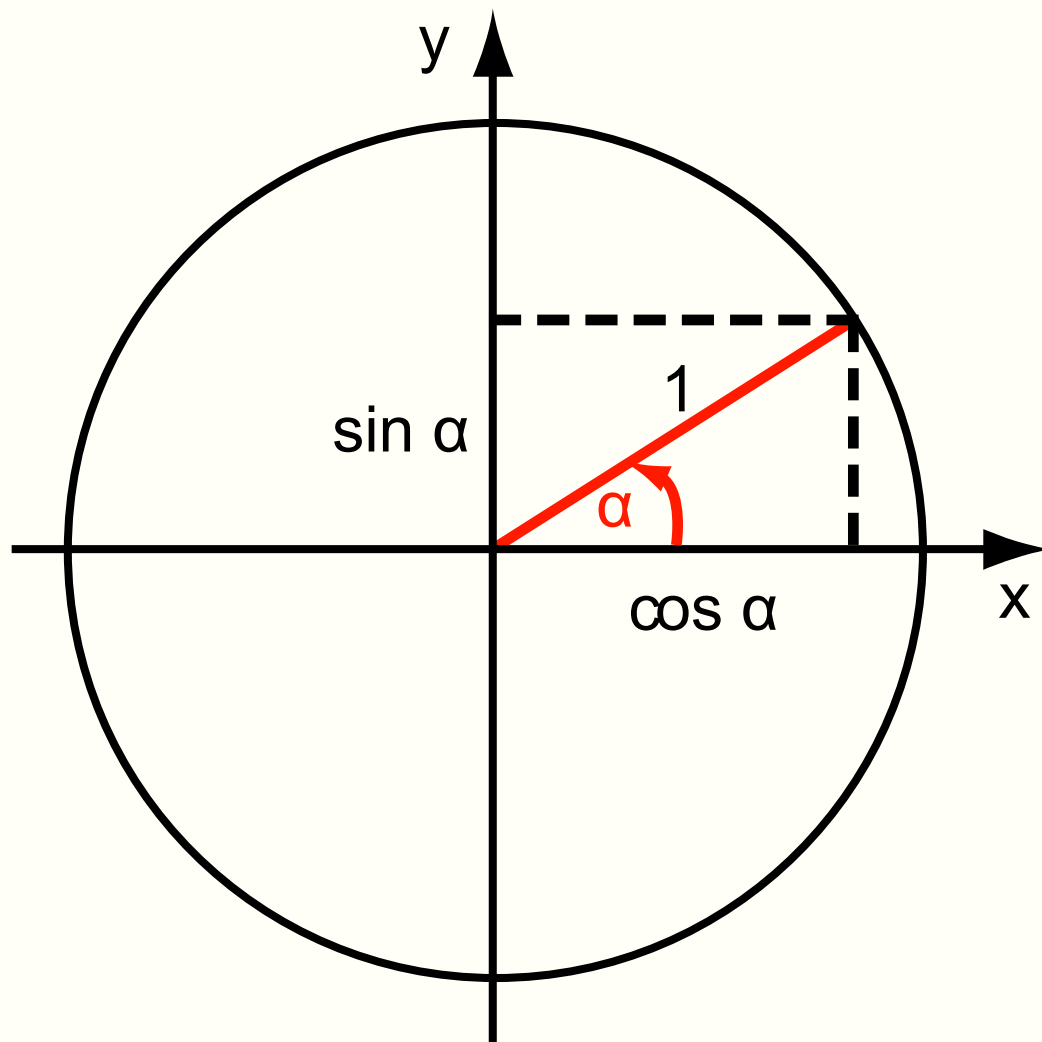
$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{protilehlá odvěsna}} = \frac{b}{a}$$

důležité vztahy:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

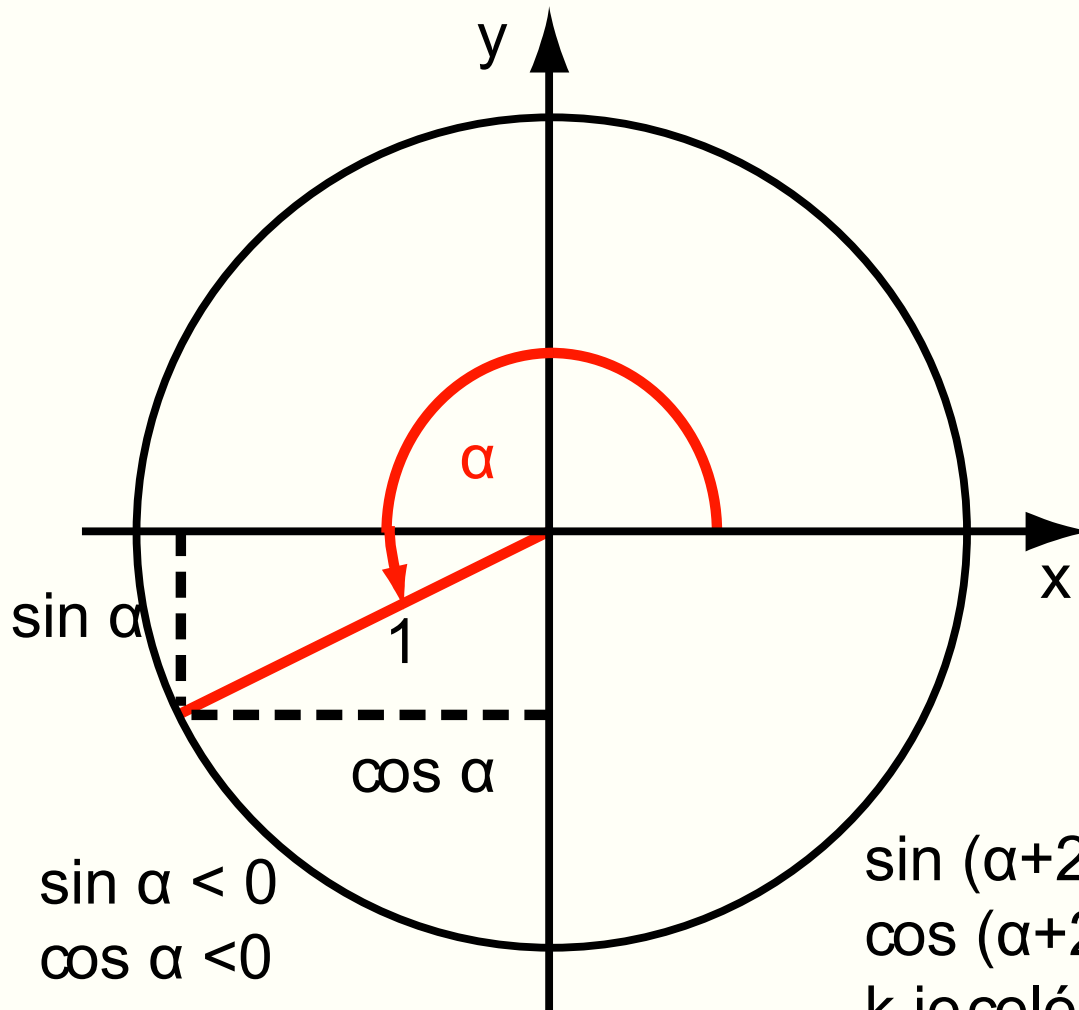
$$\operatorname{tga} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{cotga} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \text{ odkud } \operatorname{tga} = \frac{1}{\operatorname{cotg} \alpha}$$

- Zavedení pomocí jednotkové kružnice 1.



Úhel  $\alpha$  měříme od kladného směru osy  $x$ . Pravoúhlý trojúhelník má přeponu délky 1, takže podle definice funkce udávají průměty do os  $x$  a  $y$  přímo velikost sinu a kosinu úhlu. Tangens a kotangens lze spočítat jako podíl těchto hodnot – viz předchozí snímek.

- Zavedení pomocí jednotkové kružnice 2.



$$\sin \alpha < 0$$
$$\cos \alpha < 0$$

$$\sin (\alpha + 2k\pi) = \sin \alpha$$
$$\cos (\alpha + 2k\pi) = \cos \alpha$$

$k$  je celé číslo

Protože pro úhly větší než  $90^\circ$  může být hodnota  $x$ -ové či  $y$ -ové souřadnice záporná, může kosinus, resp. sinus nabývat i záporných hodnot. Taktéž je vidět, že perioda funkcí sinus a kosinus je  $360^\circ$ , poté začínají funkce opět nabývat stejných hodnot.

- Tabulka hodnot funkcí: JE NUTNÉ ZNÁT!

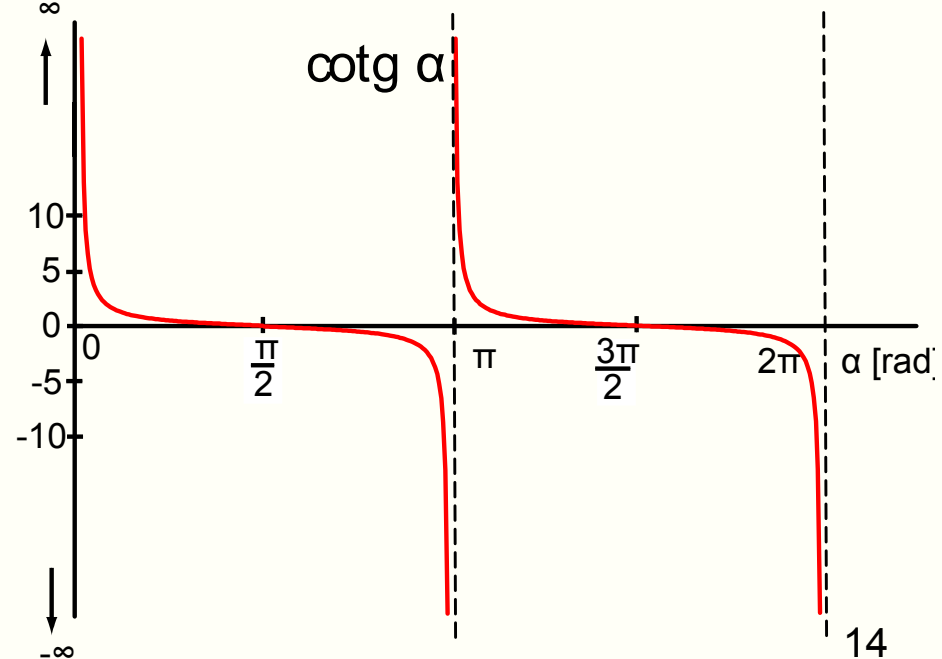
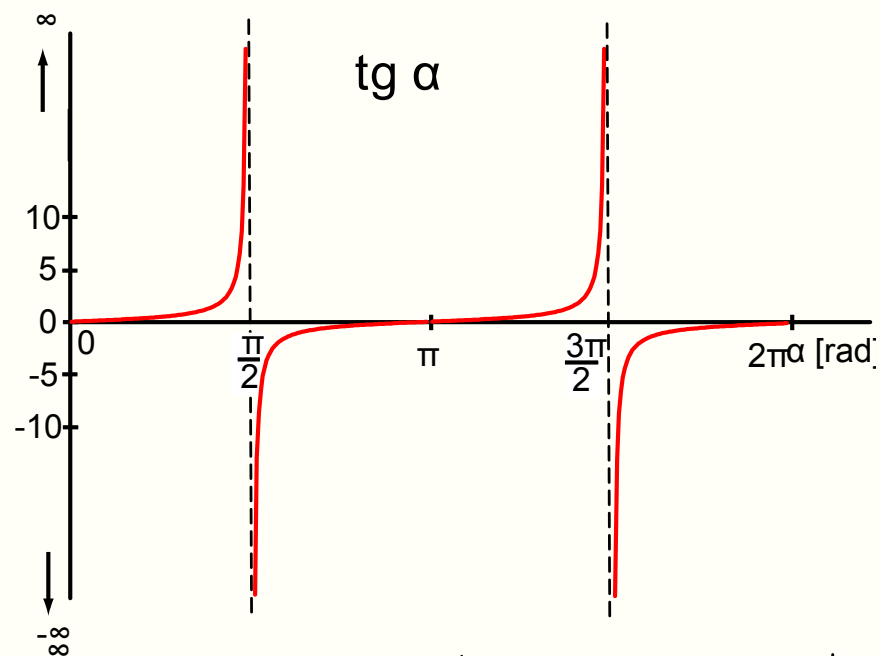
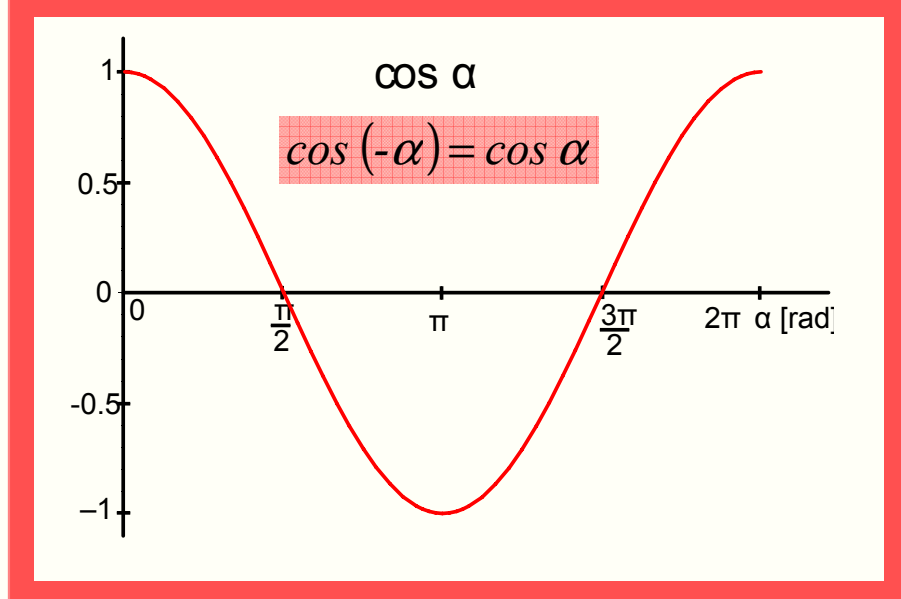
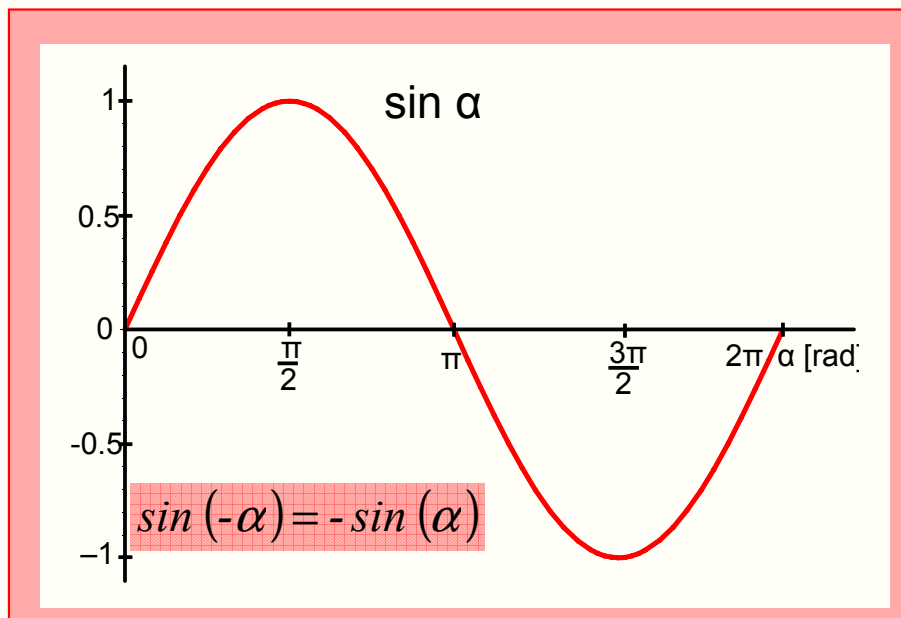
V prvním dvou řádcích v tabulce jsou zapsány hodnoty funkce sinus pro vybrané úhly. Pomocí údajů z předchozích snímků si dopočítejte hodnoty funkce kosinus (použijte hlavně vztah v červeném rámečku). Pak klikněte myší a zkontrolujte si výsledky.

$\alpha$ [rad]	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

Dopočítejte si hodnoty funkcí tangens a kotangens, pak klikněte myší a zkontrolujte si výsledky.

$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0	$-\infty$	0
$\operatorname{cotg} \alpha$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\infty$	0	$\infty$

# Grafy funkcí sinus, kosinus, tangens a kotangens



- Potřebné vztahy pro funkce sinus a kosinus:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

Z nich například plyne:

$$\sin(90^\circ \pm \beta) = \cos \beta \quad \cos(90^\circ \pm \beta) = \mp \sin \beta$$

$$\sin(180^\circ \pm \beta) = \mp \sin \beta \quad \cos(180^\circ \pm \beta) = -\cos \beta$$

anebo vztahy pro součty funkcí sinus a kosinus

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) & \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) & \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \end{aligned}$$

odvození vztahů najdete na další straně

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

substituce:  $\alpha + \beta = \gamma$ ,  $\alpha - \beta = \delta$ , takže  $2\alpha = \gamma + \delta$ ,  $2\beta = \gamma - \delta$  :

$$\sin \gamma = \sin\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \sin\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right)$$

$$\sin \delta = \sin\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \sin\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right)$$

Tyto rovnice sečteme a odečteme a získáme tak vztahy pro součet a rozdíl sinů:

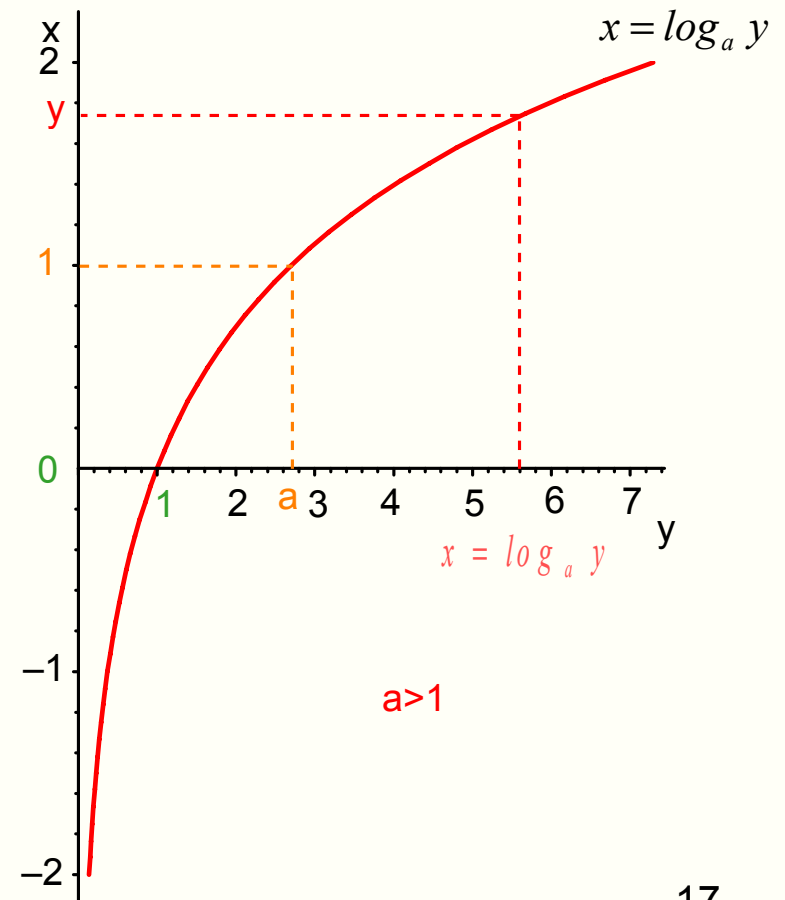
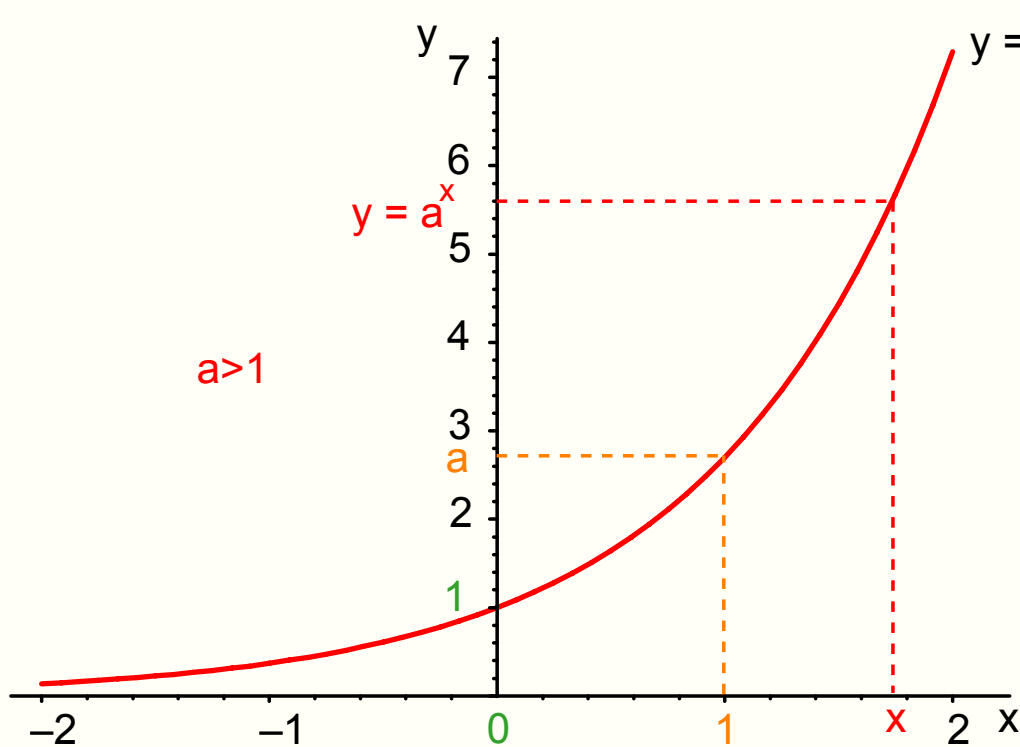
$$\sin \gamma + \sin \delta = 2 \sin\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right) \quad \sin \gamma - \sin \delta = 2 \cos\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right) \sin\left(\frac{\gamma - \delta}{2}\right)$$

Vztahy pro součet a rozdíl kosinů určete obdobným způsobem z druhé dvojice rovnic.

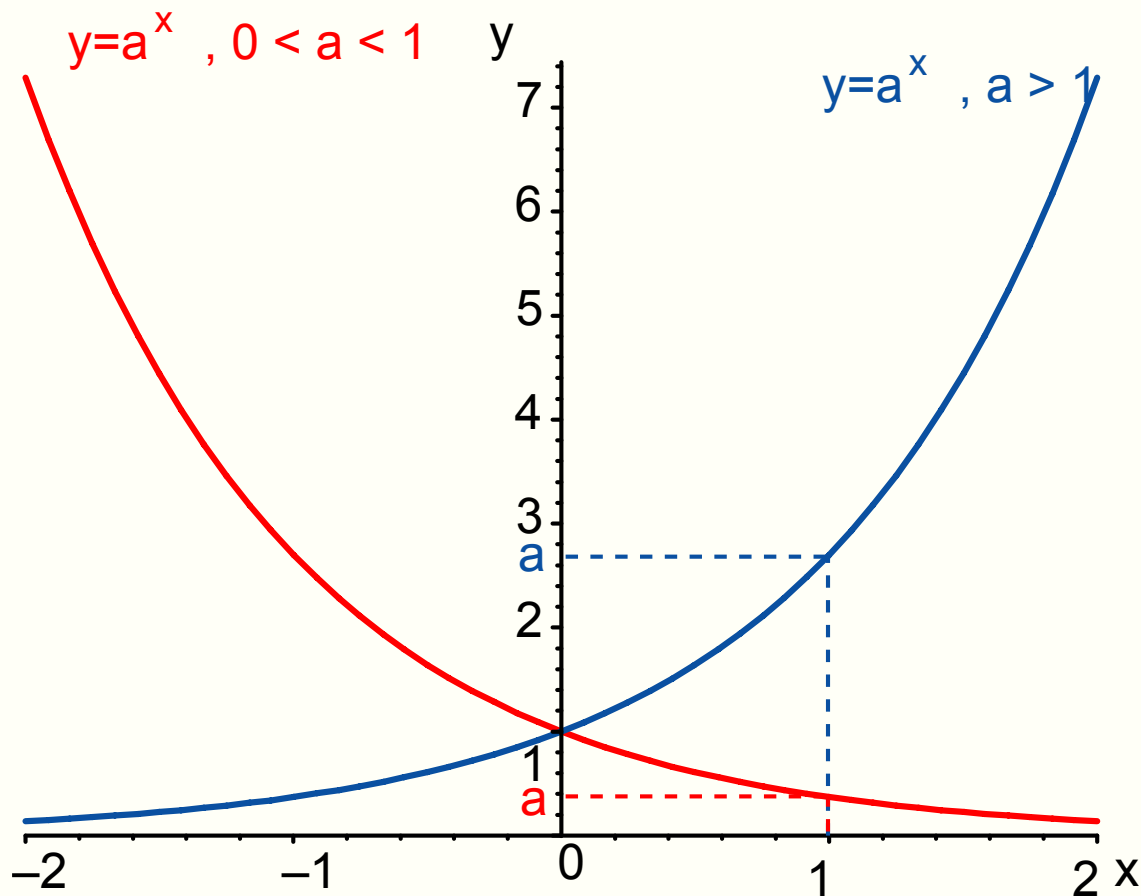


# Funkce exponenciální a logaritmické

- funkce, pro které platí  $y = a^x$  právě tehdy, když  $x = \log_a y$
- lépe je to vidět z obrázku:



- exponenciální funkce s různými základy:



Graf příslušných logaritmických funkcí by byl „otočen o 90°“, čili osa y by byla vodorovná.

- zásady pro počítání s exponenciálními funkcemi a logaritmy

$$a^0 = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$a^1 = a \quad \log_a a = 1$$

$$a^{b+c} = a^b \cdot a^c \quad \log_a (r \cdot s) = \log_a r + \log_a s$$

$$a^{b-c} = \frac{a^b}{a^c} \quad \log_a \left( \frac{r}{s} \right) = \log_a r - \log_a s$$

$$\log_a (r^s) = s \cdot \log_a r$$

Příklad: Z rovnice  $y = C \cdot a^{-Bx}$  určete  $y$  v závislosti na  $x$ , jestliže  $B=2$ ,  $a=e$ ,  $C=3$ .

Řešení: jedná se o pouhé dosazení do vzorce, čili:  $y = 3 \cdot e^{-2x}$

Příklad: Z rovnice  $y = C \cdot a^{-Bx}$  určete  $y$ , jestliže  $B=2$ ,  $a=e$ ,  $C=3$  a  $x=6$ .

Řešení: opět se jedná se o dosazení do vzorce, čili:  $y = 3 \cdot e^{-2 \cdot 6} = 3 \cdot e^{-12}$ . Nyní je potřeba dokončit výpočet pomocí kalkulatoru, e je základ exponenciální funkce:  
 $y = 3 \cdot e^{-12} = 3 \cdot 6,14 \cdot 10^{-6} = 1,8 \cdot 10^{-5}$ .

Příklad: Z rovnice  $y = C \cdot a^{-Bx}$  vyjádřete  $x$ . Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $B=2$ ,  $a=e$ ,  $C=3$ ,  $y=1$ .

Řešení: s využitím vztahů z předchozí strany dostáváme:

$$\frac{y}{C} = a^{-Bx} \quad \ln_a \frac{y}{C} = \ln_a a^{-Bx} \quad \ln_a y - \ln_a C = -Bx \ln_a a$$
$$\ln_a y - \ln_a C = -Bx \quad \frac{1}{B} (\ln_a C - \ln_a y) = x \quad x = \frac{1}{B} \left( \ln_a \frac{C}{y} \right) \quad x = \frac{1}{2} \cdot \left( \ln_e \frac{3}{1} \right) = 0,5 \cdot \ln 3 = 0,55$$

- dva fyzikálně důležité základy: 10 a Eulerovo číslo

Logaritmus o základu 10 se nazývá dekadický. Ve fyzice se objevují logaritmické škály při přepočtech mezi počítkem a vjemem (vnímání intenzity uchem a okem). Základ se vynechává, označení  $\log x$  tedy značí logaritmus dekadický.

Příklad: čemu je roven dekadický logaritmus jedné miliardy a jedné miliontiny?

Řešení:  $\log 1\,000\,000\,000 = \log 10^9 = 9 \log 10 = 9$   $\log 0,000\,001 = \log 10^{-6} = -6 \log 10 = -6$   
Takto lze velké rozsahy čísel převést na relativně malé rozdíly.

Logaritmus o základu  $e$  se nazývá přirozený. Číslo  $e=2,7\dots$  je tzv. Eulerovo číslo. Označení pro přirozený logaritmus je  $\ln$ . Příslušná logaritmická a exponenciální funkce je důležitá při výpočtu absorpce (například světla v látce, viz vlastní text).

# Komplexní čísla

Komplexní čísla se v optice používají například při výpočtu odrazivosti a při výpočtu intenzity světla při interferenci. Proto je potřebné znát alespoň následující minimum:

Komplexní číslo  $z$ : číslo tvaru  $z=a+bi$ , kde  $a, b$  jsou reálná čísla a  $i$  je tzv. imaginární jednotka, tj. číslo s vlastností  $i^2=-1$ . Čísla  $a$  a  $b$  nazýváme reálná a komplexní část komplexního čísla, tento tvar se nazývá algebraický.

Sčítání a odčítání komplexních čísel:

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$$

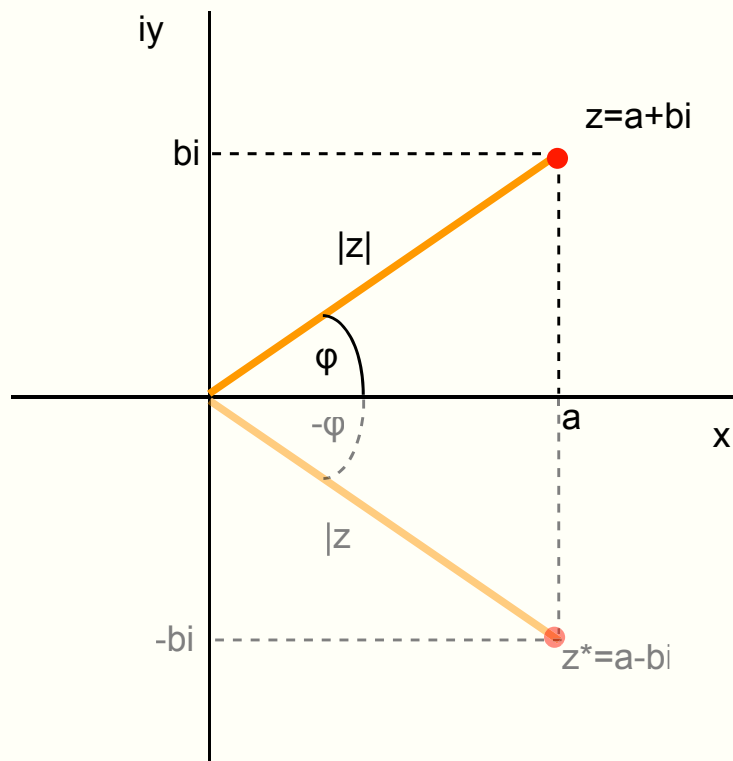
$$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$$

# Násobení komplexních čísel:

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Komplexní čísla lze samozřejmě i dělit, ale pro tuto přednášku to není nutné.

Zobrazení komplexního čísla: z obrázku je zřejmé, že:



$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \dots \text{velikost komplexního čísla}$$

$$z^* = a - bi \quad \dots \text{číslo komplexně sdružené}$$

$$\text{Platí: } z \cdot z^* = |z|^2$$

$$z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \dots \text{goniometrický tvar komplexního čísla}$$

goniometrický tvar  
čísla komplexně  
sdruženého:

$$z^* = |z|(\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)) = |z|(\cos(\varphi) - i \sin(\varphi))$$

Eulerův vztah: spojuje funkci exponenciální (definovanou pro komplexní číslo s funkcemi sinus a kosinus úhlu (viz obrázek na předchozí straně):

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

Pomocí Eulerova vztahu lze přepsat komplexní číslo do exponenciálního tvaru, který je vhodný například pro výpočty interferenční intenzity:

$$z = |z| e^{i\varphi}$$

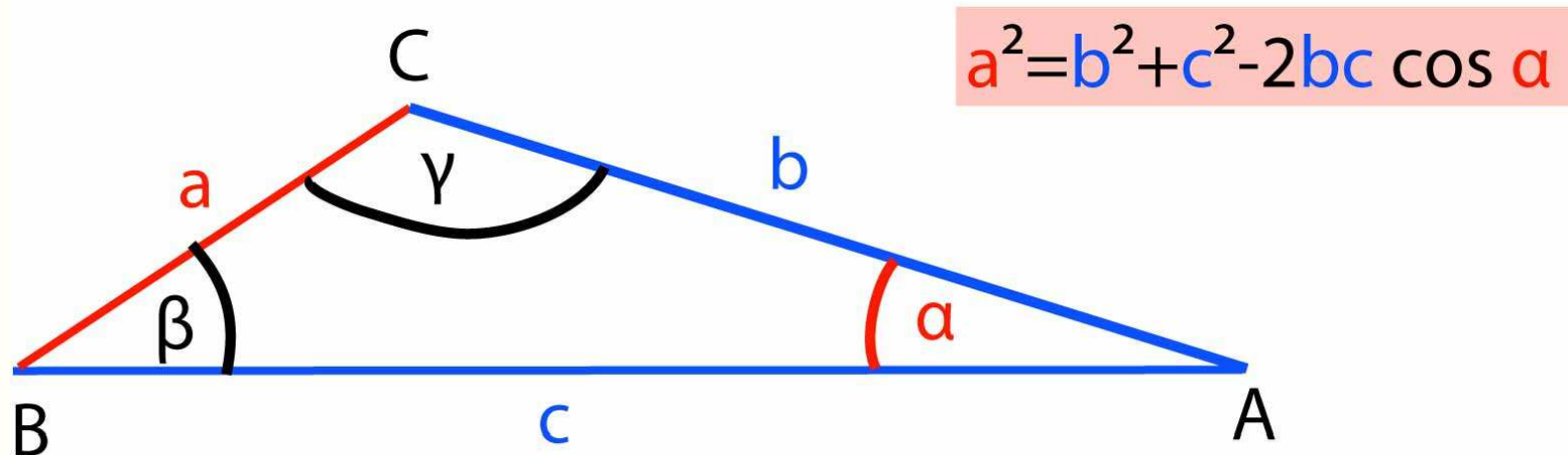
Výhoda tohoto vztahu pak je v jednodušším násobení komplexních čísel:  $z_1 \cdot z_2 = |z_1| e^{i\varphi_1} \cdot |z_2| e^{i\varphi_2} = |z_1| \cdot |z_2| \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$

Dále platí pro číslo  $z$  a číslo komplexně sdružené:

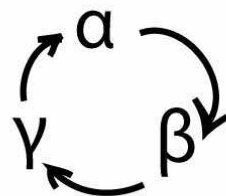
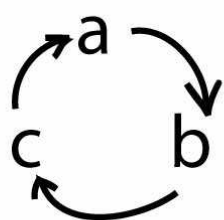
$$\begin{aligned} z &= |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) \\ z^* &= |z|(\cos \varphi - i \sin \varphi) \end{aligned} \quad \text{odkud} \quad \cos \varphi = \frac{z + z^*}{2}, \sin \varphi = \frac{z - z^*}{2i}$$



# Kosinová věta



varianty pro další strany dostaneme cyklickou záměnou

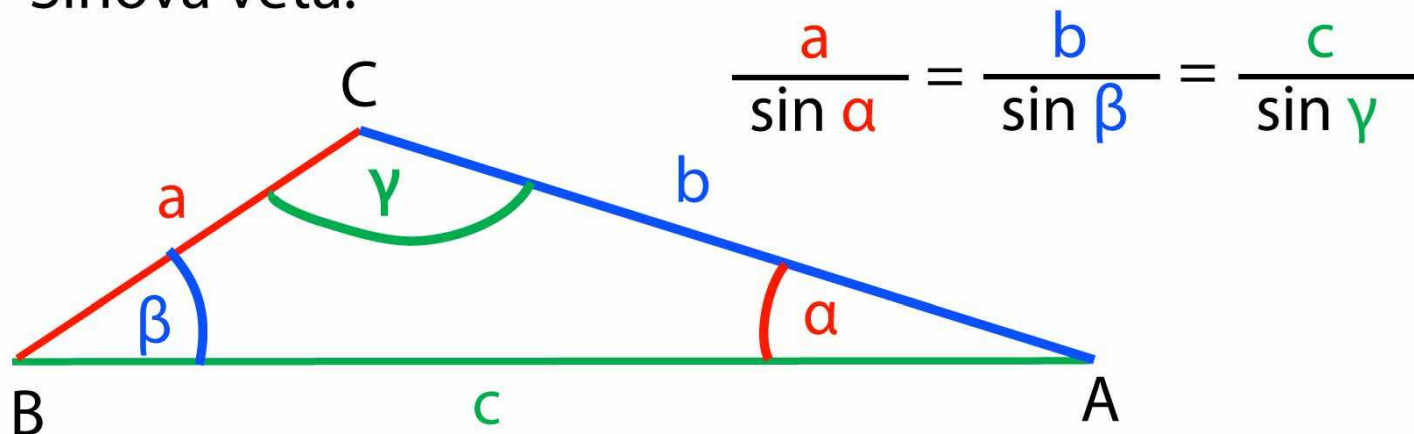


$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

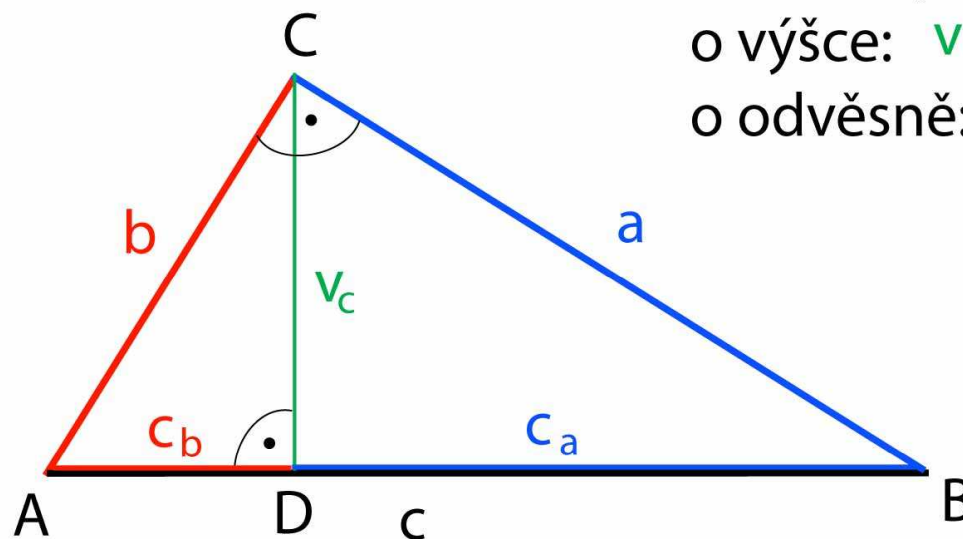
# Další věty o trojúhelníku

Sinová věta:



Pythagorova věta

$$a^2 + b^2 = c^2$$



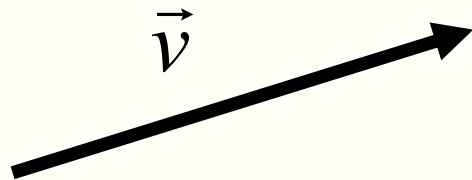
Euklidovy věty

o výšce:  $v_c^2 = c_a c_b$

o odvěsně:  $a^2 = c c_a$

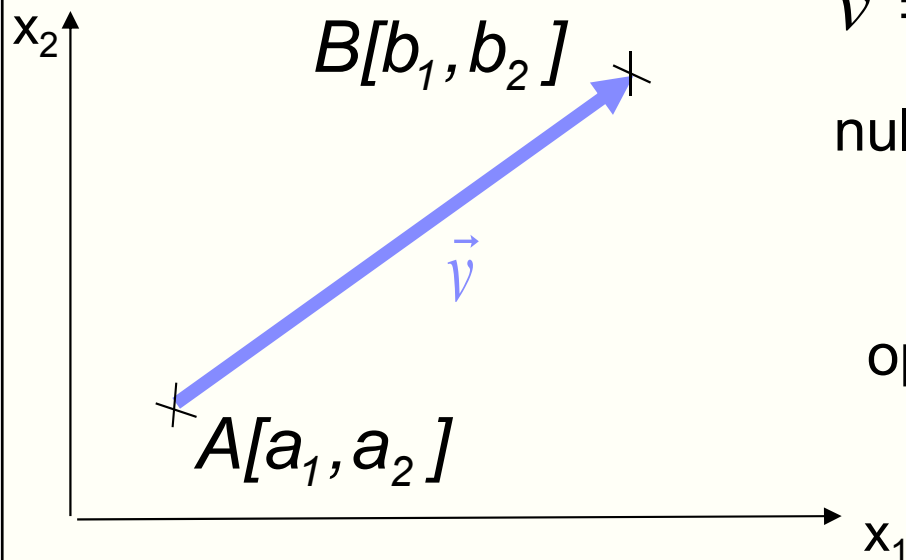
$b^2 = c c_b$

# Základy vektorového počtu



Názorná představa: vektor = orientovaná úsečka

Číselné vyjádření: pomocí souřadnic koncového a počátečního bodu



$$\vec{v} = B - A \quad \vec{v} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

nulový vektor:

$$\vec{v} = A - A = (0, 0) = \vec{0}$$

opačný vektor:

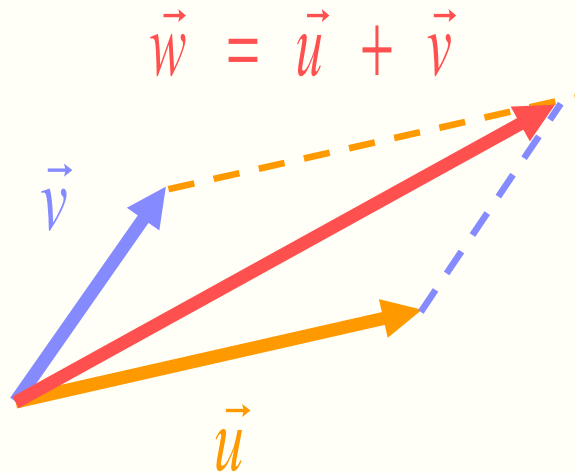
$$\vec{u} = A - B = -\vec{v}$$

Vektor nemusí být nutně vázán na konkrétní dvojici bodů, všechny vzájemně rovnoběžné orientované úsečky („na stejnou stranu“) považujeme za týž vektor.

# Sčítání a odčítání vektorů

Pravidlo vektorového rovnoběžníku:

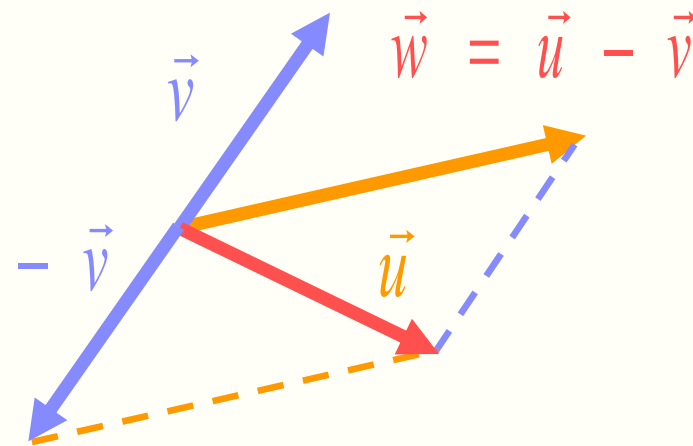
$$\vec{u} + \vec{v}$$



$$\vec{u} = (u_1, u_2) \quad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

$$\vec{w} = (w_1, w_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

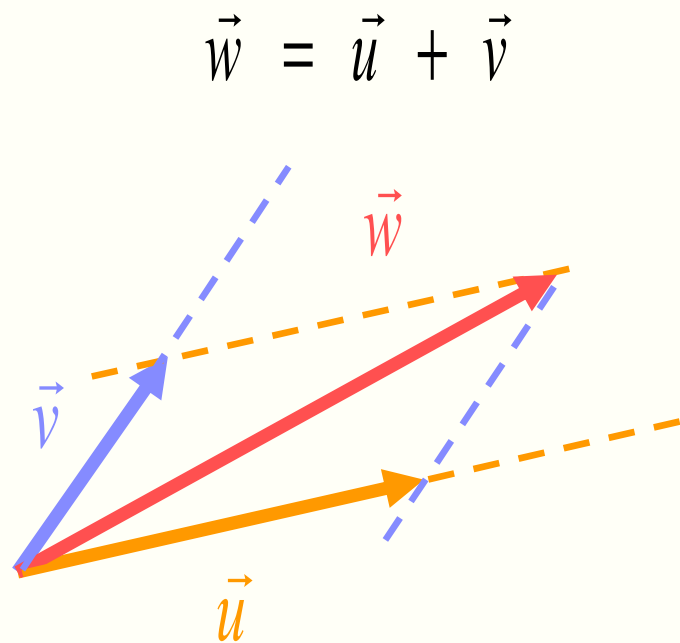


$$\vec{u} = (u_1, u_2) \quad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

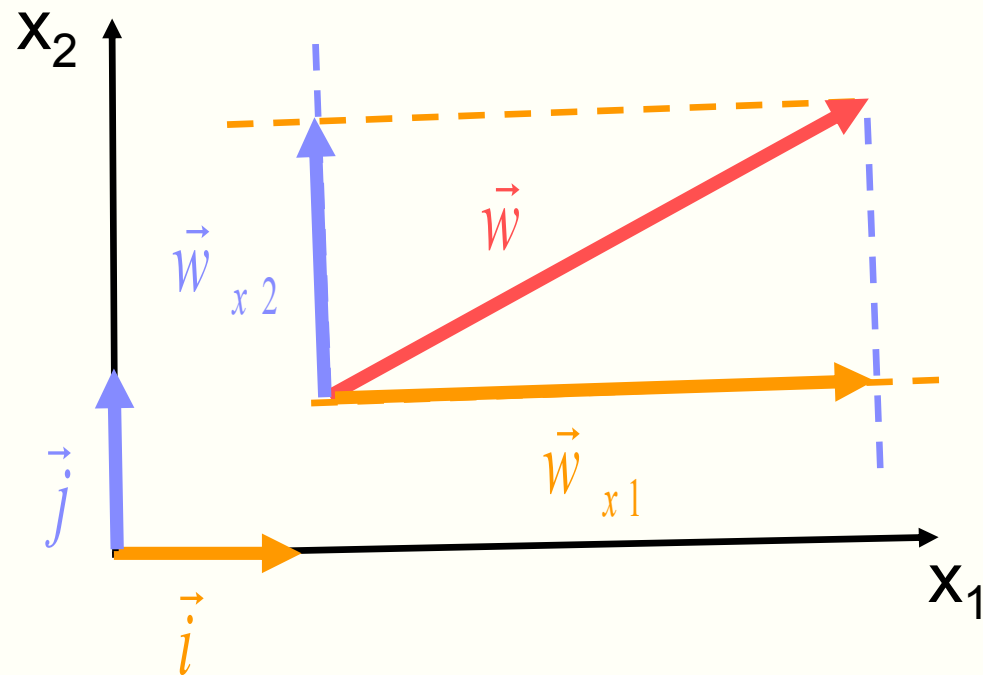
$$\vec{w} = (w_1, w_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

# Rozklad vektoru do složek

Pravidlo vektorového rovnoběžníku:



$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$$



$$\vec{w} = (w_{x1}, w_{x2})$$

$$\vec{w} = w_{x1} \vec{i} + w_{x2} \vec{j}$$

$$\vec{w} = \vec{w}_{x1} + \vec{w}_{x2}$$

# Shrnutí kapitoly Matematika

Každý čtenář následujícího textu by tedy měl být schopen (minimální požadavky):

- uvádět míry úhlů jak ve stupních, tak i v radiánech a provést převod mezi oběma mírami.
- pamatovat si definici funkcí sinus a kosinus pomocí pravoúhlého trojúhelníka
- pamatovat si hodnoty těchto funkcí pro vybrané úhly
- pamatovat si hodnotu Eulerova čísla a průběh exponenciální funkce pro základ menší než 1
- s pomocí tabulky pro pravidla počítání počítat s exponenciálními funkcemi a logaritmy
- sčítat a násobit komplexní čísla, minimálně v algebraickém tvaru
- znát základní věty o trojúhelnících
- umět pracovat s vektory minimálně v naznačeném rozsahu

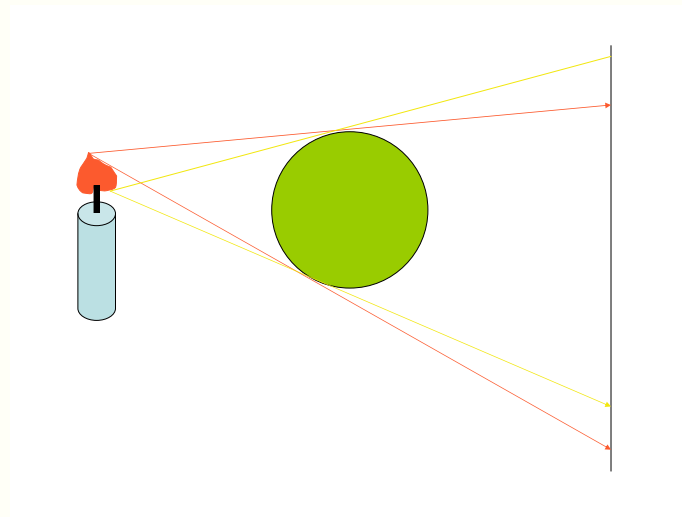
# Fyzikální minimum

V této kapitole jsou uvedeny základní fyzikální znalosti, které jsou nutné pro porozumění následujícímu textu. Obsahuje základní představy a vztahy paprskové, vlnové a částicové optiky, které by již měly být čtenáři důvěrně známé. Podrobnější výklad těchto jevů najde čtenář v středoškolských učebnicích fyziky, vysokoškolských skriptech z fyziky, přehledech či sbírkách, na některé z nich zde uvádíme citaci.

1. Svoboda, E...: *Přehled středoškolské fyziky* , Prometheus, Praha 1996
2. Lepil, O., Šíroká, M., Bednařík, M.: *Fyzika: sbírka úloh pro střední školy: [učebnice pro gymnázia a střední odborné školy]* , Prometheus, Praha 1995
3. Halliday D., Resnick R., Walker J., *Fyzika: Vysokoškolská učebnice obecné fyziky, části 1-5*, VUTIUM, Brno 2000

# Základní představy geometrické optiky

Světlo se šíří v homogenním a izotropním prostředí přímočaře. Jeho rychlost ve vakuu je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$



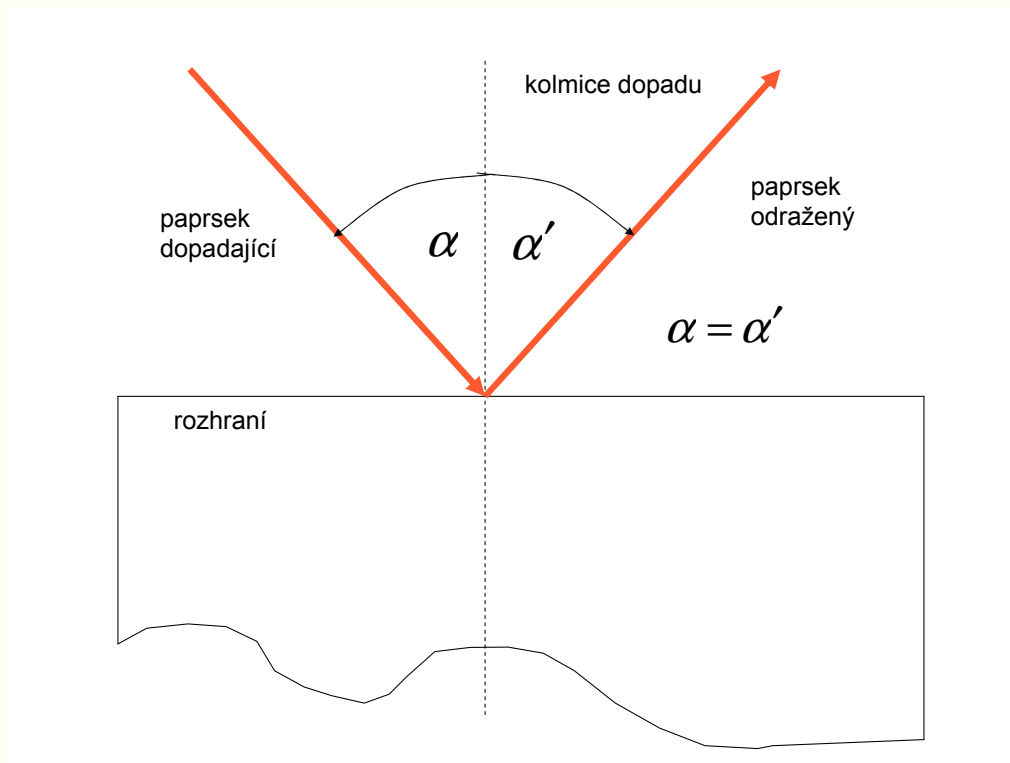
Rychlost světla v prostředí  $v$  je menší než ve vakuu a souvisí s rychlostí ve vakuu pomocí *indexu lomu*  $n$

$$n = \frac{c}{v}$$



## Zákon odrazu:

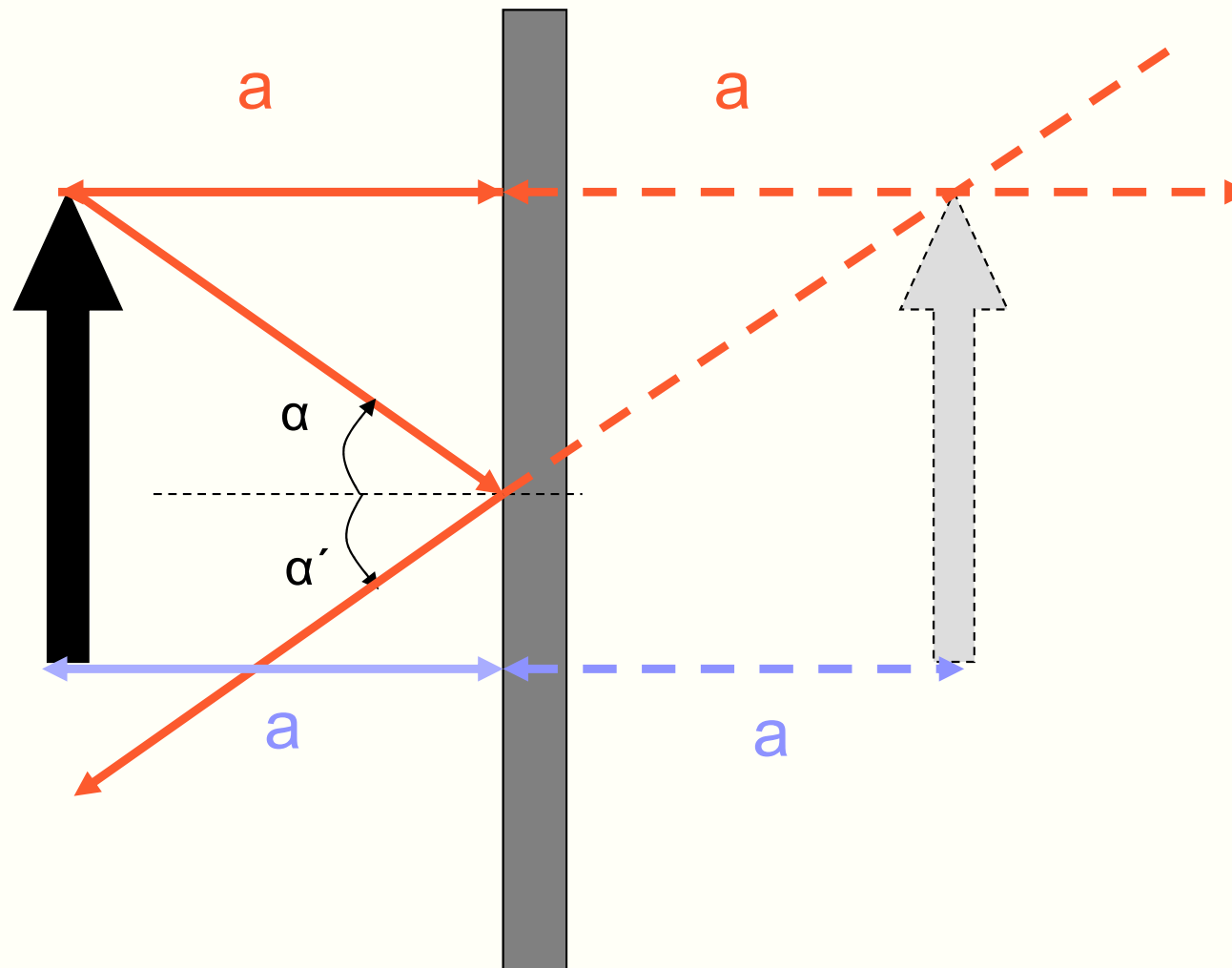
- Úhel odrazu rovná se úhlu dopadu.
- Paprsek odražený zůstává v rovině dopadu určené paprskem dopadajícím a kolmicí dopadu.



$$\alpha = \alpha'$$

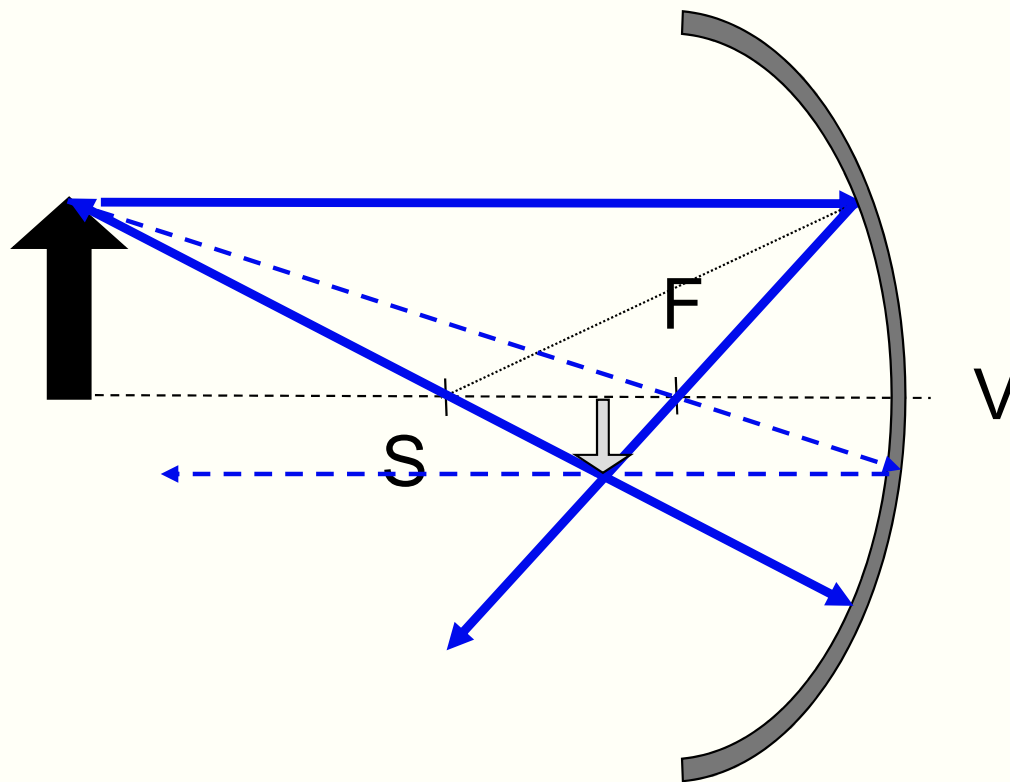
Odvození zákona odrazu z principů vlnové optiky najdete [zde](#).

## Zobrazení rovinným zrcadlem:



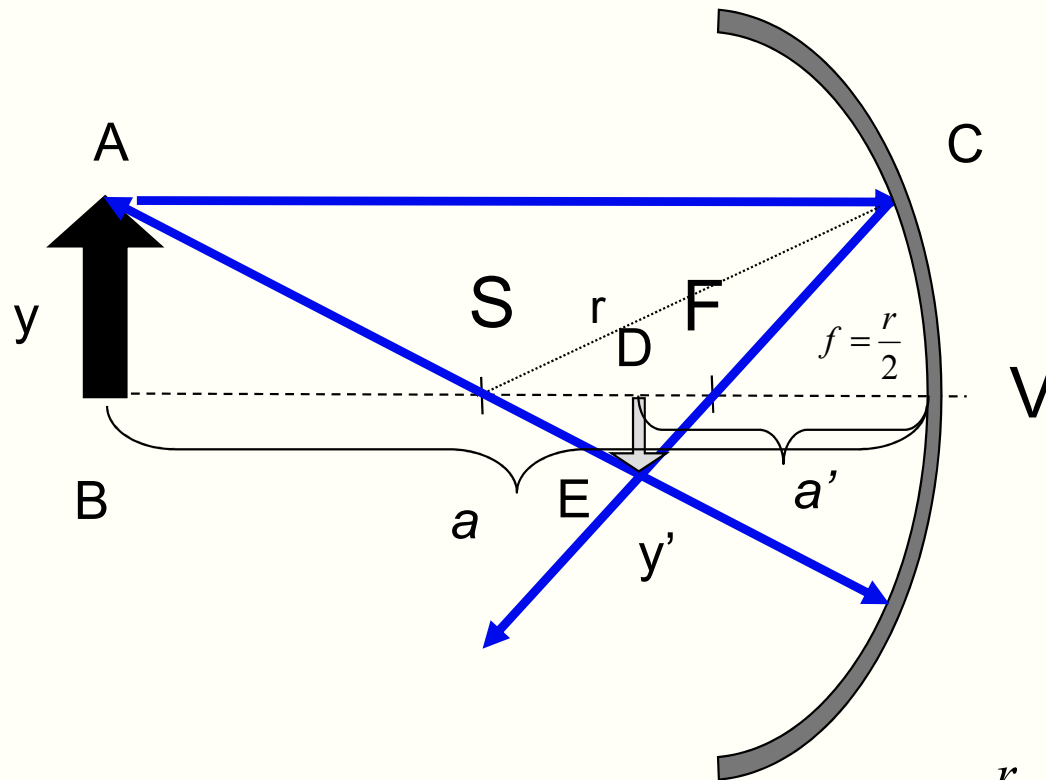
obraz je zdánlivý, stejně velký, vzpřímený, stranově převrácený

## Zobrazení kulovým zrcadlem: konstrukční paprsky



1. Paprsek jdoucí středem křivosti se odráží zpět.
2. Paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou se odráží do ohniska.
3. Paprsek jdoucí ohniskem odráží do rovnoběžně s optickou osou.

# Zobrazení kulovým zrcadlem: zobrazovací rovnice



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r} \left( = \frac{1}{f} \right)$$

$$\Delta ABS \approx \Delta EDS : \frac{r - a'}{a - r} = \frac{y'}{y} \quad \Delta CVF \approx \Delta EDF : \frac{a' - \frac{r}{2}}{\frac{r}{2}} = \frac{y'}{y}$$

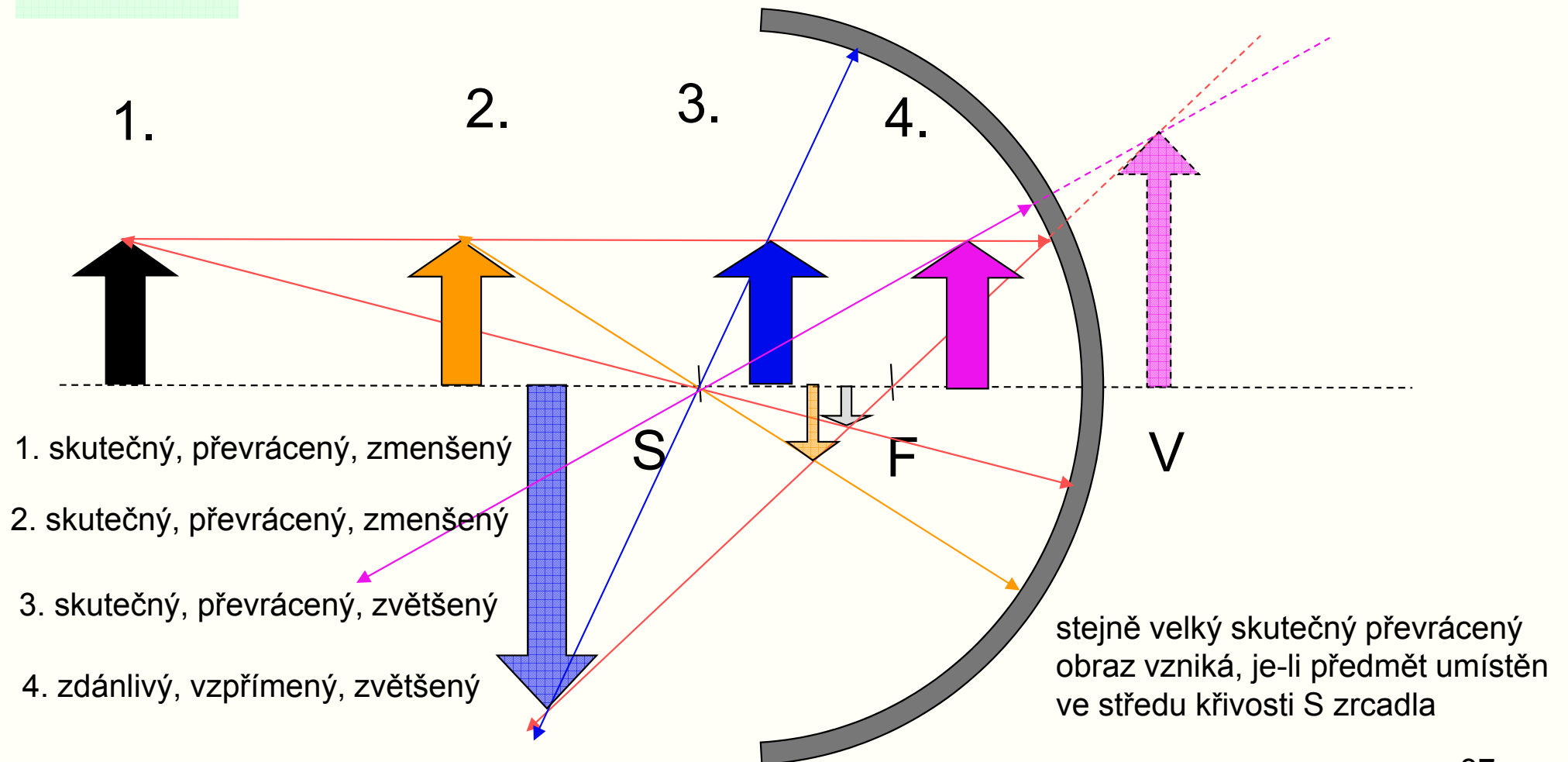
$$a'r + ar = 2aa'$$

$$\frac{a' - \frac{r}{2}}{\frac{r}{2}} = \frac{r - a'}{a - r} \quad \frac{r}{2}(r - a') = (a - r)\left(a' - \frac{r}{2}\right) \quad r^2 - a'r = 2aa' - ar - 2a'r + r^2$$

Zobrazte předměty dutým zrcadlem, určete vlastnosti obrazu.

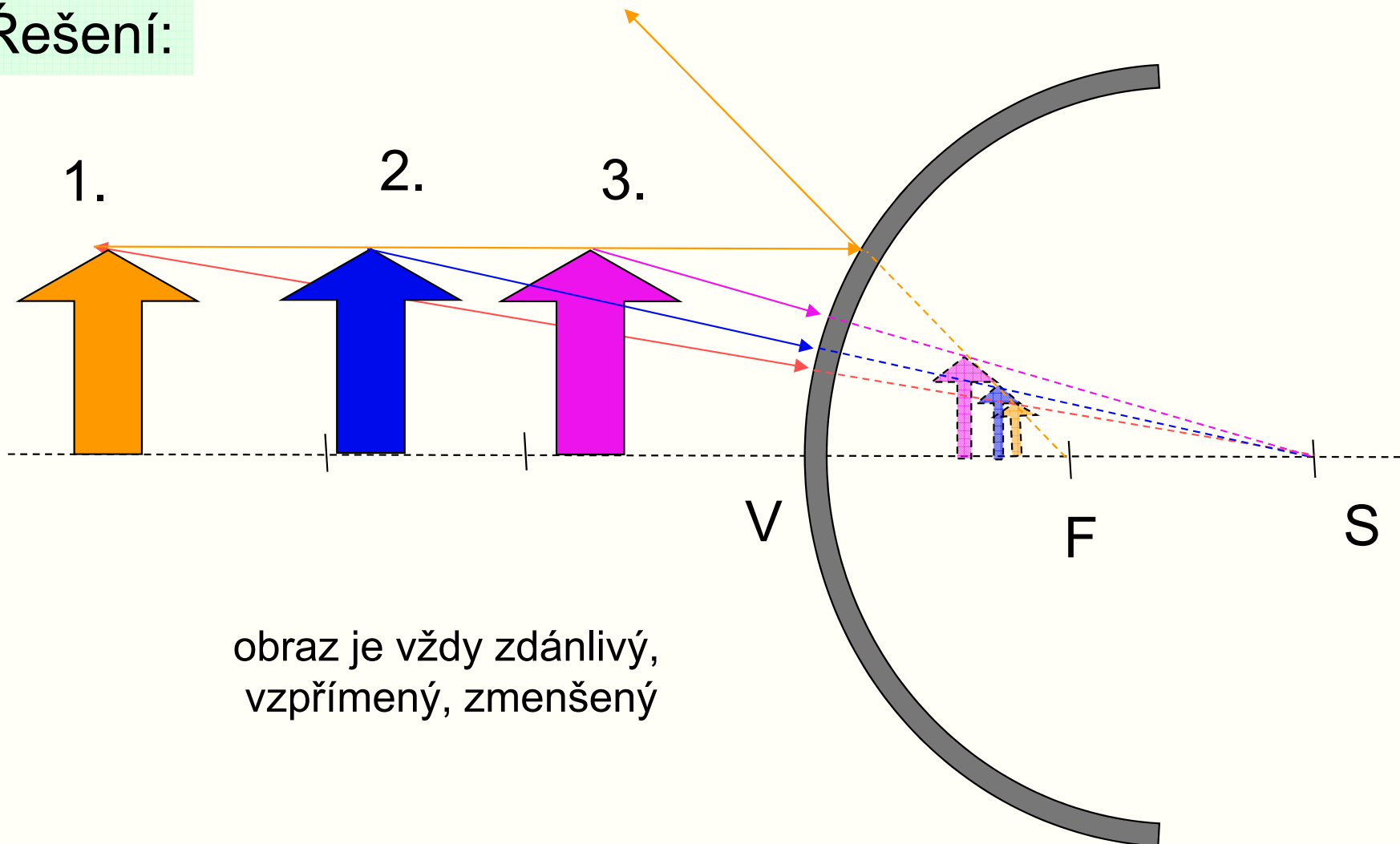
Kdy je obraz stejně velký?

Řešení:



Zobrazte předměty vypuklým zrcadlem, určete vlastnosti obrazu. Kdy je obraz stejně velký?

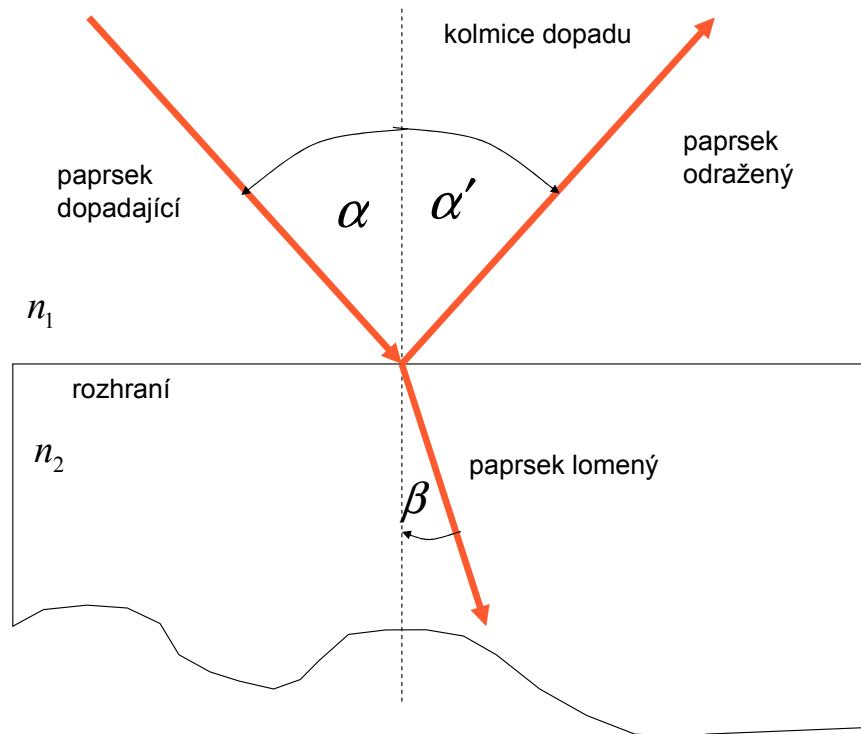
Řešení:



obraz je vždy zdánlivý,  
vzpřímený, zmenšený

## Zákon lomu:

- Úhel lomu je určen vztahem  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ .
- Paprsek lomený zůstává v rovině dopadu určené paprskem dopadajícím a kolmicí dopadu.



$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Odvození zákona lomu z principů vlnové optiky najdete [zde](#).

## Jednoduché příklady na zákon lomu:

Paprsek dopadá ze vzduchu do vody pod úhlem  $\alpha = 60^\circ$ . Určete úhel, pod kterým se bude šířit světlo ve vodě. Jde o lom ke kolmici nebo od kolmice?

Nejprve musíme znát hodnoty indexu lomu obou prostředí. Index lomu vzduchu  $n_1 = 1$ , index lomu vody je  $n_2 = \frac{4}{3}$ . Dále ze zákona lomu vyjádříme sinus úhlu  $\beta$ :  $\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha$ , odkud po číselném dosazení  $\sin \beta = \frac{1}{\frac{4}{3}} \sin 60^\circ = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$ .

Výpočtem na kalkulačce pak dostaneme  $\beta = 40^\circ 31'$ , jde tedy o lom ke kolmici, ostatně jako vždy, když prochází světlo z prostředí opticky řidšího (menší index lomu) do prostředí opticky hustšího (větší index lomu).

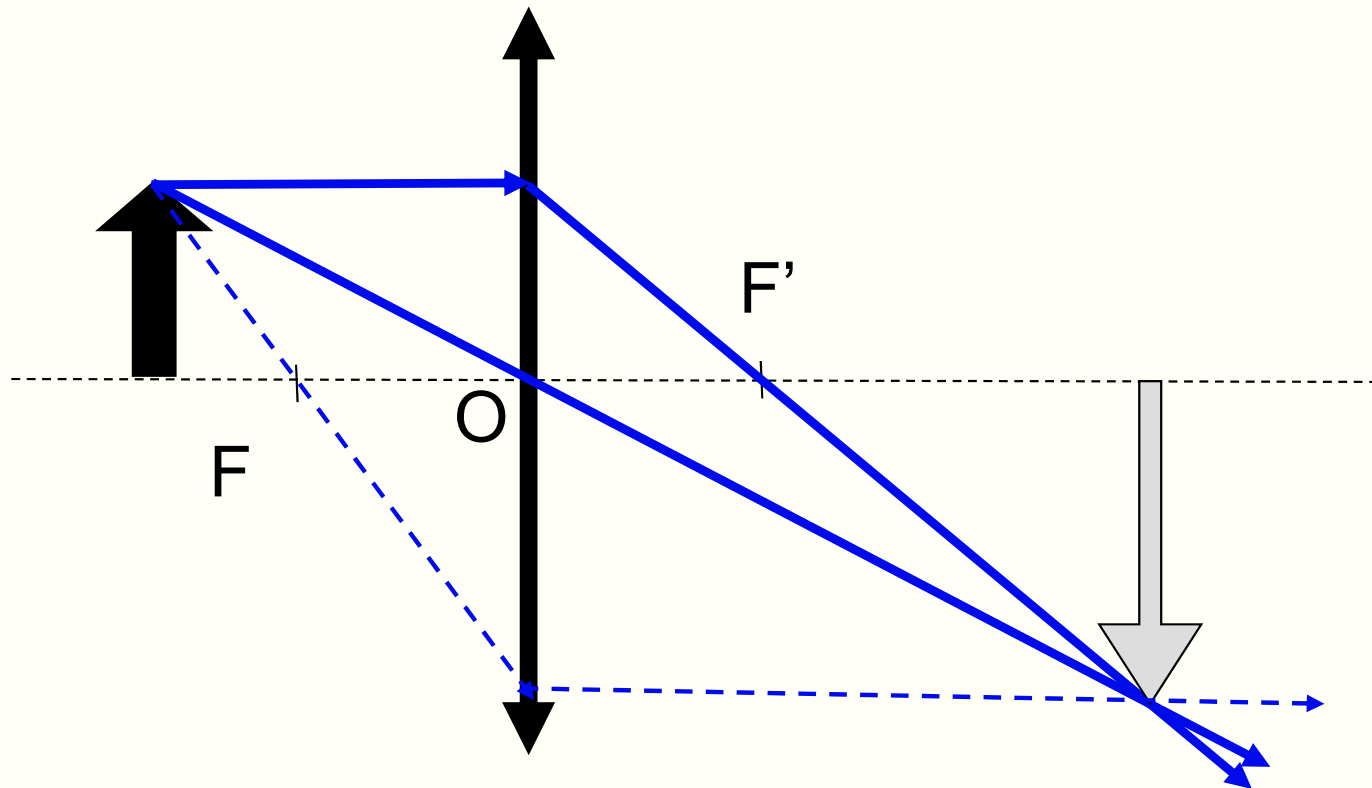
Paprsek dopadá z diamantu do vzduchu pod úhlem  $\alpha = 20^\circ$  a láme se pod úhlem  $\beta = 55^\circ$ . Určete index lomu diamantu. Co se stane, pokud bude úhel dopadu větší než  $24^\circ 40'$ ?

Ze zákona lomu vyjádříme tentokrát  $n_2$ :  $n_2 = n_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ , což číselně dává  $n_2 = 2.395$ .

Pokud bude úhel dopadu roven uvedené hodnotě  $24^\circ 40'$ , je úhel lomu pravý a světlo se šíří podél rozhraní (mezní situace, čili mezní úhel). Bude-li úhel dopadu větší než tato hodnota, dojde k totálnímu (úplnému) odrazu a světlo nebude vycházet z diamantu do vzduchu, ale odrazí se zpět do diamantu.

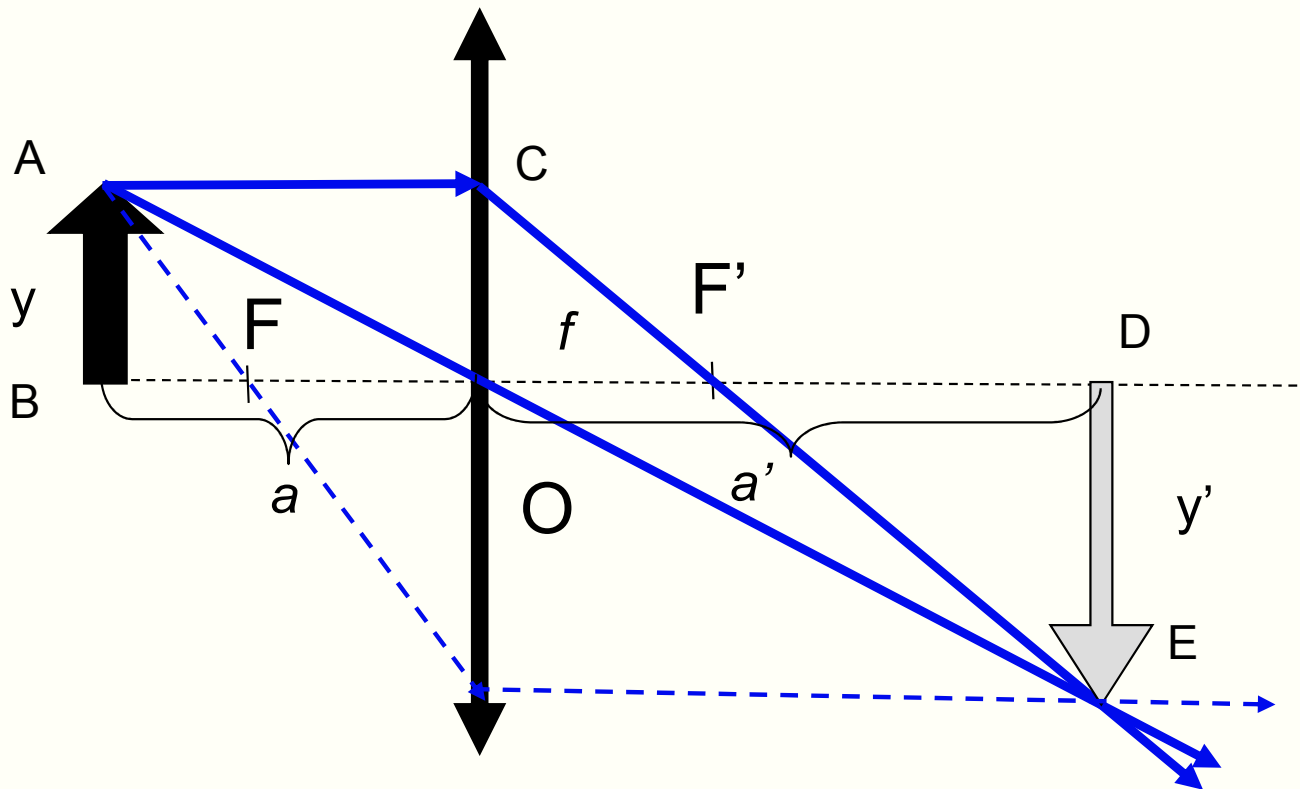


## Zobrazení čočkami: konstrukční paprsky



1. Paprsek jdoucí optickým středem čočky prochází v původním směru.
2. Paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou se láme do obrazového ohniska.
3. Paprsek jdoucí předmětovým ohniskem se po průchodu čočkou šíří rovnoběžně s optickou osou.

# Zobrazení čočkou: zobrazovací rovnice



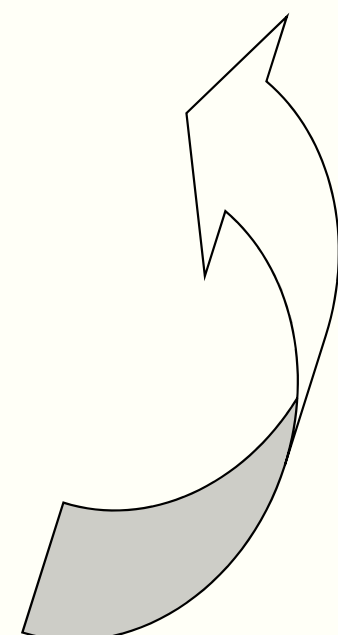
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\triangle ABO \approx \triangle EDO : \frac{a'}{a} = \frac{y'}{y} \quad \triangle COF' \approx \triangle EDF' : \frac{a' - f}{f} = \frac{y'}{y}$$

$$\frac{a' - f}{f} = \frac{a'}{a}$$

$$a(a' - f) = a'f$$

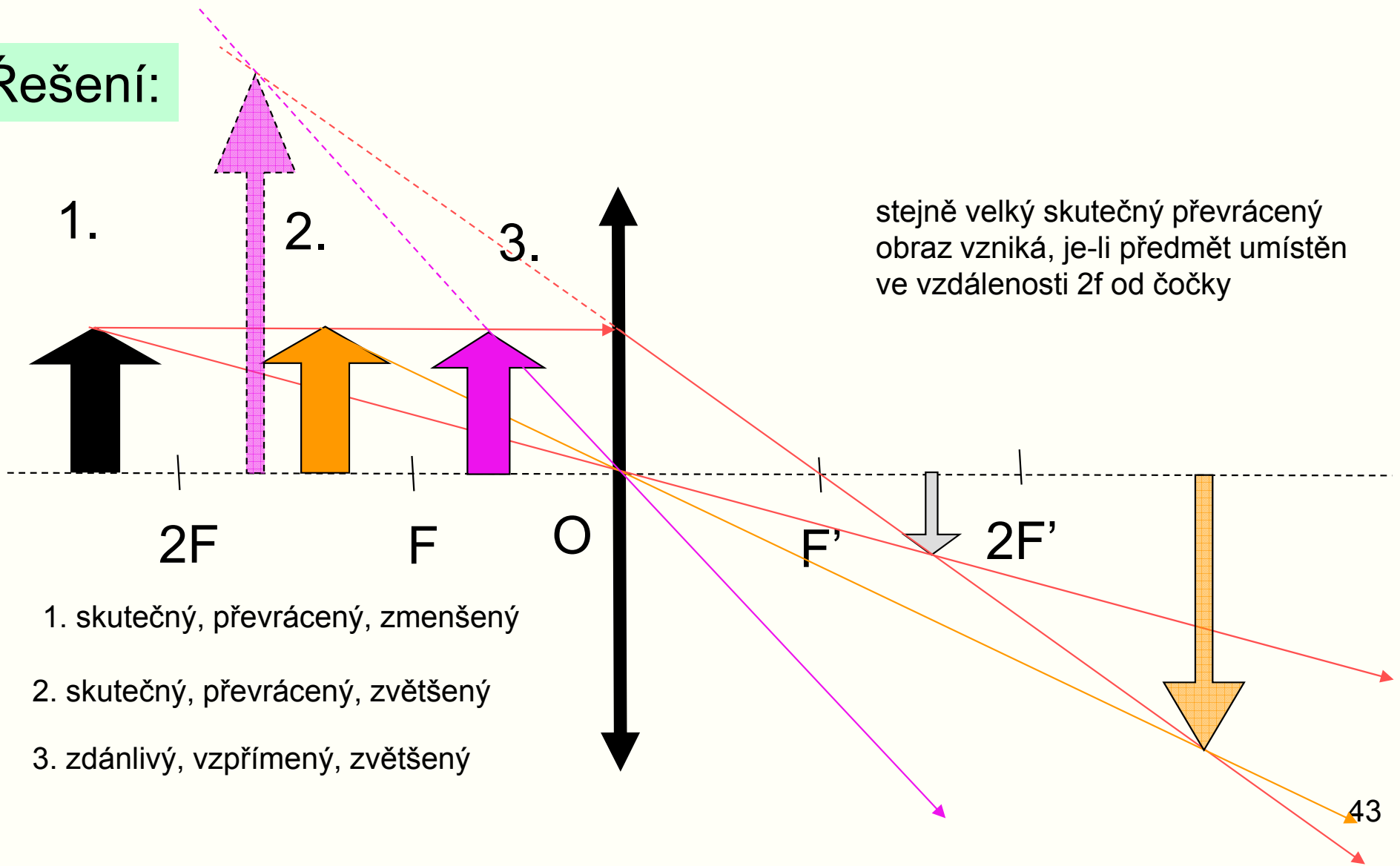
$$a'f + af = aa'$$



Zobrazte předměty spojkou, určete vlastnosti obrazu.

Kdy je obraz stejně velký?

Řešení:

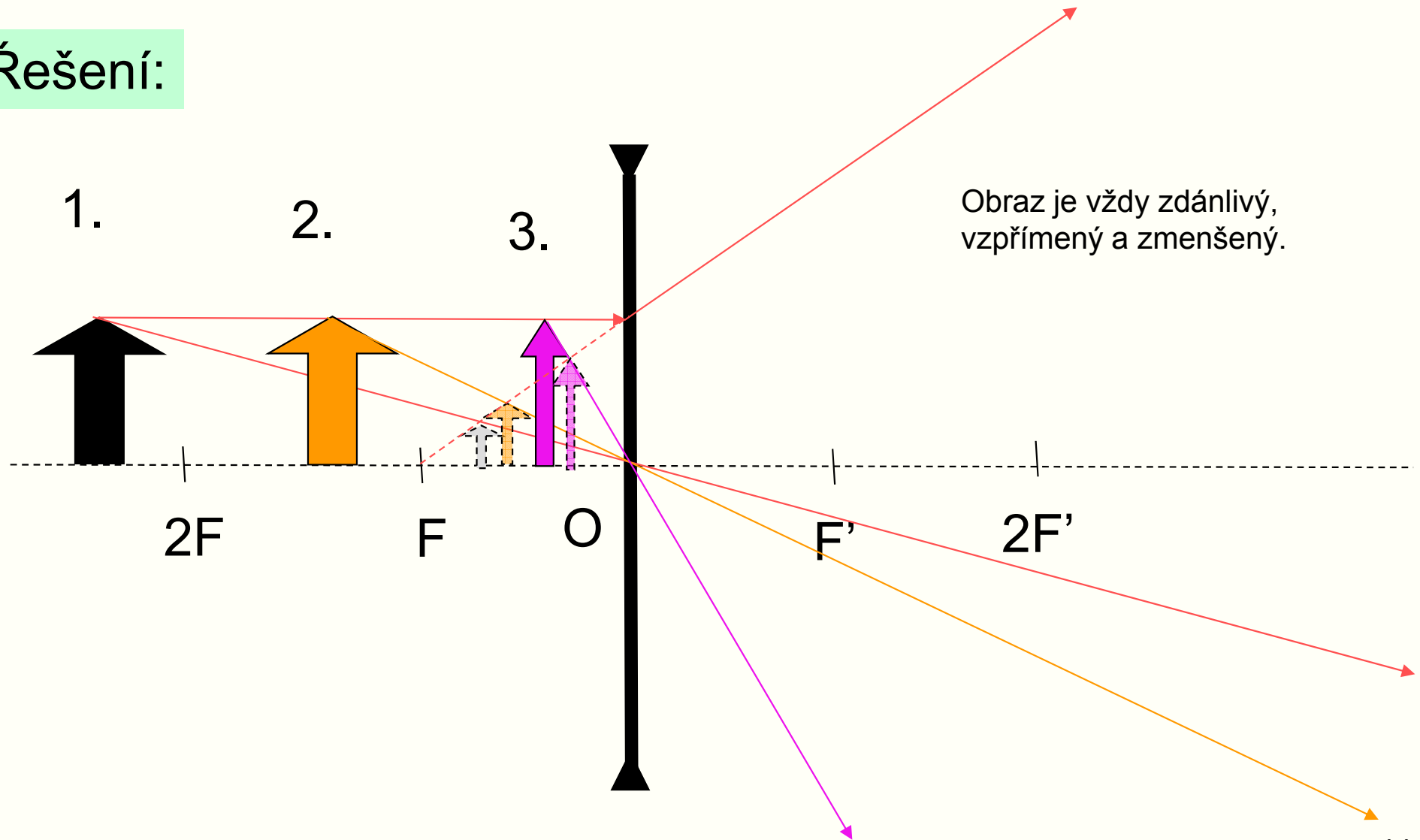


- 1. skutečný, převrácený, zmenšený
- 2. skutečný, převrácený, zvětšený
- 3. zdánlivý, vzpřímený, zvětšený

stejně velký skutečný převrácený obraz vzniká, je-li předmět umístěn ve vzdálenosti 2f od čočky

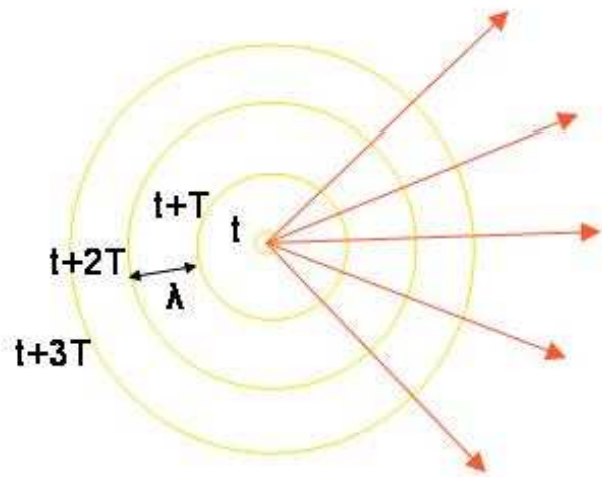
Zobrazte předměty rozptylkou, určete vlastnosti obrazu. Kdy je obraz stejně velký?

Řešení:

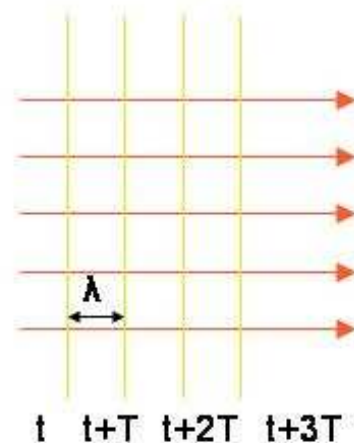


Obraz je vždy zdánlivý, vzpřímený a zmenšený.

# Základní představy vlnové optiky



Kulová vlnoplocha



Rovinná vlnoplocha

Vlnoplocha: geometrické místo bodů se stejnou fází.

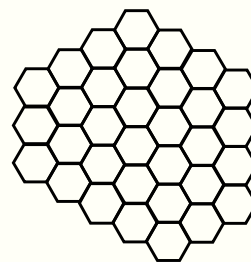
$$u(x, t) = A \sin(\underbrace{\omega t - kx + \varphi}_{\text{fáze vlny}})$$

Paprsek: normála k vlnoploše.

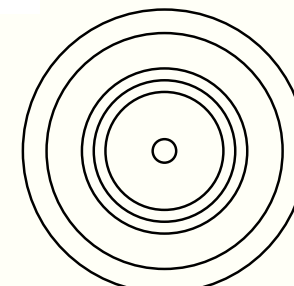
Optická prostředí:

Homogenní = stejné ve všech místech

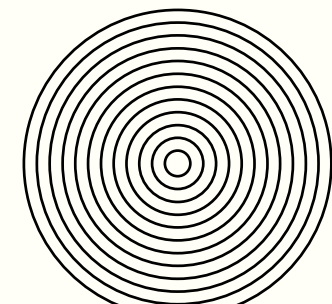
Izotropní = stejné ve všech směrech



homogenní  
neizotropní

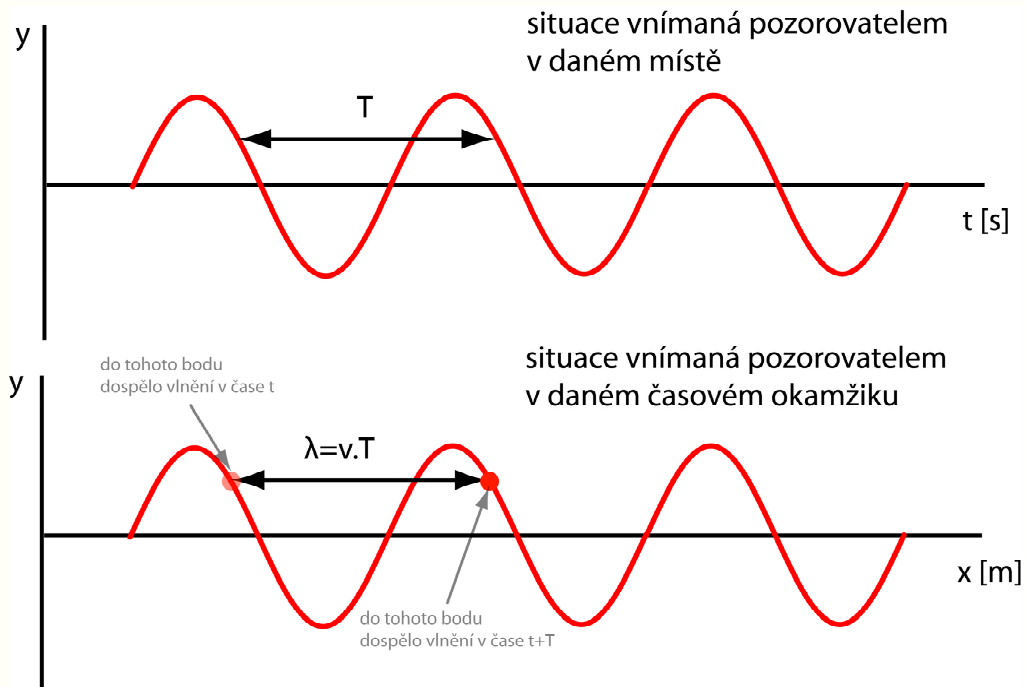


nehomogenní  
izotropní



homogenní  
izotropní

# Perioda, vlnová délka, rychlost šíření aj. při přechodu k jinému prostředí



Perioda  $T$ : doba, za kterou výchylka  $y$  dosáhne všech možných hodnot a navrátí se k hodnotě původní. Jednotka: sekunda [s].

Frekvence  $f$ : převrácená hodnota periody, jednotka: herz [ $s^{-1}$ ].

$$f = \frac{1}{T}$$

Perioda a frekvence se při přechodu světla do jiného prostředí nemění!!!

Vlnová délka: vzdálenost, kterou urazí světlo za jednu periodu  $\lambda = v \cdot T$ , kde  $v$  je rychlost šíření světla v daném prostředí.

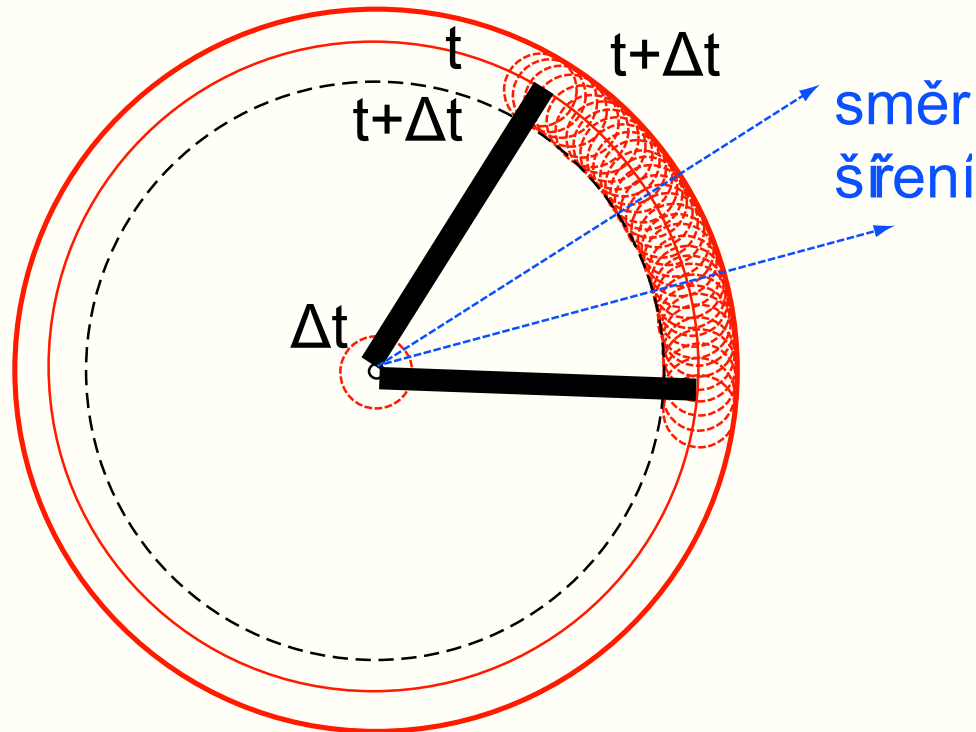
Jak souvisí rychlost šíření světla  $v$  v prostředí o indexu lomu  $n$  s rychlostí šíření světla  $c$  ve vakuu?

$$v = \frac{c}{n}$$

Je-li vlnová délka světla ve vakuu  $\lambda_0$ , jaká je vlnová délka světla  $\lambda$  v prostředí s indexem lomu  $n$ ?

$$\lambda = v \cdot T = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

# Huygensův princip



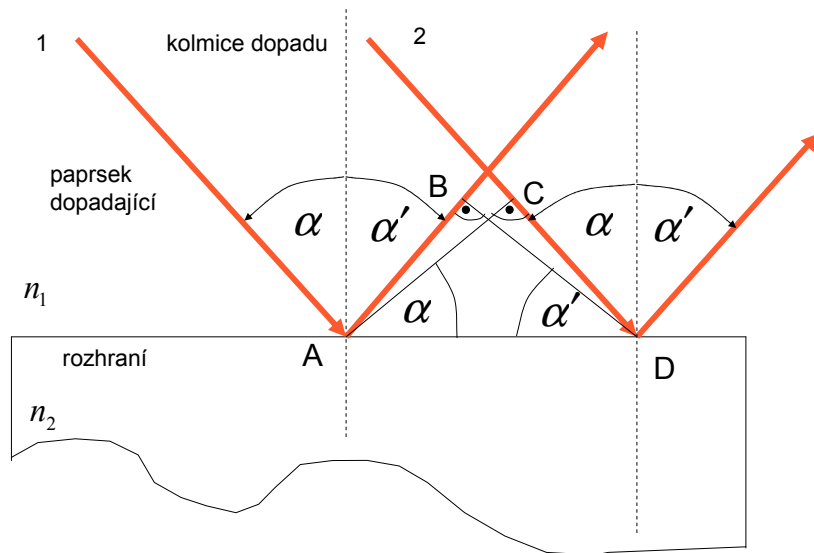
Vlnění se šíří tak, že každý bod prostředí, do kterého vlnění dospěje, se stává sekundárním zdrojem vlnění.

Výsledná vlnoplocha je pak obálkou těchto sekundárních vlnoploch ve směru šíření vlnění.

Aplikace:

- ohyb vlnění
- odraz vlnění
- lom vlnění aj.

# Odvození zákona odrazu



Světlo se šíří v prostředí o indexu lomu  $n_1$  rychlostí  $v_1$ , paprsek prošlý do druhého prostředí nás v této chvíli nezajímá. V čase 0 dospěje vlnění do bodu A, zatímco vlnoplocha příslušná druhému paprsku je teprve v bodě C. Za čas  $t$  dospěje vlnění z bodu C do bodu D a z bodu A do bodu B. Pro uražené dráhy platí (oba paprsky se šíří stejnou rychlostí):

$$|AB| = v_1 t \quad |CD| = v_1 t$$

Protože časy jsou stejné, dostaneme:

$$\frac{|CD|}{|AB|} = \frac{v_1}{v_1} \Rightarrow |CD| = |AB|$$

Dráhy uražené oběmi paprsky jsou stejné, pomocí pravoúhlých trojúhelníků můžeme vyjádřit i úhly:

$$\sin \alpha' = \frac{|AB|}{|AD|} \quad \sin \alpha = \frac{|CD|}{|AD|}$$

Dosazením do předchozího vztahu pak dostaneme (jedná se o ostré úhly):

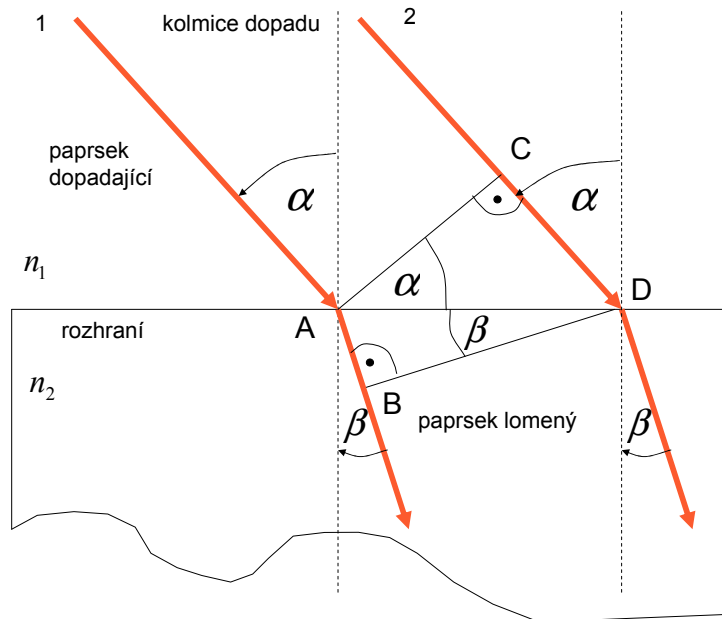
$$\sin \alpha = \sin \alpha' \Rightarrow \alpha = \alpha'$$

Zákon odrazu je tedy tvaru

$$\alpha = \alpha'$$



# Odvození zákona lomu



Světlo se šíří v prostředí o indexu lomu  $n_1$  rychlostí  $v_1$ , v prostředí o indexu lomu  $n_2$  rychlostí  $v_2$ . V čase 0 dospěje vlnění do bodu A, zatímco vlnoplocha příslušná druhému paprsku je teprve v bodě C. Za čas  $t$  dospěje vlnění z bodu C do bodu D a z bodu A do bodu B, který již leží v druhém prostředí. Pro uražené dráhy platí:

$$|AB| = v_2 t \quad |CD| = v_1 t \quad \frac{|CD|}{|AB|} = \frac{v_1}{v_2}$$

Protože časy jsou stejné, dostaneme:

Z pravoúhlých trojúhelníků na obrázku pak plyne:

$$\sin \alpha = \frac{|CD|}{|AD|} \quad \sin \beta = \frac{|AB|}{|AD|}$$

Dosazením do předchozího vztahu pak získáme:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Pokud ještě použijeme definici indexu lomu  $n = \frac{c}{v}$ , obdržíme:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Zákon lomu je tedy tvaru

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

- Přidat Huygensův princip, definici vlnoplochy, elmg. Teorii, superpozici polí, základy kvantové fyziky...

# Shrnutí kapitoly Fyzika

Každý čtenář následujícího textu by tedy měl být schopen (minimální požadavky):

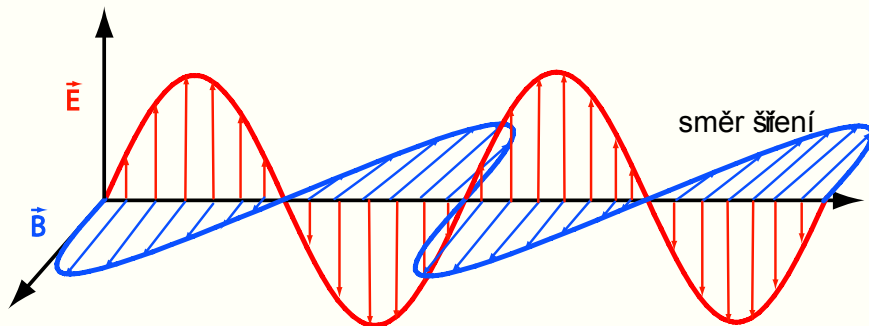
- znát definici indexu lomu a souvislosti rychlost šíření světla v prostředí a ve vakuu
- znát zákon odrazu a lomu a umět ho aplikovat v jednoduchých situacích
- umět zobrazit zrcadly, znát zobrazovací rovnici
- umět zobrazit čočkami, znát zobrazovací rovnici
- znát pojmy paprsek, vlnoplocha, frekvence, vlnová délka a vědět, jak se mění při přechodu k jinému prostředí

# Teorie světla – elektromagnetická

Tato teorie je **velice funkční** pro popis šíření světla prostorem a prostředím, **selhává** při vysvětlení vzniku světla a detekce světla (zde je potřeba užít kvantovou fyziku).

Základní představa: světlo je (elektromagnetické) vlnění, jako takové má frekvenci, periodu, vlnovou délku a rychlost šíření v různých prostředích. Je popsáno vektorem elektrické intenzity  $\vec{E}$ , který je vždy kolmý na směr šíření. Podle orientace tohoto vektoru v prostoru hovoříme o **polarizaci vlny**.

Pro šíření světla prostředím je podstatná jen **elektrická složka E** elektromagnetické vlny. Ta odpovídá za index lomu, rozptyl světla a jiné procesy (např. stimulovaná emise). Obě složky  $\vec{E}$  i  $\vec{B}$  jsou svázány Maxwellovými rovnicemi, tj. nejsou nezávislé (viz obr).



$\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{B}$  jsou kolmé na směr šíření

Odhad silového působení  $\vec{E}$  a  $\vec{B}$  na atomy: **Maximální velikost** síly  $F$ , která působí na elektron pohybující se rychlostí  $v$ , je:  $F = F_e + F_m = eE \pm evB \sin \alpha$ . Z Maxwellových rovnic plyne, že  $B=E/c$ . Maximální velikost pak bude dána vztahem:

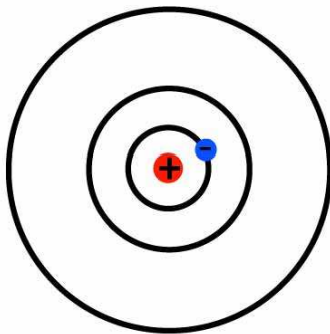
$$F_{\max} = eE + ev \frac{E}{c} = eE \left(1 + \frac{v}{c}\right) \cong eE = F_e$$

Předpoklad, že  $v/c \ll 1$ , je pro pohyb elektronů kolem jádra dobře splněn. Výsledné silové působení určuje tedy jen elektrická složka, magnetickou není třeba uvažovat.

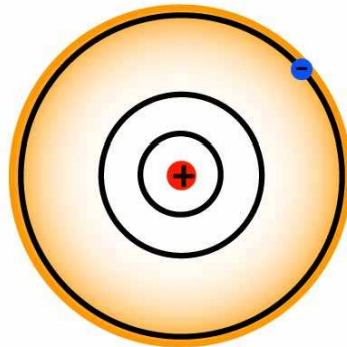
# Teorie světla – kvantová

Všechny **zdroje světla** pracují na stejném **principu**: **foton** (světelné kvantum o energii  $hf$ ) je emitován atomem při přechodu elektronu na nižší hladinu, při přechodu z vybuzeného do základního stavu.

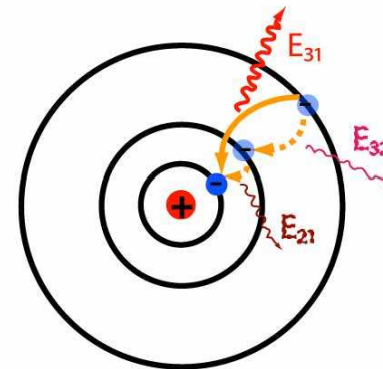
atom vodíku: „ORBITÁLNÍ MODEL“



atom v základním stavu

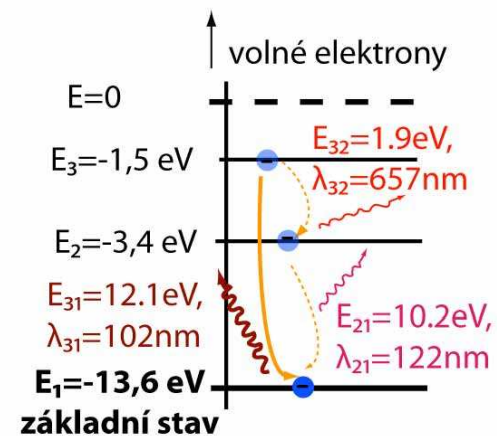
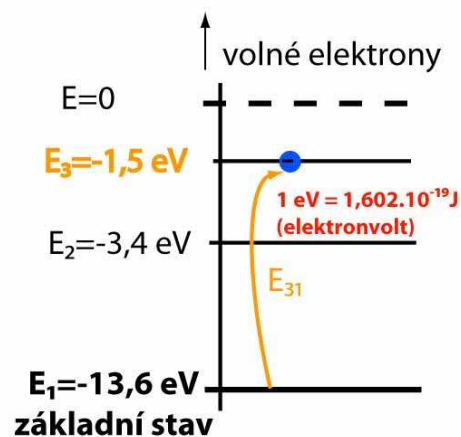
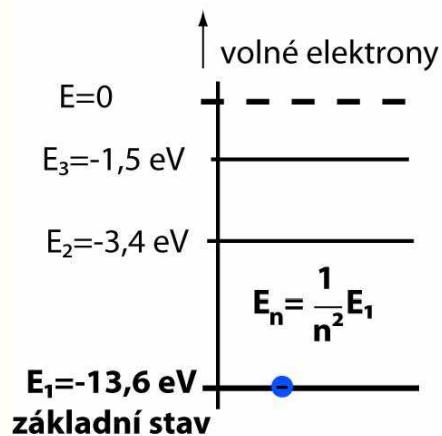


excitovaný atom,  
dodaná energie  $E_{31}$



2 možnosti vyzáření fotonu  
s energií  $E_{mn}=h \cdot f=E_m-E_n$ , kde  
 $h=6,625 \cdot 10^{-34}$  J.s je Planckova  
konstanta

atom vodíku: ENERGIJOVÉ SCHÉMA



Ověřte výpočty vyzářených vlnových délek pro atom vodíku, určete, do jaké oblasti elmg. záření tyto vlnové délky náležejí.

Nejprve spočítejme energii příslušnou jednotlivým přechodům a vyjádřeme ji v joulech:

$$E_{31} = E_3 - E_1 = \left(\frac{1}{9} - 1\right)(-13,6) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 12,09 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 19,37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

anebo druhá možnost  
vyzáření: 2 fotony

$$E_{32} = E_3 - E_2 = \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right)(-13,6) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,89 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,026 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{21} = E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{4} - 1\right)(-13,6) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 10,2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 16,34 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Pak použijme vztahy pro výpočty vlnové délky:  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E}$

$$\lambda_{31} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{19,37 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 102 \text{ nm}$$

UV záření odpovídající celkové excitační energii

$$\lambda_{32} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,026 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 657 \text{ nm}$$

červené světlo, konec viditelné oblasti spektra

$$\lambda_{21} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{16,34 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 122 \text{ nm}$$

UV záření o nižší energií, než v předchozím případě, součet energií fotonů 32 a 21 je roven energii excitační

Neřešené příklady

a kontrolní otázky

najdete v adresáři [priklady/Příklady základy+fotoel.jev.pps](http://priklady/Příklady_základy+fotoel.jev.pps)

Možné způsoby excitace:

- tepelná (srážky atomů v důsledku tepelného pohybu)
- ionizací (dopad elektronu, ionizující záření)
- srážka s jiným atomem (například lasery)
- pohlcením fotonu s vyšší energií (flourescence, luminiscence)

# Jak vzniká světlo (1)

aneb, jak dochází k excitaci atomů?

## Žárovka

Svítil wolframové vlákno, které se ve skleněné baňce žhaví elektrickým proudem. V baňce je vakuum nebo netečný plyn, aby vlákno neshorelo. Atomy vlákna jsou buzeny **vzájemnými srážkami**, které vyvolává vysoká teplota.

## Zářivka

Svítil stěny trubice, na nichž je nanesena látka, jejíž atomy jsou buzeny jednak ionty plynu, jednak fotony, které vznikají při elektrickém výboji v plynové náplni uvnitř trubice. Tento proces vzniku světla se nazývá **fluorescence**.

## Televizní CRT obrazovka

Na vnitřní straně obrazovky je nanesena látka, jejíž atomy jsou buzeny dopadem elektronů s velkou kinetickou energií (rychlostí). Tento proces vzniku světla se nazývá **luminiscence**. Obraz se obnovuje s frekvencí minimálně 50 Hz.

## Svíčka

Roztavený vosk vzlíná do knotu, kde se odpařuje a vzniklé páry se chemicky slučují s kyslíkem. Tento proces se nazývá hoření. Atomy jsou buzeny **chemickou reakcí**.

# Jak vzniká světlo (2)

aneb, jak dochází k excitaci atomů?

## Horské sluníčko

V křemenné baňce, kde je kapka rtuti, vznikne elektrický výboj a tím se odpaří i zbytek rtuti. Atomy rtuťových par jsou buzeny vzájemnými **srážkami při elektrickém výboji**. Takovým zařízením se říká **výbojky**.

## Výbojky

Světlo zde vzniká na stejném principu, jako u horského sluníčka (ve rtuťové výbojce). Náplň však tvoří buď sodíkové páry, nebo jiné plyny při sníženém tlaku.

## Ledky (LED)

Světlo vzniká v oblasti p-n přechodu polovodičového materiálu (často krystaly galium arsenidu). Atomy se vybudí průchodem elektrického proudu přes p-n přechod. Název ledka vznikl počestěním zkratky slov Light Emitting Diode.

## Lasery

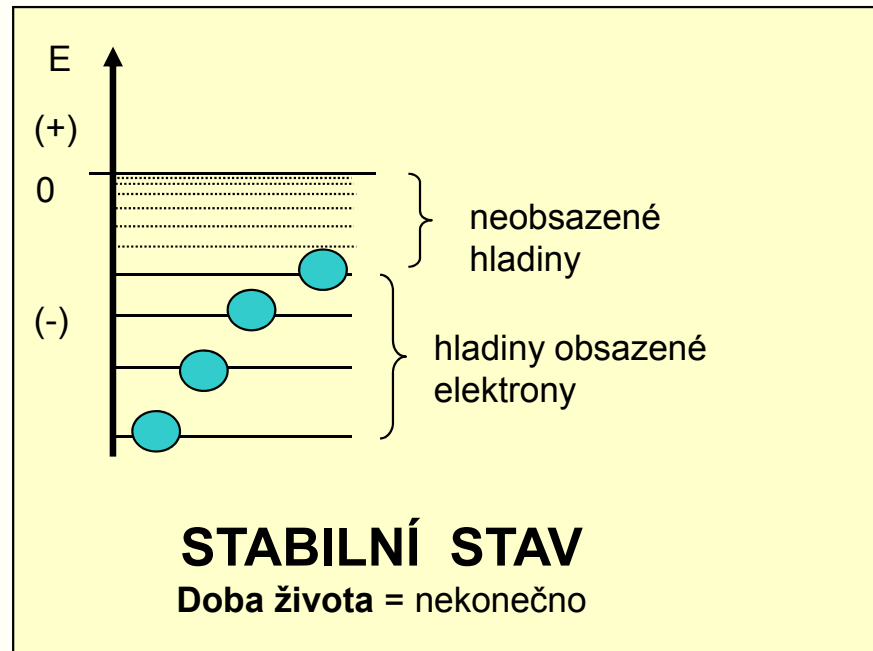
Lasery tvoří **aktivní prostředí** (u polovodičových ledky, u plynových výbojky, u eximerových chemické reakce), a dále **optický rezonátor** vyvolávající **stimulovanou** emisi fotonů (u všech výše uvedených zdrojů šlo o **spontánní** (náhodnou) emisi fotonů). Název laser je zkratka slov Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.



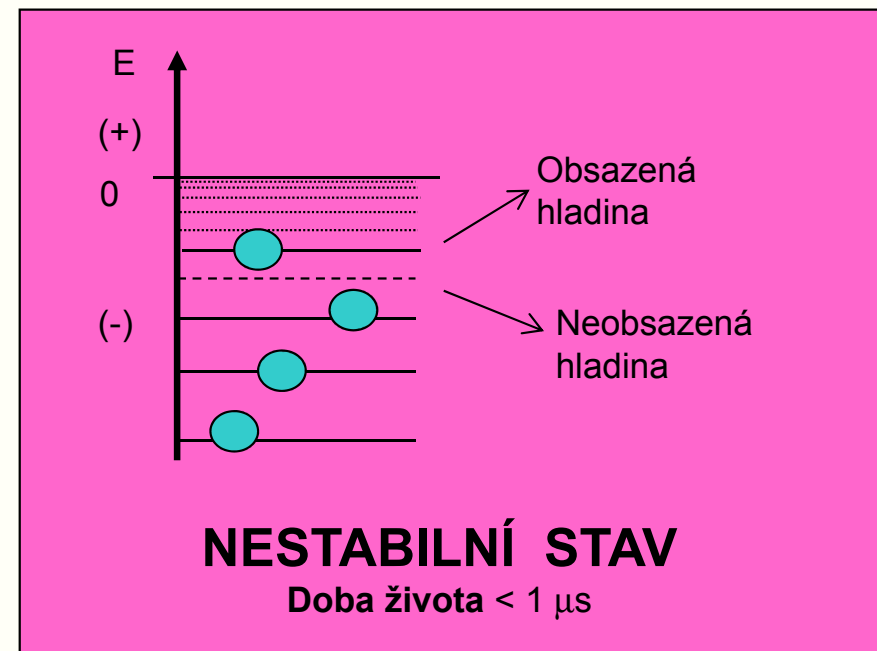
# Princip činnosti laserů

Laser = aktivní prostředí + optický rezonátor

## Schéma potenciální energie elektronů v atomu

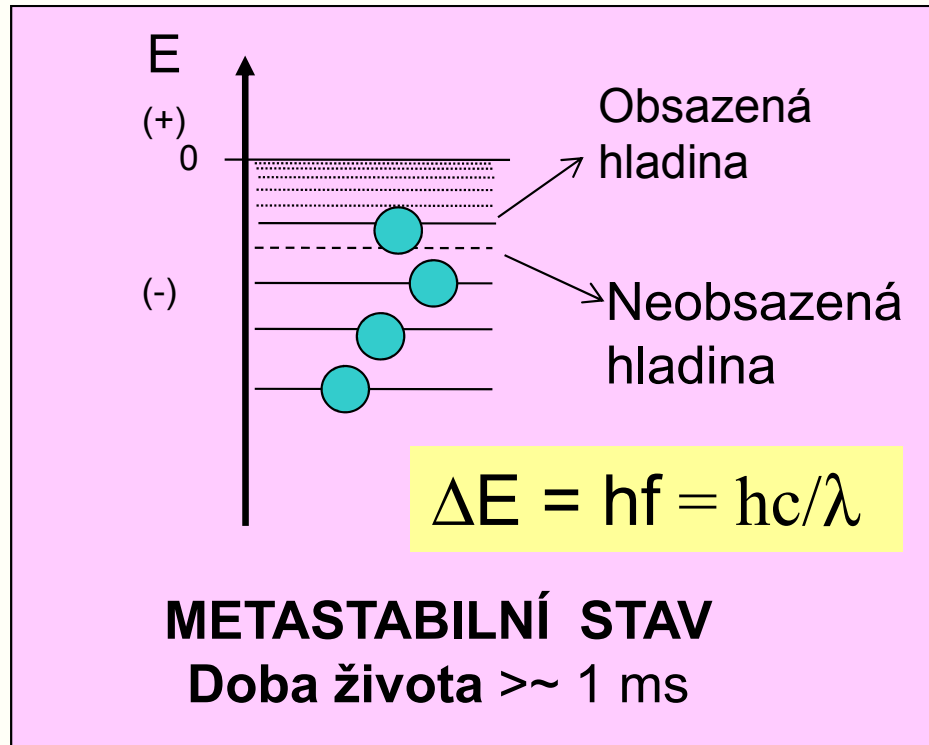


Elektrony se nacházejí na nejnižších povolených hladinách, celková energie atomu je minimální.



Alespoň jeden z elektronů je na vyšší hladině energie, atom je excitovaný a jeho snahou je dostat se co nejrychleji do stavu s minimální energií. Proto vyzáří foton o energii  $hf$  (**spontánní emise**), ztratí energii a přejde do stabilního stavu.

# Metastabilní stav



Metastabilní stav se liší od nestabilního delší dobou života (elektrony mohou na metastabilní hladině energie setrvat i 1ms). Stav není dosažitelný přechodem ze základního stavu, ale z jiného nestabilního stavu (viz dále). Přechod atomů do stabilního stavu se opět děje tzv. **spontánní emisí** fotonů s energií **hf**.

**Ale !**

Metastabilní stav atomů

+

Elektrické pole o frekvenci  $f$

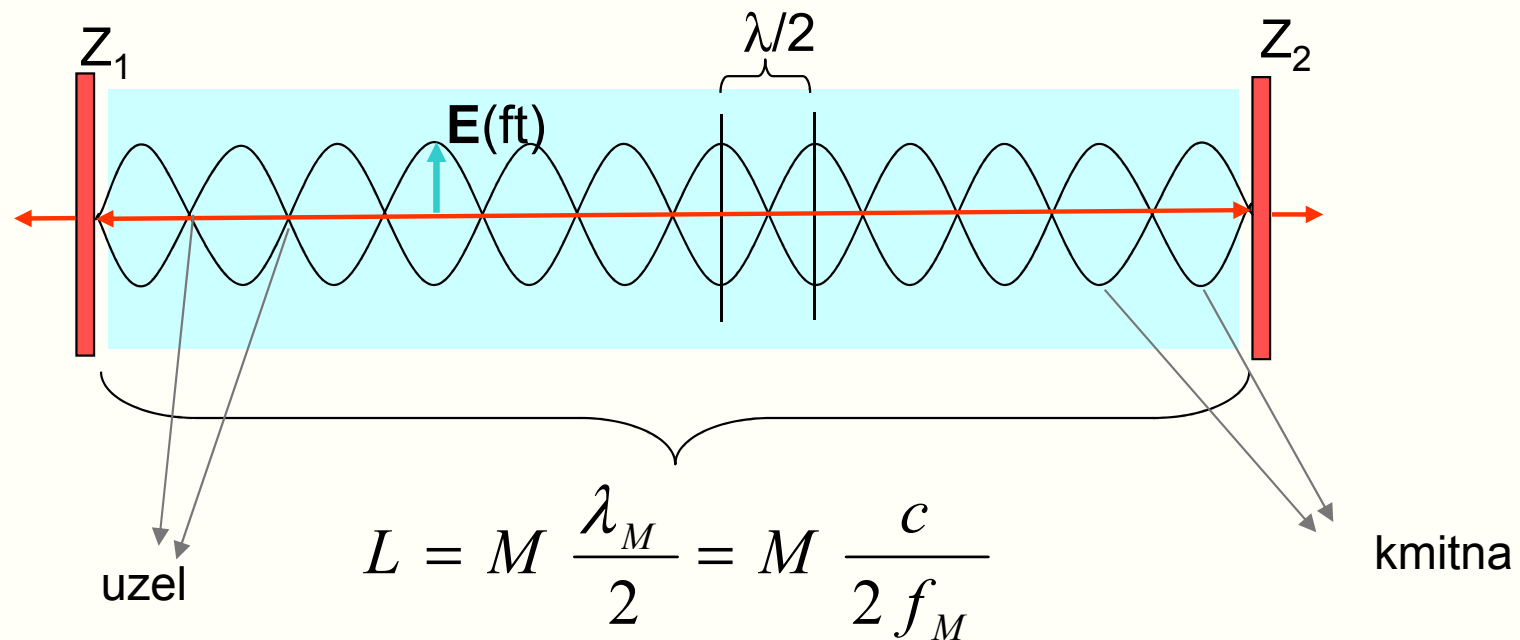


**Stimulovaná emise** fotonů s energií **hf**

Jakých hodnot nabývá  $\Delta E$  pro viditelné světlo?

Pro  $\lambda=380-780\text{nm}$  je  $\Delta E=2-4\text{eV}$ .

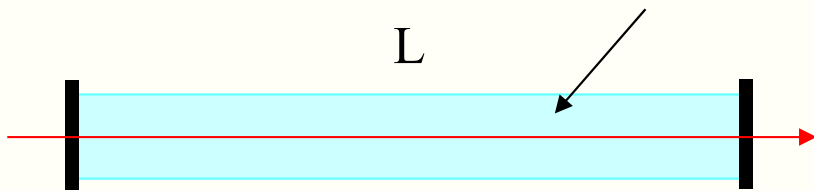
# Optický rezonátor



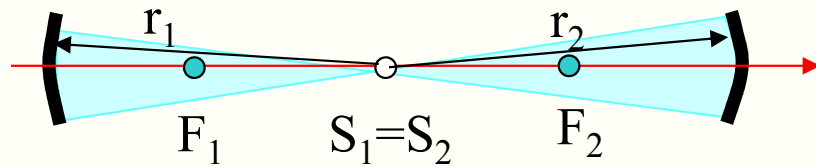
1.  $Z_1$  a  $Z_2$  jsou rovnoběžná **zrcadla** s odrazivostí větší než 99%.
2. Vlnění (světlo) se odráží od zrcadel s opačnou fází, skládá se s vlněním postupujícím v protisměru a mezi zrcadly vzniká **stojaté vlnění** elektrického pole popsaného vektorem elektrické intenzity  $\mathbf{E}$ . Stojaté vlnění má uzly (místa, která nekmitají) a kmitny (místa, která kmitají), uzly jsou např. na místech, kde se vlnění odráží od zrcadel. Vzdálenost mezi dvěma kmitnami (uzly) je polovina vlnové délky.
3. Délka rezonátoru  $L$  je  $M$  násobkem poloviny vlnové délky ( $M$  je celé číslo). Délce  $L$  odpovídají **vlastní frekvence** rezonátoru  $f_M$  (**podélné módy laseru**).

# Optické rezonátory

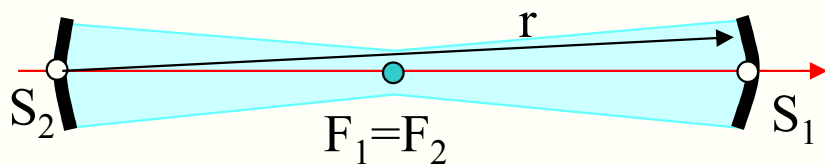
Objem optického (elektrického) pole náležející rezonátoru, kde dochází v aktivním prostředí ke stimulované emisi



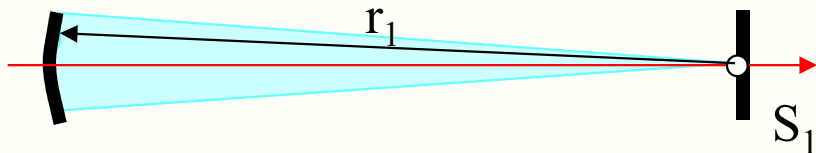
Planparalelní:  $r_1 = r_2 = \infty$



Koncentrické:  $r_1 = r_2 = L/2$



Konfokální:  $r_1 = r_2 = r = L/4$



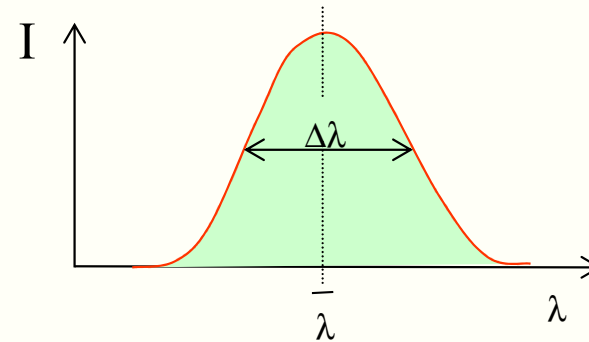
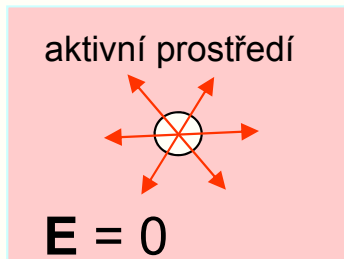
Hemisférické:  $r_1 = L, r_2 = \infty$

Kvalita rezonátoru je určována především odrazivostí zrcadel. Uvedené 4 typy patří mezi tzv. **stabilní rezonátory** – stojaté vlnění se mezi nimi udrží. 60

# Spontánní emise fotonu

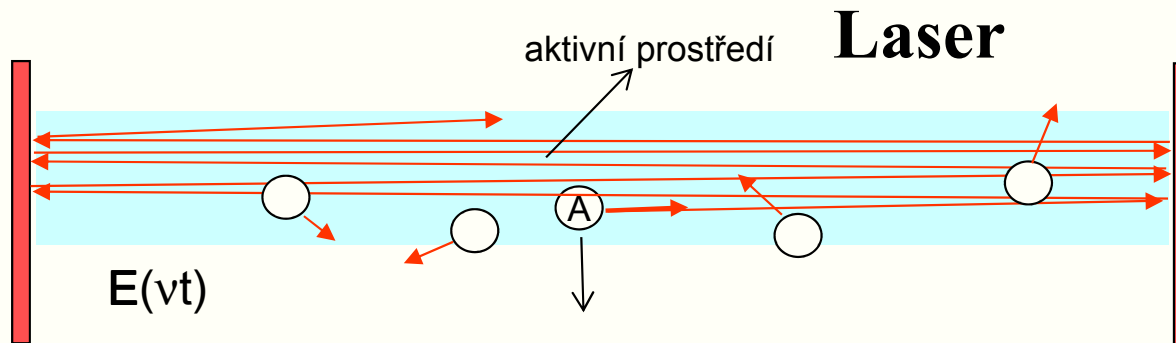
## Spontánní emise

atomy září do všech směrů

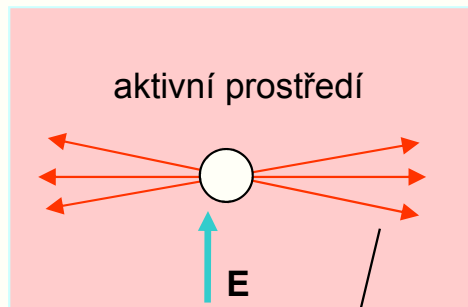


1. Když se atom **nenachází** v elektrickém poli, přechází do stabilního stavu **samovolně**.
2. Foton je vyzářen do **libovolného směru** a v **libovolné polarizaci**.
3. Pozorujeme obvyklou **spektrální čáru** o šířce  $\Delta\lambda \sim 1/\tau$  ( $\tau$  = doba života) .

# Stimulovaná emise fotonu



Spontánní emise atomu A vyvolá vznik stojaté vlny.  
Jiné atomy vyzáří mimo rezonátor.



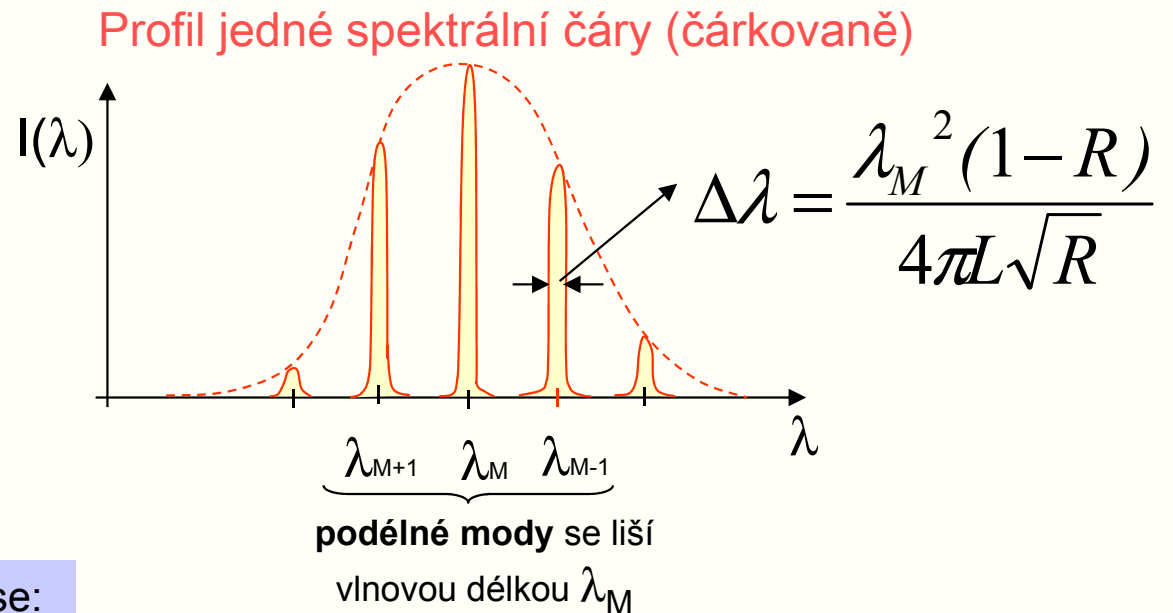
elektrické pole vytvořené  
stojatou vlnou uvnitř  
aktivního prostředí

malý prostorový  
úhel kolem osy rezonátoru  
(divergence laserových paprsků)

## Laser

1. Atom v metastabilním stavu vyzáří **spontánně** foton (EM vlnu) ve **směru optické osy** rezonátoru. Tím vznikne v rezonátoru **stojatá elektrická vlna**.
2. Záření zbývajících atomů v metastabilním stavu **je nyní stimulováno** elektrickým polem oné stojaté vlny.
3. Tyto atomy vyzáří teď fotony přibližně (s přesností divergence) **do směru optické osy rezonátoru** a v **polarizaci a fázi**, která odpovídá stavu vektoru **E** stojaté vlny. Tím se dosahuje **prostorové koherence** v celém průřezu svazku.

4. Malá šířka  $\Delta\lambda$  podélných modů (odpovídá za velkou **koherenční délku**) je důsledek vysoké odrazivosti zrcadel **R** a délky **L** rezonátoru.



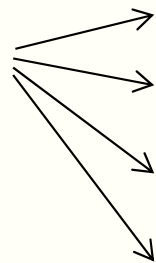
Jak tedy probíhá proces stimulované emise:

1. Excitace atomů na metastabilní hladinu (mechanismy pro různé lasery různé).
2. Náhodné vyzáření jednoho fotonu ve vhodném směru, jeho odraz od zrcadla, ustavení stojatého vlnění (v kmitnách je maximum el. intenzity, která mění svůj směr s rychlostí odpovídající frekvenci fotonu).
3. Stimulovaná emise: působením tohoto elektrického pole dochází k odchodu atomů z metastabilní hladiny, přičemž vyzářené fotony mají touž vlnovou délku (stejný rozdíl energií mezi metastabilní a stabilní hladinou), fázi a polarizaci odpovídající vektoru stojaté elektrické vlny.
4. Všechny vyzářené fotony se pohybují ve směru k zrcadlům rezonátoru, zde se jich 99% odráží zpět do rezonátoru a 1% vychází z laseru ven ve formě velmi rovnoběžného svazku.
5. Laserové světlo je proto velmi monochromatické, koherentní a nerozbíhavé.

# Druhy laserů

Lasery rozlišujeme především podle druhů aktivního prostředí, to znamená, jakým procesem dochází k jeho excitaci:

**Excitace** atomů do metastabilního stavu



**Srážkami** mezi atomy dvou druhů (He-Ne, CO<sub>2</sub>)

**Optickou** excitací - čerpáním (rubín, neodymové sklo)

Excitací při **chemické reakci** (eximery)

**Průchodem elektrického proudu** (polovodiče, GaAs)

a jiné způsoby

**Světelný výkon laserů:**

1. **Kontinuální** laser až desítky mW

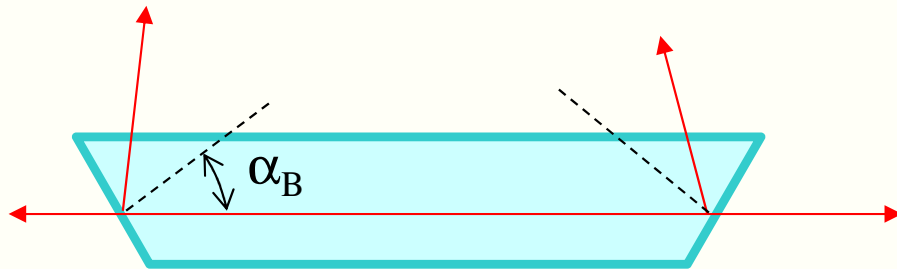
2. **Pulsní laser** při středním výkonu  $P = 10 \text{ mW}$

může mít parametry:  $P = 10^6 \text{ MJ} / 10^{-9} \text{ ns} = 10^{-3} \text{ W} = 1 \text{ mW}$

- délka pulsu = 1 ns,
- energie v pulsu = 1 MJ,
- opakovací frekvence = 10 Hz

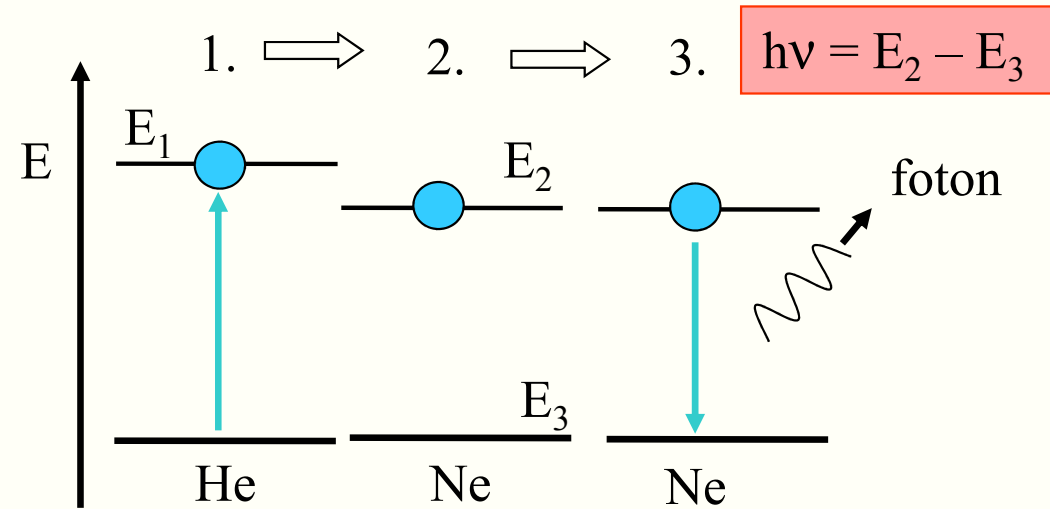


# He – Ne a CO<sub>2</sub> laser



## Energiové schéma buzení (tzv. tříhladinový systém)

1. Jsou-li výstupní okénka skloněna pod Brewsterovým úhlem, pak svazek laserových paprsků je lineárně polarizován
2. Skleněná výbojová trubice s náplní He (tlak asi 100Pa) a Ne (tlak asi 10 Pa).
3. U CO<sub>2</sub> laseru přebírá funkci He dusík a neonu molekula CO<sub>2</sub>

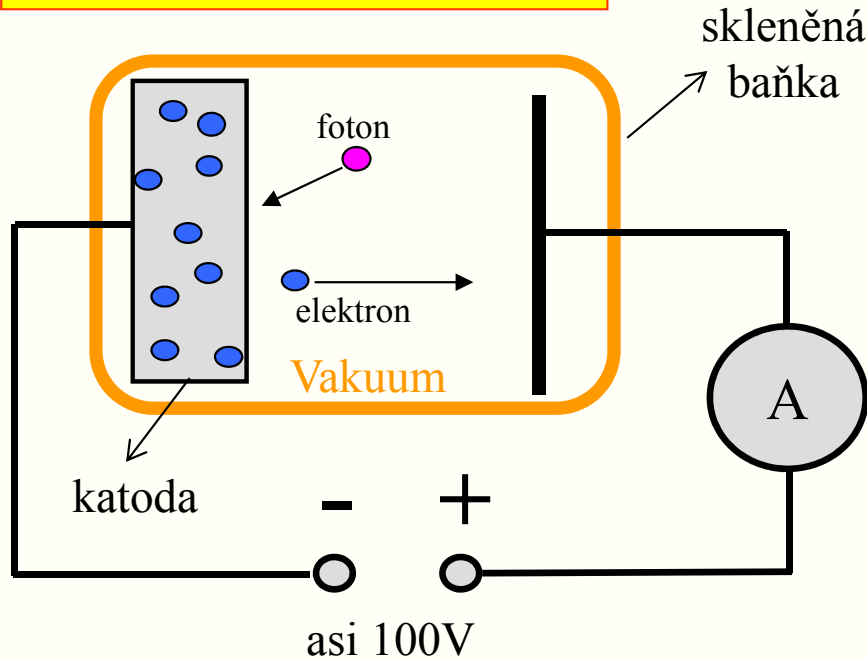


Typické kontinuální lasery.  
 $\lambda(\text{He-Ne}) = 632.8 \text{ nm}$   
 $\lambda(\text{CO}_2) = 10.6 \mu\text{m}$

1. Výbojem se excituje atom He na  $E_1$
2. Srážkou atomů He s Ne se excituje atom Ne do metastabilního stavu, He se vrátí do základního
3. Za přítomnosti elektrického pole o frekvenci  $f_M$  vyzáří Ne foton stimulovaně, jinak spontánně

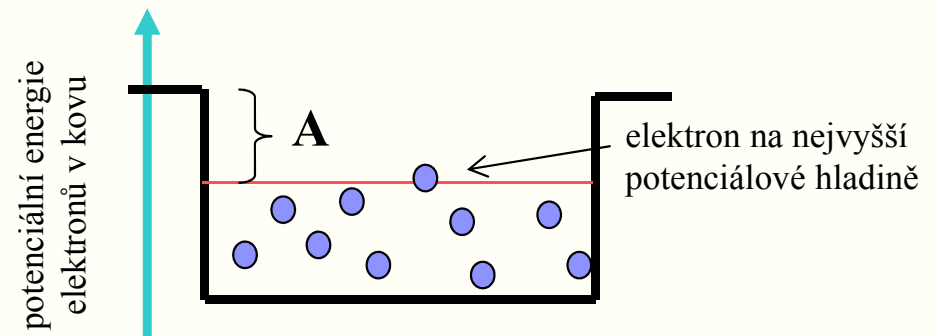
# Detektor světla - fotonka

## Princip činnosti fotonky:



Když na katodu nedopadá světlo (fotony), tak obvodem neprochází elektrický proud. **Když ale na katodu dopadne foton, vyrazí z ní elektron a ten je elektrickým polem přitažen ke kladně nabitě elektrodě. Svým elektrickým nábojem přispěje ke vzniku elektrického proudu.**

**Potenciálová nádoba**, elektrony v ní mají menší potenciální energii než mimo ni.



**A = energie, která chybí elektronům, aby vyletěly z kovu (výstupní práce).**

Elektrony opustí katodu (nastane fotoefekt), až jim foton předá svou energii, s jejíž pomocí jsou teprve schopny překonat **okraj myšlené nádoby (kovu)**, v níž jsou uzavřeny.

$$\text{Energie fotonu} = h \cdot f$$

Podmínka vzniku fotoefektu:

$$A < hf$$

# Fotoelektrický jev – příklady

Výstupní práce pro zinek je  $A=4,27$  eV. Vyjádřete toto číslo v joulech.

Protože  $1eV = 1,602 \cdot 10^{-19} J$ , je výsledná výstupní práce  $A = 4,27eV = 4,27 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} J = 6,84 \cdot 10^{-19} J$

Určete, jakou minimální frekvenci musí mít dopadající světlo, aby došlo k fotoelektrickému jevu pro zinek. Můžeme fotoelektrický jev v zinku vyvolat dopadem zeleného světla?

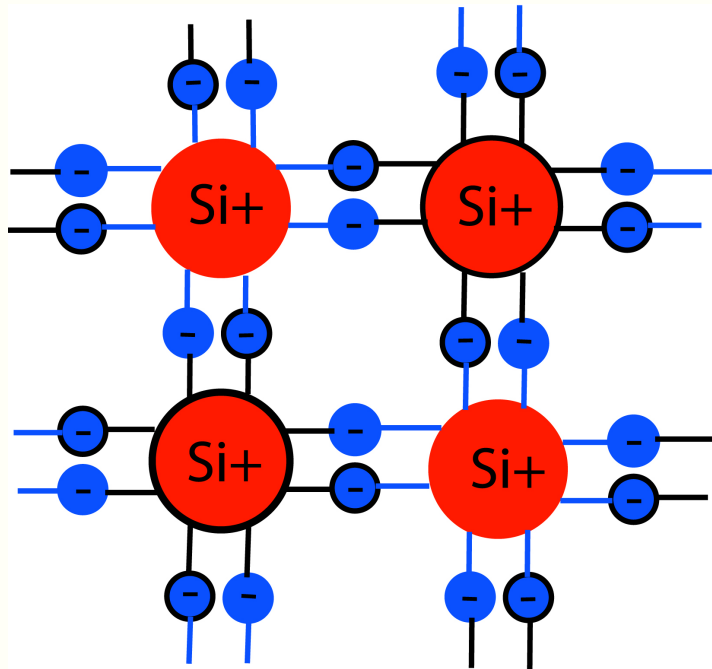
Aby došlo k fotoelektrickému jevu, musí mít foton dopadajícího světla energii větší nebo rovnu výstupní práci, čili  $hf \geq A$ , odkud vyjádříme  $f$ :  $f \geq \frac{A}{h}$ , číselně  $f \geq \frac{6,84 \cdot 10^{-19} J}{6,625 \cdot 10^{-34} J \cdot s} = 1,03 \cdot 10^{15} Hz$ .  
Určíme-li příslušnou vlnovou délku, zjistíme, že se jedná o UV záření:  $\lambda' = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{1,03 \cdot 10^{15} Hz} = 290 nm$ .  
Zelené světlo má delší vlnovou délku než UV záření (cca 550 nm), tedy menší frekvenci, a proto nemůže jeho dopad v zinku vyvolat fotoelektrický jev.

Určete maximální vlnovou délku, kterou musíte použít v appletu na adrese <http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/kap28/PhotoEffect/photo.htm>. Při ověření si nastavte nejprve napětí na nulu.

Další neřešené příklady najdete v adresáři [prikłady/Příklady základy+fotoel.jev.pps](http://prikklady/Příklady_základy+fotoel.jev.pps)

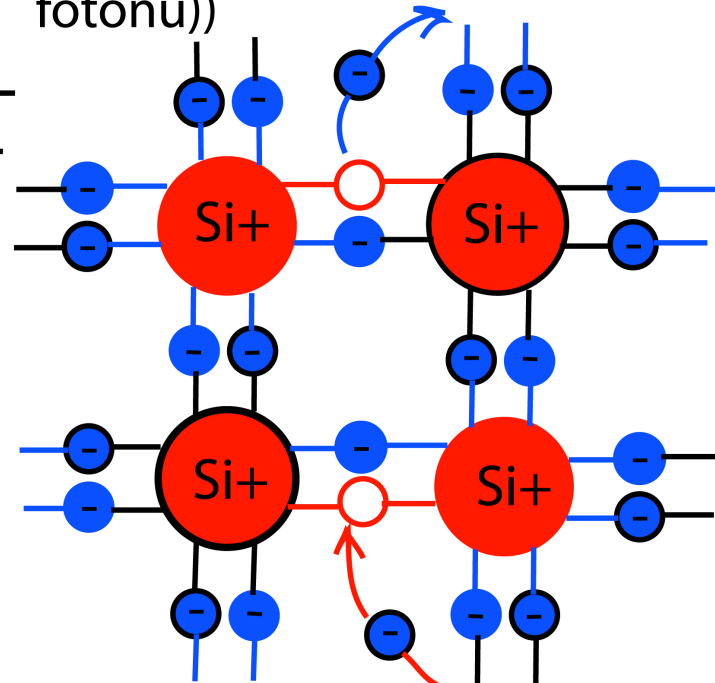
# Co je potřeba vědět o polovodičích – vlastní polovodiče

- Prvky IV. skupiny (4 valenční elektrony), především křemík a germanium



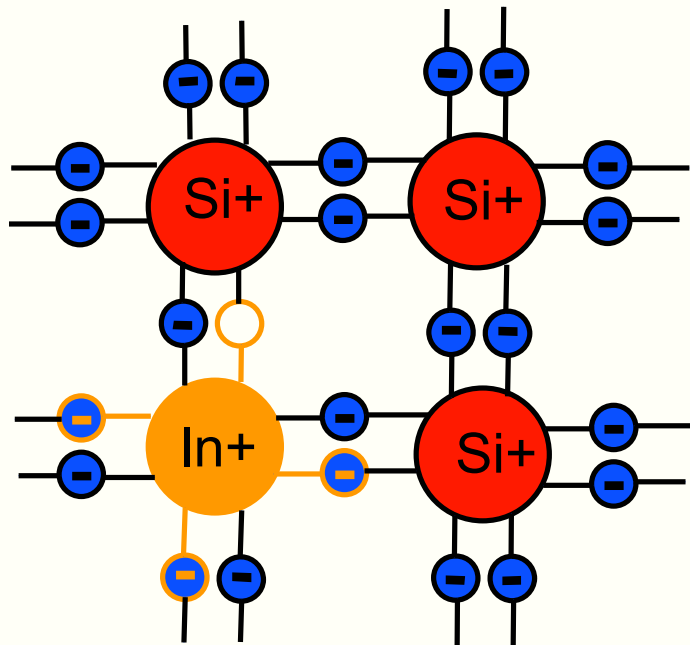
jádra křemíku vytvářejí mřížku, sdílejí elektrony z valenčních vrstev okolních atomů

nahoře: generace páru elektron-díra (místo s + nábojem), dole: rekombinace (elektron padne do díry, následuje uvolnění energie (vznik fotonu))



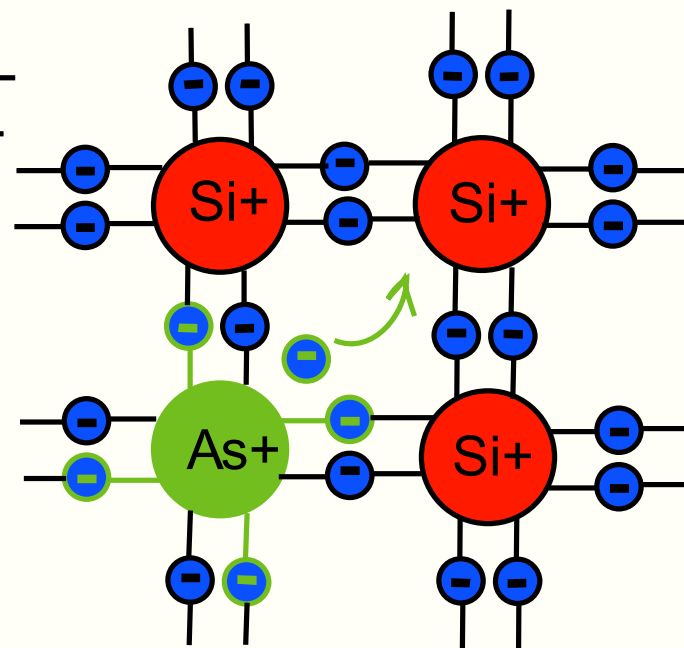
# Co je potřeba vědět o polovodičích – nevlastní polovodiče

- Prvky IV. skupiny (4 valenční elektrony), především křemík a germanium



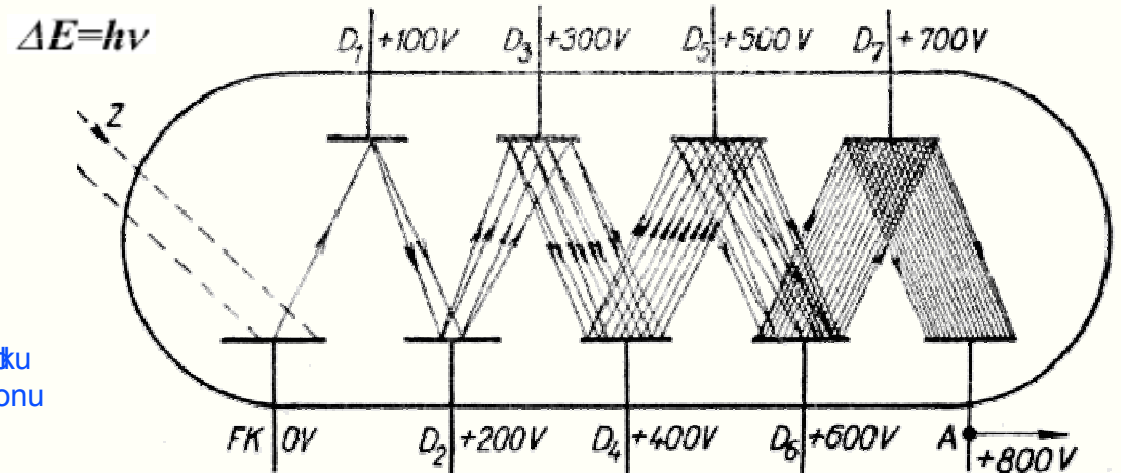
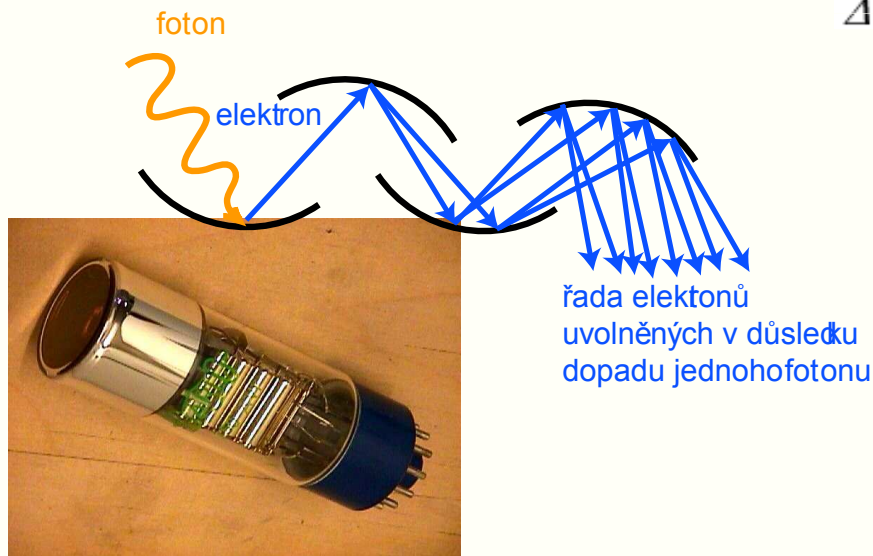
Polovodič typu P: příměs je prvek III. skupiny, chybí 1 elektron - děrová vodivost, označení ►

Polovodič typu N: příměs je prvek V. skupiny, 1 volný elektron - elektronová vodivost, označení ||



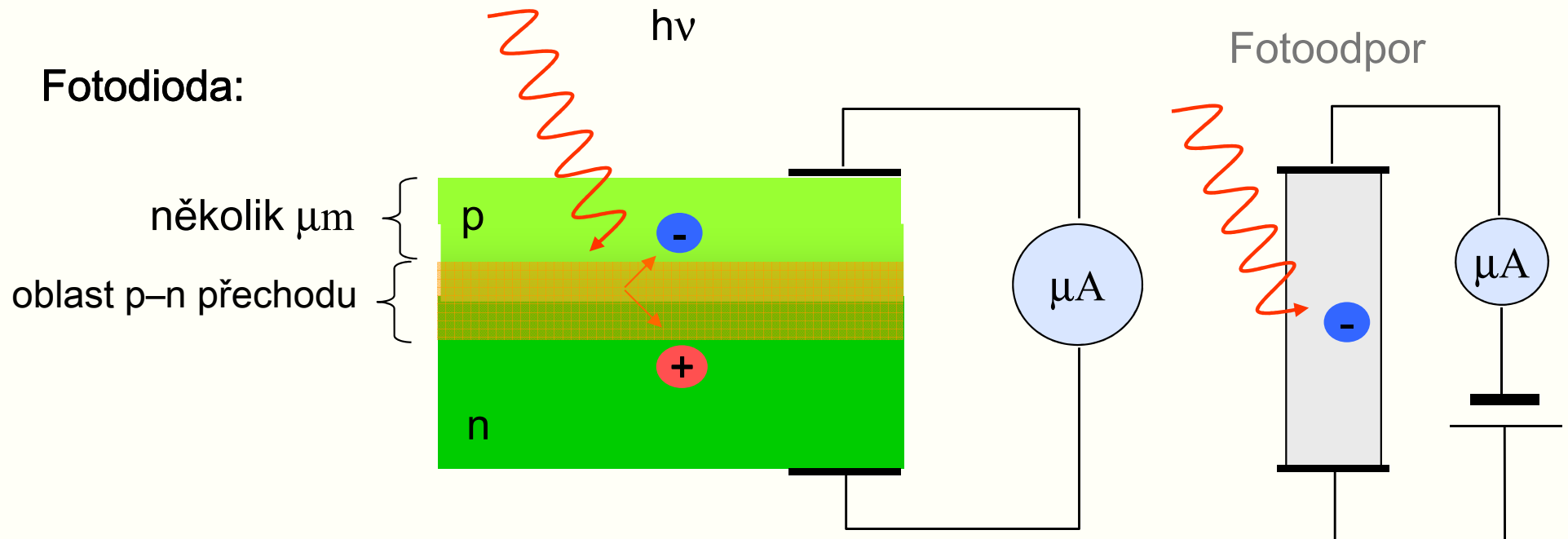
# Fotonásobiče

Fotonásobič: součástka, na které v důsledku dopadu jednoho fotonu vzniká poměrně velký proud.



Fotonásobič využívá vnější fotoelektrický efekt. Skládá z vyčerpané skleněné baňky na jejíž části je (zevnitř) nanesena fotokatoda, elektrodového systému dynod (typ. kolem 10-ti) a anody. Foton zkoumaného záření dopadne na fotokatodu. Je-li frekvence záření vyšší než kritická, dojde k překonání výstupní práce materiálu fotokatody a emisi elektronu. Statisticky ne každý vhodný foton vybudí elektron, což udává tzv. *kvantová účinnost* fotokatody. Fotokatoda má nejnižší elektrický potenciál ze všech elektrod. Další elektrody-dynody mají potenciál vyšší (obvykle rovnoměrně odstupňovaný) a anoda nejvyšší. Tím je dosaženo, že elektron emitovaný z fotokatody je elektrickým polem urychlován k první dynodě. Ta je pokryta materiálem s *činitelem sekundární emise*  $> 1$ , tzn. že při dopadu jednoho elektronu emituje více elektronů. Protože potenciál další dynody je vyšší než potenciál předchozí jsou elektrony opět urychlovány směrem k další dynodě. Tím dochází k lavinovému násobení elektronů, které jsou nakonec zachyceny anodou. Typický zisk je řádu  $10^5$ - $10^7$ .

# Fotodiody a fotoodpory



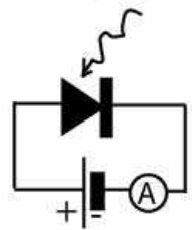
Foton pronikne horní vrstvou polovodiče a když se v oblasti p-n přechodu se absorbuje, tak vygeneruje pár elektron – díra. Tímto procesem, kterému se říká **vnitřní fotoefekt**, vznikne elektrický fotoproud. Důležitou roli zde hraje i závislost absorpce na  $\lambda$ .

V praxi se ještě používají k detekci světla tzv. **fotoodpory** (např. selenové), u nichž absorbovaný foton sníží hodnotu jejich odporu (zvýší se vlastně počet vodivostních elektronů v materiálu fotoodporu).

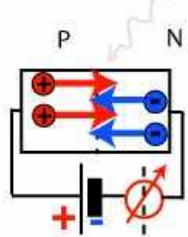
# Zapojení fotodiody

Polovodičová dioda: NP přechod, při v závěrném směru prochází obvodem proud pouze v důsledku zahřátí nebo osvětlení fotodiody.

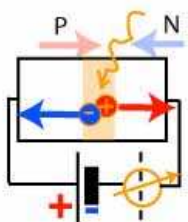
propustný směr



zapojení diody

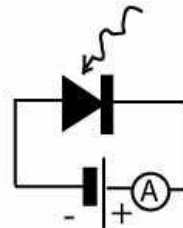


díry i elektrony procházejí přes NP přechod, obvodem prochází proud

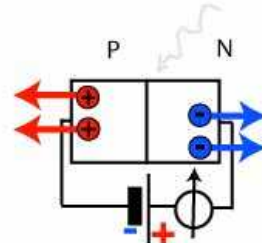


při osvětlení NP přechodu se díky pohlcení fotonu v oblasti tohoto přechodu generuje pár elektron-díra, který se rozdělí a přejde přes NP přechod, což způsobuje zvýšení celkového proudu o fotoproud

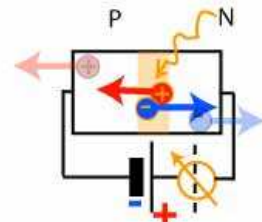
závěrný směr



zapojení diody



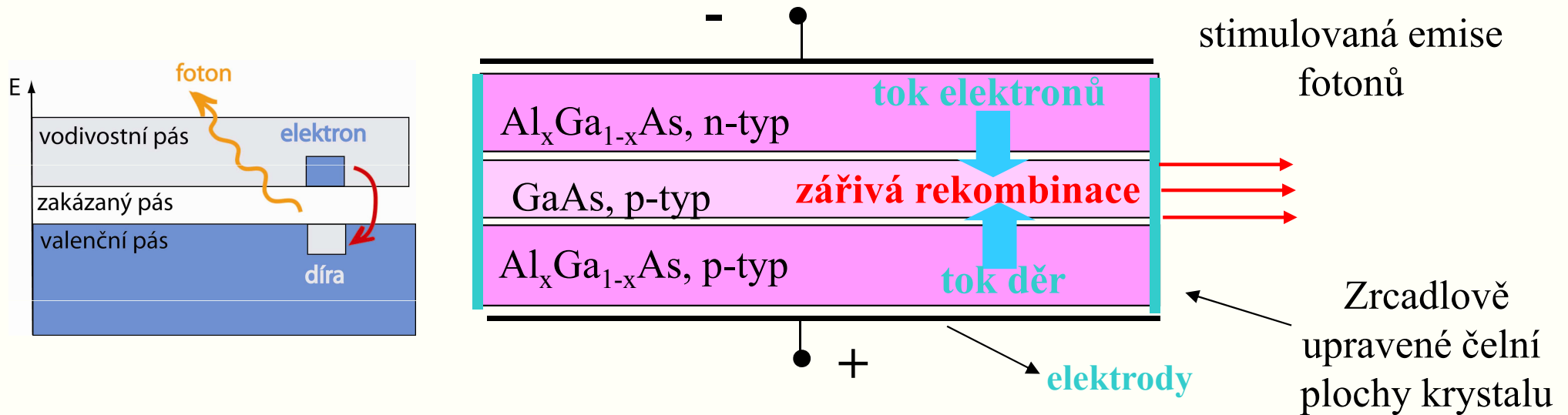
elektrické pole zdroje nedovoluje díram a elektronům přejít přes NP přechod, obvodem neprochází proud



při osvětlení NP přechodu se díky pohlcení fotonu v oblasti tohoto přechodu generuje pár elektron-díra, který se rozdělí a přejde přes NP přechod, což způsobuje vznik fotoproudu

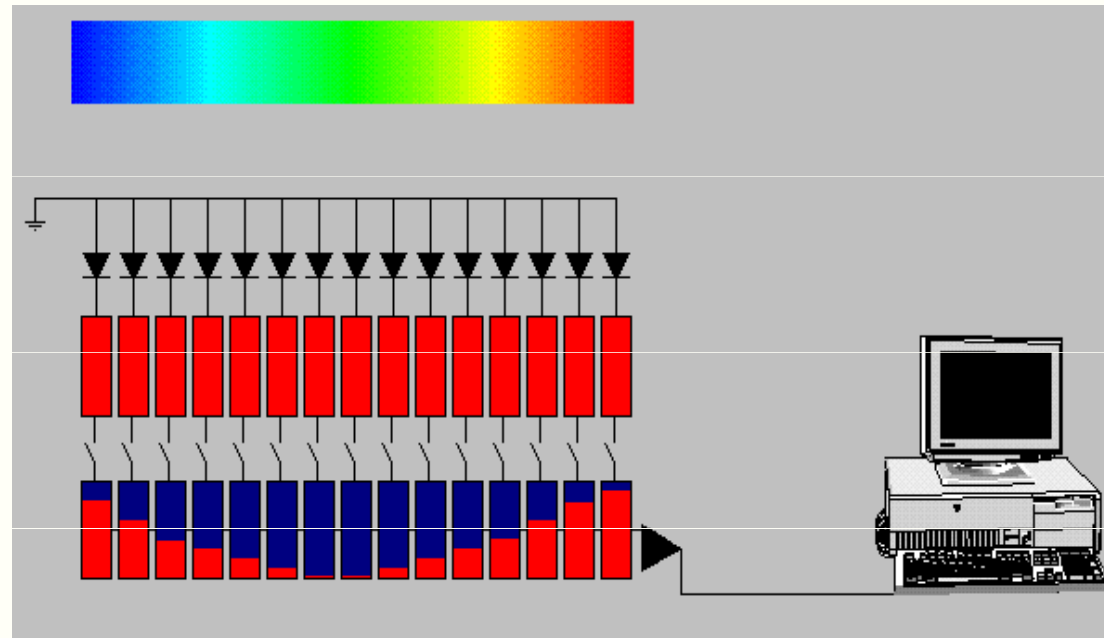


# Polovodičový laser



1. Vnější napětí uvedené polaroty způsobí, že se v **opticky aktivní vrstvě krystalu GaAs** nahromadí současně velké množství elektronů a děr (s dostatečně dlouhou dobou života), které spolu mohou **rekombinovat** převážně jen **zářivými přechody**.
2. Zrcadlově upravené čelní plochy krystalu vytvářejí planparalelní **optický rezonátor** délky asi 1 mm. Ten zaručí, že při rekombinaci elektronů a děr vznikne stimulovaná emise fotonů.
3. Vlnová délka emitovaného světla je z intervalu 700 až 900 nm podle obsahu Al.
4. Na podobném principu pracují **luminiscenční fotodiody (LED)**. Nemají rezonátor a elektrony a díry v aktivním prostředí téměř hned rekombinují.

# Činnost CCD detektoru

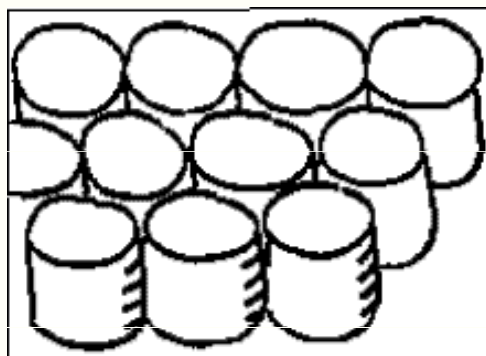


Detektor se skládá z matice fotodiod (obvykle 640x360), z nichž každá reaguje na osvětlení vznikem elektrického proudu (čím větší osvětlení, tím větší proud, ovšem je potřeba přihlídnout i ke spektrální citlivosti diod, která je maximální v červené a infračervené oblasti). Tímto proudem se nabíjí kondenzátor zařazený za každou z diod. Pokud počítač sepne spínače, kondenzátory se vybijí a naměřená velikost proudu určí osvětlení dané diody. V počítači se uloží tato hodnota ke každé diodě a zobrazí se výsledek. Jednotlivým fotodiodám, které vlastně vytvoří jeden obrazový bod (anebo těmto obrazovým bodům) se často říká pixely.

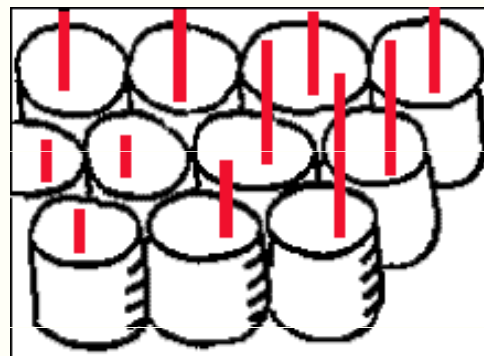


# Jak funguje CCD čip

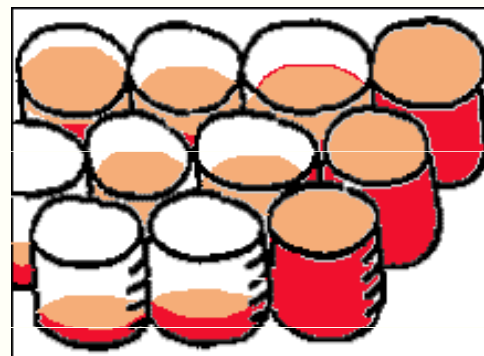
- Pixel = 1 snímací komůrka



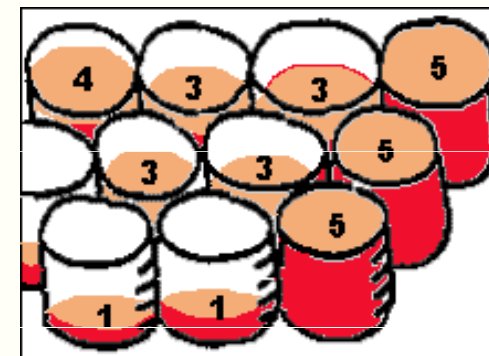
*CCD bez náboje  
(prázdné  
skleničky)  
čeká na  
expozici*



*Cvak!  
Exponujeme a  
na CCD  
dopadají  
objektivem  
světelné  
paprsky*



*Světelné  
paprsky  
"vyrazily"  
z buněk  
elektrony -  
červená "voda"*

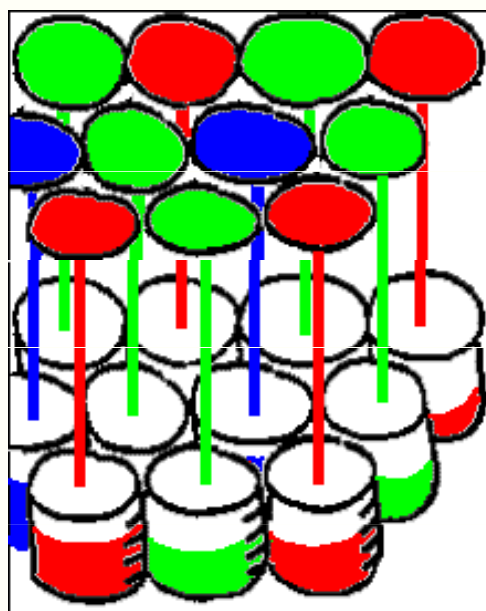


*Tak. A máme to  
číselné, tedy  
máme to "digi"*



# Jak funguje CCD čip

(coupled charge device = zařízení (device), které pracuje s propojeným nábojem )



*Do buněk v  
CCD světlo  
prochází  
přes barevné  
filtry*

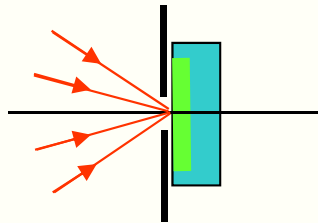


*Takto  
exponovaný  
pixel je bílý*



Hodnota náboje jednotlivých řádků se postupně (jeden řádek po druhém) načte do načítacího registru, zde dojde k AD převodu a přenosu čísel do počítače

# Plošný detektor světla



**Plošný (všesměrový) detektor**  
(např. fotodioda) nerozliší intenzitu  
paprsků přicházející z různých směrů.

Clona s otvorem vytváří z plošného detektoru  
bodový detektor.

- 1) Plošné detektory jsou fotonky, **fotodiody**, **fotografický film**, apod.
- 2) **Signál detektoru  $i$**  (fotoproud, fotonapětí) je úměrný intenzitě  **$J$** , (ta je úměrná kvadrátu amplitudy elektromagnetické vlny  $E_0$ ), ploše detektoru  **$S$** ,

$$i = C(\lambda)SJ \sim C(\lambda)S \langle E_0^2 \rangle$$

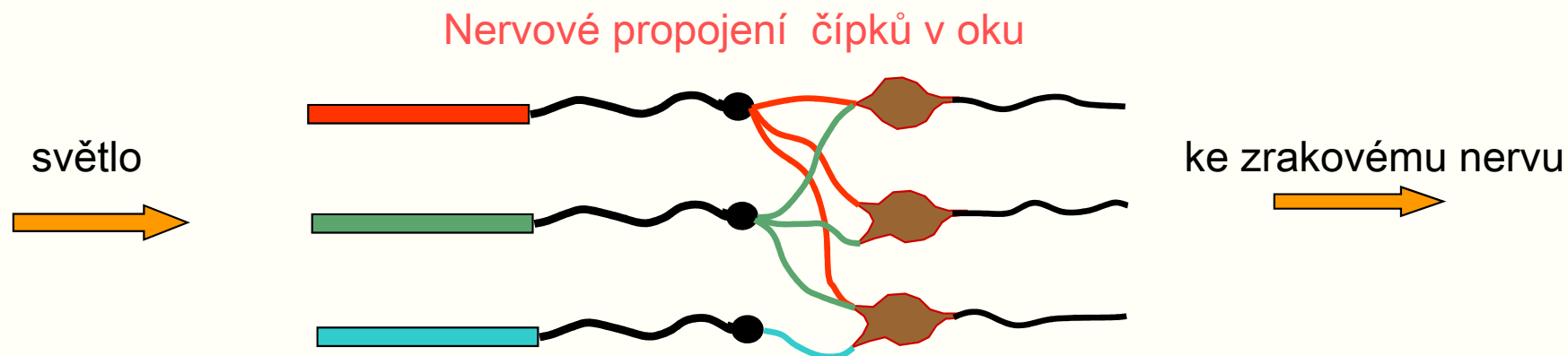
- 3) Každý detektor má svou charakteristickou **spektrální citlivost  $c(\lambda)$**
- 4) Měří **střední časovou hodnotu** kvadrátu amplitudy světla za tzv. **integrační dobu detektoru** (např. pro oko to je 0.1 s, pro fotodiodu asi  $10^{-3}$  s, pro fotonku  $10^{-6}$  s).  
Tento experimentální fakt úzce souvisí s koherenčními vlastnostmi světla (o nich pojednáme později).

# Vnímání barev

**Spektrální barvy** jsou charakterizovány jedinou vlnovou délkou, kterou určíme jednoznačně spektrometrem. Člověk však vnímá daleko širší paletu barev, tzv. **složené barvy**.

**Složené barvy** vzniknou osvětlením plochy světelnými svazky o různém spektrálním složení a intenzitě. Všechny tyto složené barvy lze vytvořit **kombinací tří svazků** o různých intenzitách a o spektrálním složení, které odpovídá **spektrální citlivosti tří druhů čípků** na sítnici lidského oka (čípky citlivé na modrou, zelenou a červenou barvu).

Vnímání barev je tedy **subjektivní jev**, závisí na vybavenosti našeho oka a na naší zkušenosti (jakou barvu nazýváme purpurovou, oranžovou, apod.). Vjem barev se vyznačuje **barevným tónem, barevnou sytostí a jasem**.



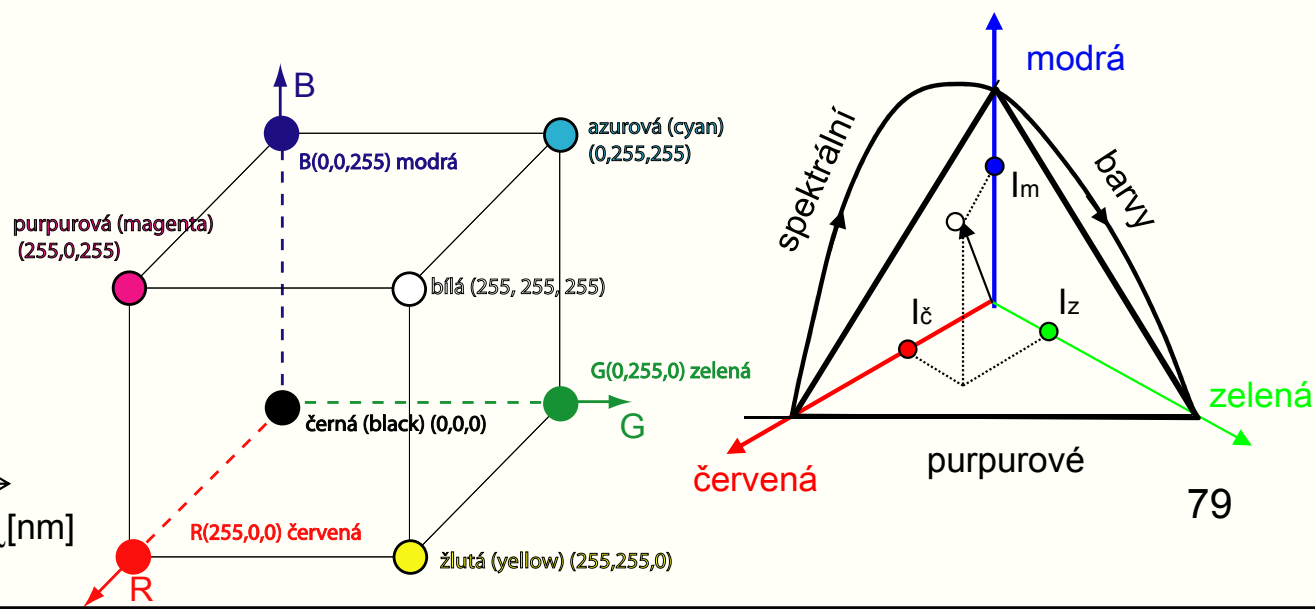
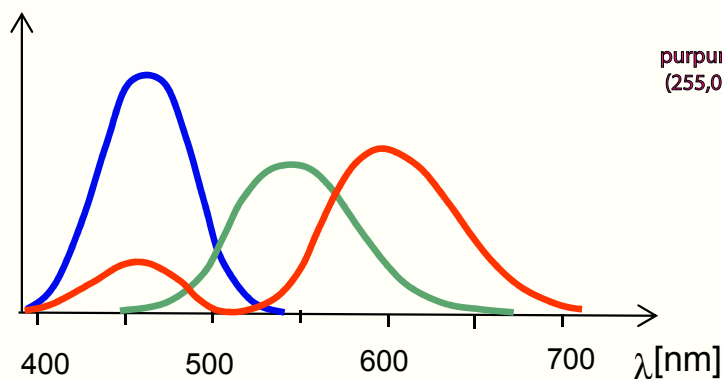
# Barevný trojúhelník

- 1) **Barevný tón** závisí na poměru intenzit jednotlivých složek podobně, jako směr vektoru na svých souřadnicích. **Barevná sytost** odpovídá délce vektoru, tedy intenzitě jednotlivých složek.
- 2) Barevný tón lze tedy zakreslit **jako vektor** do kartézských souřadnic. Na jejich osy se kreslí intenzity modré, zelené a červené.
- 3) Každému bodu ve vyznačeném trojúhelníku přísluší jeden barevný tón (vektor). Tento tzv. **barevný trojúhelník** leží rovině se **souřadnicemi  $X_b$  a  $Y_b$** . Jeho poloha v  $(X_b, Y_b)$  je stanovena mezinárodní dohodou.

**Barevný tón =  $I_m : I_z : I_č$**

**Barva = Barevný tón +  $I_{\text{bílé}}$**

Spektrální citlivost jednotlivých druhů čípků



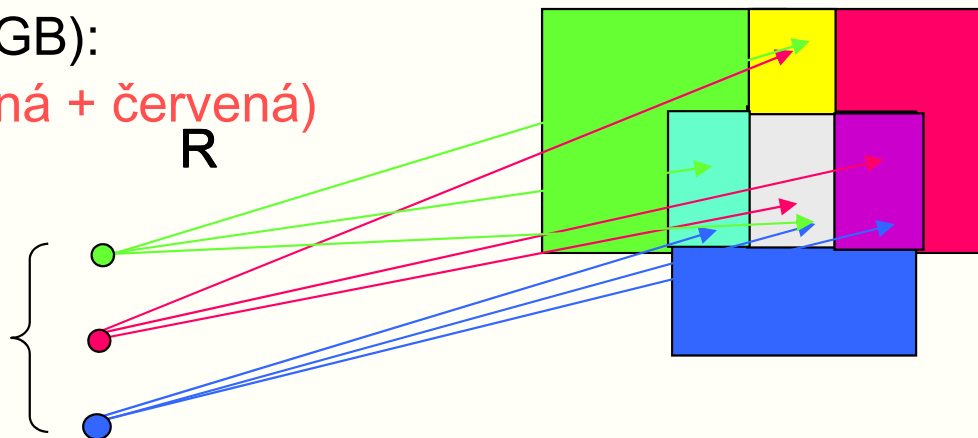
# Barevné plochy

Aditivní vytváření barev (RGB):

Barva = Jas\*(modrá + zelená + červená)

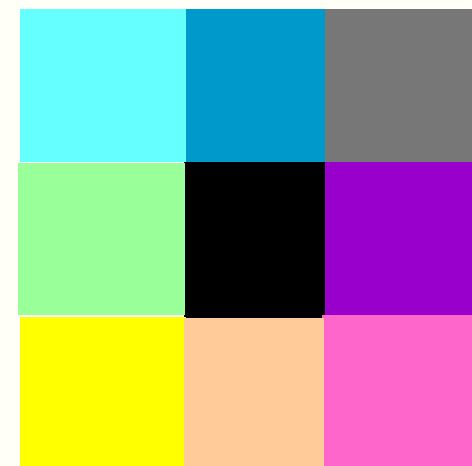
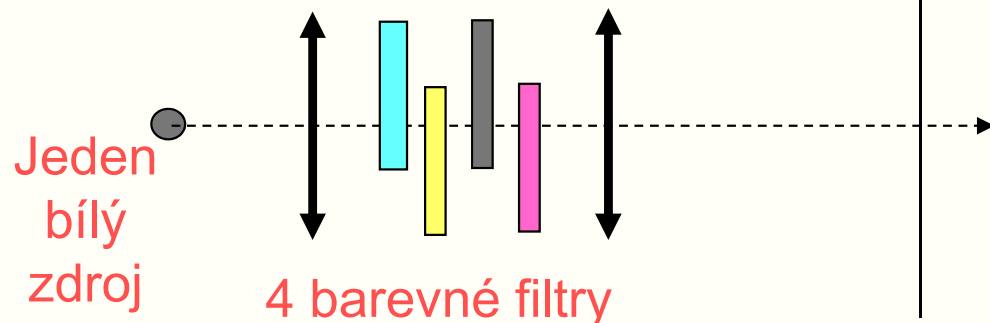
B G R

Tři barevné zdroje  
osvětlují plochu (televizory,  
počítače)



Subtraktivní vytváření barev (CMYK)

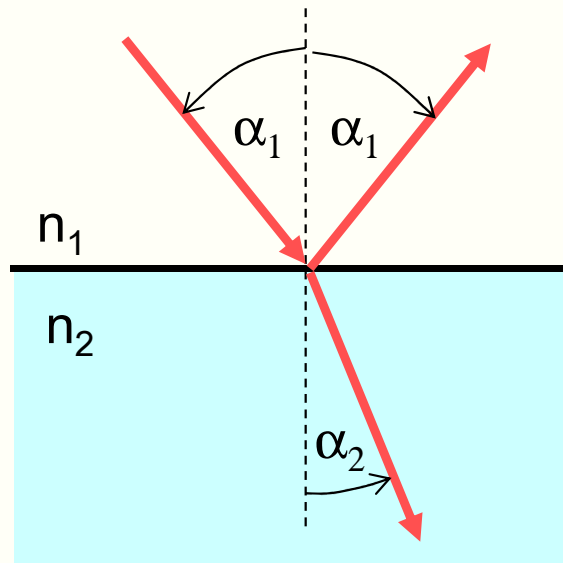
Barva = šedá – azurová – žlutá – purpurová



Tohoto principu užívají tiskaři. Barvy jsou nanесeny na bílém papíru. Původní bílé světlo prochází dvakrát vrstvou barev a po odrazu na bílém papíru změní spektrální složení.



# Odraz a lom světla



Odraz a lom na rovinném rozhraní

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Index lomu:

$$n_1 = \frac{c}{u_1}$$

Frekvence světla se při průchodu rozhraním nemění:

$$f_1 = f_2 = f$$

Vlnová délka:

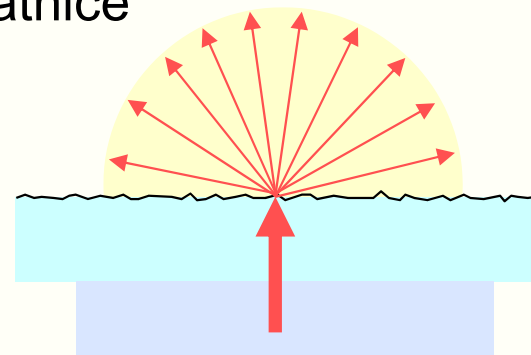
$$\lambda_1 = \frac{u_1}{f}$$

Odraz na drsném rozhraní

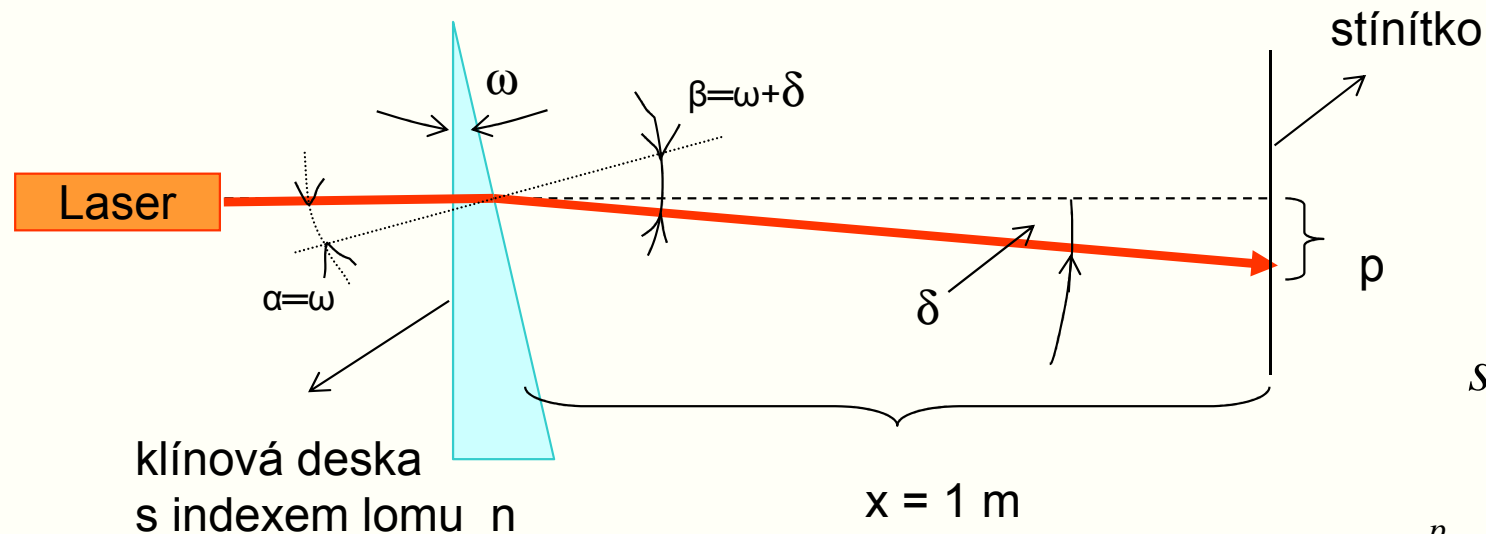
Charakteristická velikost nerovností  $\Lambda$  je mnohem větší než vlnová délka  $\lambda$ . Taková rozhraní jsou důležitá pro zobrazování předmětů.



matnice



# Prizmatický účinek



$$\sin \delta = \frac{p}{\sqrt{x^2 + p^2}} \approx \frac{p}{x}$$

$$n \sin \omega = \sin \beta$$

$$\sin \omega \approx \omega, \sin \beta \approx \beta$$



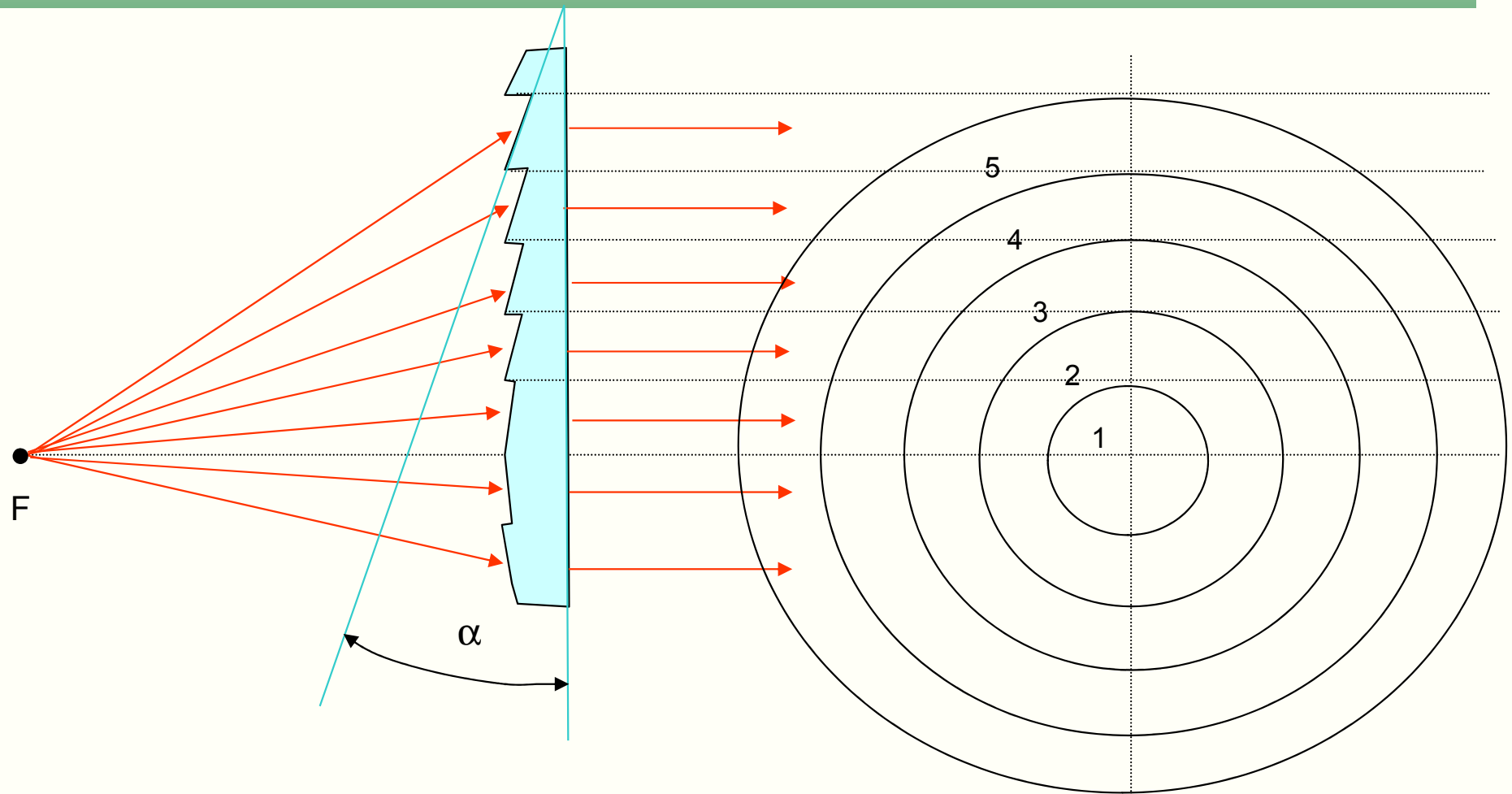
$$\frac{p}{x} = \delta = \beta - \omega = (n - 1)\omega$$

**Prizmatický účinek:**  $p = x (n - 1)\omega$

**Index lomu klínové desky:**  $n = 1 + \delta/\omega = 1 + p/(x \omega)$

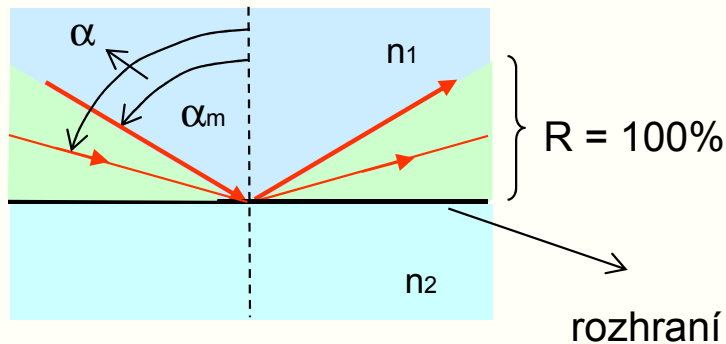
Klínová deska vložená **před** spojkou posune příčně obraz o úhel  $\delta$ .

# Fresnelova čočka



- 1) Fresnelova čočka se skládá z prizmatických mezikruží, jejichž vrcholový úhel  $\alpha$  se volí tak, aby paprsek vycházející z ohniska **F** se pak šířil rovnoběžně s optickou osou.
- 2) Tato čočka se užívá jako velkoplošný kondenzor (zpětné projektory, reflektory, majáky, jako plochá lupa).
- 3) Tloušťka bývá asi 1 mm , šířka mezikruží asi 1mm.

# Totální odraz světla



**Mezní úhel  $\alpha_m$  existuje, jen když platí:**

$$n_1 > n_2.$$

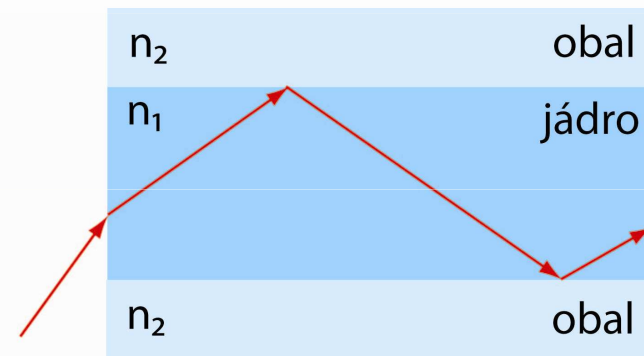
**Odrazivost  $R = 100\%$ , pro úhly**

$$\alpha > \alpha_m$$

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

**Aplikace totálního odrazu:**

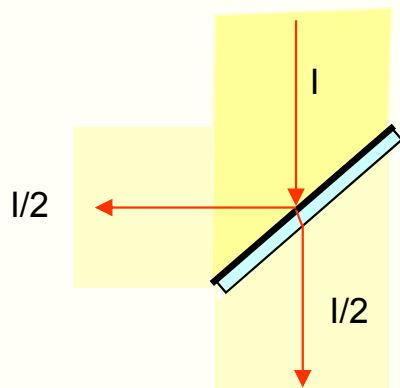
1. totálně odrážející hranoly (v triedrech)
2. děliče optických svazků
3. světlovody
4. optická vlákna ve sdělovací technice



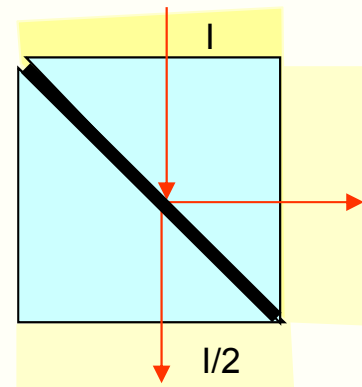
# Děliče svazků

## Optické prvky na ovládání chodu paprsků

### Děliče svazku paprsků (dělením amplitud)



deska s **tenkou vrstvou**

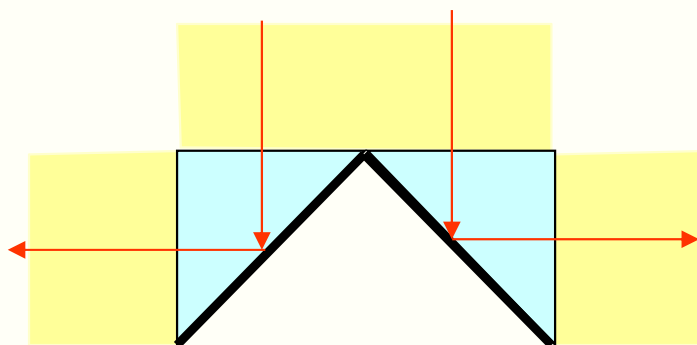


kostka s **tenkou vrstvou**

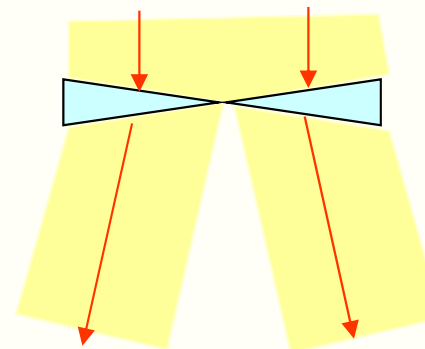
Každý z paprsků má pak poloviční intenzitu

$I/2$

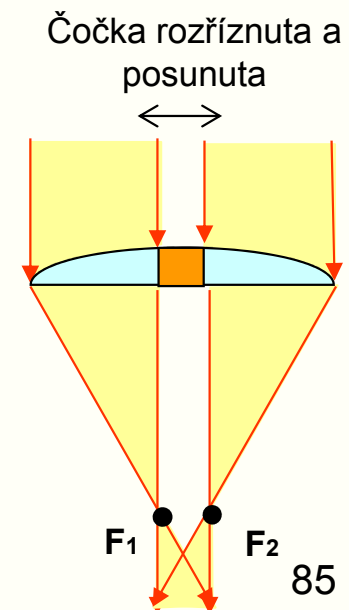
### Dělič svazku dělením vlnoploch (příklady)



Totální odraz



Prizmatický dělič



Čočka rozříznuta a posunuta

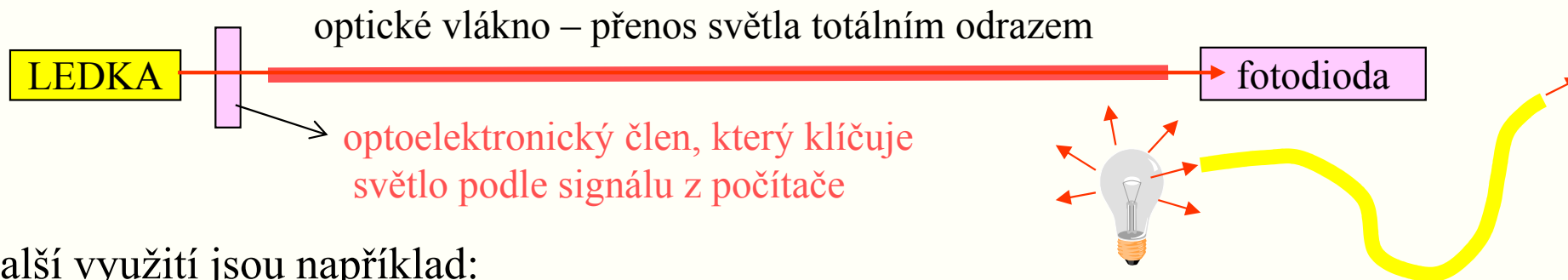


$F_1$

$F_2$

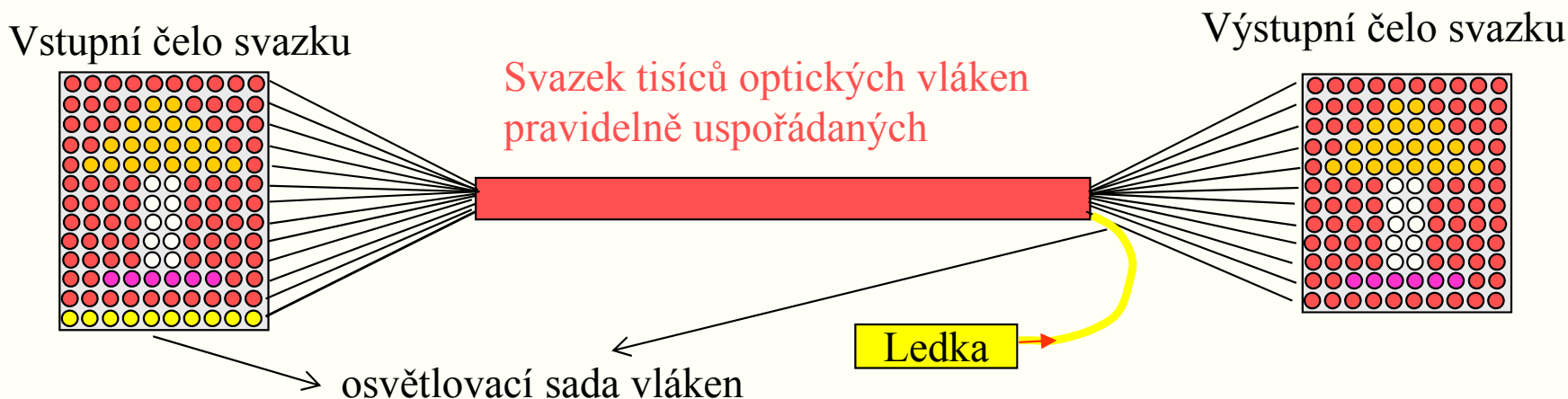
85

# Optická vlákna



Další využití jsou například:

- **osvětlování** nepřístupných míst svazkem optických vláken
- **přenos obrazu** z nepřístupných míst. Obě tyto techniky se využívají zejména v lékařství (např. kontrola vnitřku žaludku)



Na čelo svazku v nepřístupném místě se promítne obraz a tím do každého vlákna vstoupí paprsek různé barvy a intenzity. Tak se obraz přenesení z jednoho konce svazku na druhý.

# Odrazivost rozhraní

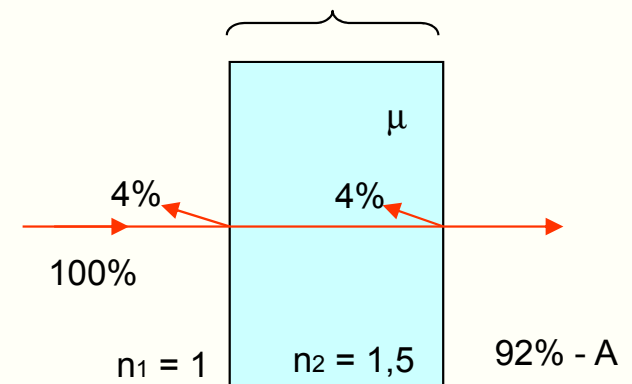
Při průchodu světla optickými prvky nastávají ztráty intenzity **odrazem**, **absorpcí** a **rozptylem**.

**Odrazivost R** světla na rozhraní závisí obecně na úhlu dopadu (Fresnelovy vzorce)  
Při dopadu **kolmo** na rozhraní je odrazivost dána vztahem:

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} * 100 \%$$

Neabsorbující látky mají index lomu reálný na rozdíl od kovů, které silně absorbují, a index lomu je komplexní. Imaginární část je úměrná absorpci.

hliník	1.44 +i5.23
zlato	0.47 +i2.83
křemík	3.98 +i0.07
diamant	2.41 +i10 <sup>-6</sup>
sklo	1.5+.....
voda	1.33+....



**Zákon zachování toku energie:**

$$R + T + A = 1 \quad (= 100\%)$$

T ... propustnost  
A ... absorpce

Určete, kolik procent světla se odrazí od okenní tabulky při kolmém dopadu? Kolik procent světla projde, pokud neuvažujeme absorpci?

Je-li index lomu vzduchu  $n_1=1$  a index lomu skla  $n_2=1,5$ , dostaneme  $R=(1,5-1)^2/(1,5+1)^2=4\%$ . Protože sklo má dva povrchy, projde  $100\%-2.4\%=92\%$

Porovnejte odrazivost skla a vody při kolmém dopadu světla.

Index lomu skla je cca 1,5, vody 1.33. Dostaneme tedy pro sklo  $R=4\%$  a pro vodu  $R=(1,33-1)^2/(1,33+1)^2=2\%$ .

Kolik procent světla se odrazí od 1 cm silného diamantu, kolik od 500 $\mu\text{m}$  silné křemíkové desky a kolik od 2 $\mu\text{m}$  silného plátku zlata?

Je třeba zdůraznit, že odrazivost nezávisí na tloušťce vzorku. Určíme ji podle vztahu  $R=((n_1-n_2)^2/(n_1+n_2)^2)$ , nyní ovšem musíme brát do úvahy, že počítáme s komplexními čísly, proto  $z^2=(z_1-z_2)^2=(z_1-z_2) \cdot (z_1-z_2)^* = \dots = ((a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2)$ , obdobně je třeba určit i součet. Tedy pro rozhraní materiál s komplexním indexem lomu – vzduch platí  $R=((n_r-1)^2+(n_i-0)^2)/((n_r+1)^2+(n_i+0)^2)$ . Pro diamant  $R=((2,41-1)^2+(0,000001-0)^2)/((2,41+1)^2+(0,000001+0)^2)=17\%$ , pro křemík  $R=((3,98-1)^2+(0,07-0)^2)/((3,98+1)^2+(0,07+0)^2)=36\%$  a pro zlato  $R=((0,47-1)^2+(2,83-0)^2)/((0,47+1)^2+(2,83+0)^2)=82\%$ .



# Absorpce

**Ztráta intenzity absorpcí** průchodem přes vrstvu tloušťky **d** s koeficientem lineární absorpce  $\mu(\lambda)$  je dána vztahem :

$$\mu(\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda} n_i(\lambda)$$

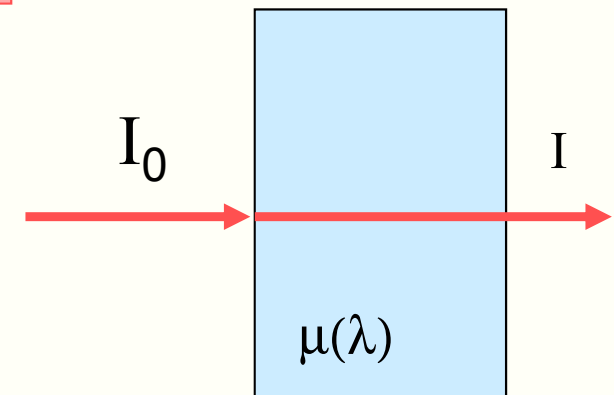
$$A = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu d}$$

(\*100%)

d

Absorpce světla v přímém směru je důsledek procesů:

1. **excitace atomů a molekul** (fluorescence, růst teploty)
2. **rozptylu světla** v nehomogenním prostředí



**Absorpční spektra  $I(\lambda)$**  v infračervené oblasti slouží k identifikaci zejména organických látek a dále k měření koncentrace látek v roztoku.

Mezi významné aplikace absorpce RTG záření náleží **tomografie (CT)** a v optice zobrazení pomocí **laserové skanovací optiky**.

Určete, kolik procent světla se absorpuje v diamantové a křemíkové destičce, mají-li stejné tloušťky 500 $\mu$ m? Uvažujme o vlnové délce 500nm.

Pro výpočet koeficientu absorpce použijeme vztahy  $\mu(\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda} n_i(\lambda)$   $A = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu d}$

Pro křemík:  $\mu(500nm) = \frac{4\pi}{500 \cdot 10^{-9}} 0,07m^{-1} = 1,8 \cdot 10^6 m^{-1}$   $A = e^{-1,8 \cdot 10^6 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = e^{-879} \rightarrow 0$

Pro diamant:  $\mu(500nm) = \frac{4\pi}{500 \cdot 10^{-9}} 1 \cdot 10^{-6} m^{-1} = 25m^{-1}$   $A = e^{25 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = e^{-0,01} \rightarrow 0,99$

Jaká je tloušťka zlaté fólie, která absorpuje 50% dopadajícího světla ?

Neuvažujme odraz, pouze absorpci. Pak platí  $\mu(\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda} n_i(\lambda)$   $-\mu d = \ln \frac{I}{I_0} \Rightarrow d = \frac{1}{\mu} \ln \frac{I_0}{I}$

Číselně:  $\mu(500nm) = \frac{4\pi}{500 \cdot 10^{-9}} 2,83m^{-1} = 7 \cdot 10^7 m^{-1}$   $d = \frac{1}{\mu} \ln \frac{I_0}{I} = \frac{1}{7 \cdot 10^7} \ln 2 = 9,7 \cdot 10^{-9} m = 974 nm$

Určete, jaký je koeficient lineární absorpce skla, pokud měříme intenzitu UV záření (365nm) před a za podložním mikroskopovacím sklíčkem a naměřené hodnoty jsou 342 a 320 [j].

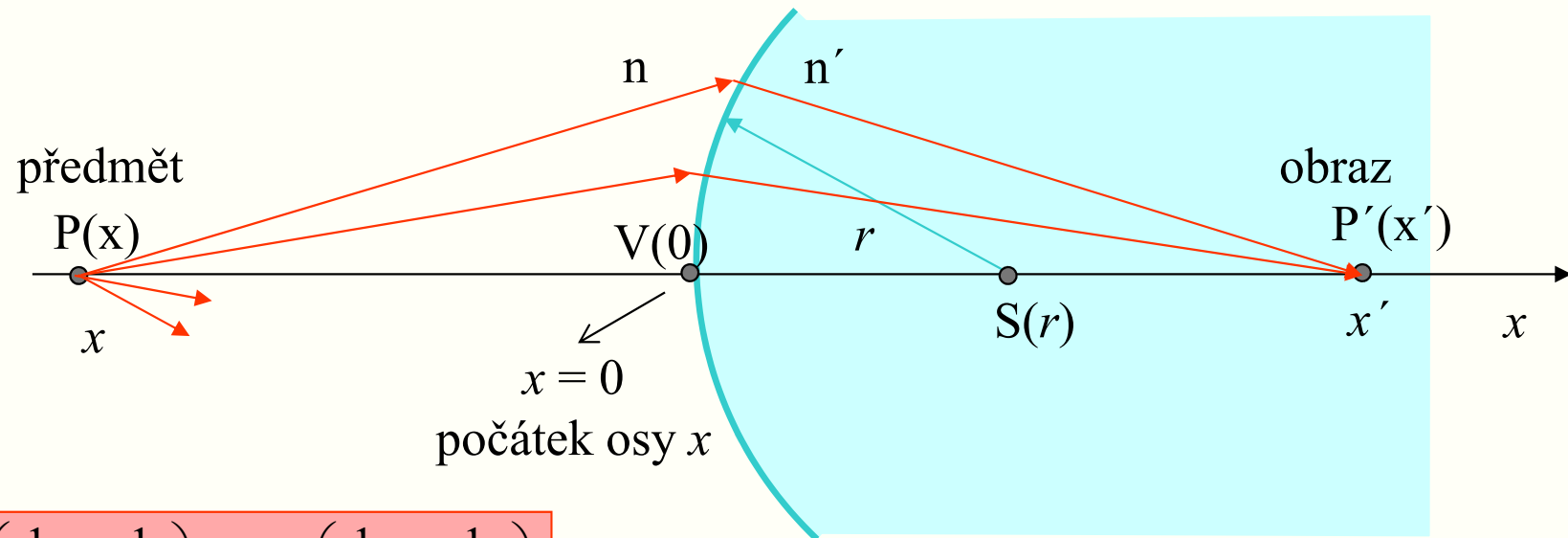
Pro výpočet koeficientu lineární absorpce použijeme vztah  $A = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu d}$ , odkud

$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu d \Rightarrow \mu = -\frac{1}{d} \ln \frac{I}{I_0}$  Číselně dostaneme  $\mu = -\frac{1}{1 \cdot 10^{-3} m} \ln \frac{320}{342} = 66 m^{-1}$ , odkud můžeme spočítat velikost komplexní části indexu lomu

$$n_i(\lambda) = \frac{\mu(\lambda)\lambda}{4\pi} = \frac{66 \cdot 365 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi} = 1,9 \cdot 10^{-6}$$

Další příklady na zákon odrazu a lomu, absorpci a odrazivost najdete v adresáři [prikłady/Příklady odraz,lom,absorpce.pps](#)

# Abbeho rovnice zobrazení



$$1. \quad n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) = n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x'} \right)$$

$$2. \quad \frac{n'}{x'} - \frac{n}{x} = \frac{n' - n}{r}$$

$$D = \frac{n' - n}{r}$$

**Abbeho zobrazovací rovnice** lámavé plochy  
(tenké čočky)

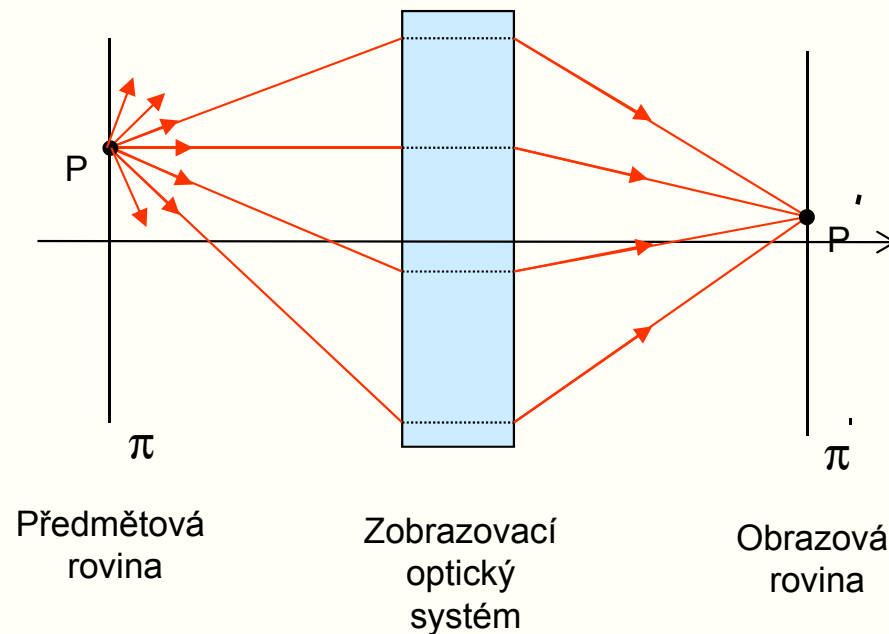
$D$  ... „síla“ lámavé plochy (dioptrie)

$1/D = f$  ... ohnisková vzdálenost (dioptrie<sup>-1</sup>, m)

- 1) osa  $x$  je orientována ve směru chodu světelných paprsků
- 2)  $r$  je poloměr kulové plochy. Znaménka  $r$  a  $x$ -ové souřadnice  $S$  jsou shodná.
- 3)  $x$  a  $x'$  jsou **souřadnice** předmětu a obrazu

# Reálný obraz

## Princip optického zobrazování

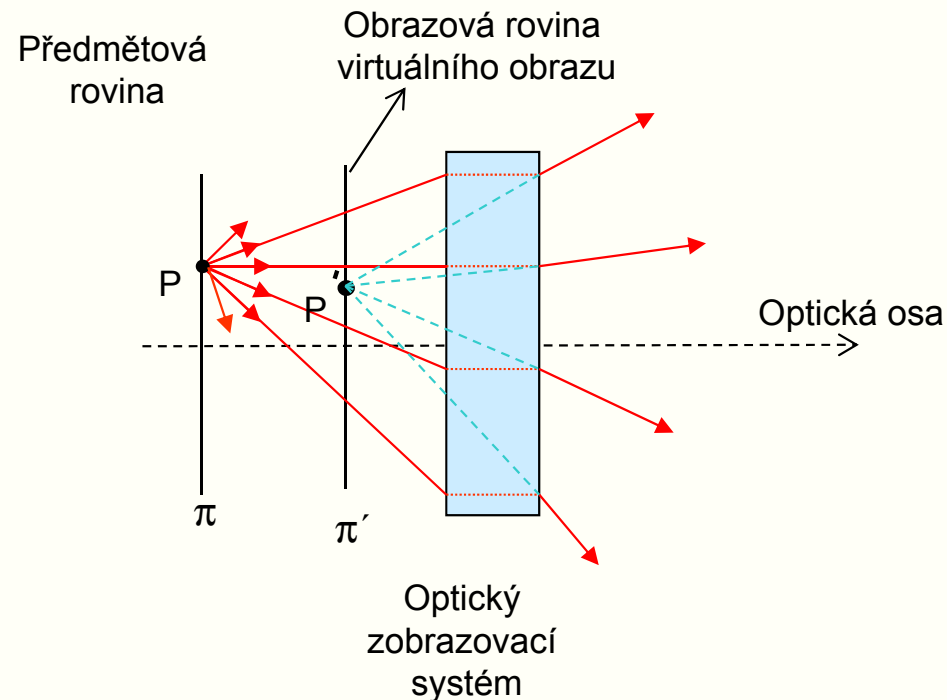


1) Zobrazovací optický systém soustředí **všechny** paprsky vycházející z **jednoho bodu** předmětu **do příslušného bodu** obrazu.

Podstatné jsou jen ty paprsky, které **projdou optickým** systémem (čočkou)

2) Když tento bod leží za zobrazovacím systémem, mluvíme o **reálném obrazu**

# Virtuální obraz

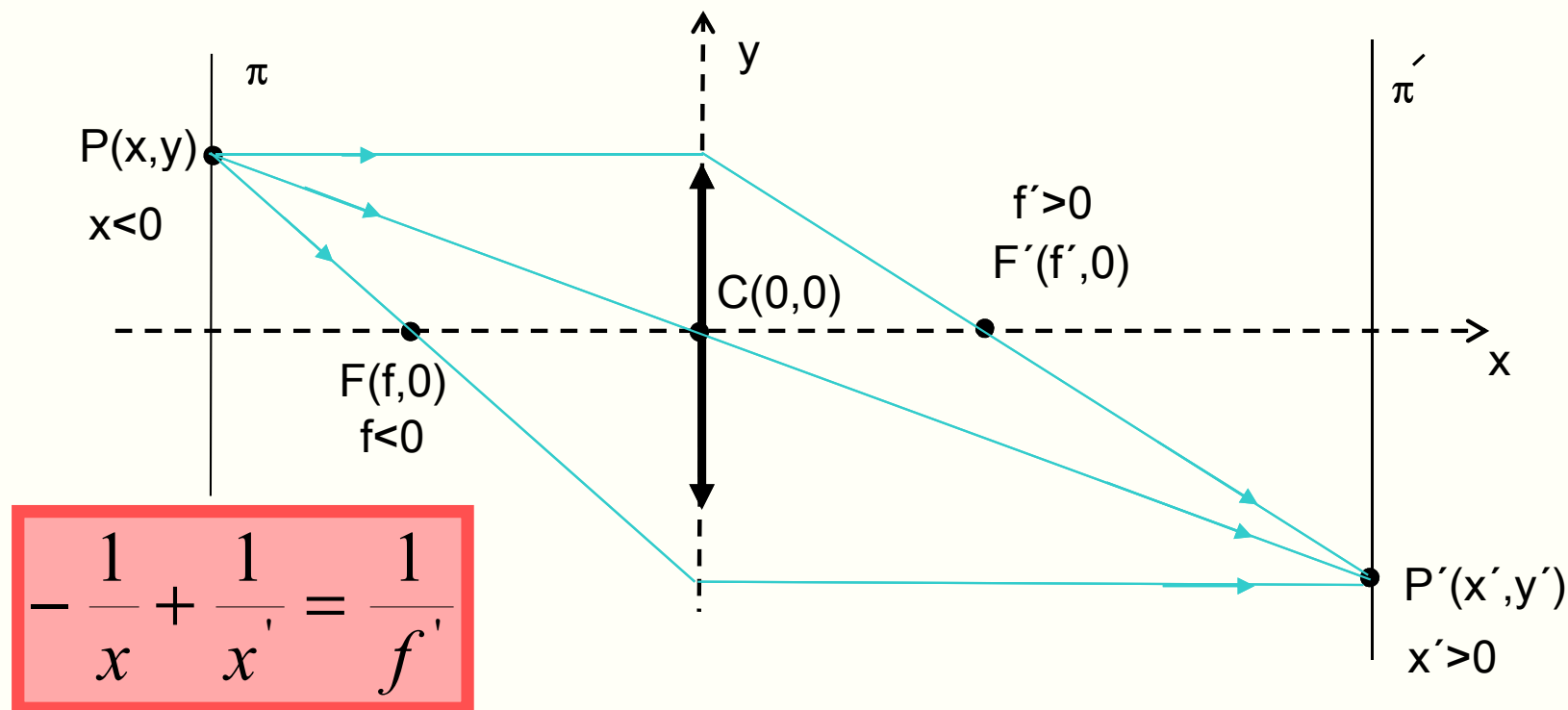


- 1) Bodu  $P'$  říkáme **virtuální obraz**, když paprsky po průchodu optickým systémem se šíří tak, **jako by** vycházely z tohoto bodu. Důležité je zde použití sousloví ... jako by ...
- 2) Virtuální obraz leží tedy na **stejně straně** od optického systému, jako předmět.

# Geometrická konstrukce obrazu (1)

## Tenká spojná čočka

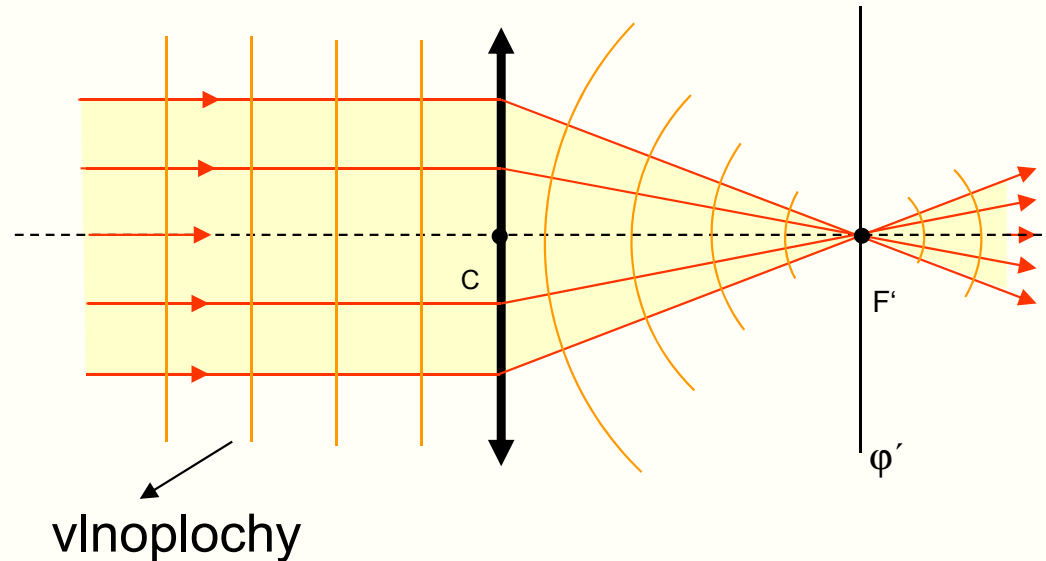
Konstrukční paprsky budeme kreslit **modře**, skutečné **červeně**



### Pravidla pro geometrickou konstrukci polohy obrazu (tenká čočka):

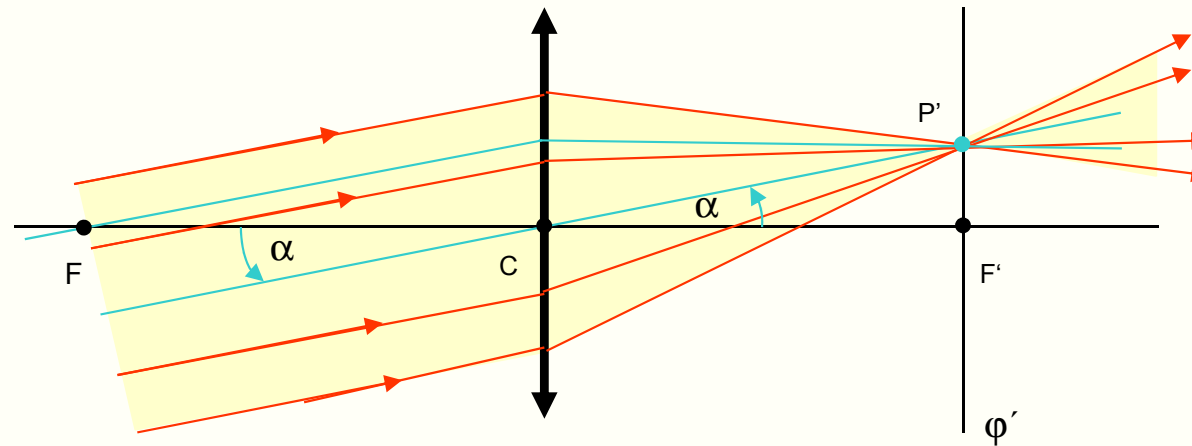
- 1) Paprsek **rovnoběžný** s osou se lomí do obrazového ohniska F'
- 2) Paprsek jdoucí **středem** čočky nemění svůj směr
- 3) Paprsek procházející **předmětovým ohniskem** pokračuje rovnoběžně optickou osou. Kde se tyto paprsky protnou, tam je obraz P' a prochází jím **obrazová rovina π'**.

# Chod paprsků čočkou (1)



- 1) **Paprsky rovnoběžné** s optickou osou se po průchodu čočkou protínají v obrazovém ohnisku.
- 2) **Rovinnou vlnu** změnila čočka ve vlnu kulovou.
- 3) Čočka při zobrazování **nemění fázový rozdíl** mezi paprsky.
- 4) **Princip reverzibility** v geometrické optice říká, že dráhy paprsků optickým systémem, nezávisí na směru šíření světla.

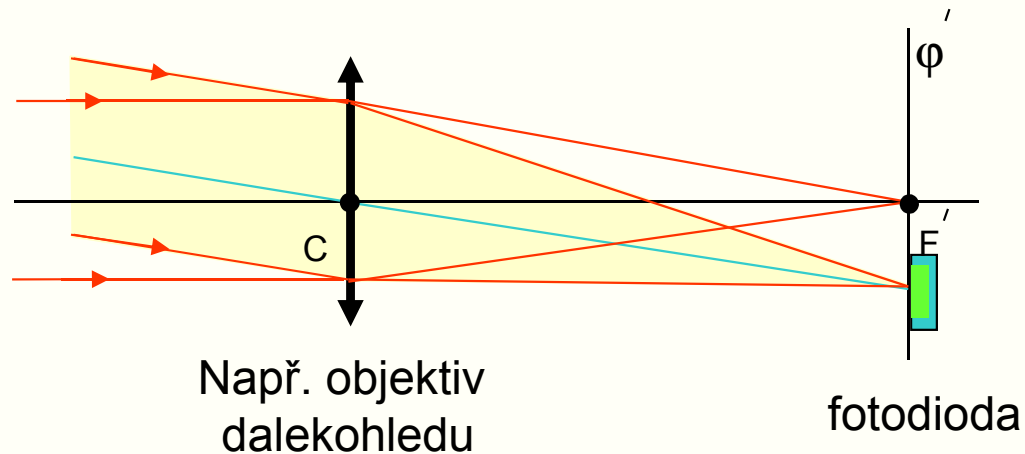
# Chod paprsků čočkou (2)



- 1) Rovnoběžný svazek paprsků svírající s optickou osou **úhel**  $\alpha$  se protíná v obrazové ohniskové rovině  $\varphi'$ .
- 2) Polohu tohoto **průsečíku** určí paprsek jdoucí středem čočky a předmětovým ohniskem (modře).
- 3) Podle **principu reversibility** se paprsky **z bodu ohniskové roviny** šíří za čočkou navzájem rovnoběžně.

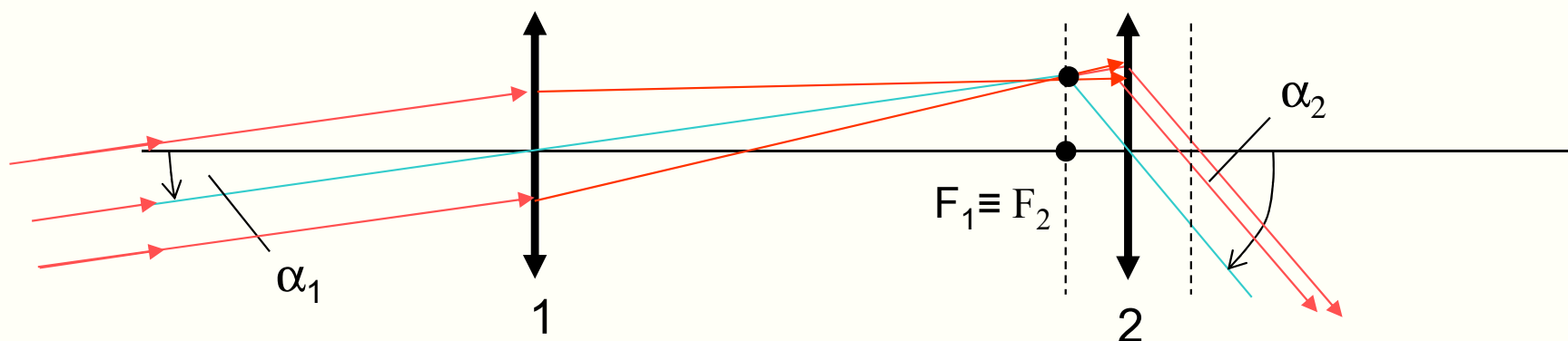


# Směrový detektor



1. Abychom získali **směrový detektor**, použijeme detektor světla a navíc ještě spojku.
2. Detektor pak dáme do ohniskové roviny. Zde reaguje na paprsky přicházející do spojky jen z vybraného směru.

# Teleskop (dalekohled)

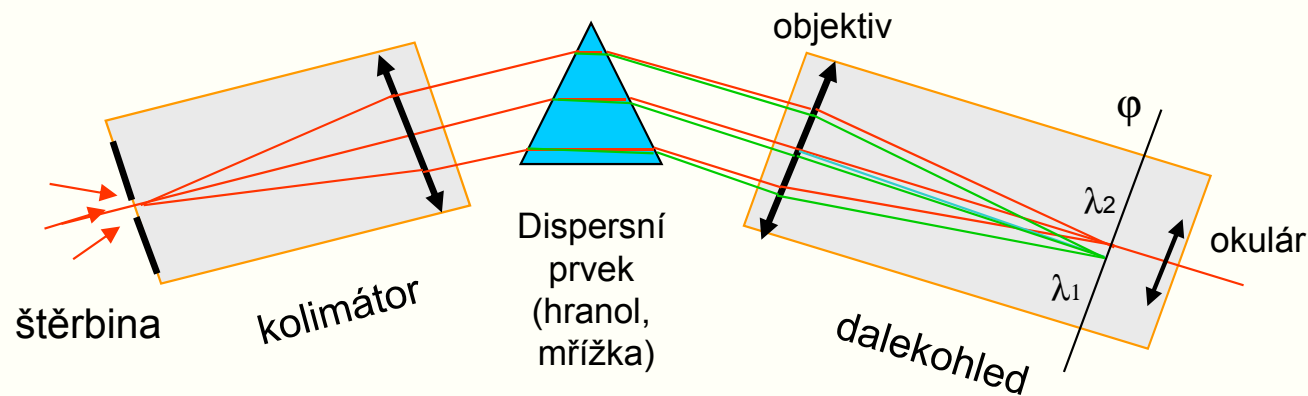


$$\gamma = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

Teleskop není fokusační optický systém, nezobrazuje, jen mění směr chodu paprsků.

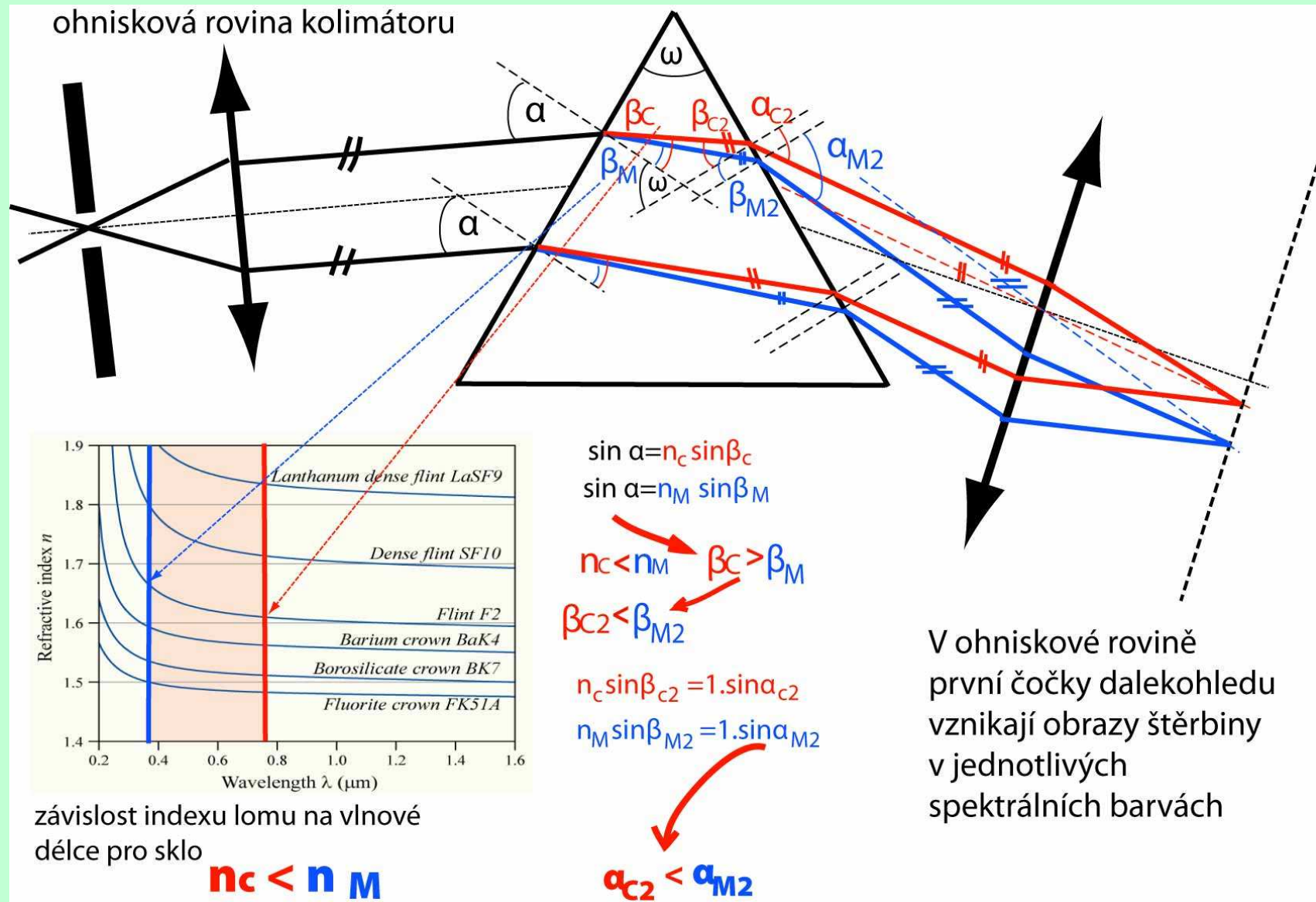
1. Jde prakticky o dalekohled **zaostřený na nekonečno**. Bývá součástí různých optických přístrojů, např. spektroskopu, fokometru, aj.
2. Teleskop tvoří obvykle dvě spojky, kdy obrazové ohnisko první je totožné s předmětovým ohniskem druhé (teoretická poloha, u dalekohledu to tak přesně není!).
3. U teleskopu má význam jeho **úhlové zvětšení  $\gamma = f_1/f_2$** , **nikoliv příčné (nezobrazuje)**.
4. Okem pozorujeme obraz v ohniskové rovině druhé čočky, tam se dává např. i **nitkový kříž** či jiné optické značky. Oko zaostřuje automaticky na zřetelný obraz!

# Optické schéma spektrometru



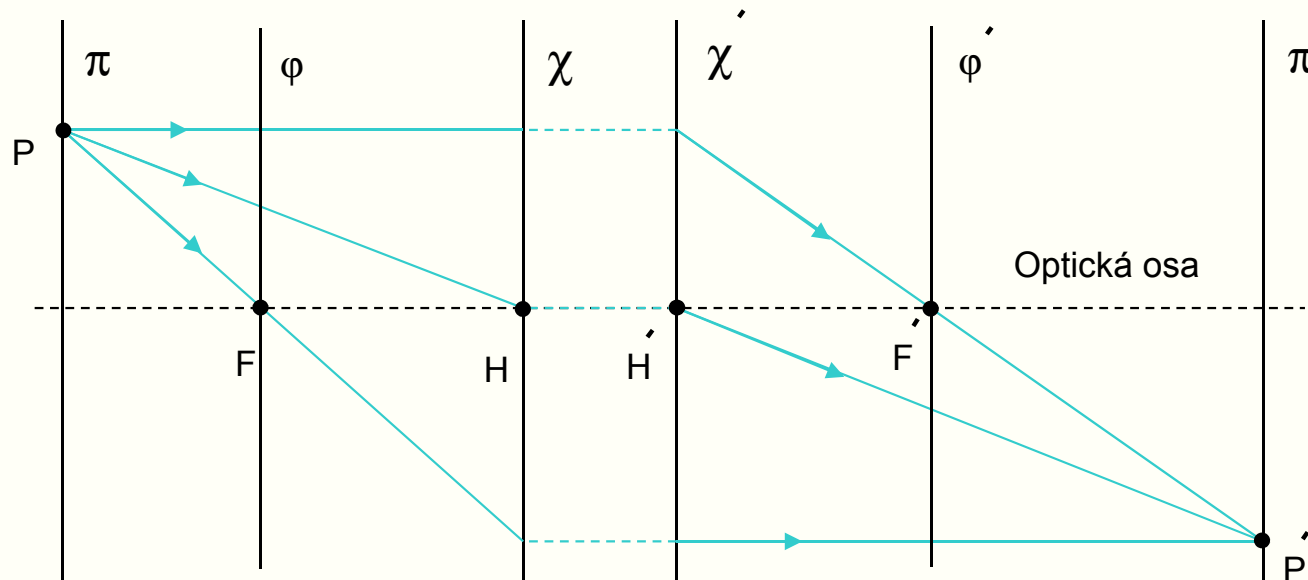
1. **Analyzované světlo** dopadá na štěrbinu
2. **Kolimátor** vytvoří 'rovnoběžný' svazek paprsků
3. Po průchodu dispersním prvkem mají paprsky o **různém  $\lambda$  různý směr**
4. V ohniskové rovině objektivu pozorujeme okulárem **obrazy štěrbin** v jednotlivých vlnových délkách  $\lambda$ .

Nakreslete přesně a detailně chod paprsků ve spektroskopu, zdůvodněte, proč dochází k rozštěpení obrazu štěrbinu na obrazy ve spektrálních barvách různě od sebe vzdálené.



# Geometrická konstrukce obrazu (2)

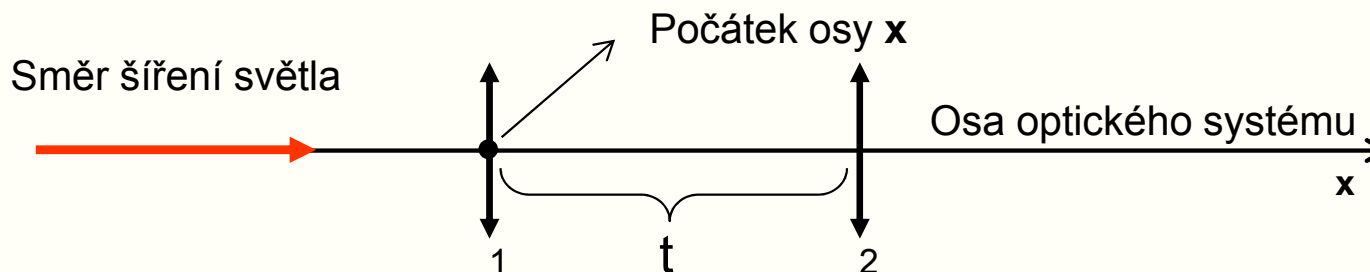
## Obecný zobrazovací systém



### Charakteristika obecného zobrazovacího systému:

- 1) Hlavní roviny  $\chi$  a  $\chi'$  a hlavní body  $H$  a  $H'$ , ohniskové roviny  $\varphi$  a  $\varphi'$  a ohniska  $F$  a  $F'$ .
- 2) Bod předmětu  $P$  a jeho obraz  $P'$  nalezený geometrickou konstrukcí.
- 3) Úsečky  $PH$  a  $H'P'$  jsou rovnoběžné, mezi hlavními rovinami není chod paprsků znám.
- 4) Na  $\chi'$  pokračují paprsky ve stejné výšce od osy, kde na  $\chi$  skončily.
- 5) U tenké čočky hlavní roviny a hlavní body splývají.
- 6) Na tyto obecné charakteristiky lze redukovat každou soustavu čoček.

# Složený optický systém



Optický systém je tvořen **dvěma tenkými čočkami**, jejichž středy mají souřadnice **0** a **t**, a obrazové ohniskové vzdálenosti  **$f_1$**  a  **$f_2$** . Spojka má obrazové ohnisko  **$f > 0$** , rozptylka  **$f < 0$** .

Obrazová ohnisková vzdálenost tohoto systému je:

$$f_s = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - t}$$

Souřadnice obrazového ohniska:

$$x_{F'} = t + f_s \left(1 - \frac{t}{f_1}\right)$$

Souřadnice předmětového ohniska:

$$x_F = -f_s \left(1 - \frac{t}{f_2}\right)$$

Souřadnice obrazového hlavního bodu

$$x_{H'} = t - f_s \frac{t}{f_1}$$

Souřadnice předmětového hlavního bodu:

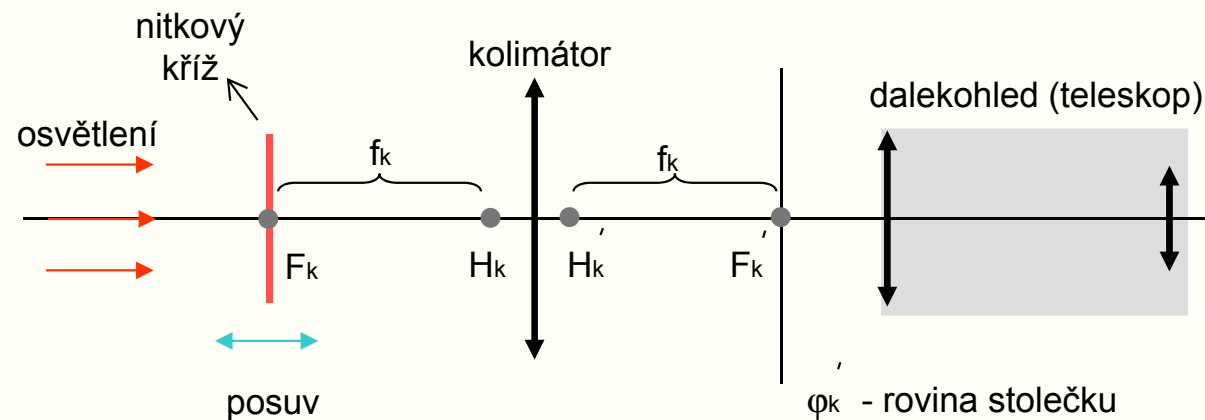
$$x_H = \frac{t f_s}{f_2}$$

Tyto vztahy není nutné znát z paměti

# Schéma fokometru

Zařízení pro měření optické mohutnosti brýlových čoček (veličin  $D_{\check{c}}$ ,  $f_{\check{c}}$ )

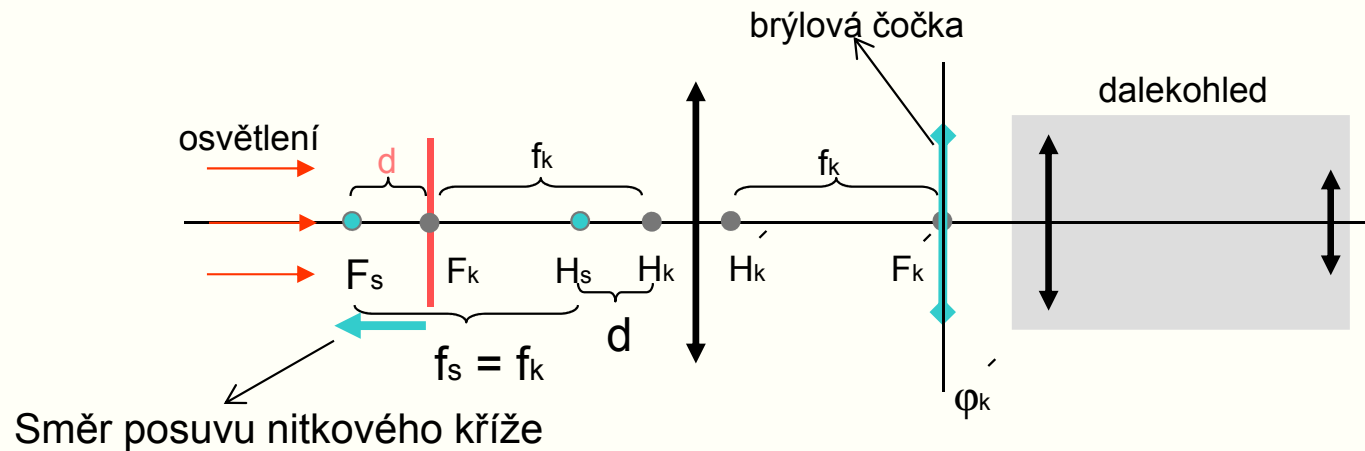
Optické schéma **před** vložením brýlové čočky



- 1) **Nitkový kříž** leží v ohniskové rovině kolimátoru, stupnice posuvu na nule
- 2) Dalekohled zaostříme na nitkový kříž **okulárem**

# Princip měření fokometrem

Optické schéma **po vložení** brýlové čočky na stoleček



Pro získání ostrého obrazu je potřeba posunout nitkový kříž o vzdálenost  $d$ .

Spočítejme, jak se změní jednotlivé parametry soustavy kolimátor(K) – čočka (C):

Obrazová ohnisková vzdálenost tohoto systému je stejná jako bez vložené čočky (vkládáme ji do vhodné vzdálenosti od čočky):

$$f_s = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - t} = \frac{f_K f_C}{f_K + f_C - f_K} = f_K$$

Souřadnice obrazového ohniska a obrazového hlavního bodu se nezmění:

$$x_{SF'} = t + f_s \left(1 - \frac{t}{f_1}\right) = f_K + f_K \left(1 - \frac{f_K}{f_K}\right) = f_K = x_{F'}$$

$$x_{SH'} = t - f_s \frac{t}{f_1} = f_K - f_K \frac{f_K}{f_K} = 0 = x_{H'}$$



Předmětový hlavní bod a předmětové ohnisko soustavy se po vložení čočky posunou o vzdálenost  $d$  od kolimátoru, abychom zaostřili, musíme o tuto vzdálenost posunout nitkový kříž:

$$x_{SF} = -f_S \left(1 - \frac{t}{f_2}\right) = -f_K \left(1 - \frac{f_K}{f_C}\right) = -f_K - \underbrace{\left(-\frac{f_K^2}{f_C}\right)}_d = x_F - d$$

$$x_{SH} = \frac{t f_s}{f_2} = \frac{f_K f_K}{f_C} = \frac{f_K^2}{f_C} = -d = x_H - d$$

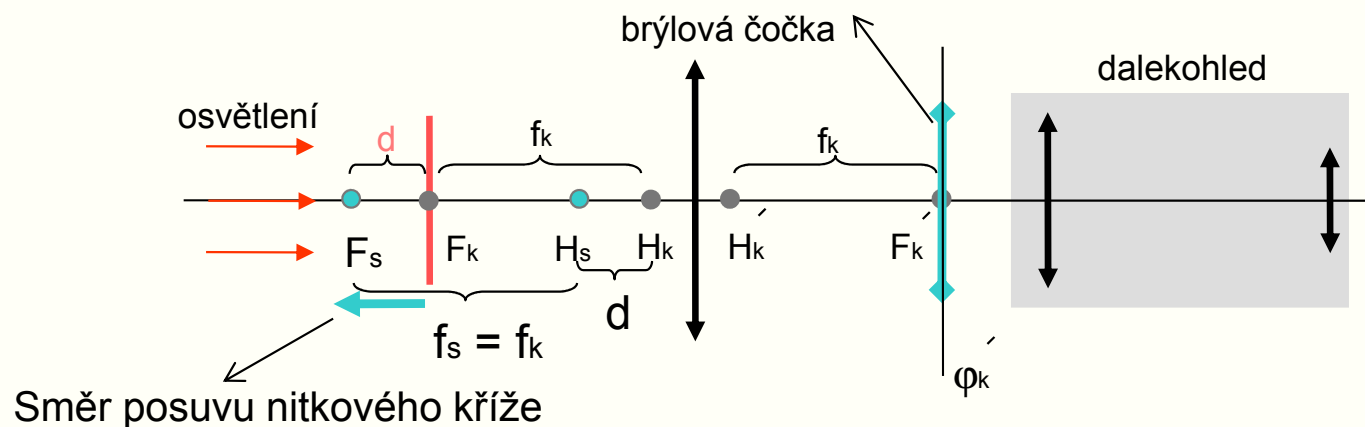
Pro posuv platí

$$d = -\frac{f_k^2}{f_c} \Rightarrow \frac{1}{f_c} = -d \frac{1}{f_k^2} \Rightarrow$$

$$D_c = -d D_k^2$$

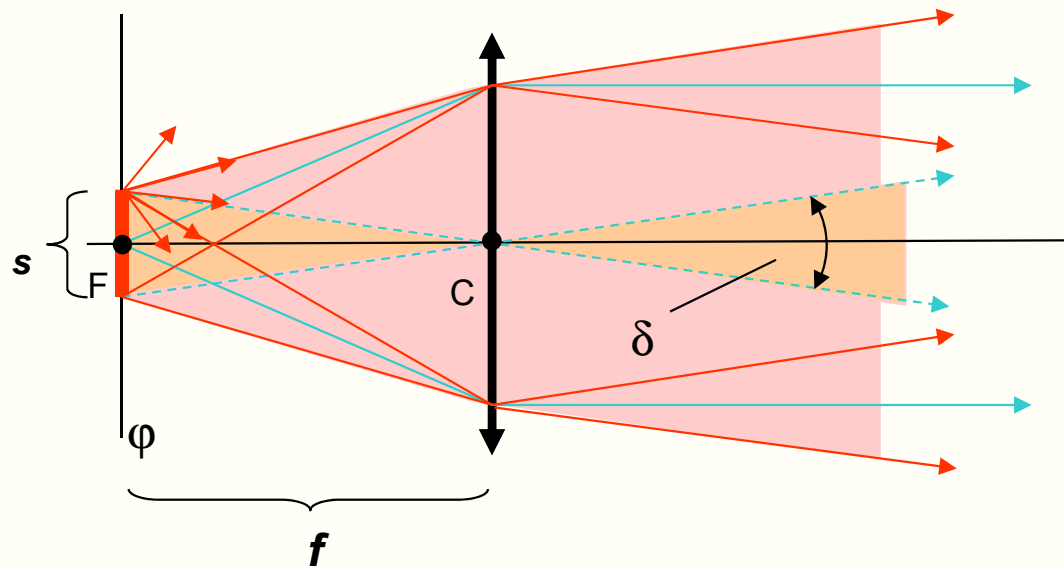
vztah pro naměřenou optickou mohutnost čočky v dioptriích

O směru posuvu rozhoduje tedy znaménko ohniskové vzdálenosti brýlové čočky. Naznačený posuv na obrázku by tedy odpovídal rozptylce. Hodnotu  $d$  odečteme z posuvu nitkového kříže do zaostřené polohy, tj. do  $F_s$ .  $D_c$  je dioptrická hodnota čočky,  $D_k$  je konstanta fokometru.



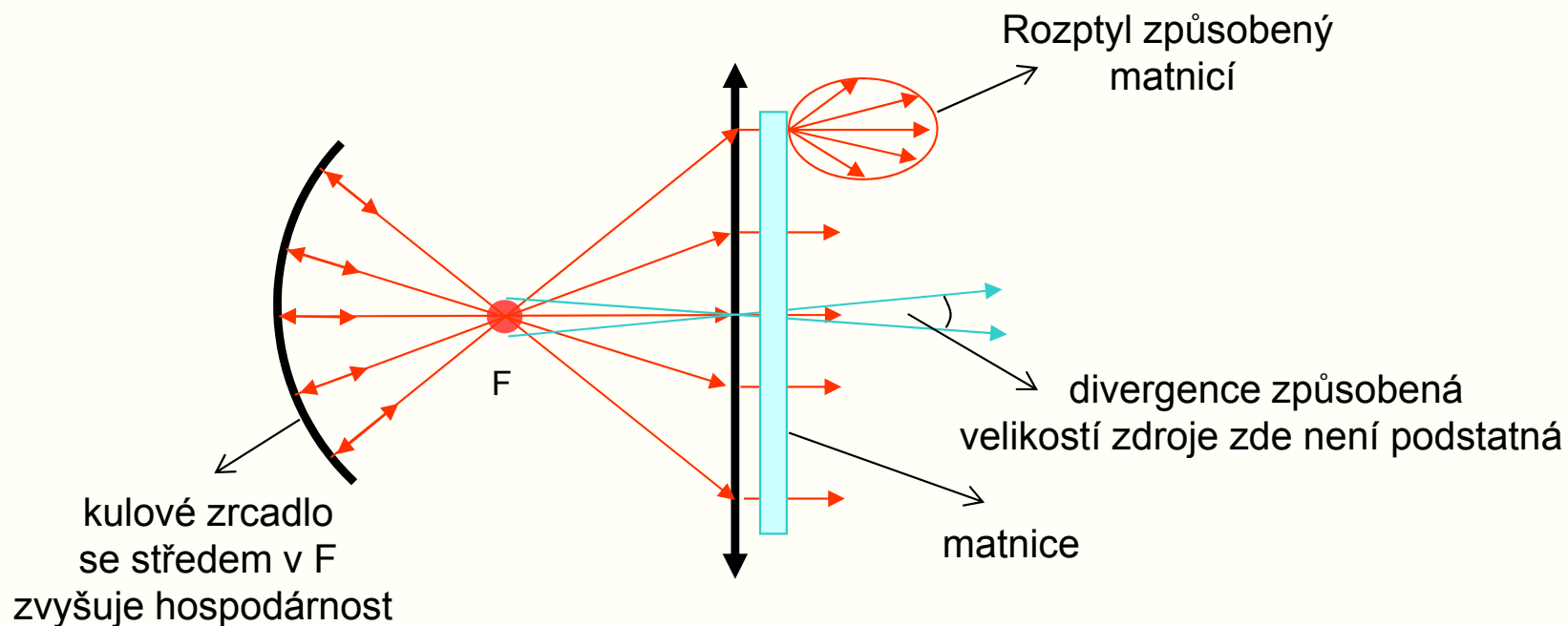
# Kolimátor

## Zařízení na vytváření rovnoběžných svazků



- 1) Ideálně rovnoběžný svazek paprsků **nelze vytvořit**, protože neexistuje bodový zdroj světla.
- 2) Rovnoběžnost svazku charakterizujeme **divergencí**  $\delta$ . Tento úhel je dán vztahem
$$\delta = s/f ,$$
kde  $s$  je velikost svítícího zdroje a  $f$  je ohnisková vzdálenost spojky.
- 3) V různých **meridiálních rovinách** je divergence různá, když zdroj nemá kruhový tvar (štěrbina nebo svítící vlákno).

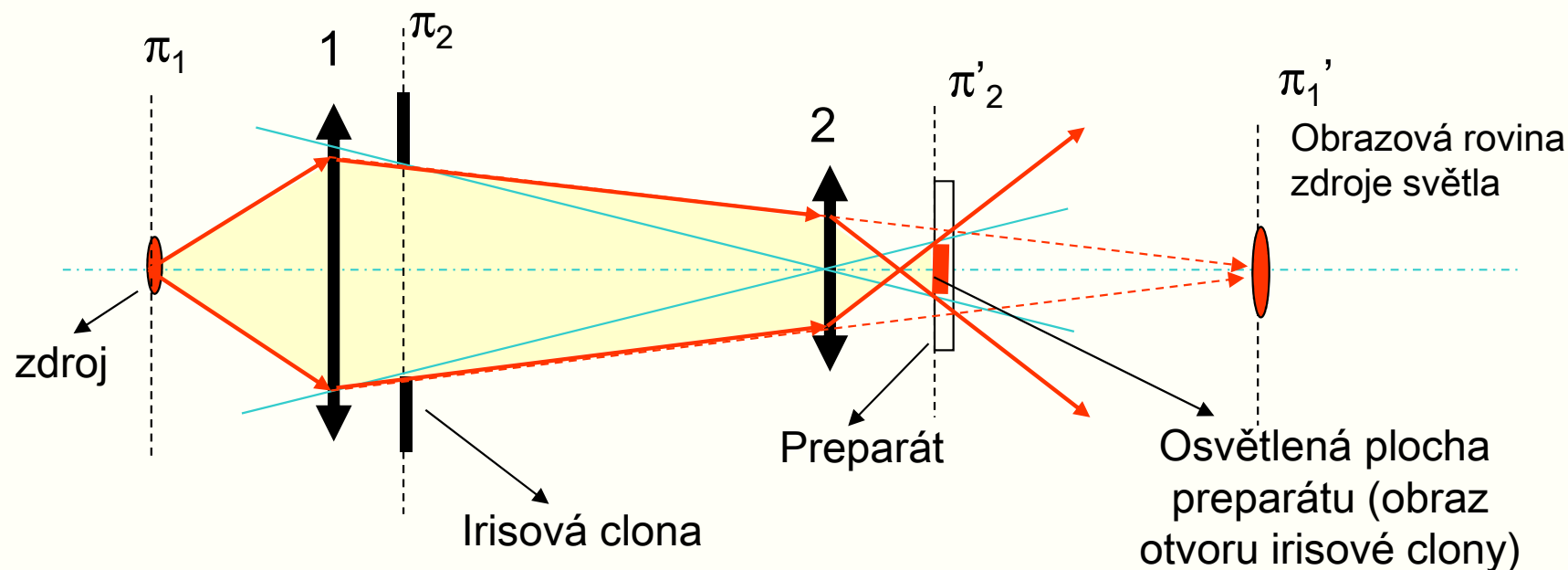
# Kondenzor



- 1) Kondenzor má za úkol soustředit do roviny čočky co **největší intenzitu** světla, a dále v rovině čočky dosáhnout **rovnoměrného osvětlení**.
- 3) Spojka je realizována často celou soustavou čoček a využívá se i kulových zrcadel.

# Kondenzor pro mikroskopy

Úkolem mikroskopového kondenzoru je intenzivně a rovnoměrně osvětlit malou plošku preparátu. K tomu se užívá dvoustupňový kondenzor.



V rovině irisové clony je první čočkou vytvořeno velké, homogenně osvětlené pole. Toto pole je pak druhou čočkou zmenšeně zobrazeno do roviny preparátu. Tím se dosáhne intenzivního osvětlení malé plošky na preparátu. Tento způsob osvětlení se někdy nazývá nekoherentním.

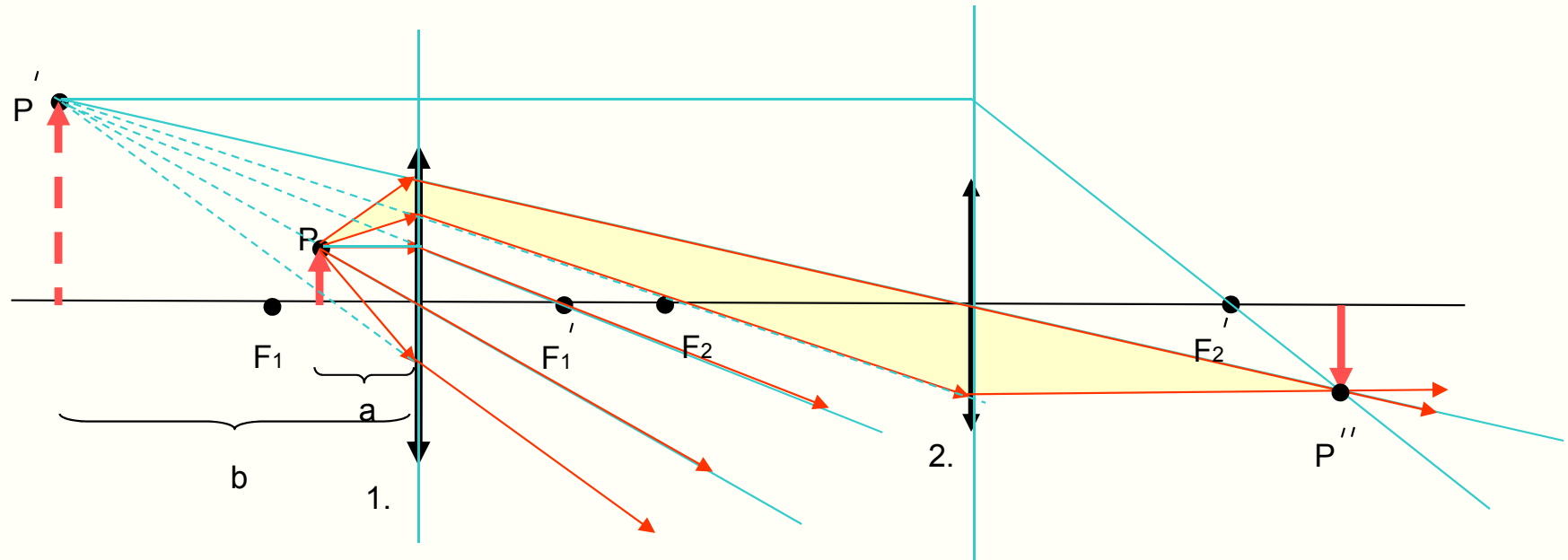
# Rozdíl chodu konstrukčních a skutečných paprsků

**Konstrukční paprsky** používáme k vytvoření obrazu předmětu. Pro tento účel je možné tyto paprsky začít kreslit z libovolného bodu a v libovolném bodě je zakončit a vyslat z něj konstrukční paprsek zcela jiným směrem. Taktéž je možno si prodloužit optický prvek, kterým používáme ke zobrazování.

**Skutečné paprsky** kreslíme tak, aby splňovaly zákony geometrické optiky, musejí procházet daným optickým systémem s ohledem na jeho prostorová omezení (velikosti čoček, průměry clon,.....).

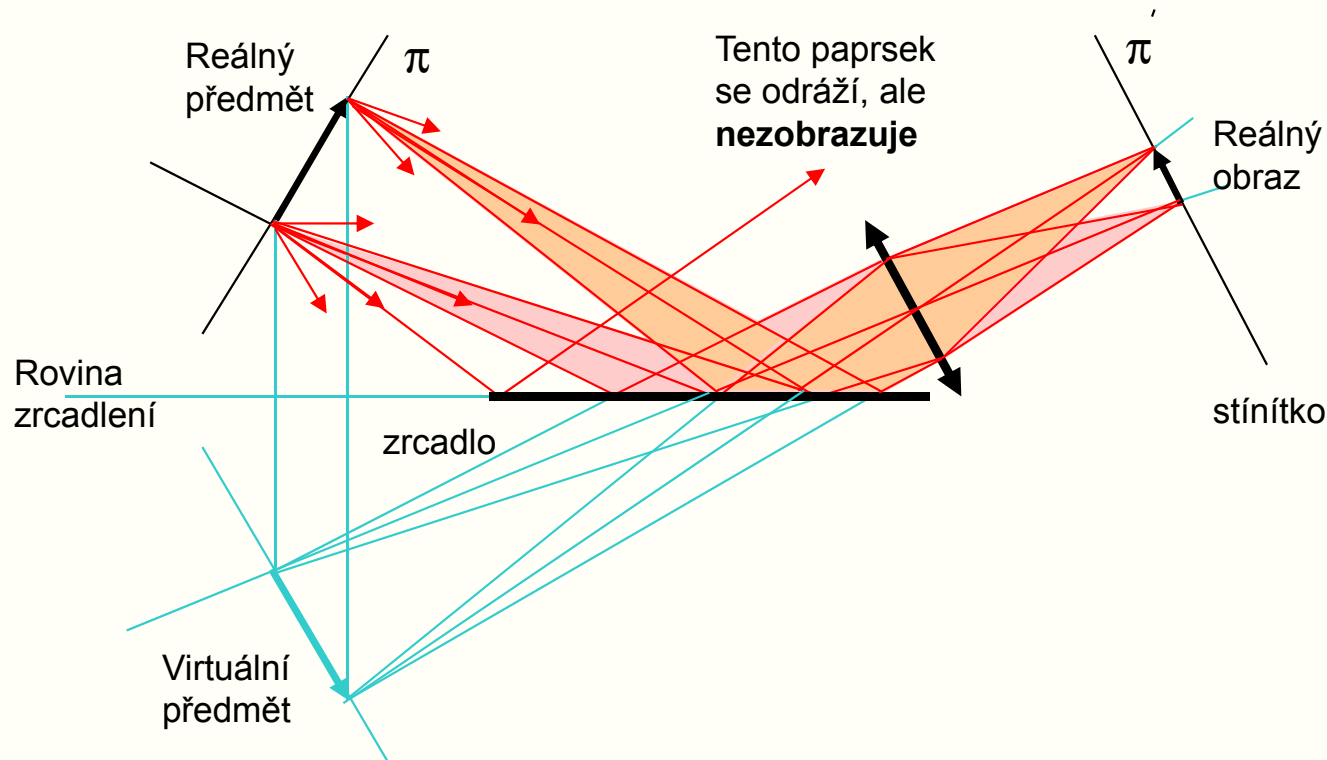
Rozdíly mezi konstrukčními a skutečnými paprsky jsou ukázány v následujících schématech.

# Lupa a virtuální obraz



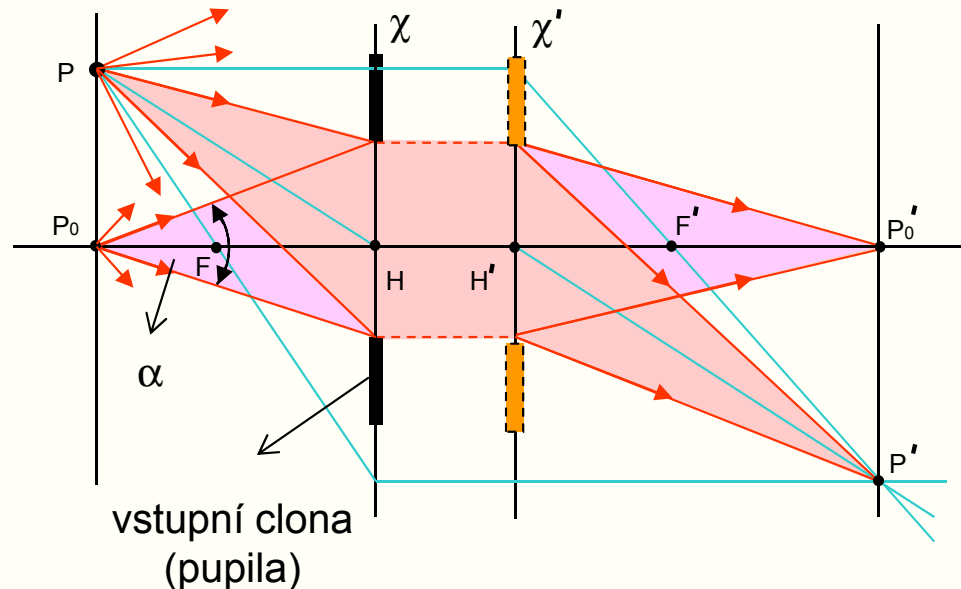
- 1) **Virtuální obraz vytváří 1. spojka** a 2. spojka jej zobrazuje jako reálný obraz na stínítko.
- 2) Obraz  $P''$  vytváří jen malý svazek paprsků ze širokého svazku procházejícího 1. čočkou.
- 3) Poloha předmětu na schématu připomíná **pozorování lupou**. Dáme jej do takové vzdálenosti  $a$ , aby obraz vznikl ve vzdálenosti  $b = 25$  cm (**konvenční zraková vzdálenost**). Oko (čočka 2), pak vidí virtuální obraz (přímý, zvětšený).

# Virtuální obraz a zrcadlení



- 1) Virtuální obraz zde vzniká **zrcadlením** reálného předmětu v rovinném zrcadle. Po odrazu jdou paprsky tak, **jako by** vycházely z virtuálního obrazu.
- 2) Z každého bodu předmětu vycházejí paprsky na všechny strany, ale obraz vytvářejí jen ty z nich, které se **odrazí** na zrcadle a **projdou** vstupní pupilou čočky.

# Aperturní clona (pupila)



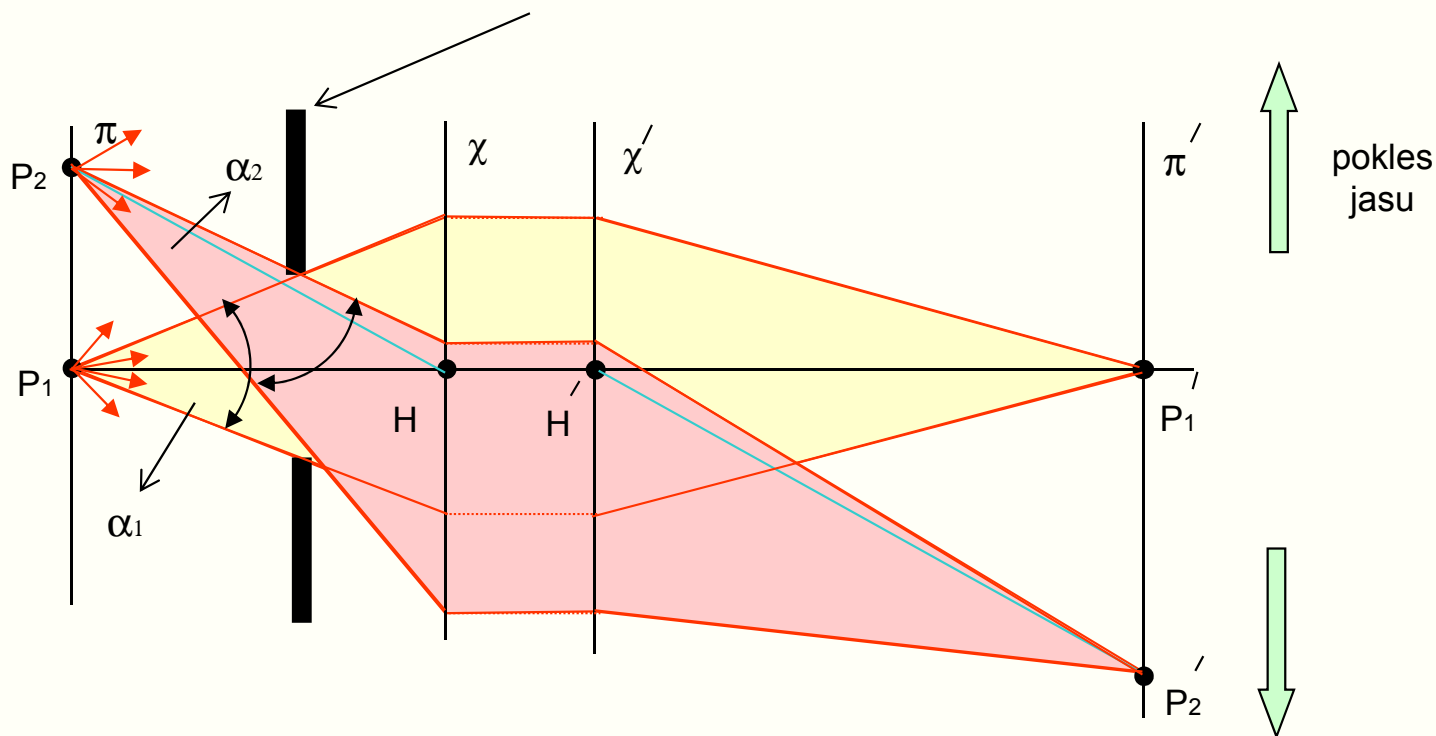
## Aperturní clona (pupila), průměr $D$ :

- 1) **Ideální poloha pupily** je v hlavní předmětové rovině  $\chi$  nebo obrazové  $\chi'$
- 2) Paprsky realizující zobrazení (skutečné paprsky) jsou jen ty, které projdou vstupní pupilou
- 3) **Úhlová apertura** soustavy je  $\alpha$  (se vzdáleností od osy  $\alpha$  klesá).
- 4) **Jas obrazu** je přímo úměrný ploše vstupní pupily, to je  $D^2$ , nebo  $1/C^2$ .
- 5) Clonové číslo  $C = f/D$



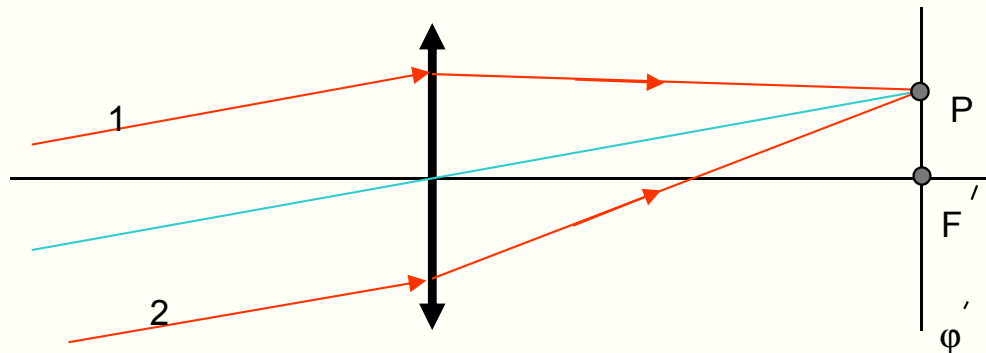
# Vignetace obrazu

## Nesprávně umístěná aperturní clona



Takto chybně umístěná aperturní clona silně omezuje aperturní úhel (efektivní velikost vstupní pupily) a tím **klesá jas obrazu** směrem od optické osy (tento jev se nazývá **vignetace**).

# Čočka a fázový posuv



- 1) **Fázový rozdíl** rovnoběžných paprsků 1 a 2 po průchodu spojkou v bodě P **je stejný, jako byl před průchodem** .
- 2) **Superposice** paprsků nastane až v jejich průsečíku. Tam vznikne jimi vyvolaný **interferenční jev**, jehož výsledek závisí na jejich fázovém rozdílu.
- 3) Spojkou bývá často **lidské oko** (např. Newtonovy kroužky, duha na obloze, ...)

Schémata k dokreslení, na kterých si můžete procvičit chod paprsků soustavami čoček, najdete v souboru [prijklady/dokreslovani chodu paprsku.pps](http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/optik1.html). Pěkný applet je na internetové adrese <http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/optik1.html>

Příklady na procvičení základních výpočtů geometrické optiky najdete v souboru [prijklady/Prijklady chod paprsku.pps](http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/optik1.html).

# Interference dvou paprsků

$$u_1(x, t) = E_1 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right) = E_1 \sin \alpha_1(x, t)$$

$$u_2(x, t) = E_2 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right) = E_2 \sin \alpha_2(x, t)$$

Předpoklady:

1. Vektory elektrické intenzity  $\mathbf{E}_1$  a  $\mathbf{E}_2$  leží v jedné rovině (amplitudy).
2. Obě vlny mají stejnou frekvenci  $f$ , a tedy i  $\lambda$ .
3. Fázi paprsku 1 jsme označili  $\alpha_1$ , paprsku 2  $\alpha_2$ .
4. Mezi paprsky je **fázový posuv**  $\varphi$ .

Hledáme výraz pro výslednou intenzitu  $I \sim E^2$ , kde  $E$  je amplituda výsledné vlny, která vznikla superpozicí elektrických polí  $u_1$  a  $u_2$ .

Světelná a elektrická intenzita spolu souvisejí vztahem

$$I \sim E^2$$

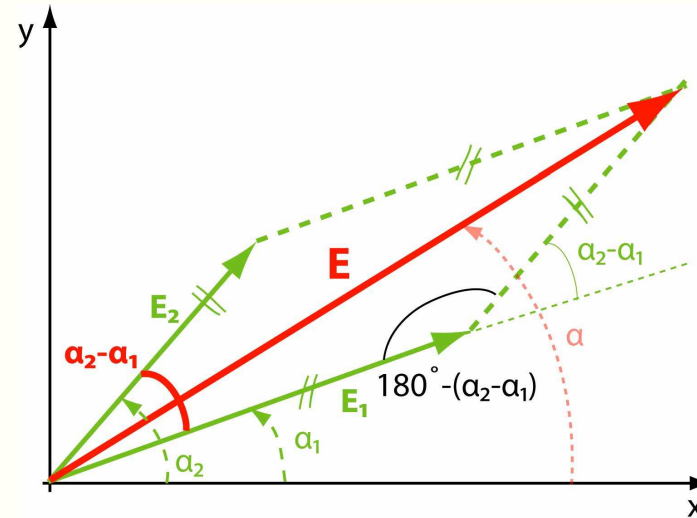
Označme:

$$I_1 \sim E_1^2$$

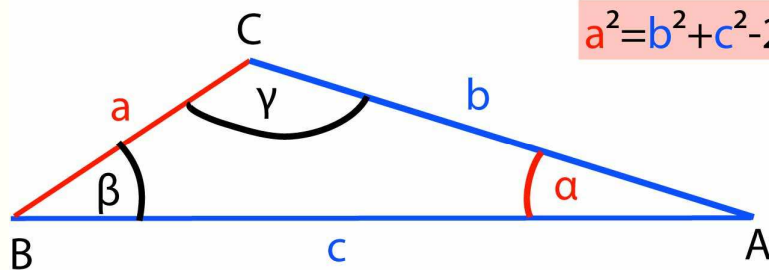
$$I_2 \sim E_2^2$$

# Odvození vztahu pro interferenční intenzitu I.

Na střední škole se zavádí pojem **fázor**, který se využívá při sčítání kmitů a vln. Vlnění zakreslíme do roviny tak, že velikost jeho amplitudy je reprezentována délkou šipky a jeho fáze  $\alpha$  určuje úhel, který svírá šipka s osou x. Pokud mají obě vlnění stejnou frekvenci, můžeme jejich fázory sečíst jako vektory.

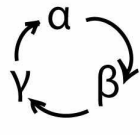
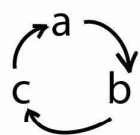


Kosinová věta:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

varianty pro další strany dostaneme cyklickou záměnou



$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Protože intenzita I je úměrná druhé mocnině velikosti amplitudy, stačí spočítat délku E. Pomocí kosinové věty dostaneme:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos(180^\circ - (\alpha_2 - \alpha_1))$$

a protože  $\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$ , získáme vztah pro kvadrát výsledné amplitudy

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

# Odvození vztahu pro interferenční intenzitu II. (komplexní čísla)

Stránka je určena pro matematicky zdatnější čtenáře, kteří ocení eleganci výpočtu.

Fázory jsou vlastně zobrazením komplexních čísel v Gaussově rovině (viz Matematické minimum) a jejich sčítání je vlastně grafickým provedením součtu dvou komplexních čísel. Určení velikost fázoru je tedy vlastně určením velikosti součtu komplexních čísel. Lze postupovat takto:

$$\begin{aligned} u_1 &= E_1 e^{i\alpha_1} & u_2 &= E_2 e^{i\alpha_2} & E^2 &= (u_1 + u_2)(u_1 + u_2)^* = (u_1 + u_2)(u_1^* + u_2^*) \\ u_1^* &= E_1 e^{-i\alpha_1} & u_2^* &= E_2 e^{-i\alpha_2} & E^2 &= u_1 u_1^* + u_1 u_2^* + u_2 u_1^* + u_2 u_2^* \end{aligned}$$

Podle pravidel pro počítání s komplexními čísly dostaneme

$$\begin{aligned} u_1 u_1^* &= E_1 e^{i\alpha_1} \cdot E_1 e^{-i\alpha_1} = E_1^2 \cdot e^{i0} = E_1^2 & u_2 u_2^* &= E_2 e^{i\alpha_2} \cdot E_2 e^{-i\alpha_2} = E_2^2 \cdot e^{i0} = E_2^2 \\ u_1 u_2^* + u_2 u_1^* &= E_1 e^{i\alpha_1} \cdot E_2 e^{-i\alpha_2} + E_2 e^{i\alpha_2} \cdot E_1 e^{-i\alpha_1} = \\ &= E_1 E_2 \cdot (e^{i(\alpha_1 - \alpha_2)} + e^{-i(\alpha_1 - \alpha_2)}) = 2E_1 E_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{aligned}$$

Výsledkem je tedy opět vztah pro  $E^2$  uvedený na předchozí stránce.

# Interferenční vztah a jeho význam

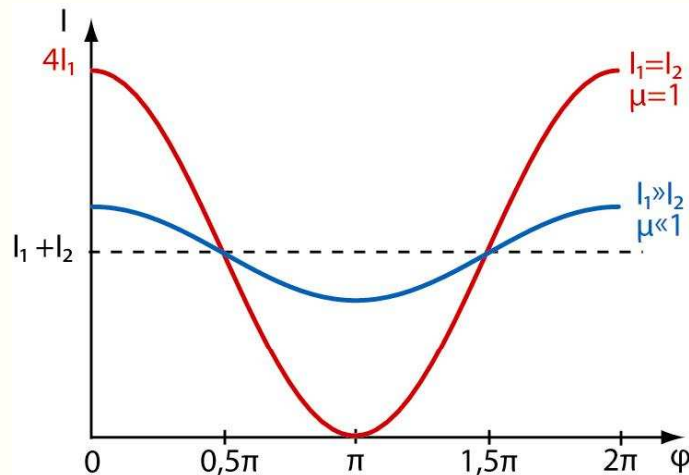
Zkombinováním dříve uvedených vztahů  $E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$  a  $I \sim E^2$  dostaneme při změně označení argumentu funkce kosinus vztah pro výslednou světelnou intenzitu  $I$  při interferenci dvou vln o intenzitách  $I_1$  a  $I_2$ .

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

vztah mezi fázovým posuvem  $\varphi$  a dráhovým rozdílem  $\Delta x$

Význam interferenčního vztahu:



Výpočty:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \underbrace{[\cos \varphi]_{\max}}_1 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \underbrace{[\cos \varphi]_{\min}}_{-1} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I_1 = I_2 : \quad I_{\max} = 4I_1, I_{\min} = 0$$

$$I_2 = 0,16I_1 : \quad I_{\max} = (1,16 + 2 \cdot 0,04)I_1 = 1,24I_1,$$

$$I_{\min} = (1,16 - 2 \cdot 0,04)I_1 = 1,08I_1 \approx I_{\max}$$

Je tedy vidět, že pro případ, kdy jsou intenzity stejně velké nebo srovnatelné, je největší rozdíl mezi interferenčními maximy a minimy. Tento rozdíl popisuje veličina stupeň viditelnosti. 118

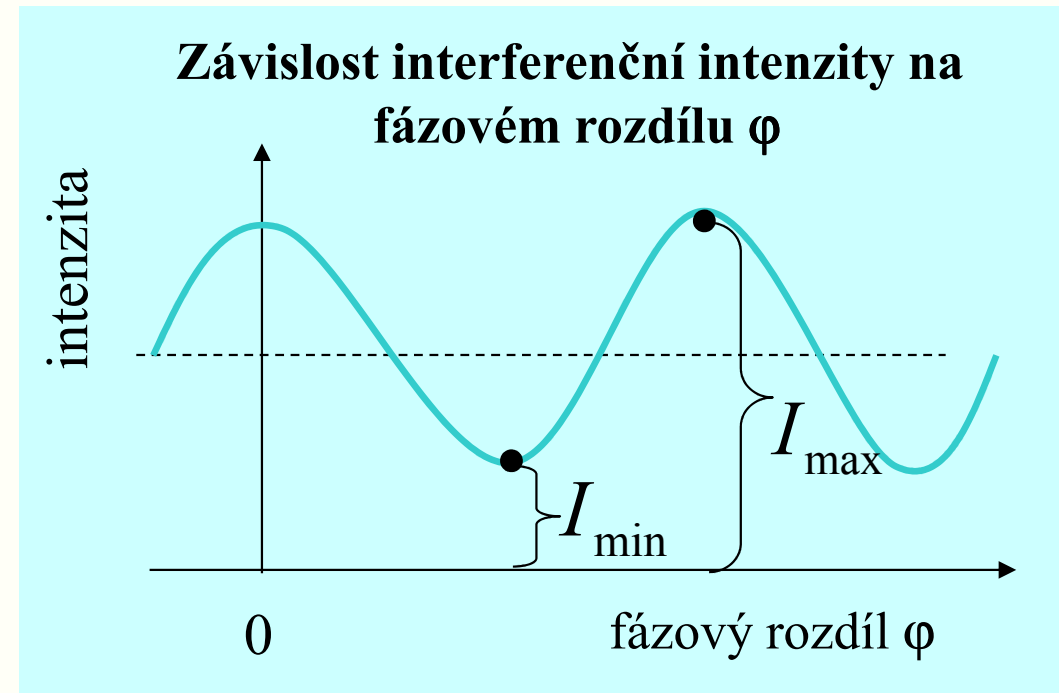
# Stupeň viditelnosti - definice

**Stupeň viditelnosti je definován** pro všechny jevy dvoupraskové interference stejně. Označme  $I_{\min}$  a  $I_{\max}$  minimum a následující maximum intenzity nějakého interferenčního jevu.

**Stupeň viditelnosti  $\mu(\varphi)$**  je pak číslo dané vztahem

$$\mu(\varphi) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Důležité je, že  $\mu$  je **měřitelná veličina** světelnými detektory! Její hodnota úzce souvisí se stupněm koherence.



**Stupeň viditelnosti  $\mu(\varphi)$**  závisí na fázovém rozdílu

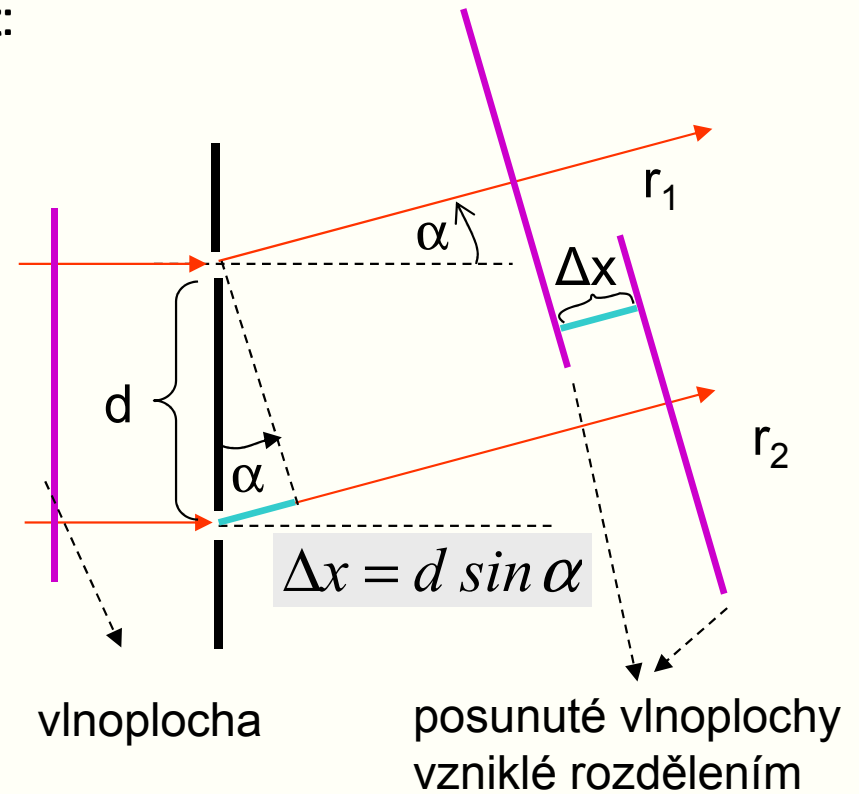
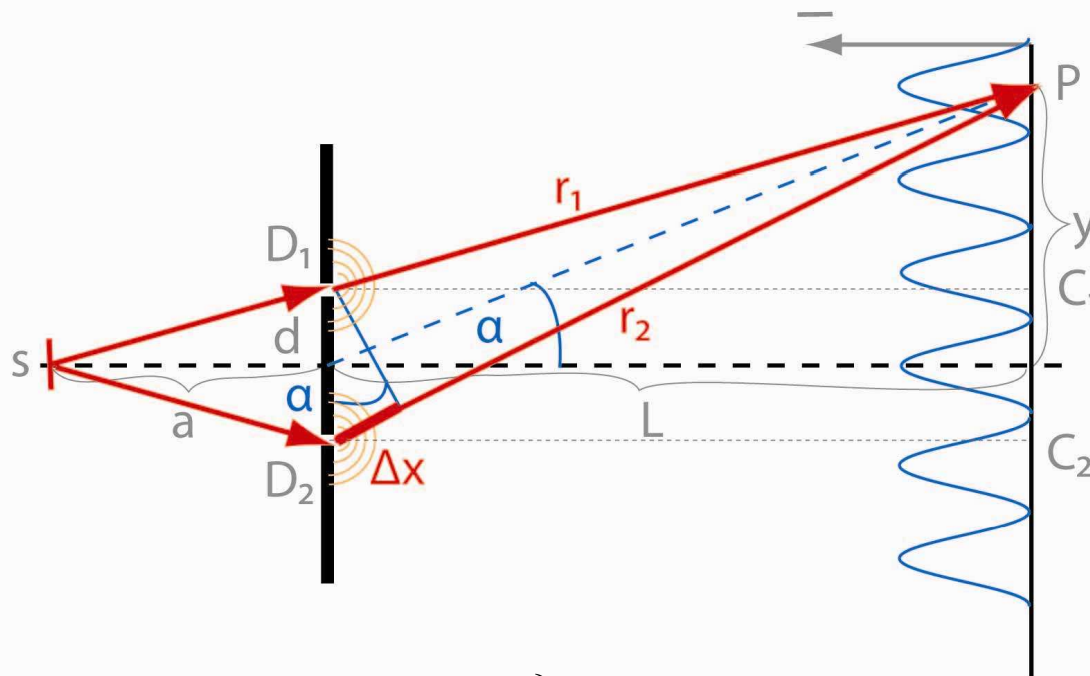
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 n_2 - x_1 n_1)$$

# Dvoupaprsková interference I

Interferující dvojici prvků lze v principu získat dvojím způsobem:

## 1) Dělením vlnoplochy

Youngův experiment:



$$\left. \begin{aligned} \Delta D_2 C_2 P: r_2^2 &= L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 \\ \Delta D_1 C_1 P: r_1^2 &= L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned} \right\} r_2^2 - r_1^2 = \underbrace{(r_2 - r_1)}_{\Delta x} \cdot \underbrace{(r_2 + r_1)}_{\approx 2L}$$

$$\frac{r_2^2 - r_1^2 = 2dy}{r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1) \cdot (r_2 + r_1)} \quad \Delta x = \frac{dy}{L}$$

Fázový posuv je:  $(y \ll L)$

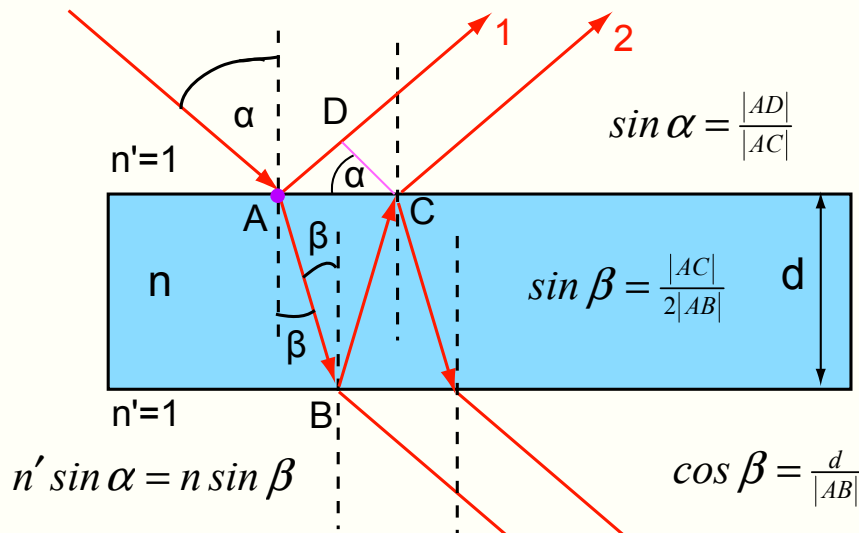
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \quad \Delta x = \frac{dy}{L} = d \sin \alpha$$



# Dvoupaprsková interference II

## 2) Dělením amplitudy Interference na tenké vrstvě

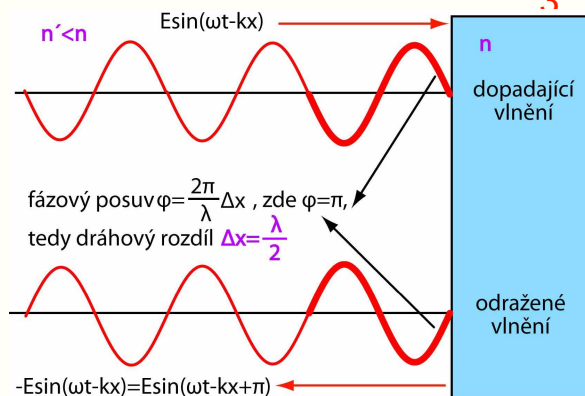
Paprsky 1,2 anebo 3,4 necháme projít čočkou a v ohnisku pozorujeme interferenci na průchod či odraz.



$$\Delta x = n(|AB| + |BC|) - |AD| = 2n|AB| - |AC| \sin \alpha =$$

$$= 2|AB|(n - \sin \beta \sin \alpha) = 2n|AB|(1 - \sin^2 \beta) = 2n \frac{d}{\cos \beta} \cos^2 \beta$$

Dále je potřeba ještě zvážit, ke kolika odrazům na hustším rozhraní dojde, tj. kolikrát se změní fáze vlnění. K jedinému takovému odrazu dochází pro paprsek 1 v bodě A, proto je potřeba k dráhovému rozdílu paprsků 1 a 2 přičíst  $\frac{1}{2} \lambda$ .



Fázový posuv je:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

$$\Delta x = 2nd \cos \beta + \frac{\lambda}{2} \quad \text{pro odraz (1,2)}$$

$$\Delta x = 2nd \cos \beta \quad \text{pro průchod (3,4)}$$

# Interference dvou reálných paprsků

Vztah pro intenzitu světla při interferenci dvou paprsků byl odvozen za předpokladu, že světlo je monochromatické (má pouze jedinou vlnovou délku). Nejvíce se tomuto předpokladu přibližují lasery, reálné světelné zdroje však vždy vyzařují v širším spektru vlnových délek. Proto je potřeba v interferenčním vztahu udělat následující úpravu:

$$I = I_1 + I_2 + \gamma 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

Tomuto sčítanci ve vzorci pro intenzitu se říká **interferenční člen**

$$\gamma = \gamma_t \gamma_s \gamma_p$$

Veličina  $\gamma$ , která se zde objevila navíc, se nazývá **stupeň koherence** paprsků 1 a 2. ( $0 < \gamma < 1$ )

$\gamma_t$  ... stupeň časové koherence  
 $\gamma_s$  ... stupeň prostorové koherence  
 $\gamma_p$  ... stupeň polarizační koherence

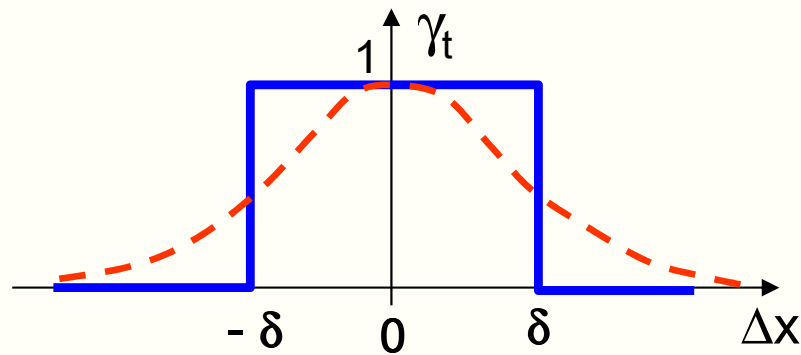
$\gamma = 0$  ... paprsky 1 a 2 jsou nekoherentní  
 $\gamma < 1$  ... částečně koherentní  
 $\gamma = 1$  ... koherentní

Při výpočtu **interferenční intenzity** světla dvou reálných paprsků je třeba vzít v úvahu ještě **koherenční vlastnosti** obou paprsků – stupeň koherence tedy udává, jak se blíží reálná interference ideálnímu stavu interference dvou bodových monochromatických zdrojů.

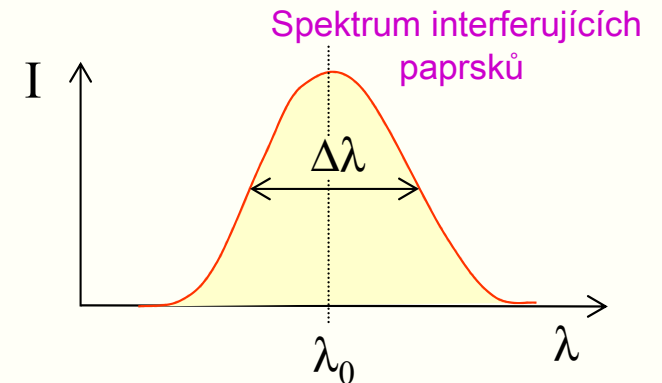
Navíc si musíme ještě uvědomit, že velikost vektoru elektrické intenzity interferujících vln mění svou velikost s frekvencí dané světelné vlny (nepolarizované světlo mění navíc s touto frekvencí i směr tohoto vektoru v rovině kolmé na směr šíření). (Jaká je velikost této frekvence pro viditelné světlo?) Žádný detektor neumí u světla naměřit tuto časovou závislost (u rádiových vln to jde! – proč?) Detektory světla tedy měří časovou střední hodnotu intenzity světla  $I$  za integrační dobu detektoru. Je třeba počítat střední časovou hodnotu  $E^2$ . Tímto způsobem byly odvozeny výše uvedené vztahy. 122

# Časová koherence

Stupeň časové koherence (červeně a čárkovaně) závisí na  $\Delta x$  a tvar této funkce určuje spektrální složení interferujících paprsků. Zjednodušeně (modře) ji charakterizujeme tzv. koherenční délkou  $\delta$ , pro niž platí

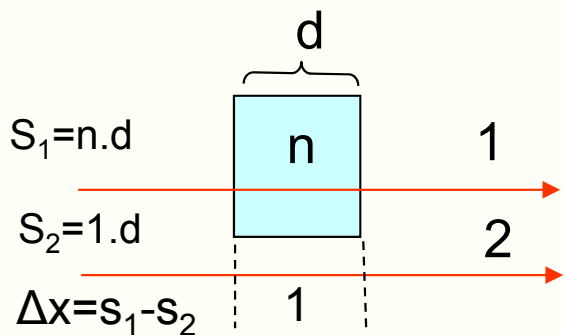


$$\delta = \lambda_0 \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$



kde  $\lambda_0$  je střední vlnová délka spektrálního oboru a  $\Delta\lambda$  charakterizuje jeho šířku (např. šířku spektrální čáry, šířku spektra barevného filtru apod).

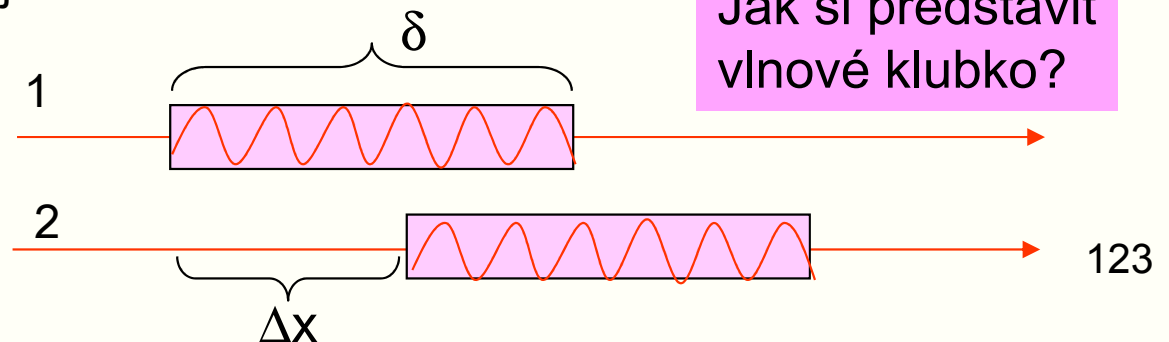
Dva paprsky jsou časově koherentní, když rozdíl jejich optických drah  $\Delta x$  bude menší než  $\delta$ .



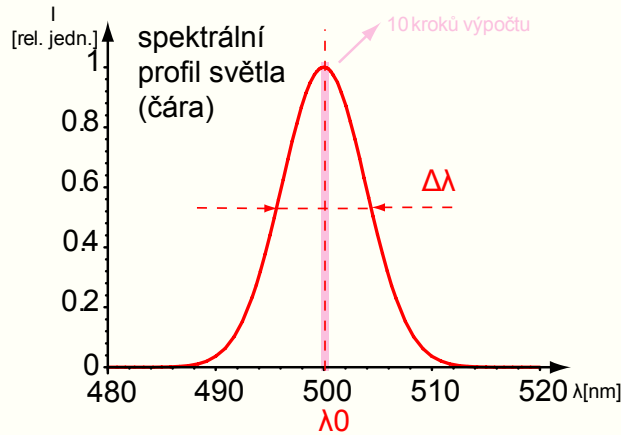
Rozdíl optických drah

$$\Delta x = d(n - 1)$$

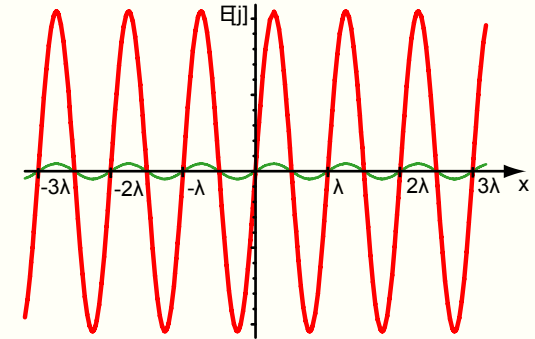
Koherenční délku paprsku si můžeme názorně představit jako délku vlnového klubka



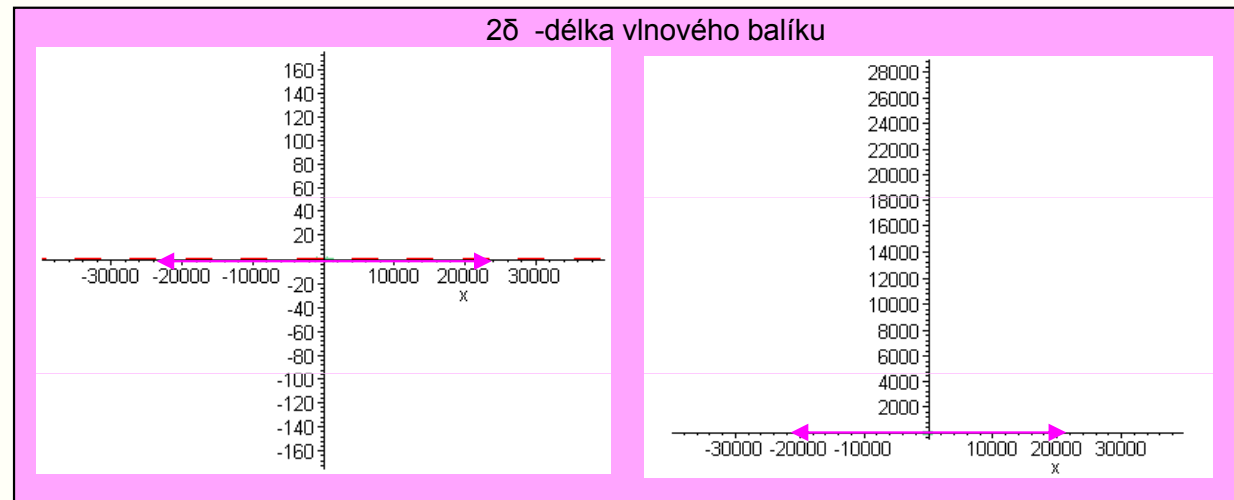
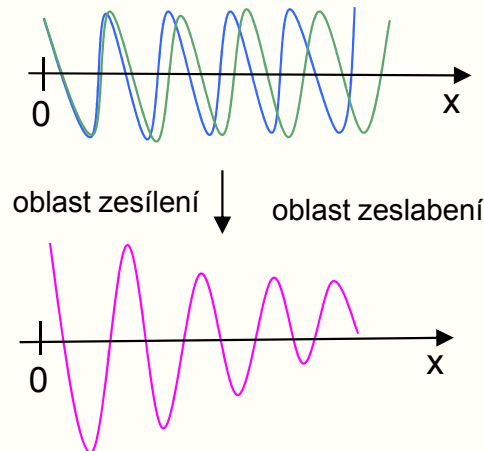
# Jak si představit vlnové klubko?



Představte si, že by světlo bylo monochromatické. Pak by bylo jako vlnění popsáno zelenou křivkou na obrázku vpravo. Pokud by spektrální profil obsahoval jen růžově zakreslenou oblast v grafu, vlnění by se pouze zesílilo (červená čára v obrázku vpravo).



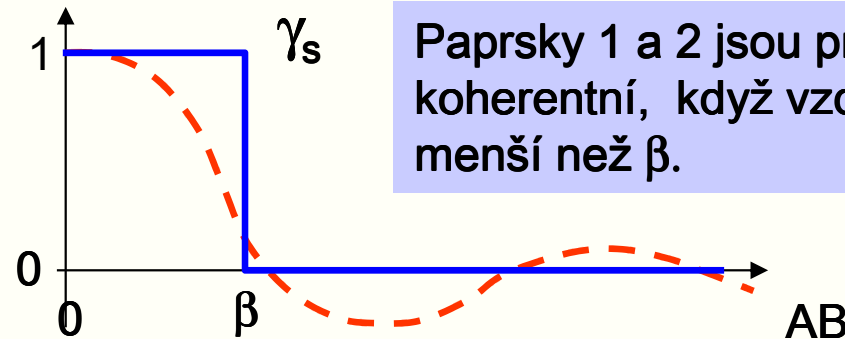
Spektrum světla však obsahuje tolik odlišných vlnových délek, že pro dvě vzdálené už mohou mít vlny výchylku „na druhou stranu“ (dále od bodu  $x=0$  mohou mít jejich výchylky opačná znaménka a vlny se odečtou). Dojde tak k omezení původně nekonečné vlny do prostorově omezeného útvaru (vlnové klubko aneb balík). Jeho vznik je na dolní levé animaci – postupně se sčítají vlny odpovídající jednotlivým vlnovým délkám, přičemž se postupuje od středu spektrálního profilu k okrajům. Nejprve se vlnění zesiluje, pak prostorově omezuje. Na animaci vpravo je průběh intenzity (druhá mocnina amplitudy) při stejném ději.



# Prostorová koherence

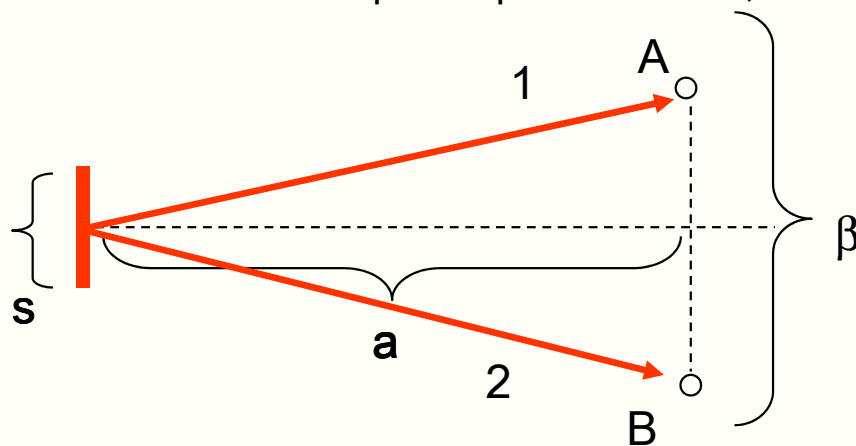
Stupeň prostorové koherence světla závisí na vzdálenosti bodů  $AB$ . Např. pro plošný zdroj světla má tato funkce tvar naznačený na obrázku červeně čárkovaně. Zjednodušeně ji charakterizujeme pomocí tzv. koherenční šířky  $\beta$ , která je dána vztahem.

$$\beta = \lambda_0 \frac{a}{s},$$



Paprsky 1 a 2 jsou prostorově koherentní, když vzdálenost  $AB$  je menší než  $\beta$ .

kde  $a$  je vzdálenost od zdroje světla a  $s$  je jeho šířka měřená kolmo na směr šíření světla. Koherenční šířka pak odpovídá směru, v němž měříme  $s$ .



Jinými slovy řečeno, časová a prostorová koherence světla určují experimentální meze, uvnitř kterých je možné považovat světelný svazek za ideálně monochromatický a rovnoběžný.

Podrobnější rozbor prostorové koherence najdete v souboru [animace/pkoherence.pps](#)

Stupeň polarizační koherence

je pro nepolarizované světlo vždy roven jedné.

# Souvislost $\mu$ a $\gamma$

Interferenční intenzita je dána vztahem

$$I = I_1 + I_2 + \gamma 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi (\Delta x)$$

Maximum intenzity nastane pro  $\cos(\varphi) = 1$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + \gamma 2 \sqrt{I_1 I_2}$$

rozdíl optických  
drah

Minimum intenzity nastane pro  $\cos(\varphi) = -1$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - \gamma 2 \sqrt{I_1 I_2}$$

Poslední dvě rovnice dosadíme do definice stupně koherence a dostaneme

$$\mu = \frac{2 \sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)} \gamma$$

a tedy pro  $I_1 = I_2$  je

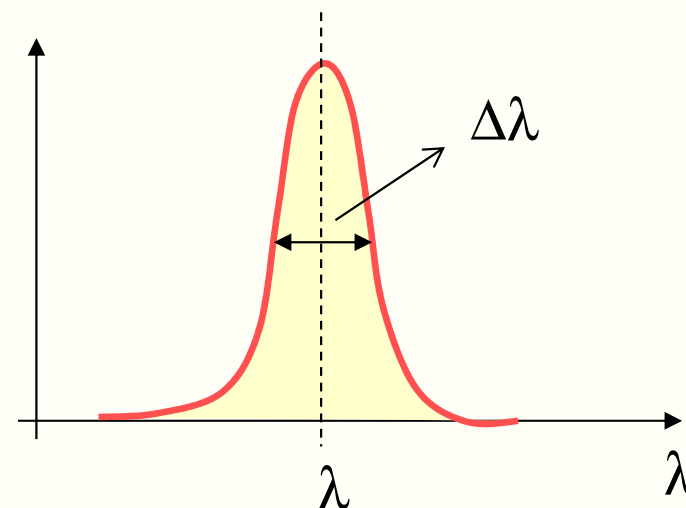
$$\mu(\Delta x) = \gamma(\Delta x)$$

Měřením viditelnosti  $\mu$  lze tedy experimentálně určit stupeň koherence paprsků. Ze znalosti funkce  $\gamma(\Delta x)$  lze zpětně Fourierovou transformací určit spektrální složení interferujícího světla (Fourierovy spektrometry)

# Příklad interference

## Parametry paprsků:

Střední vlnová délka:  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ,  
šířka čáry:  $\Delta\lambda = 0.2 \mu\text{m}$ ,  
koherenční délka tedy je :  $\delta = 5 \mu\text{m}$   
gaussovský profil spektrální čáry.



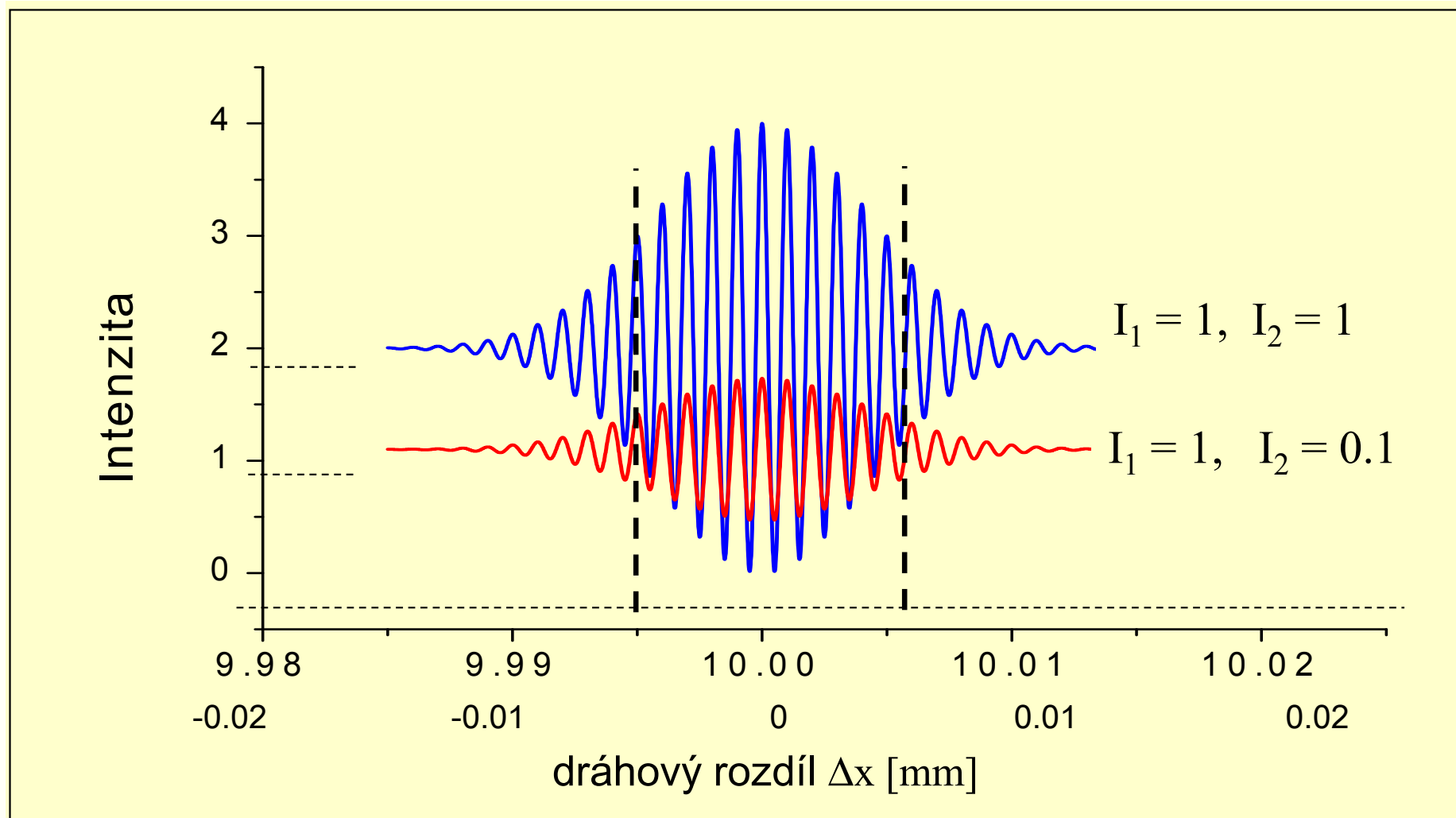
**Následují výpočty** interferenční intenzity a viditelnosti pro výše uvedené parametry a pro tyto intenzity paprsků  $I_1 = 1$  a  $I_2 = 1$ , resp.  $I_2 = 0.1$  .

Všimněte si na následujících grafech viditelnosti dvou vlastností:

1. maximum viditelnosti nastane, když **dráhový rozdíl je nulový**
2. viditelnost klesá, čím více se liší intenzita paprsků 1 a 2, ale její maximum polohu nemění.

# Interferenční intenzita

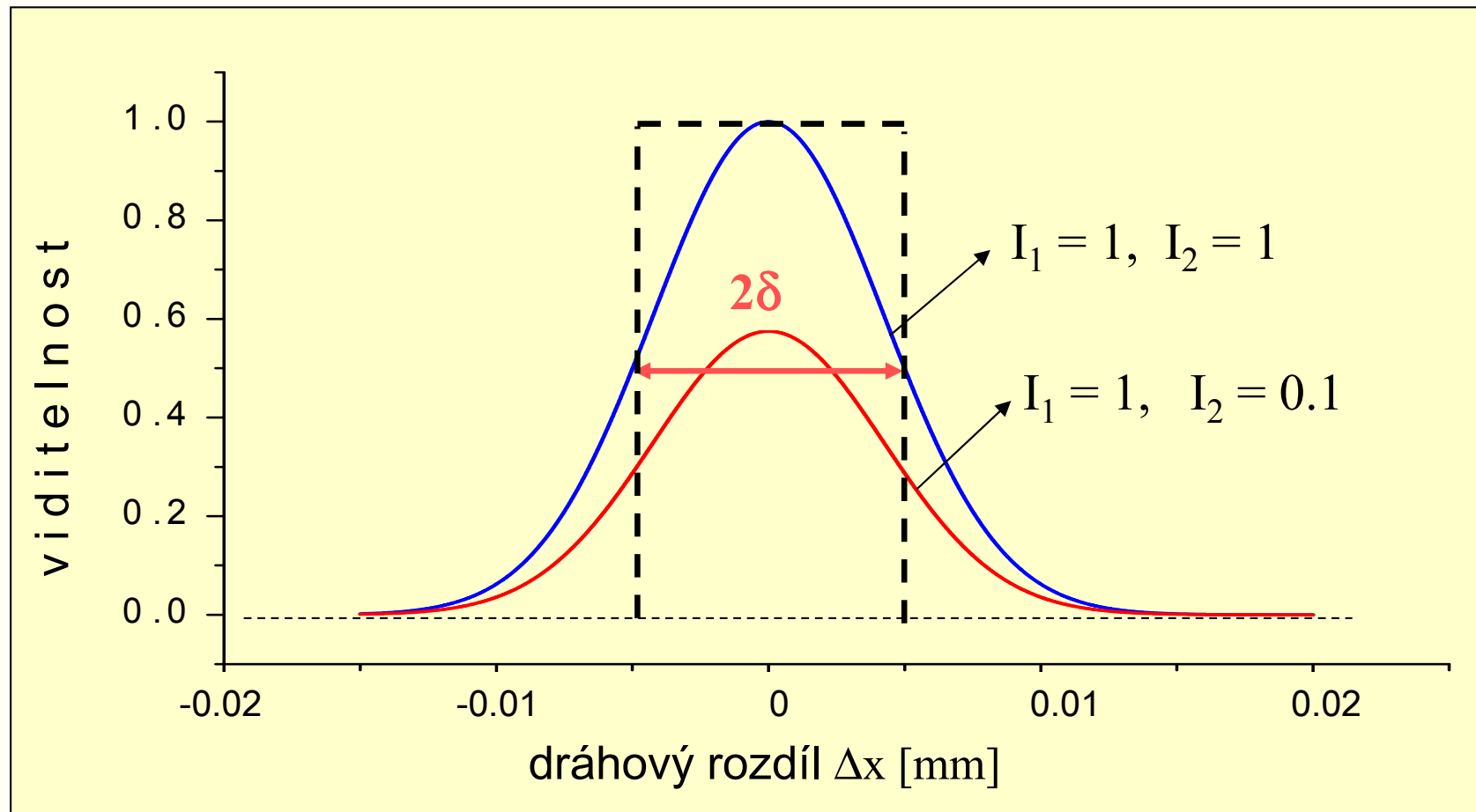
## Závislost intenzity na dráhovém rozdílu $\Delta x$



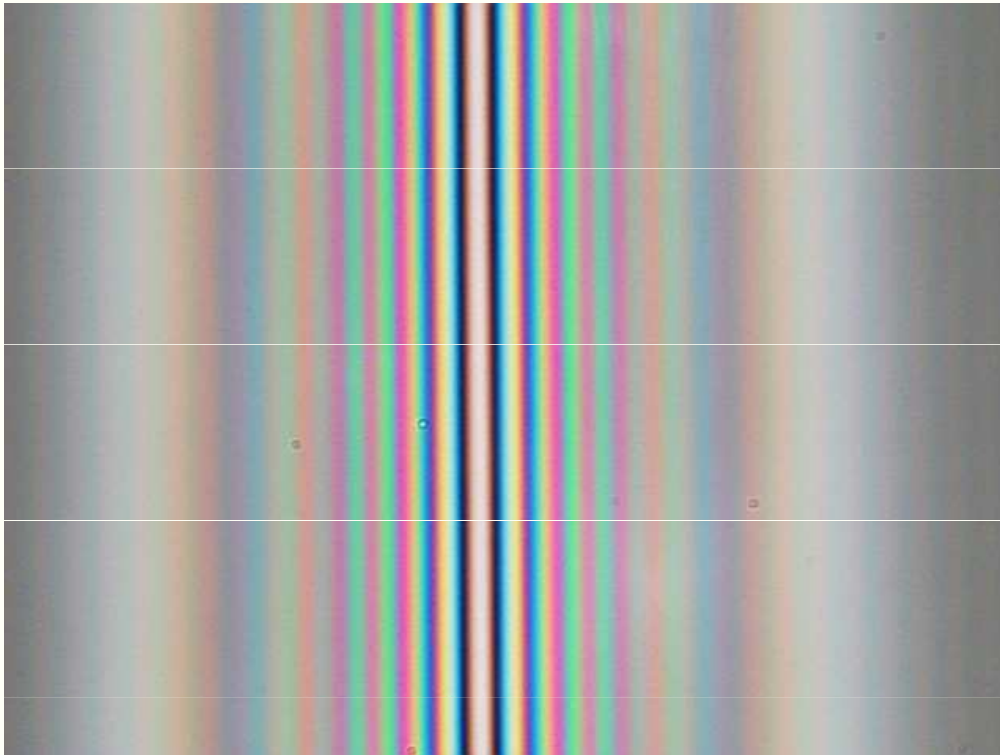


# Viditelnost interference

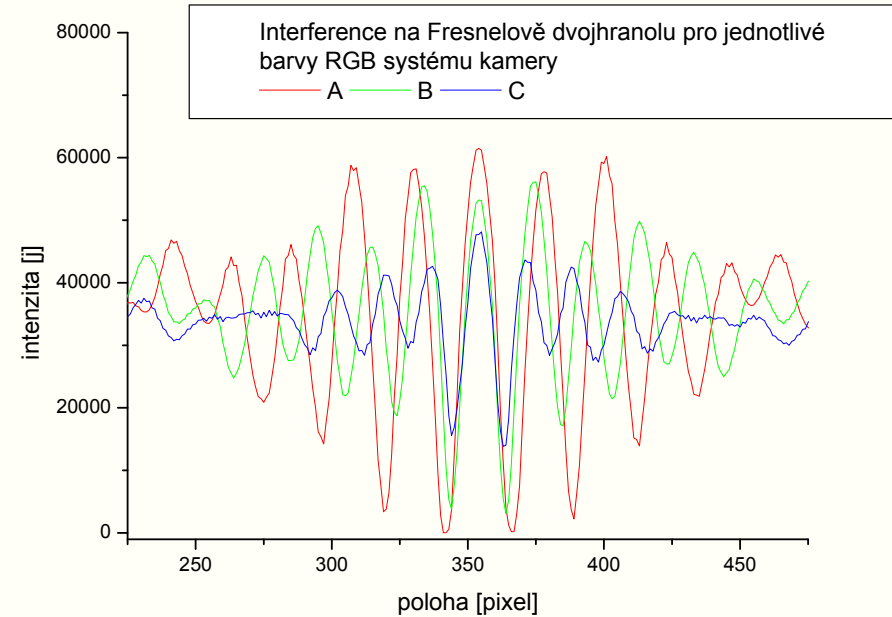
Závislost viditelnosti interference na dráhovém rozdílu  $\Delta x$



# Konkrétní případ – Fresnelův dvojhranol

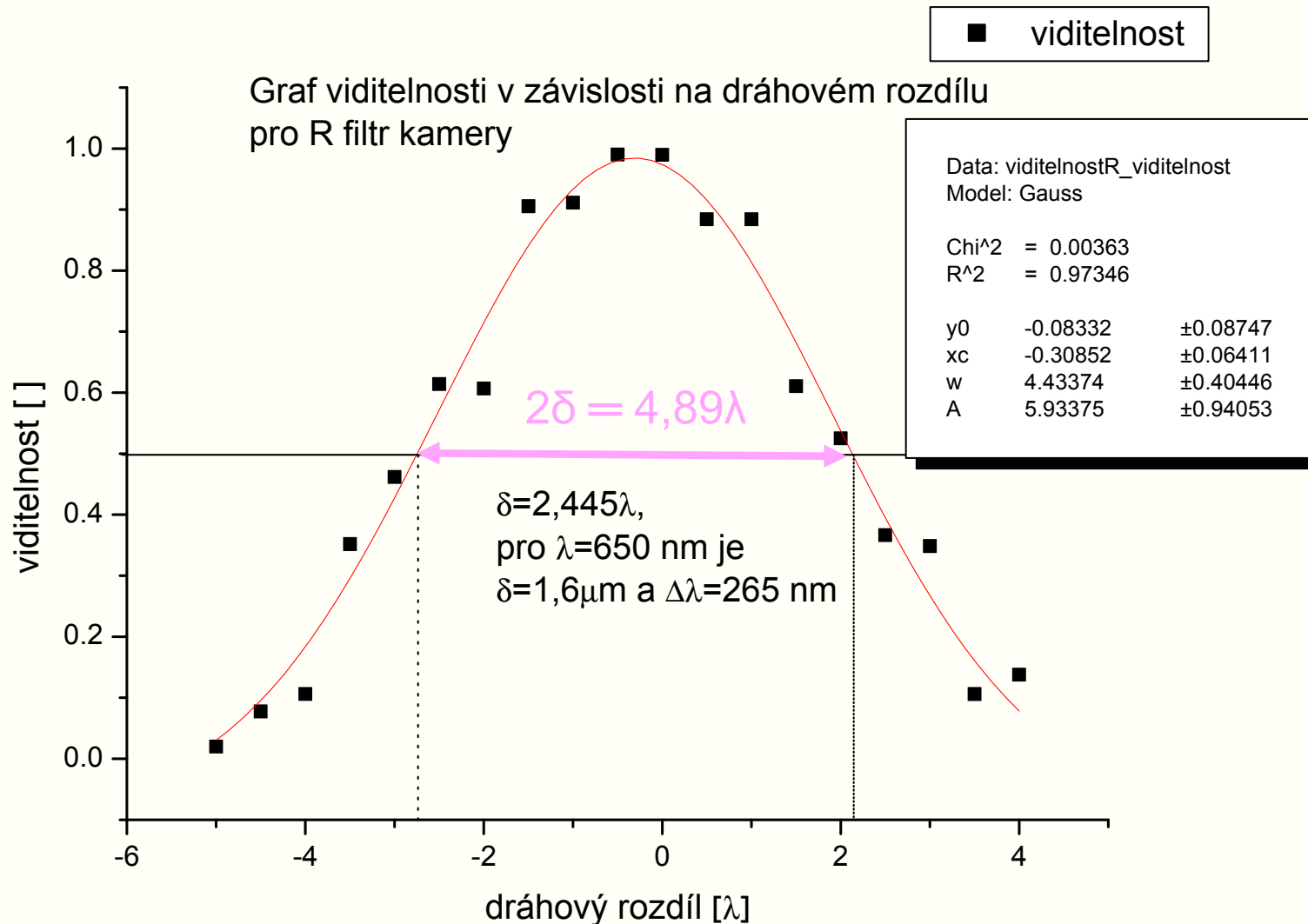


Interferenční proužky  
v bílém světle



Závislost intenzity  
na dráhovém rozdílu  
pro jednotlivé RGB filtry  
kamery

# Fresnelův dvojhranol – výpočet viditelnosti



# Pokus s Newtonovými skly – shrnutí interference světla

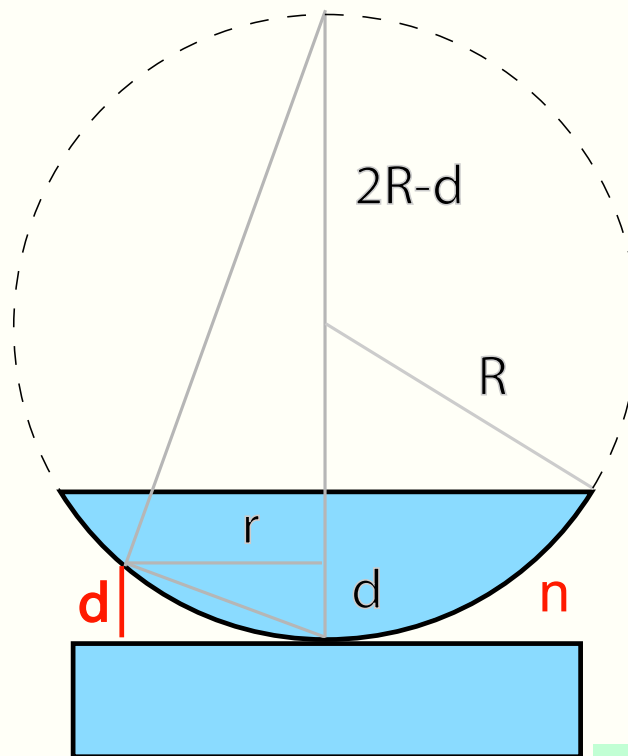
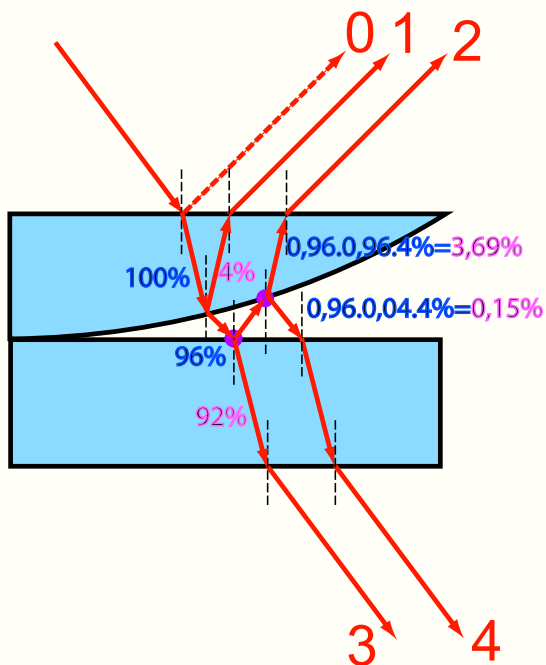
Pokud pozorujeme interferenční obrazec na Newtonových sklech na odraz a na průchod v bílém světle, napadá nás řada otázek:

1. Proč vlastně vznikají interferenční obrazce? Které paprsky spolu interferují?
2. Proč má obraz vzniklý pomocí odražených paprsků tmavý střed a obraz vzniklý pomocí prošlých paprsků světlý střed?
3. Proč je obrazec vzniklý interferencí odražených paprsků kontrastnější než obrazec získaný pomocí paprsků prošlých?
4. Proč jsou v bílém světle interferenční kroužky pouze v okolí středu skel, zatímco s červeným filtrem jsou viditelné po celé ploše skel?

1. Newtonova skla jsou tvořena plosklovypuklou čočkou o poloměru křivosti  $R$ , která leží zakřivenou plochou na rovinné skleněné desce. Interferují pouze paprsky odražené na vzduchové mezeře mezi skly.

A proč ne i ty ostatní?

Protože dráhový rozdíl mezi nimi je větší než koherenční délka světla.



Koherenční délka bílého světla je  $\delta = \lambda_0^2 / \Delta\lambda = (500^2 / 200) \text{ nm} = 1,25 \mu\text{m}$ . Tak malý dráhový rozdíl je pouze ve vzduchové vrstvě mezi skly, ne ve skle. Proto se například paprsek 0 interference neúčastní.

2. Dráhový rozdíl je dán vztahem  $\Delta x = 2nd$  (viz interference na tenké vrstvě, předpokládáme kolmý dopad). Nyní ještě musíme určit, kolik odrazů na hustším prostředí pro který paprsek nastane. Pro paprsek 1 žádný odraz, pro paprsek 2 jeden odraz, pro paprsek 3 žádný odraz, pro paprsek 4 dva odrazy.

Odraz (1,2):  $\Delta x = 2nd + \lambda/2$ , průchod (3,4):  $\Delta x = 2nd + \lambda$

**Maximum při interferenci:**  $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ , tedy  $\cos\varphi = 1$ , čili  $\varphi = 2m\pi$ , m je celé číslo. Tedy  $\varphi = 2\pi \Delta x / \lambda = 2m\pi$ , čili  $\Delta x_{\max} = m\lambda$

**Minimum při interferenci:**  $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ , tedy  $\cos\varphi = -1$ , čili  $\varphi = (2m+1)\pi$ , m je celé číslo. Tedy  $\varphi = 2\pi \Delta x / \lambda = (2m+1)\pi$ , čili  $\Delta x_{\max} = (2m+1)\lambda/2$

	maximum	minimum
odraz	$2nd + \lambda/2 = m\lambda$ , tedy $2nd = (2m-1)\lambda/2$	$2nd + \lambda/2 = (2m-1)\lambda/2$ , tedy $2nd = (m-1)\lambda$
průchod	$2nd + \lambda = m\lambda$ , tedy $2nd = (m-1)\lambda$	$2nd + \lambda = (2m-1)\lambda/2$ , tedy $2nd = (2m-3)\lambda/2 = (2m'-1)\lambda/2$

Proužky na odraz a průchod jsou tedy v doplňkových barvách, uprostřed ( $d=0$ ) je pro odraz  $\Delta x = \lambda/2$ ,  $\varphi = \pi$ , čili minimum (tma), průchod  $\Delta x = \lambda$ ,  $\varphi = 2\pi$ , čili maximum (světlo).

3. Místo slova kontrast by se mělo správně použít slovo **viditelnost**. Nejprve však musíme určit intenzitu jednotlivých interferujících paprsků. Odrazivost rozhraní vzduch sklo je asi 4% pro kolmý dopad ( $R=(1,5-1)^2/(1,5+1)^2=4\%$ ), tuto hodnotu je třeba odečíst od intenzity paprsku prošlého (absorpci neuvažujeme). Vypočtené hodnoty intenzit jednotlivých svazků jsou zakresleny v předchozích obrázcích. Nyní určíme maximální a minimální intenzity (v jistých jednotkách):

$$1+2: I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}=4+3,69+2\sqrt{4\cdot 3,69}=15,37 \quad I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}=4+3,69-2\sqrt{4\cdot 3,69}=0,006$$

$$3+4: I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}=92+0,15+2\sqrt{92\cdot 0,15}=99,58 \quad I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}=92+0,15-2\sqrt{92\cdot 0,15}=84,72.$$

Je vidět, že pro paprsky 3a4 se intenzity minim a maxim téměř neliší, světlé a tmavé proužky jsou tedy špatně rozlišitelné. Spočítejme ještě viditelnost jevu na odraz a průchod:

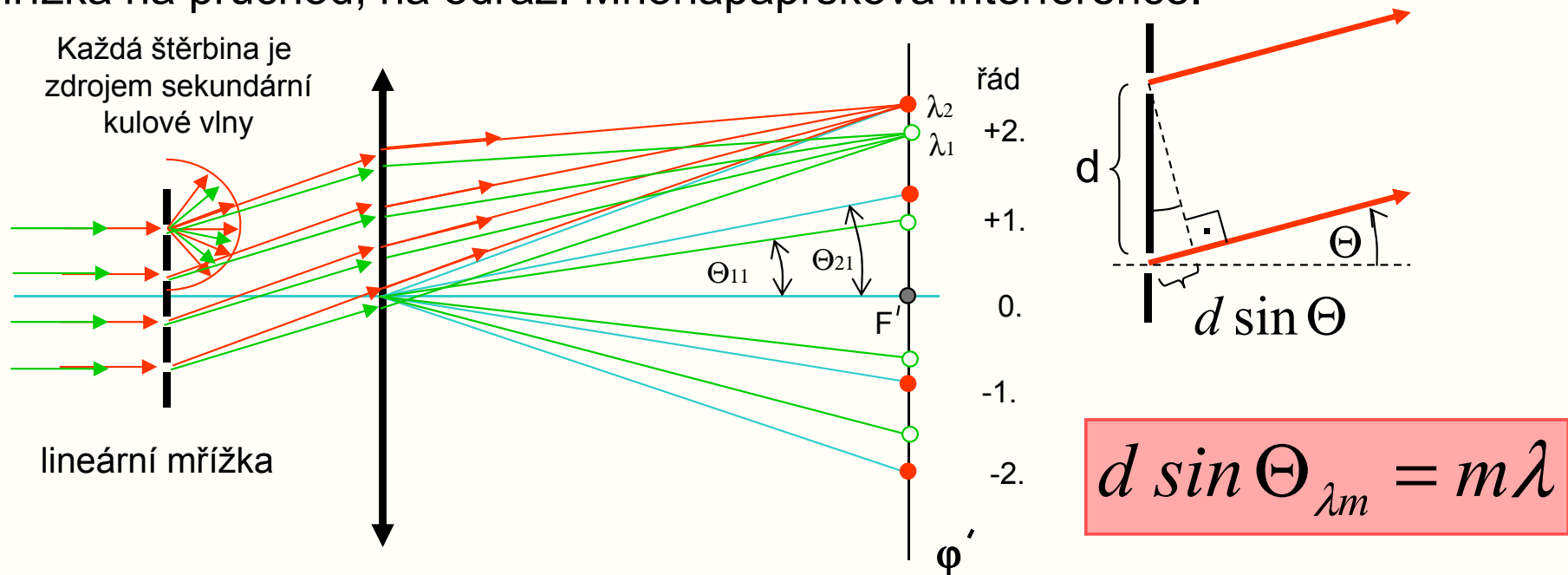
**Odraz:  $\mu=(I_{\max}-I_{\min})/(I_{\max}+I_{\min})=(15,37-0,006)/(15,37+0,006)=0,999$  čili téměř 100%**

**Průchod:  $\mu=(I_{\max}-I_{\min})/(I_{\max}+I_{\min})=(99,58-84,72)/(99,58+84,72)=0,08$  čili pouhých 8%, takže 12x méně než průchod**

4. **Vložením červeného filtru se zvětší koherenční délka světla** (podle definice je ve jmenovateli číslo, které odpovídá šířce použitého spektra, čím je tedy spektrum užší, tím je koherenční délka větší). K interferenci dochází, pokud je dráhový rozdíl paprsků menší než koherenční délka. Při vložení filtru je tedy tato podmínka splněna pro tloušťky vzduchové vrstvy, které bez filtru byly pro interferenci „příliš tlusté“. Proužky se tedy objeví i v místech, kde bez filtru interference nenastávala, obvykle tato změna pokryje celou plochu Newtonových skel.

# Lineární optická mřížka

Užívá se jako vlnově disperzní optický prvek ve spektrometrech místo hranolu. Mřížka na průchod, na odraz. Mnohapaprsková interference.

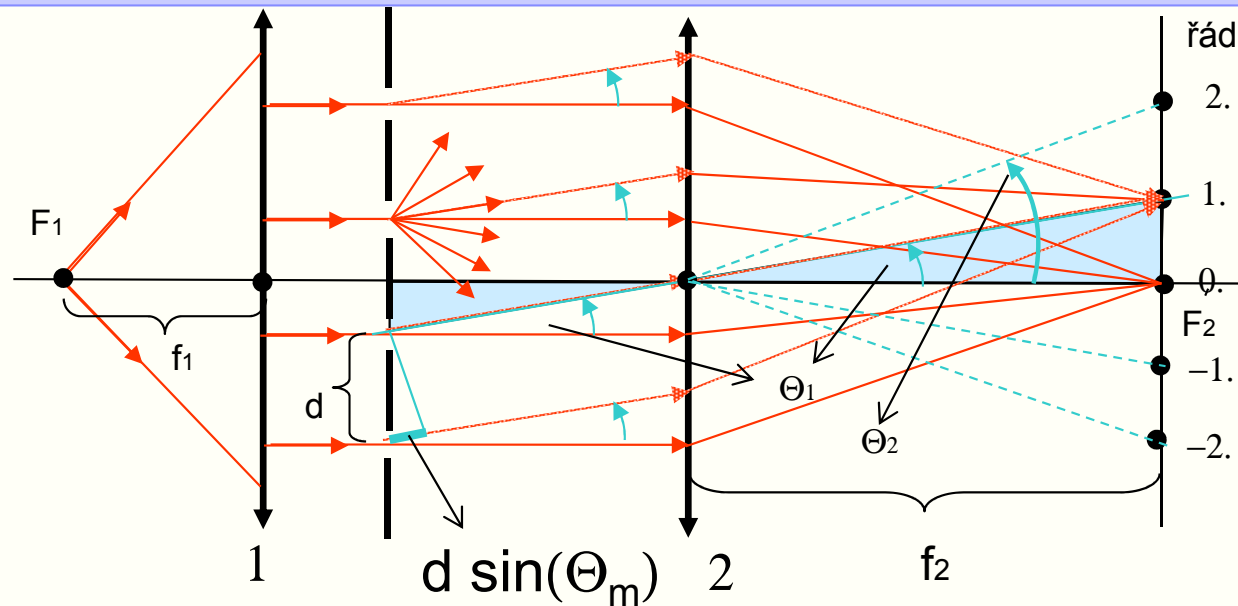


- 1) Lineární optická mřížka má mřížkovou konstantu  $d$ .
- 2) **Dráhový rozdíl** libovolných dvou sousedních rovnoběžných paprsků je  $d \sin \Theta$ .  
Čočka dráhový rozdíl paprsků nezmění.
- 3) Maximum interferenční intenzity  $m$  řádu pro vlnovou délku  $\lambda$  nastane pro úhel  $\sin(\Theta) = m\lambda/d$ .
- 4) Čočka zajistí splnění aproximace rovinných vln v konečné vzdálenosti stínítka od mřížky

# Optický difraktograf

**Difraktograf** je zařízení pro pozorování **Fraunhoferovy difrakce**.

Jde o mnohapaprskovou **interferenci** rovnoběžných paprsků šířících se pod úhlem  $\Theta$ .



1) **První čočka** vytváří rovnoběžný svazek světla. Paprsky tohoto svazku jsou po částech prostorově koherentní. Při bodovém ohnisku je koherentní celý svazek.

2) Propustné části mřížky jsou podle **Huygensova principu** zdrojem paprsků šířících se všemi směry

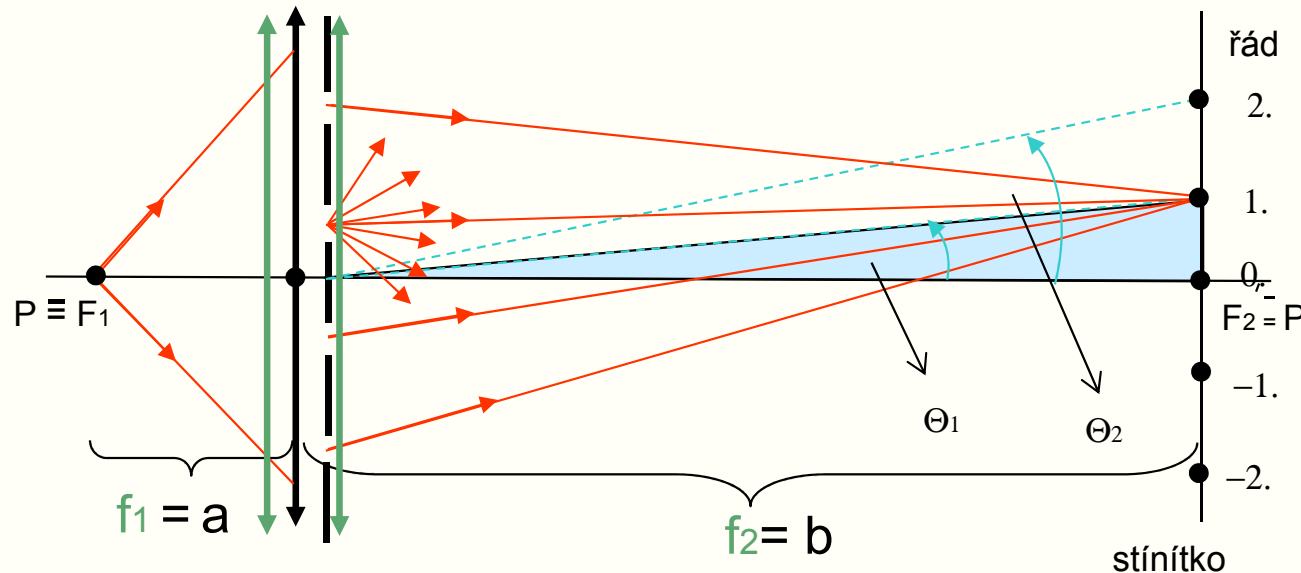
3) **Druhá čočka** soustředí navzájem rovnoběžné paprsky do příslušného bodu ve své ohniskové rovině

4) Interferenční maxima intenzity nastanou pro úhly  $\Theta_m$ , které vyhovují rovnici

$d \sin \Theta_m = m \lambda$  (porovnejte s Youngovým pokusem), kde  $m$  jsou celá čísla  $(0, \pm 1, \pm 2, \dots)$  a označují **řád difrakce**. 136



# Jednoduchý difraktograf

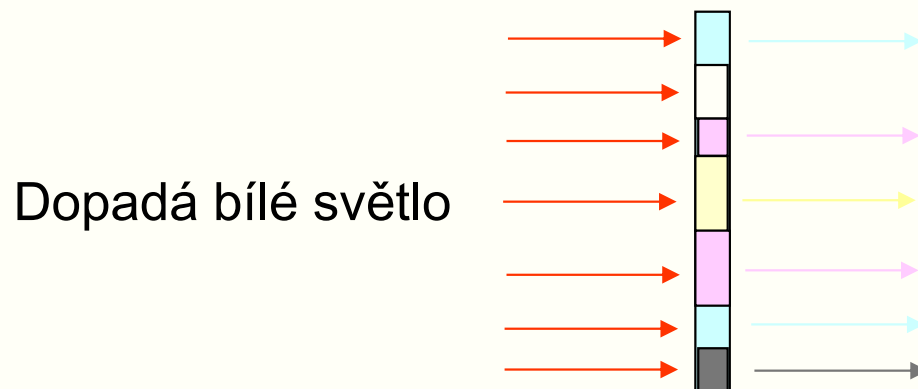


- 1) Čočku si můžeme **představit jako** dvě tenké čočky přiložené k sobě, mezi nimiž je difrakční mřížka (pro ně je situace nakreslena na předchozím obrázku). Tyto dvě hypotetické čočky jsou zde nakresleny **zeleně**.
- 2) Mezi  $f_1$  a  $f_2$  platí při zobrazení bodu P na stínítko **formálně stejný vztah**, jako platí mezi **a** a **b** zobrazovací rovnice. ( $1/a + 1/b = 1/f$  ,  $1/f_1 + 1/f_2 = 1/f$ )
- 3) Na stínítku vytvoříme **obraz štěrbin** a pak přiložíme mřížku těsně k čočce.

Příklady na procvičení základních výpočtů geometrické optiky najdete v souboru [příklady/Příklady interf+dif.pps](#).

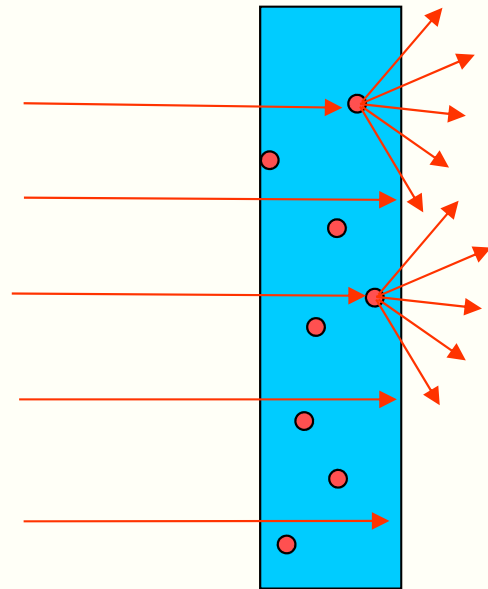
# Možné typy preparátů: absorbující preparát

**Preparátem** rozumíme předmět určený pro zobrazování v mikroskopu nebo projektoru. **Optickou strukturou** rozumíme nejrůznější materiálové objemové, plošné nebo povrchové nehomogenity preparátů, které ovlivňují procházející nebo odražené světlo. Postupně probereme jednotlivé **typy** optických struktur. Reálný preparát je jejich směs.

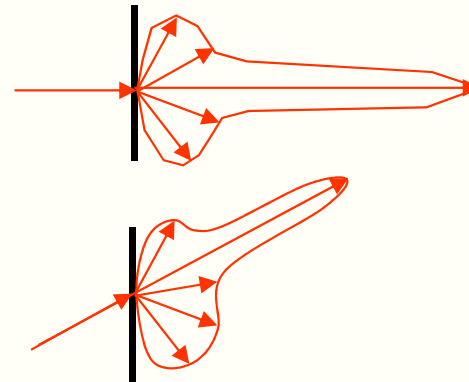


1. Optická struktura mikroskopických preparátů vzniká často **absorpcí** prošlých paprsků (např. diapozitivy, tisk na foliích apod.)
2. Preparáty **se barví**, aby se zvýraznila absorpční optická struktura.

# Rozptylující preparát

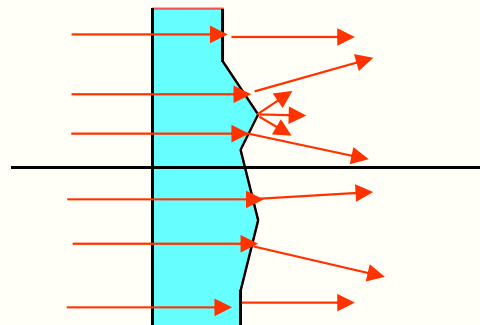


**Rozptylové diagramy:**  
Délka šipek zde znázorňuje intenzitu paprsků v daném směru po průchodu preparátem.



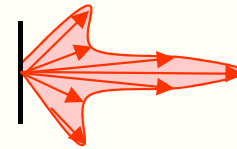
1. Dopadající paprsky se **rozptylují** na nehomogenitách indexu lomu rozměrově menších než vlnová délka světla.
2. Takovou nehomogenitou je i každé reálné **rozhraní** dvou indexů lomu (např. bublinka) nebo **drsnot** povrchů.

# Nerovný povrch preparátu



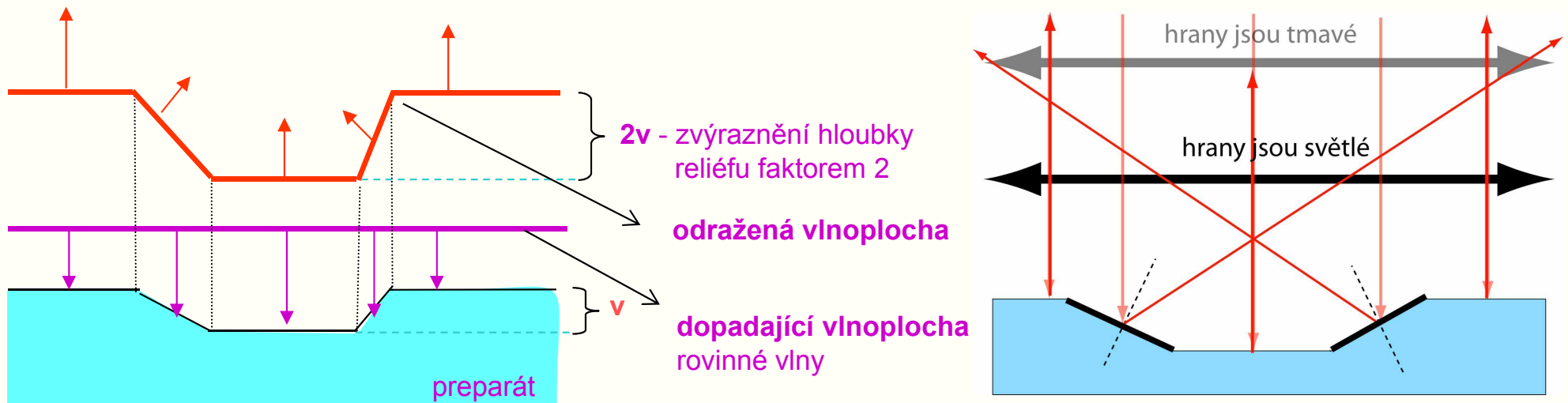
## Rozptylový diagram:

silně závisí na **povrchovém reliéfu**,  
např.



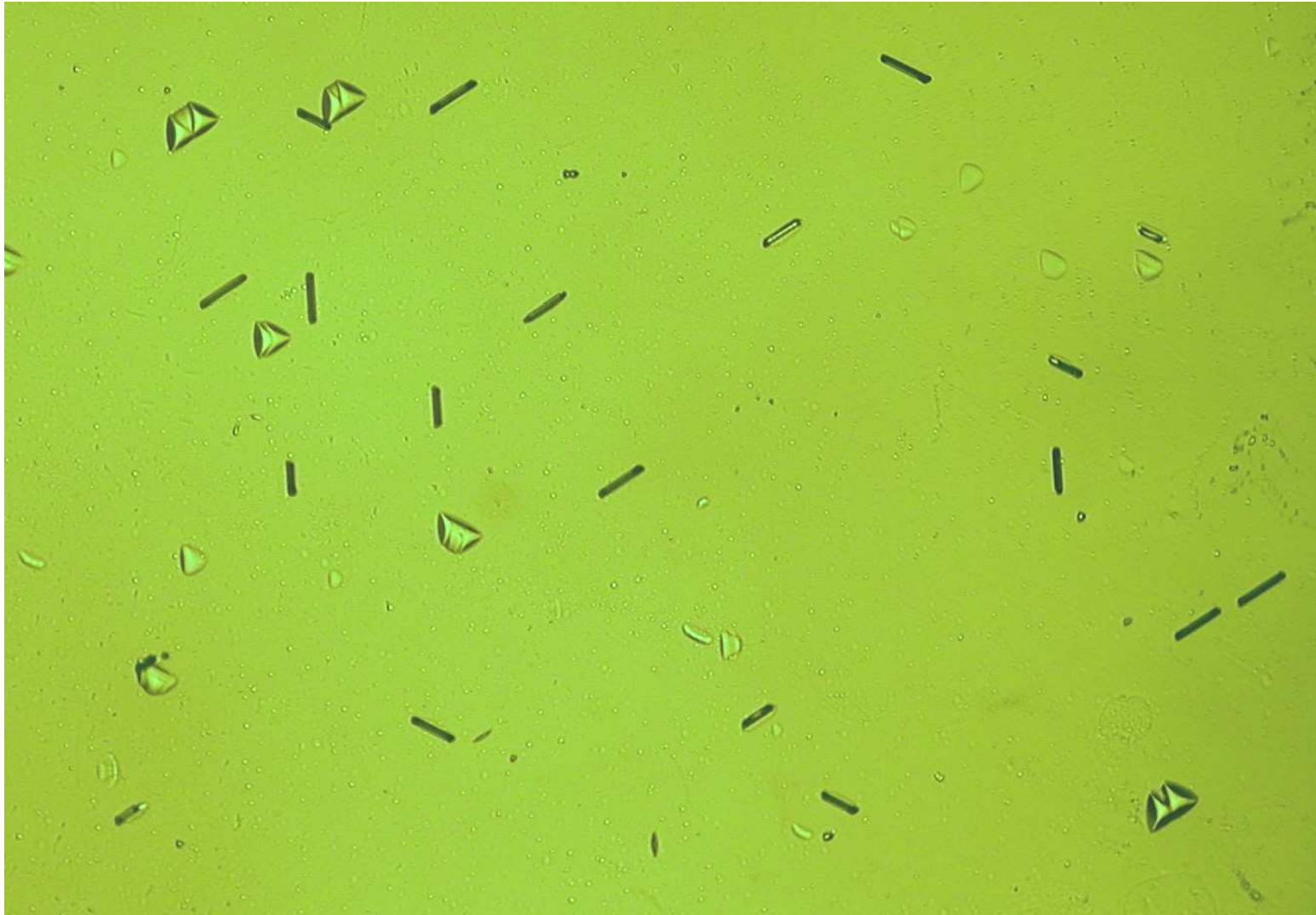
- 1) Optická struktura vzniká též **lomem** prošlých paprsků na nerovném povrchu a rozptylem na hranách nerovností.
- 2) Nerovné bývají často oba **dva povrchy** preparátu.

# Odraz na nerovném povrchu



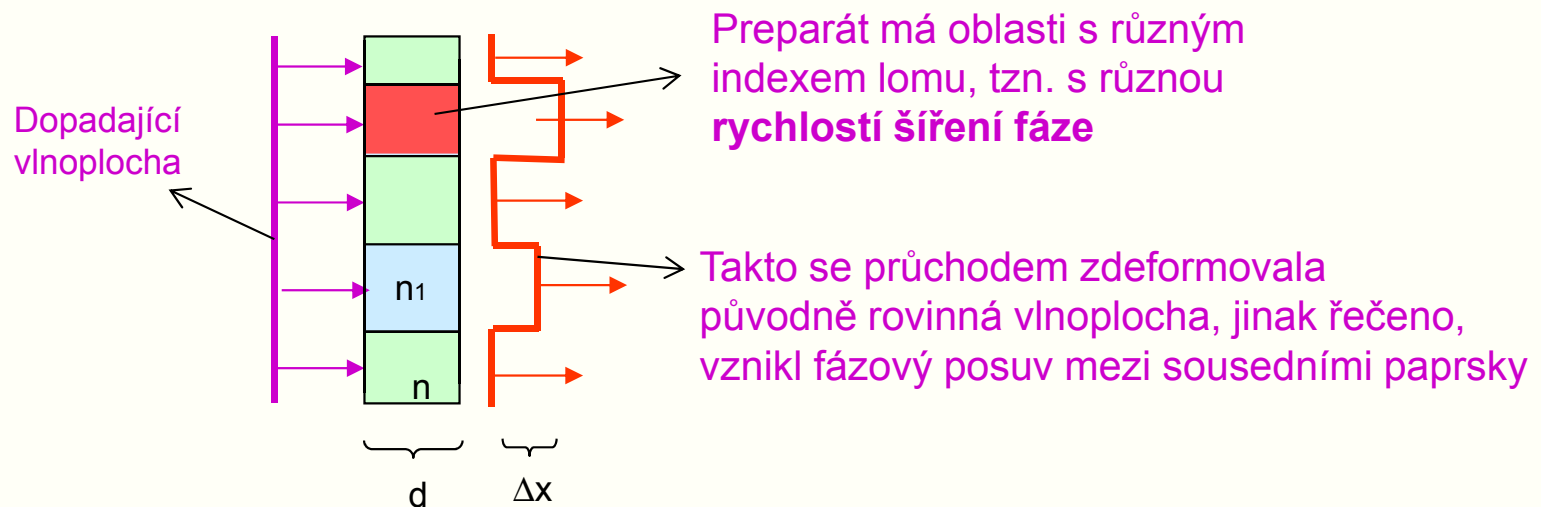
- 1) Optická struktura se v **mikroskopech na odraz** vytváří **odrazem na nerovném povrchu preparátu (reliéfu)** – např. metalografické preparáty).
- 2) Jsou znázorněny vlnoplochy a jim odpovídající paprsky **bezprostředně** před dopadem a **bezprostředně** po odrazu. Pro zviditelnění reliéfu je nutné využít metody **temného pole** nebo **interferenční kontrast**.
- 3) **Temné pole na odraz**: paprsky odražené od hran preparátu při vhodném umístění čočky mikroskopu se jeví tmavé. Při jiném nastavení čočky jsou světlé –  
– zobrazený předmět je prostorový vryp, nikoliv tmavé místo na preparátu.

# Zobrazení reliéfu povrchu Si



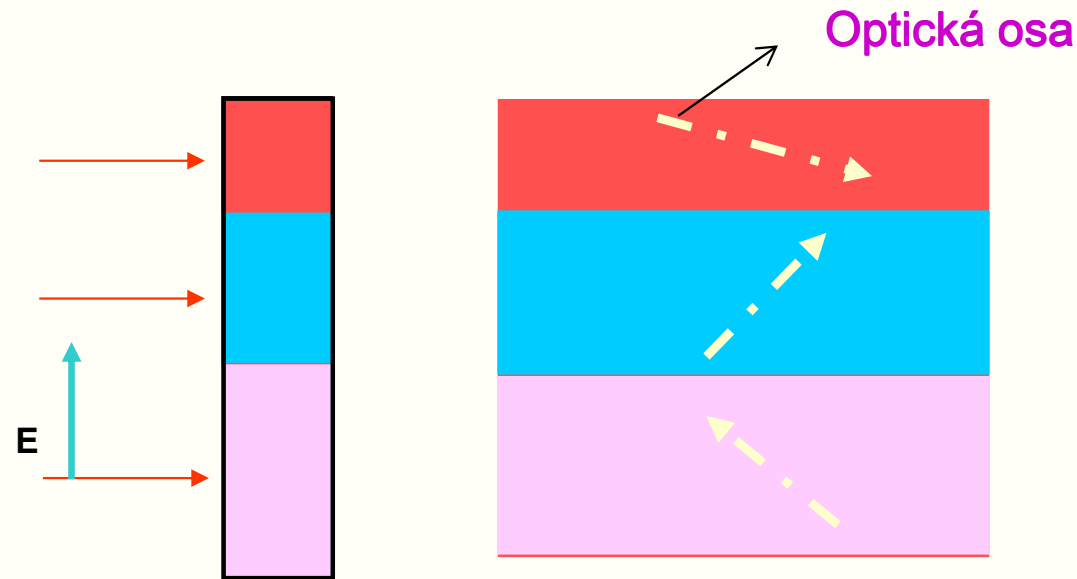
50  $\mu\text{m}$

# Fázový preparát



- 1) **Fázový preparát bez absorpce** (v různých místech preparátu je různý index lomu). Biologické preparáty.
- 2) Rozdíl optických drah je  $\Delta x = d(n - n_1)$ . Tuto strukturu lze zviditelnit různými modifikacemi **interferenčního kontrastu**.

# Dvojlomný preparát

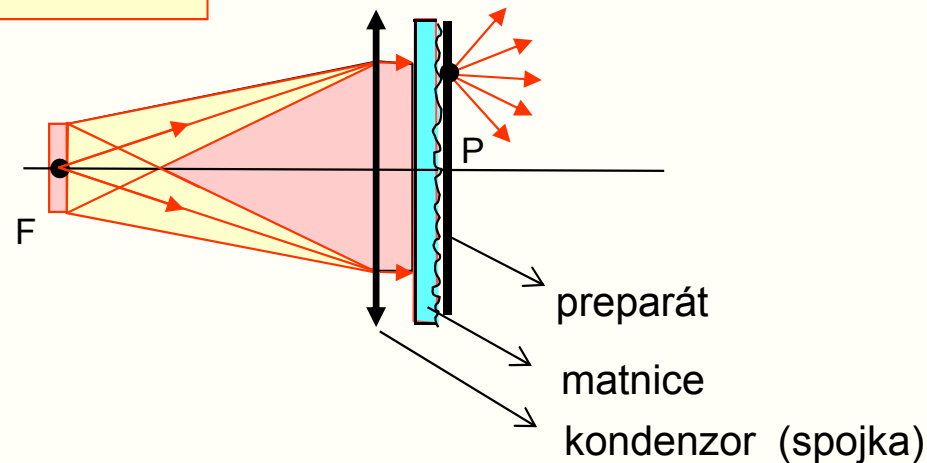


- 1) Optická struktura je tvořena neabsorbujícím **dvojlomným krystalem** s různě orientovanou optickou osou v jednotlivých částech výbrusu. **Mineralogické** preparáty. Dvojlom vykazují rovněž biologické preparáty, jako např. **nervová vlákna**.
- 2) Lineárně polarizované dopadající světlo průchodem přes preparát obecně **změní směr** kmitů vektoru elektrické intenzity **E** prošlého světla. Vznikne světlo **elipticky polarizované**.
- 3) Optická struktura (**kontrast**) se vyjeví v **polarizačním mikroskopu** (projektoru).



# Typy osvětlení preparátu: Nekoherentní osvětlení

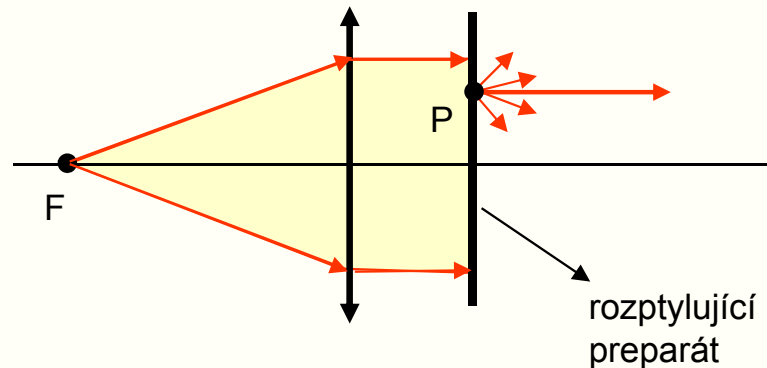
## 1) Nekoherentní osvětlení



- 1) Ideální **nekoherentní osvětlení** vyžaduje, aby každý bod preparátu byl osvětlen silně divergentním svazkem. Teprve matnice zajistí, že z každého bodu  $P$  předmětu se pak šíří paprsky všemi směry.
- 2) Používá se u **absorbujících preparátů** (projektory diapositivů, zvětšovací přístroje filmových negativů, apod.)
- 3) Vignetace obrazu je slabá, **jas obrazu** lze ovládat aperturní clonou objektivu.

# Koherentní osvětlení

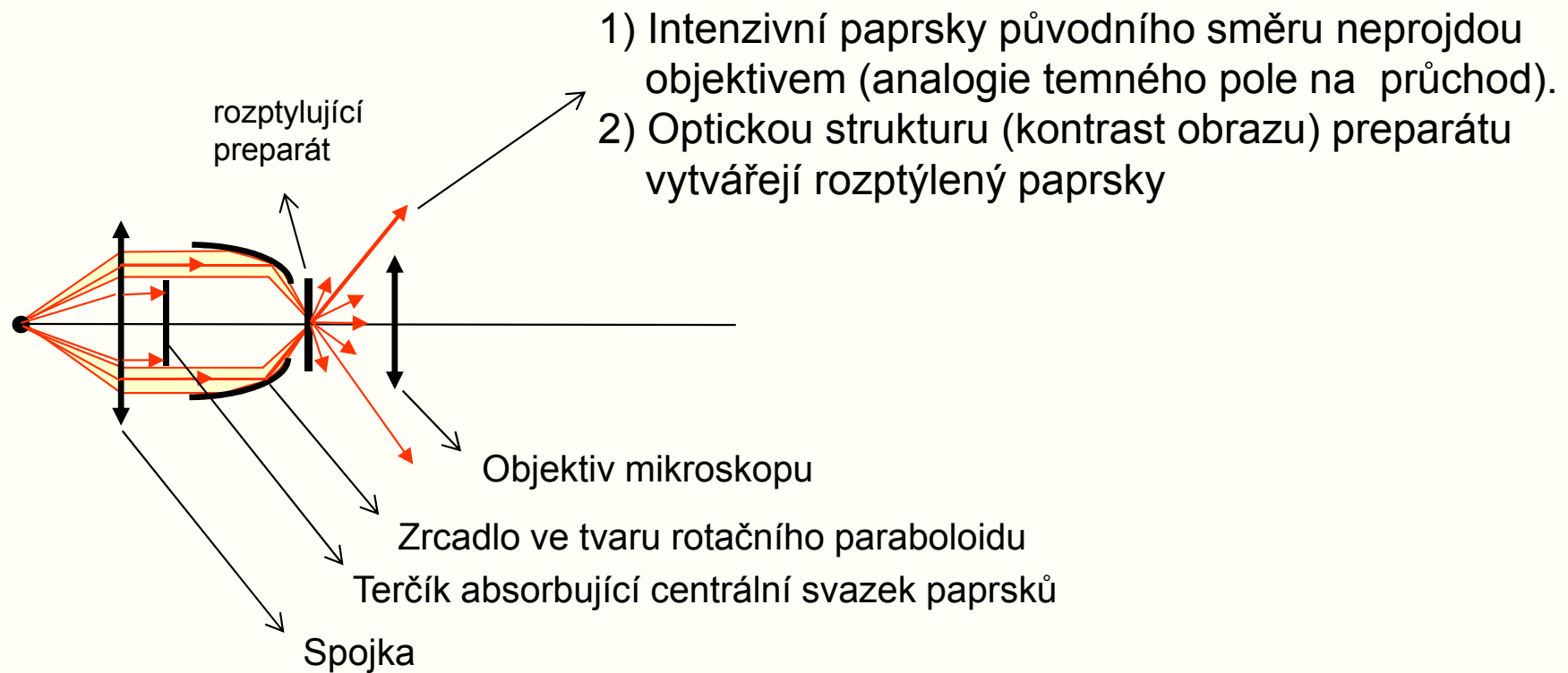
## 2) Koherentní osvětlení (osvětlení rovnoběžným svazkem)



- 1) Z každého bodu preparátu se šíří intenzivní paprsky v původním směru a slabé rozptýlené záření do ostatních směrů.
- 2) Pro vyvolání kontrastu je vhodná metoda **temného pole** na průchod a různé modifikace **interferenčního kontrastu**.
- 3) Jako zdroj světla slouží často **štěrbina**, kterou lze ovládat **prostorovou koherenci** pro interferenční kontrast, ale jen ve směru kolmém na štěrbinu.

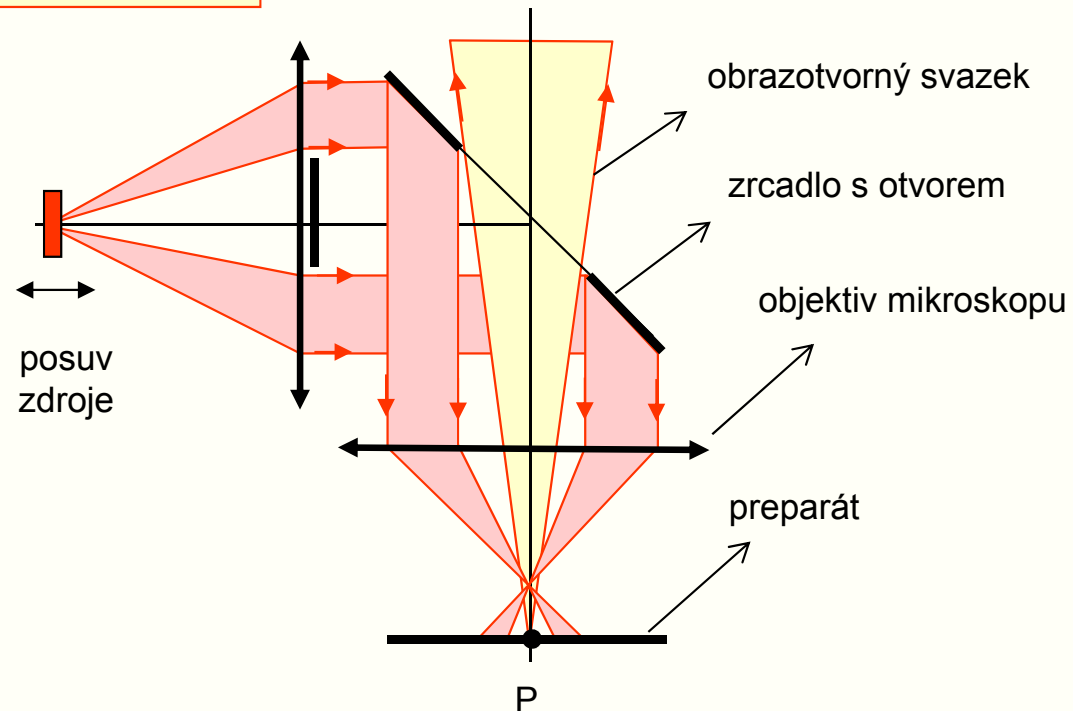
# Rozbíhavé svazky

## Osvětlení silně rozbíhavým svazkem na průchod



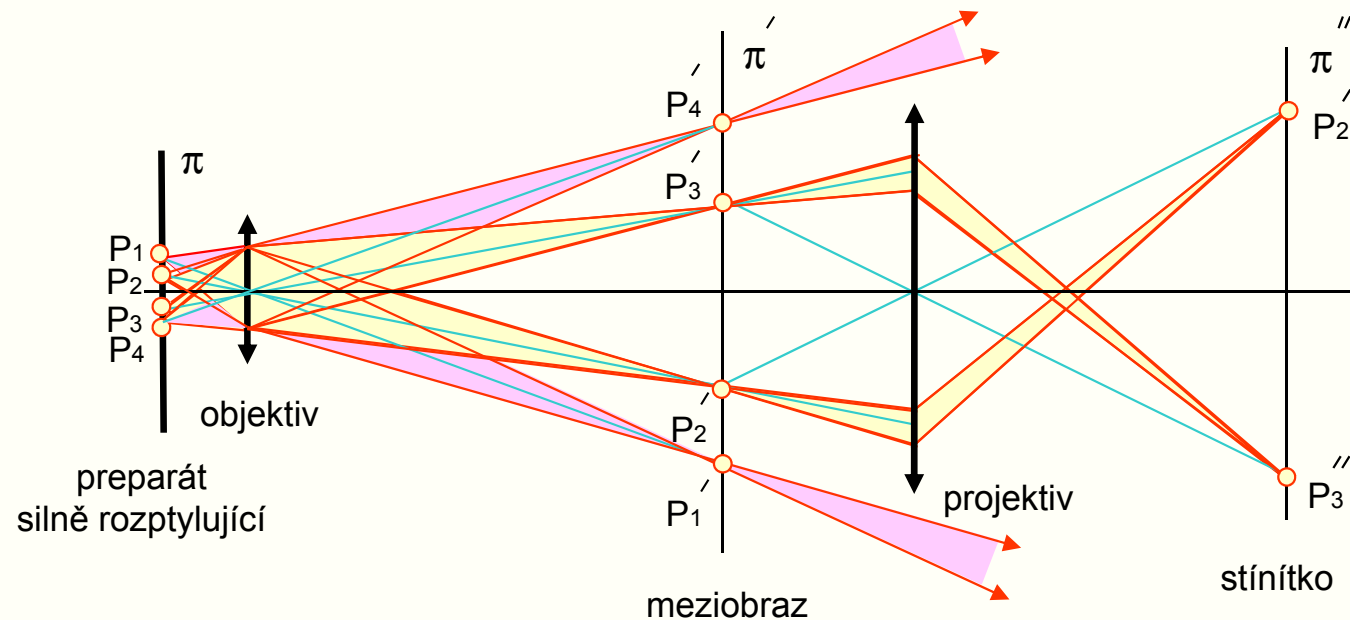
# Duté osvětlovací svazky

## Horní osvětlení preparátu



- 1) Tato modifikace horního světlení využívá k osvětlení okrajových svazků a zrcadla s otvorem (**duuté osvětlovací svazky**).
- 2) Jiné soustavy používají pro horní osvětlení **polopropustná zrcadla**.
- 3) Osvětlení preparátu bývá **částečně koherentní** (závisí na velikosti plošného zdroje a jeho poloze vzhledem k ohnisku kondenzoru).

# Dvoustupňový projektor



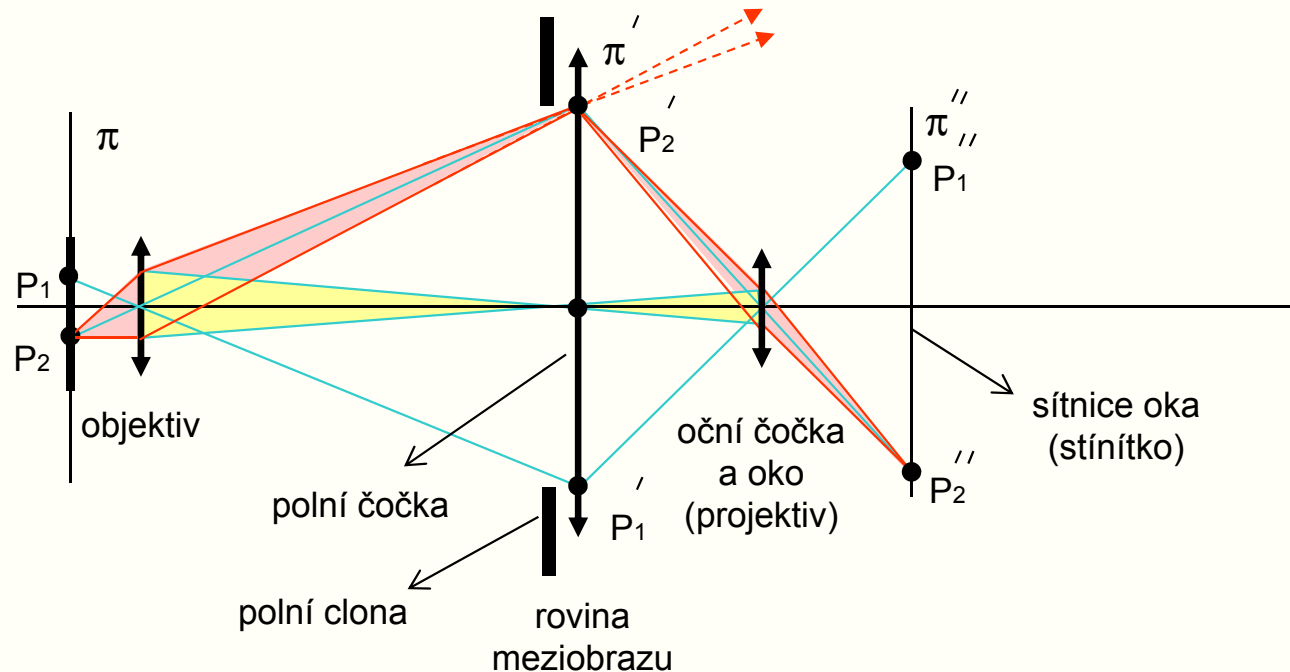
- 1) **Objektiv** vytvoří **meziobraz** preparátu. Na obrázku jsou vyznačeny svazky paprsků zobrazující jednotlivé body  $P_1, P_2, P_3$  a  $P_4$ .
- 2) **Projektiv** zobrazí jen část meziobrazu na stínítko, protože některé paprsky projektivem vůbec neprojdou.
- 3) **Do roviny meziobrazu** se vkládá tzv. polní clona, (omezuje zorné pole obrazu), případně nitkový kříž nebo měřítko (projektiv je zobrazí na stínítko současně s meziobrazem)

# Mikroskop jako projektor

## Mikroskop se podobá dvoustupňovému projektoru

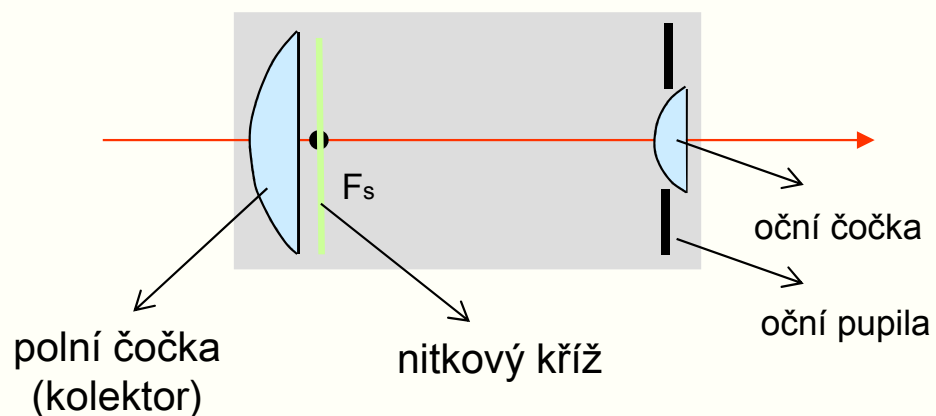
- 1) Mikroskop má okulár a při pozorování obrazu přikládáme oko těsně k okuláru. **Okulár a oko pak představují projektor**, který promítá meziobraz na sítnici.
- 2) Při **ostření mikroskopu** měníme vzdálenost mezi preparátem a objektivem tak, abychom viděli ostrý obraz, bez ohledu na to, zda nosíme brýle nebo ne (mikroskopujeme bez brýlí!).
- 3) Při **fotografování** obrázků z mikroskopu se meziobraz zaostří přímo na film fotoaparátu (pokud lze z fotoaparátu odstranit objektiv, jinak fotoaparát zaostříme na rovinu, v níž vzniká obraz v mikroskopu). Podobně se umísťuje i televizní kamera.
- 4) **Objektivy mikroskopů** jsou tvořeny složitou soustavou čoček, aby bylo dosaženo perfektní korekce optických vad meziobrazu.
- 4) Mikroskopy mají **složitější okuláry**. Jednoduchou čočkou okuláru nemusí projít všechny paprsky, které projdou objektivem (viz uvedené schéma projektoru). Tento problém odstraní tzv. **polní čočka**, která bývá součástí okulárů.

# Mikroskop s polní čočkou



- 1) Ohnisková vzdálenost **polní čočky** se volí tak, aby pupilu objektivu zobrazila do pupily oční čočky okuláru.
- 2) **Okulár** mikroskopu tvoří **polní čočka** (někdy nazývaná **kolektor**) a **oční čočka**.
- 3) Do hlavní roviny polní čočky se umísťuje též:
  - a) **polní clona** (tvoří pupilu polní čočky) a tak omezuje velikost zorného pole
  - b) **nitkový kříž** nebo okulárové měřítko
- 4) **Oční čočkou** nejdříve zaostříme nitkový kříž a pak posuvem preparátu jeho mikroskopický obraz. Velikost pupily oční čočky bývá téměř stejná, jako pupila oka.

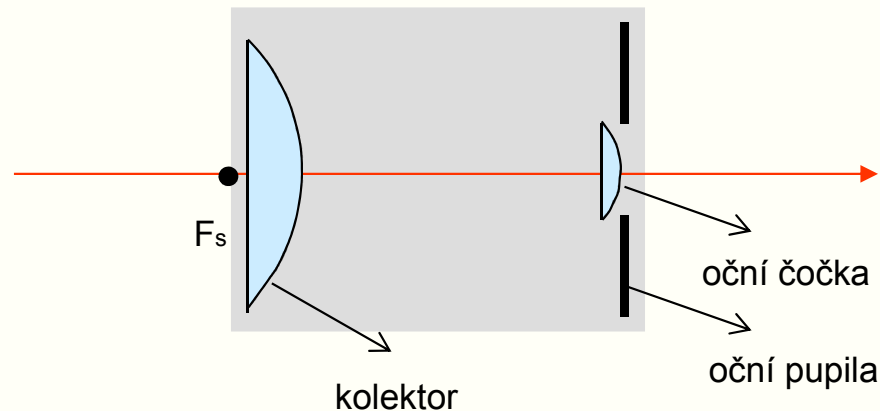
# Huygensův okulár



- 1) Předmětové ohnisko této soustavy  $F_s$  leží **uvnitř okuláru** v těsné blízkosti kolektoru. Tímto bodem prochází tedy rovina meziobrazu.
- 2) **Nitkový kříž** je chráněn před poškozením, protože leží uvnitř okuláru.
- 3) Tento okulár **nelze použít jako lupu**.
- 4) Vzdálenost mezi kolektorem a oční čočkou je polovina součtu jejich ohniskových vzdáleností.



# Ramsdenův okulár



- 1) Poloha předmětového ohniska této soustavy  $F_s$  je před kolektorem. Tímto bodem prochází rovina meziobrazu (**nevhodné pro nitkový kříž**).
- 2) Ohnisková vzdálenost **kolektoru** je rovna  $3/4$  ohniskové vzdálenosti oční čočky. **Oční čočka** leží přibližně v obrazovém ohnisku kolektoru.
- 3) Tento okulár poznáme podle toho, že jej lze použít **jako lupu**.
- 4) Velikost pupily oční čočky bývá přibližně stejná, jako má oko.

# Zvětšení mikroskopu $\Gamma$

- a) Při subjektivním pozorování:  $\Gamma = \text{zvětšení objektivu} \times \text{zvětšení okuláru}$
- b) Při fotografování -  $\Gamma_f =$  podle fotografie známého objektivového měřítka

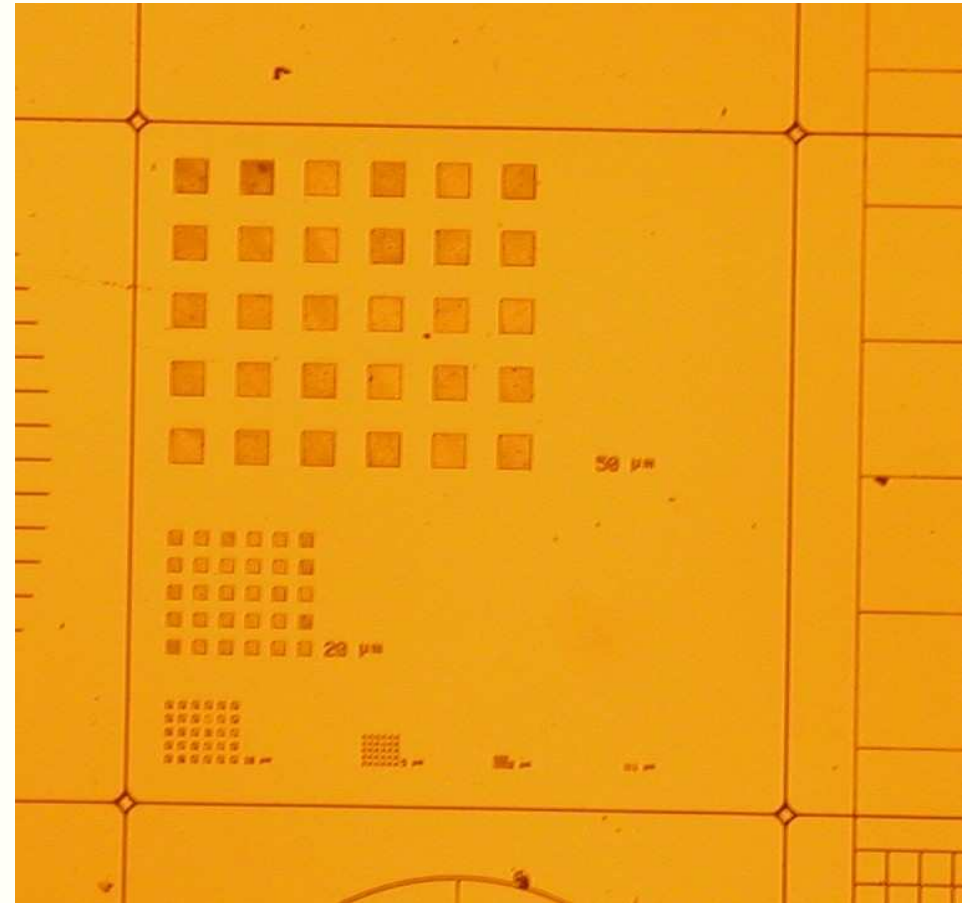
## Užitečné zvětšení

- 1) Lidské oko **rozliší dva body**, když je vidí pod úhlem  $\varphi_m > 1'$ , (tj.  $3 \cdot 10^{-4}$  rad.).  
Při vzdálenosti oka 25 cm tomu odpovídá vzdálenost 0,1 mm (300 čar na palec)
- 2) Při pozorování okem nemá smysl větší zvětšení  $\Gamma$ , než je mezní zvětšení  $\Gamma_m$ .  
Platí  $\Gamma_m = A / \varphi_m$ , kde  $A$  je numerická apertura objektivu.
- 3) Větší zvětšení než  $\Gamma_m$  je neúčinné (**prázdné**).
- 4) Na preparátu je minimální vzdálenost bodů  $x_{\min}$ , které ještě rozlišíme, dána vztahem  $x_{\min} = \lambda / A$ . (Na fotografii je tato vzdálenost  $x'_{\min} = x_{\min} \Gamma_f$ ).
- 5) Film (nebo CCD kamera) by měl mít lepší rozlišovací schopnost, to je menší velikost pixelů než  $x'_{\min}$ .

# Objektivová měřítká (1)

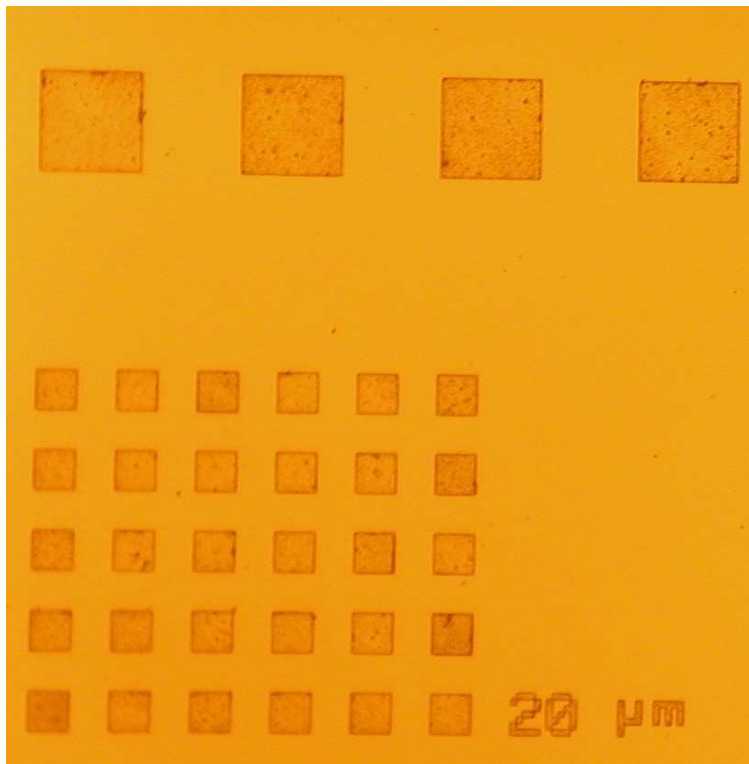


1 mm

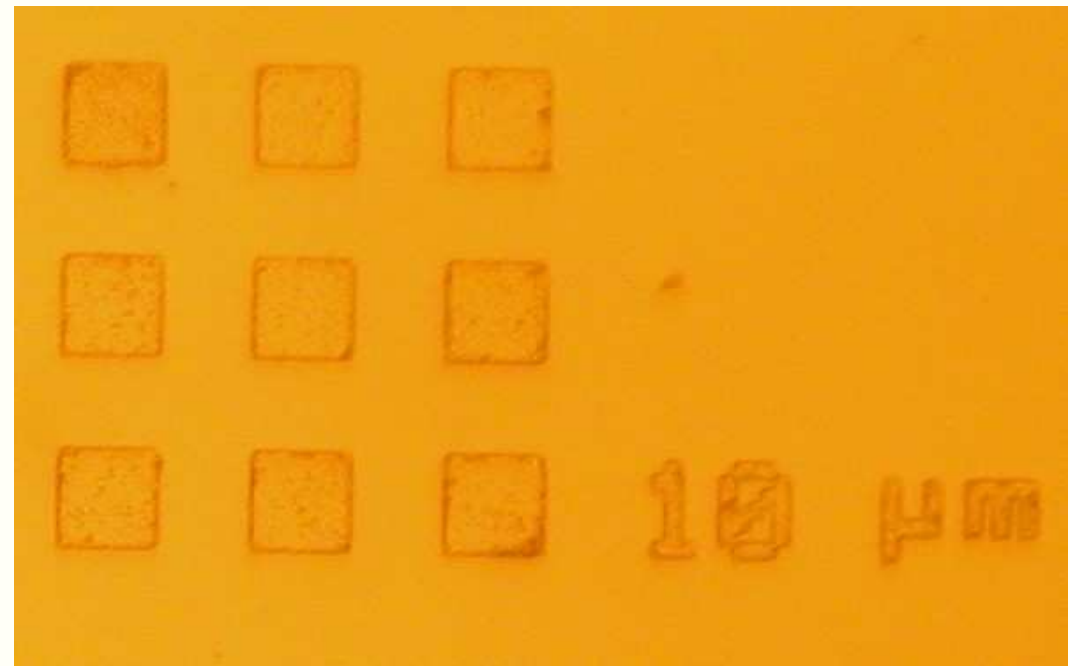


1 mm

# Objektivová měřítká (2)

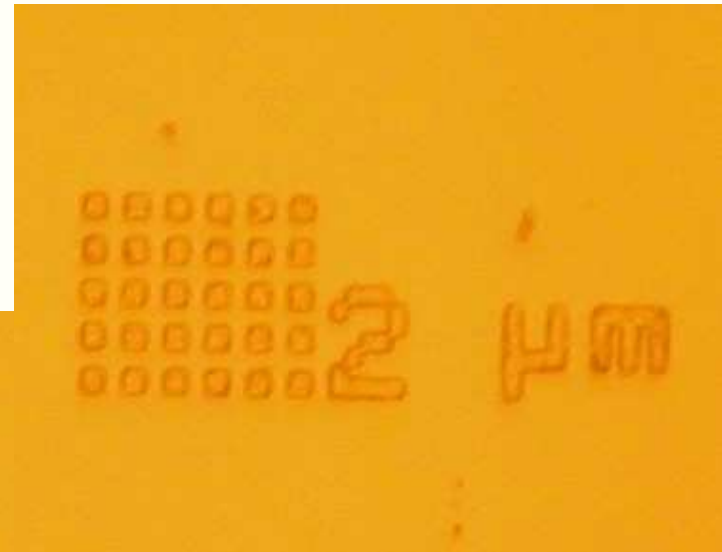
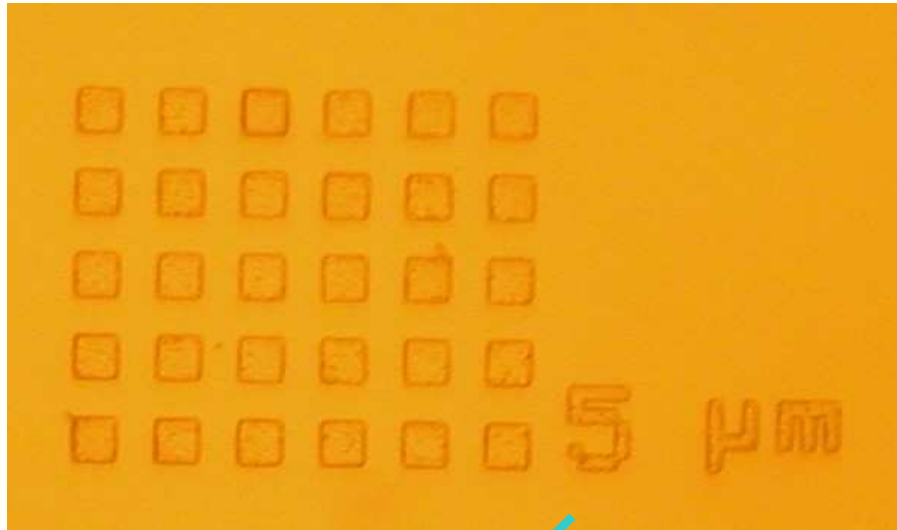


100 μm



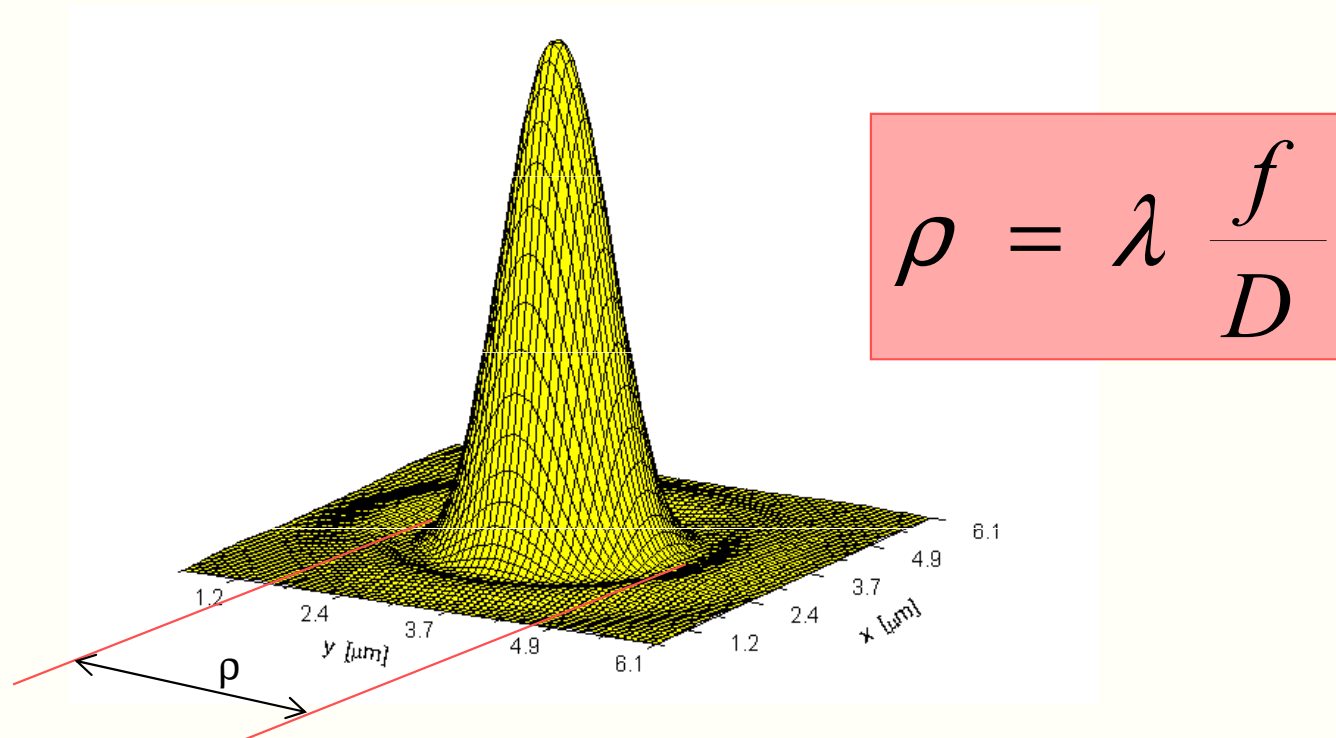
20 μm

# Mez rozlišení mikroskopu



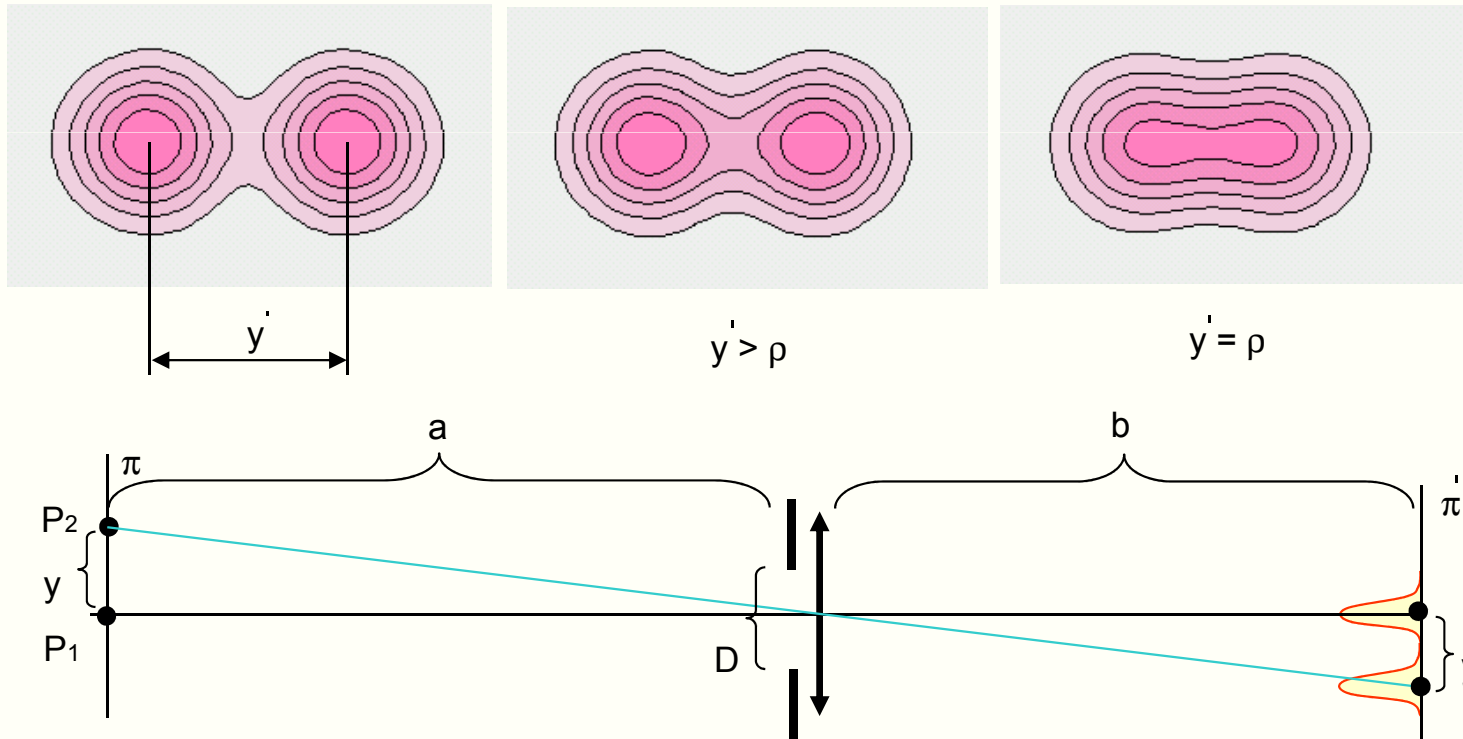
Délka strany  
čtverečku

# Difrakce na pupile



- 1) **Rozlišovací schopnost čoček** je principiálně omezena **difrakčním jevem** na vstupní pupile.
- 2) Rozložení intenzity v ohniskové rovině při **Fraunhoferově difrakce** na kruhové pupile (výpočet pro:  $\lambda=0,0005$  mm, průměr pupily  $D=20$  mm,  $f=50$ mm).
- 3) Při zobrazování čočkou se podobně zobrazí každý bod předmětu v obrazové rovině (při výpočtu  $\rho$  dosadíme pak za  $f$  **obrazovou vzdálenost**).

# Mezní rozlišovací schopnost



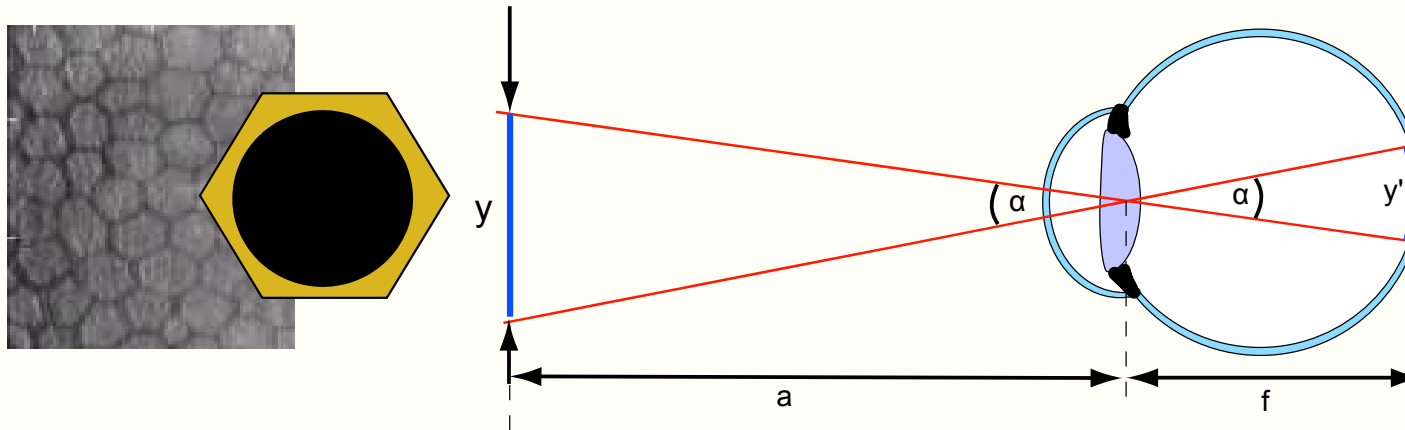
1. Každý bod předmětu se zobrazí v nejlepším případě jako **ploška o průměru  $\rho = \lambda b / D$** .
2. Velikost obrazu  $y' = \Gamma y$ , kde  $\Gamma = b/a$  je příčné **zvětšení obrazu**.
3. V obraze budou body  $P_1$  a  $P_2$  rozlišeny, když  $y' > \rho$ .

# Mez rozlišení lidského oka – proč právě 1'?

Spočítejme velikost difrakčního obrazce na pupile ( $\lambda=550\text{nm}$ ,  $f=17\text{mm}$ ,  $D=2-8\text{mm}$ ):

$$\rho_{max} = \lambda \frac{f}{D} = 555 \cdot \frac{17}{2} \text{ nm} = 5 \mu\text{m}$$

5 $\mu\text{m}$  je rozměr čípku ve žluté skvrně!!!



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{y'}{f} = \frac{y}{a} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{0.005 \text{ mm}}{17 \text{ mm}} = 2,9 \cdot 10^{-4}; \\ \alpha &= 1' \end{aligned}$$

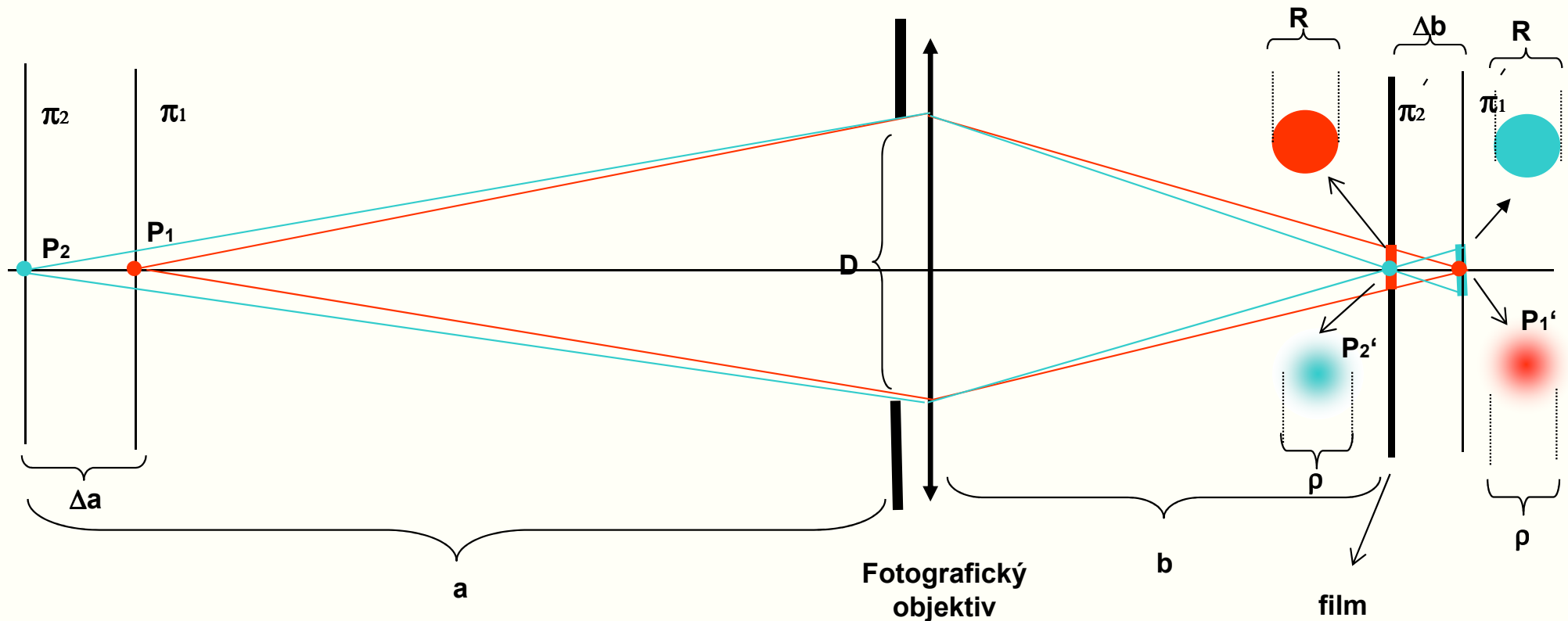
Rozměr čípku je tedy nejvhodnější možný k daným rozměrům oka!!!!

Jaká je vzdálenost dvou čar, které ještě můžeme rozlišit z konvenční zrakové vzdálenosti?

Konvenční zraková vzdálenost je  $a=l=25 \text{ cm}$ , rozlišení 1', výpočtem  $y$  z předchozí rovnice dostaneme  $y=0,07\text{mm}$ . (Tloušťka lidského vlasu je kolem 0,1mm.)

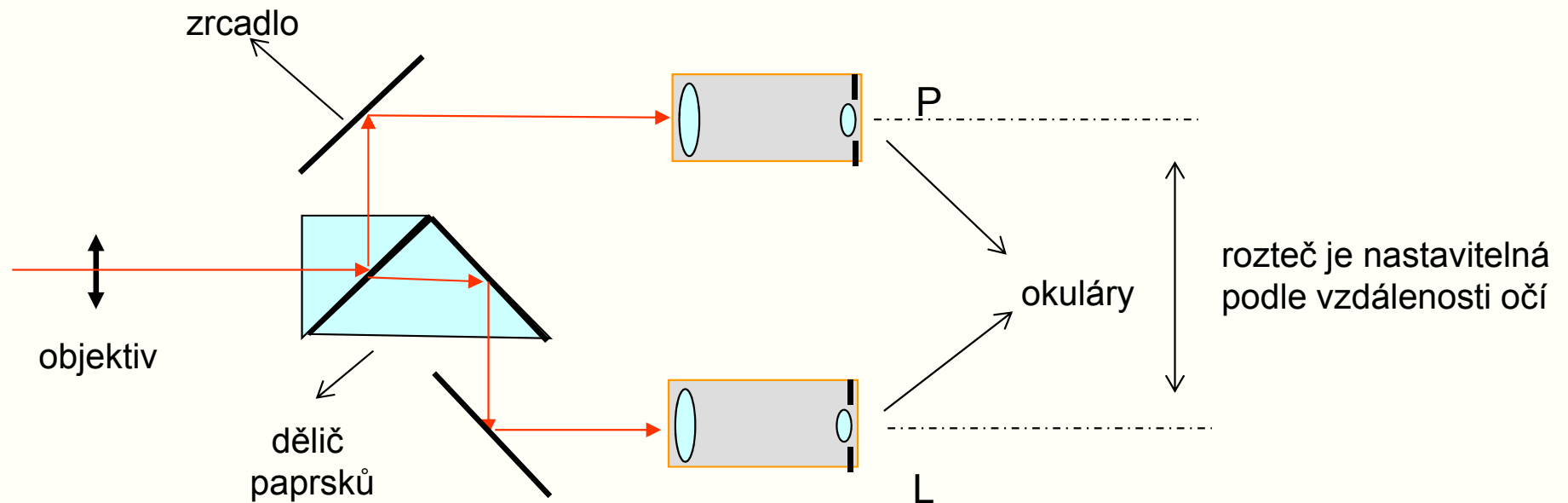


# Hloubka ostrosti obrazu



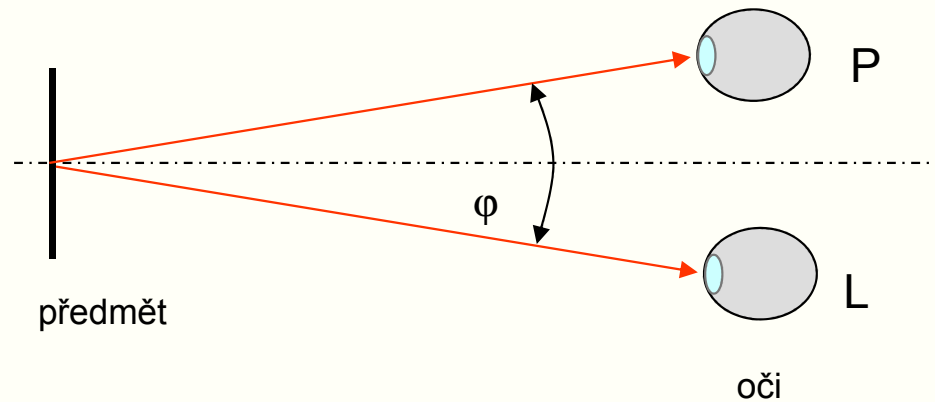
- 1) Mezní rozlišení čočky zobrazí bod předmětu na film jako kroužek o průměru  $\rho$ .  
Rozlišení v rovině filmu je dáno jeho rozlišovací schopností (udává se v počtu  $N$  rozlišených čar na 1 mm).
- 2) Pokud bude obraz bodu  $P_2$  daný kroužkem o průměru  $R$  menší než rozlišovací schopnost filmu, nepoznáme, že tento bod je rozostřený. Této situaci odpovídá hloubka ostrosti v předmětovém prostoru označená zde jako  $\Delta a$ .
- 3) Pro fotoaparáty je vzdálenost  $b$  přibližně rovna  $f$ . Pro hloubku ostrosti pak platí  $\Delta a = (C a R) / f$ , kde  $C = f / D$  je **clonové číslo** objektivu.
- 4) V mikroskopu je hloubka ostrosti nepřímo úměrná **numerické apertuře** objektivu.

# Binokulární mikroskop

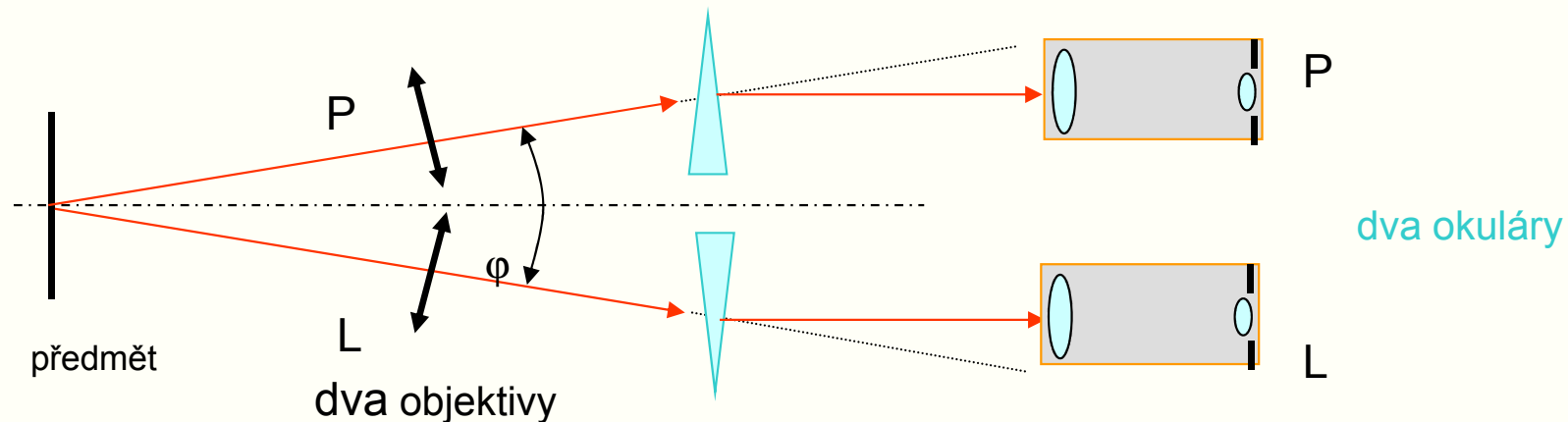


- 1) Binokulární mikroskop **není** stereo mikroskop.
- 2) Každé oko pozoruje svým okulárem meziobraz preparátu. Pozorování oběma očima je méně únavné než jedním okem.
- 3) Současnou **ostrost obou** obrazů je třeba postupně doladit jednotlivými okuláry.

# Stereomikroskop



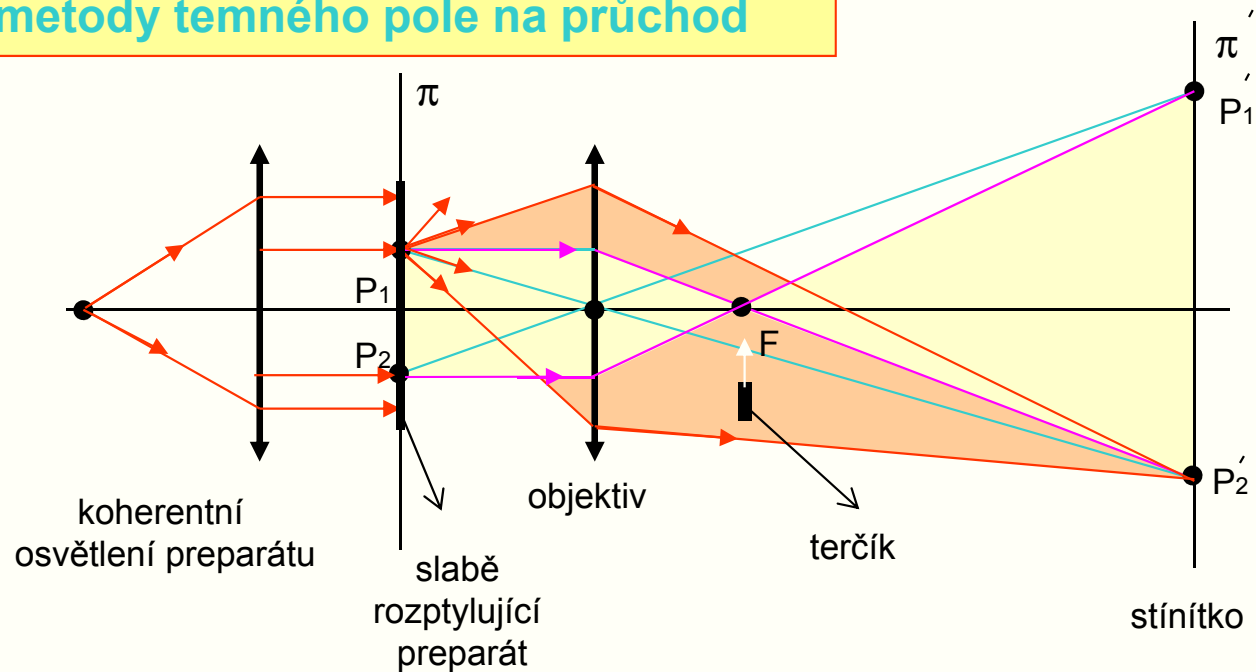
- 1) Každé oko vytváří **v mozku** samostatný obraz předmětu. Ty se trochu od sebe liší.
- 2) Na základě zkušenosti chápeme rozdílnost obrazů prostorově.
- 3) **Význam zkušenosti** vynikne, když si uvědomíme, že prostorově vidíme i jen jedním okem (změna zákrytu předmětů v různých hloubkách).



- 1) Stereomikroskop se skládá ze dvou samostatných mikroskopů, jeden pro levé a druhý pro pravé oko.
- 2) Čím větší je úhel  $\varphi$ , tím výraznější je stereovjem.

# Zobrazení v temném poli

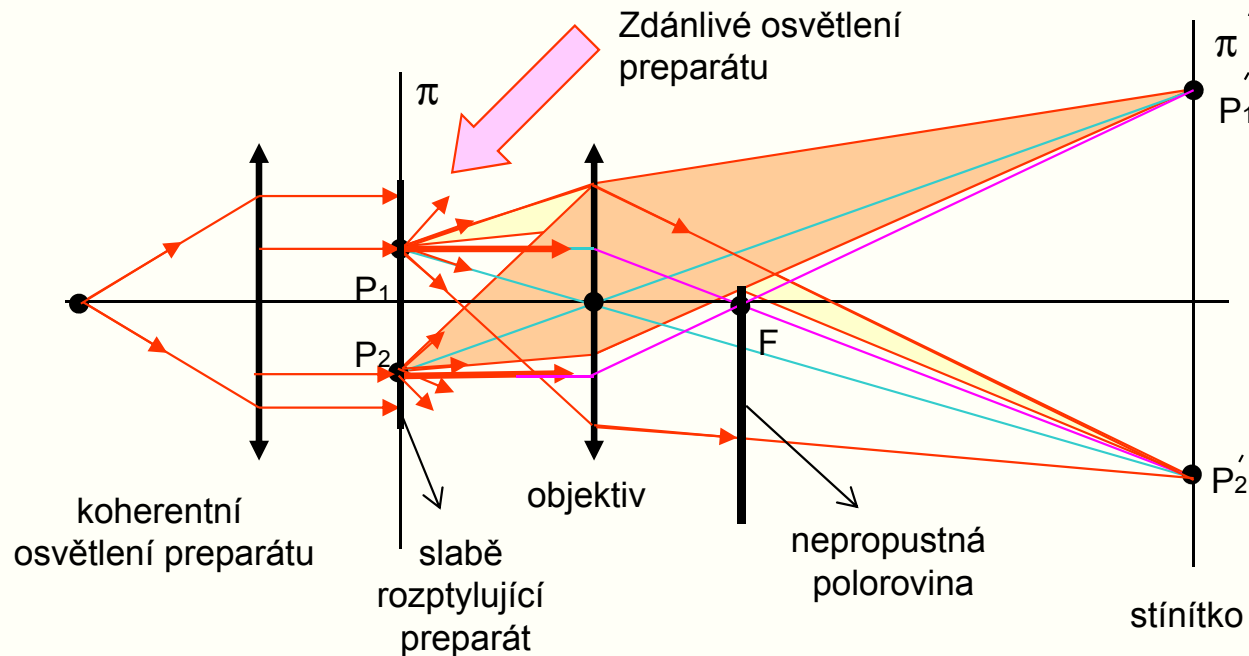
## Princip metody temného pole na průchod



- 1) Když vložíme terčič do ohniska bez preparátu, nebude stínítka osvětleno. Vznikne **temné pole**.
- 2) Když vložíme do předmětové roviny preparát (terčič mimo ohnisko), vznikne jeho **obraz ve světlem poli**, ale s malým kontrastem. Kontrast teď pomáhají vytvářet jen rozptýlené paprsky, jdoucí objektivem.
- 3) Vložením **terčičku do ohniska** vznikne kontrastní obraz preparátu v temném poli. Vytváření jej jen rozptýlené paprsky, které prošly čočkou.
- 4) Když terčič neabsorbuje, ale jen posune fázi o  $1/4$  periody, pak na stínítku vznikne tzv. **fázový kontrast** (interferují rozptýlené paprsky s nerozptýlenými).

# Modifikace temného pole

## Modifikace metody temného pole



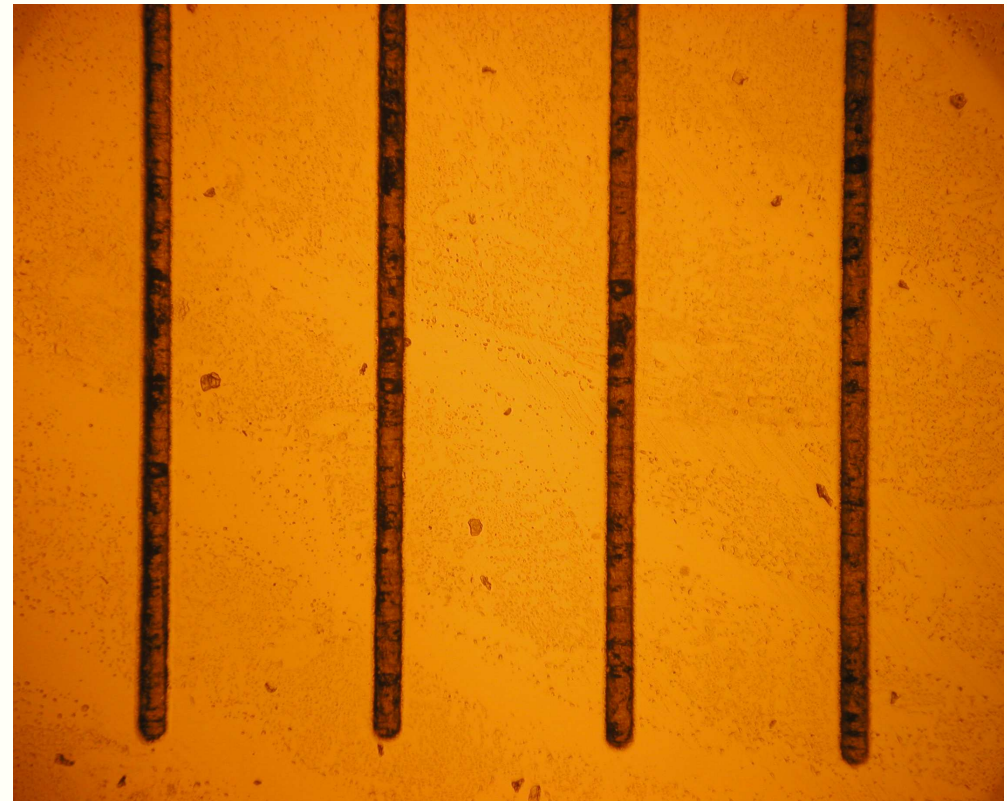
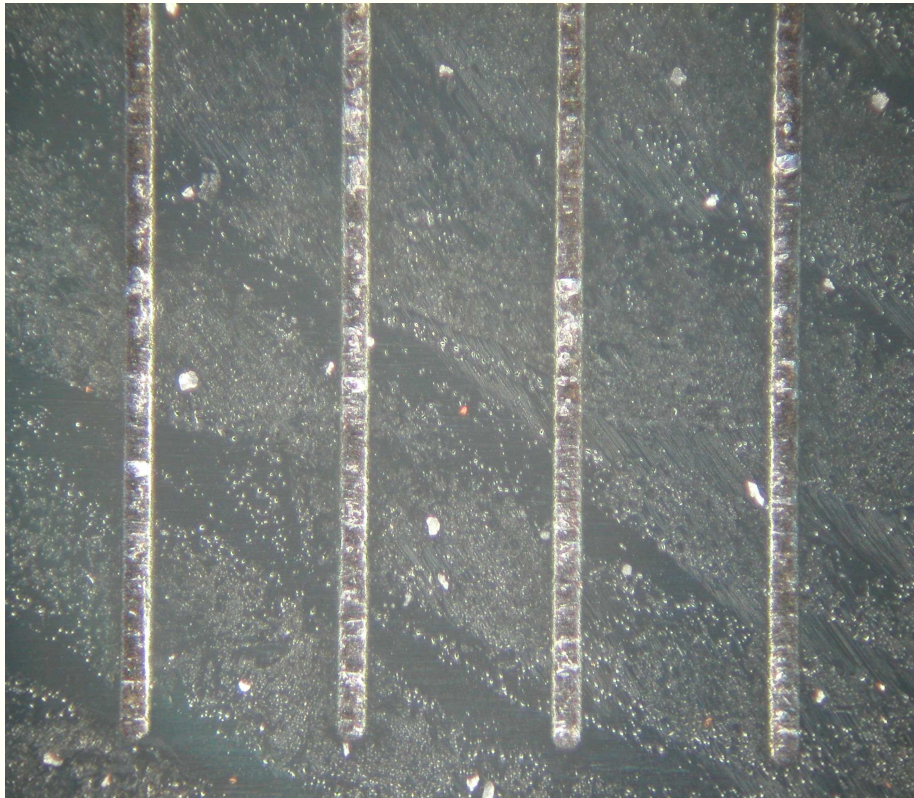
- 1) Nepropustná **polorovina** vložená do ohniska pohltní mimo intenzivní paprsky i polovinu rozptýlených paprsků. Vznikne zvláštní kontrast podobný osvětlení reliéfu předmětu shora.
- 2) Vložením nepropustného **stínítka s otvorem** do ohniskové roviny vyvoláme tzv. **difrakční kontrast** (užívá se i v transmisní elektronové mikroskopii).
- 3) Na podobném principu je založen i tzv. kontaktní epitelový mikroskop při oftalmologickém vyšetření rohovky.

# Příklady mikrofotografie

Temné pole

0.5 mm

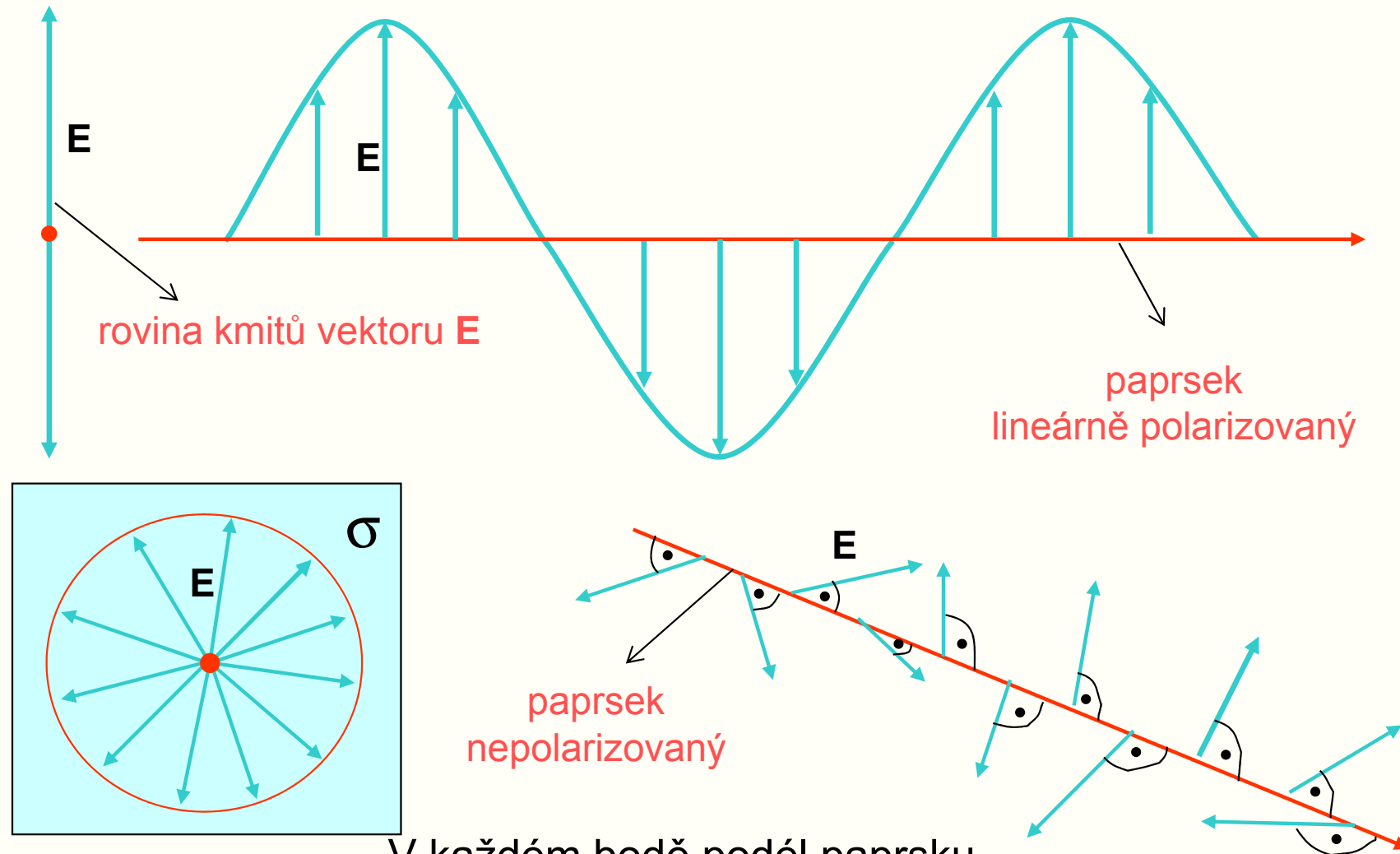
Světlé pole



Chod paprsků při metodě temného pole je podrobně rozebrán v souboru [animace/temnepole.pps](#).

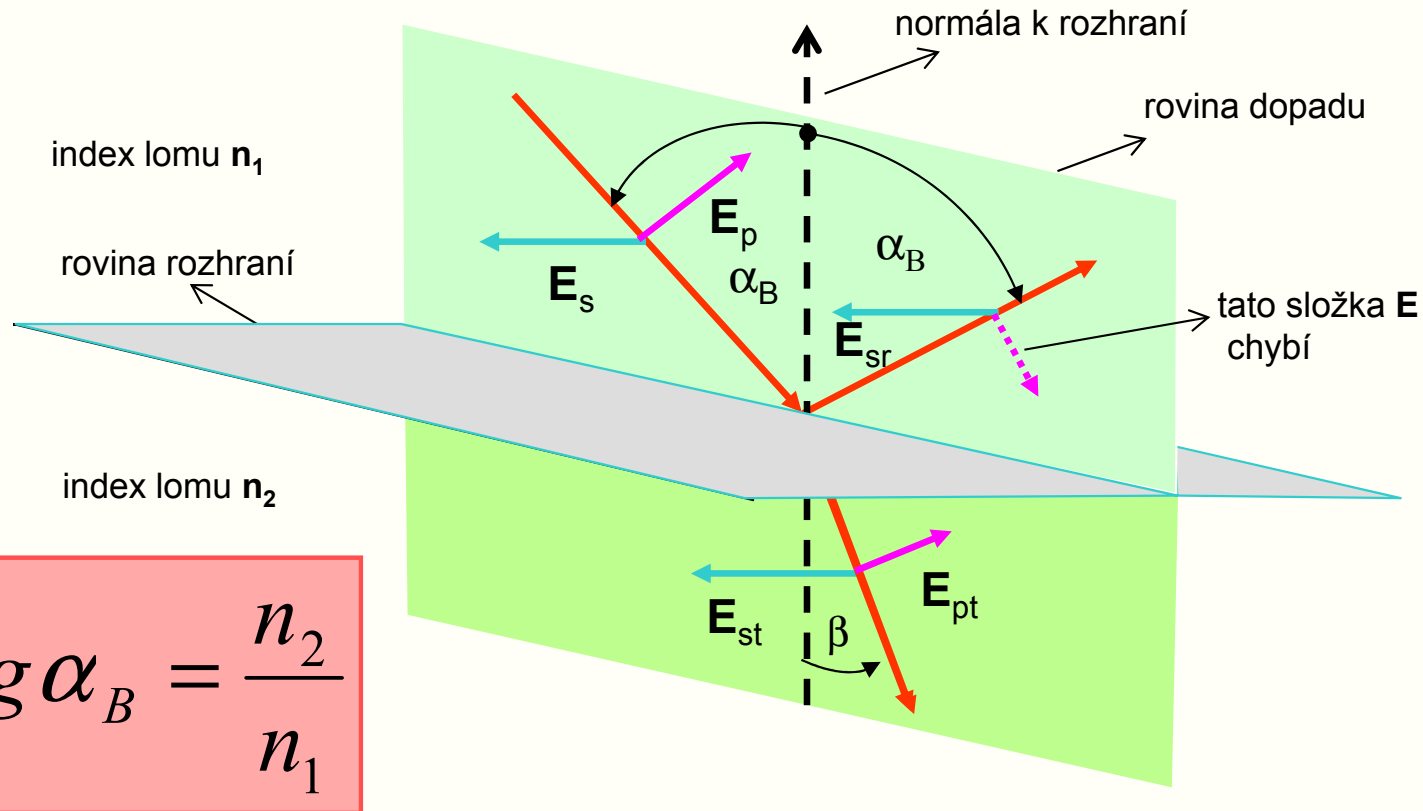
Příklady týkající se mikroskopu, rozlišovací schopnosti atd. jsou v souboru [priklady/Příklady mikro+dalek.pps](#).

# Lineární polarizace



V každém bodě podél paprsku má vektor  $E$  jiný **směr**, stejnou **velikost** a vždy je **kolmý** na paprsek

# Polarizace odrazem



Odrazivosti jednotlivých složek pro úhel dopadu  $\alpha$

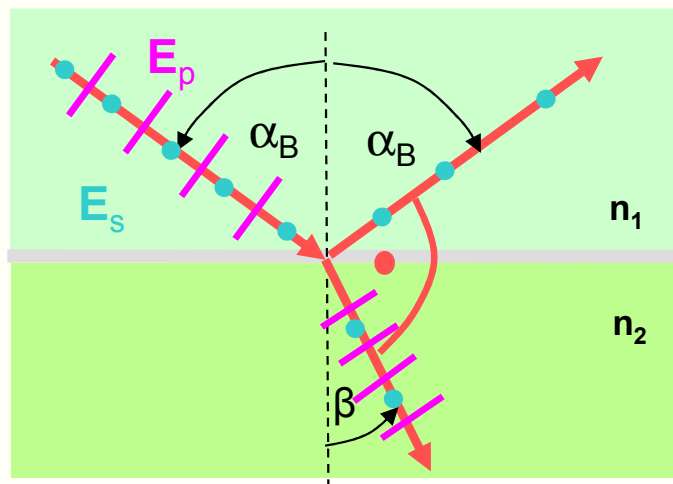
$$R_s = \left( \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$$

$$R_p = \left( \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right)^2$$

- 1) Při **Brewsterově úhlu** dopadu  $\alpha_B$  se odráží jen složka  $\mathbf{E}_{sr}$  ( $\mathbf{E}_{pr} = 0$ ).
- 2) Úhel mezi odraženým a lomeným paprskem je **90 stupňů**.
- 3) **Lineární polarizace** odrazem nastává jen pro rozhraní dvou dielektrik.
- 4) Na rozhraní **vakuum - kov** nebo povrchu s tenkými vrstvami vzniká odrazem **eliptická polarizace** (důsledek komplexního indexu lomu kovů).



# Odvození vztahu pro polarizaci odrazem



Odrazivosti jednotlivých složek pro úhel dopadu  $\alpha$

$$R_s = \left( \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$$

$$R_p = \left( \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right)^2$$

Kdy je alespoň jedna z těchto odrazivostí rovna nule?

$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin \beta$$

$$\alpha_B + \beta = \frac{\pi}{2}$$

---


$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_B\right)$$

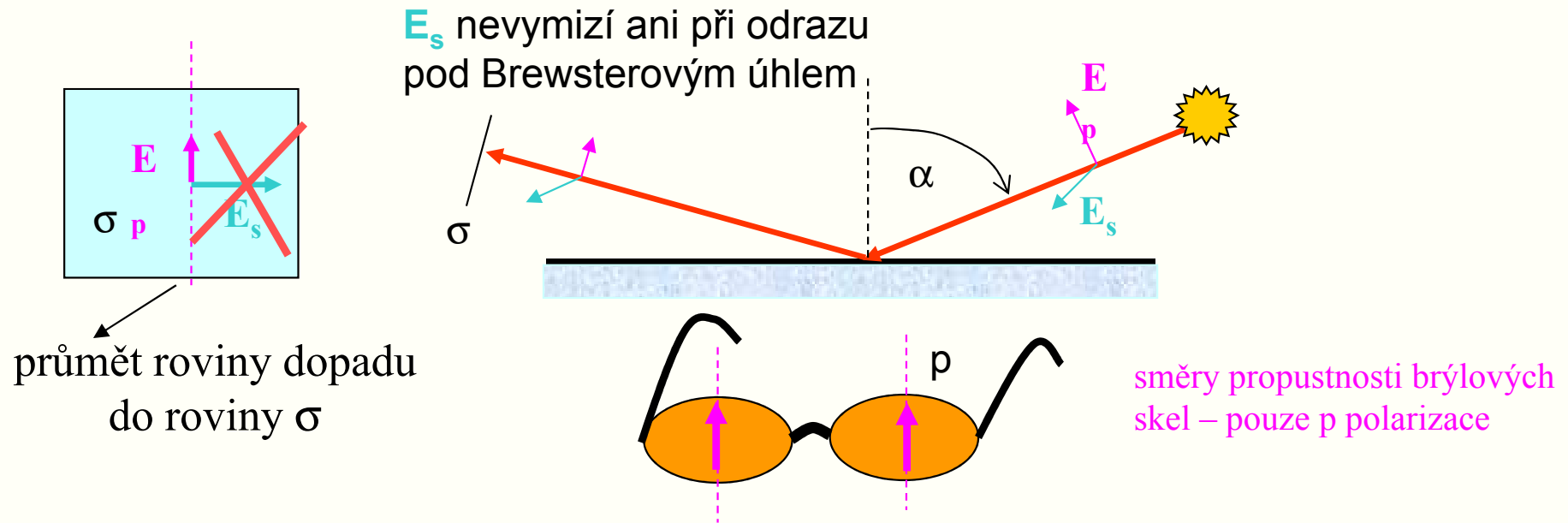
$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \cos \alpha_B$$



$$\text{tg } \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

$R_s=0$ , pokud  $\sin(\alpha-\beta)=0$ , čili  $\alpha=\beta$ , ale pak tam není rozhraní, takže jinak:  $R_p=0$ , pokud  $\text{tg}(\alpha+\beta) \rightarrow \infty$ , čili  $\alpha+\beta=\pi/2$ . Odražený a lomený paprsek jsou tedy při Brewsterově úhlu na sebe kolmé.

# Polarizační brýle



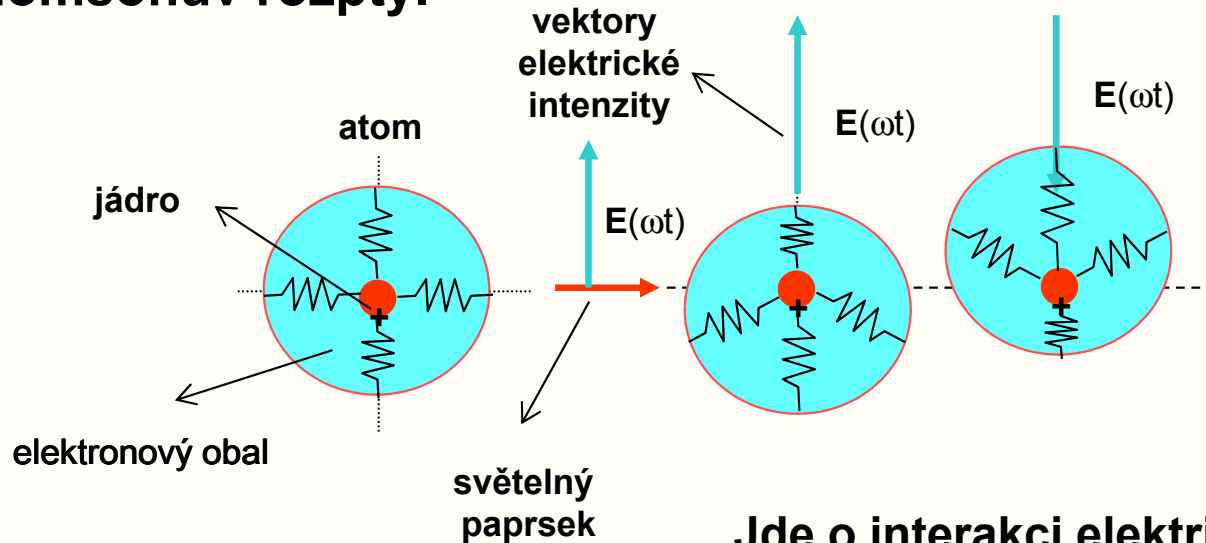
**Polarizační brýle by měly snížit intenzitu odražených slunečních paprsků od povrchu vody nebo sněhu nebo jiných přibližně vodorovných povrchů.**

Kdy je světlo odražené od hladiny Brněnské přehrady lineárně polarizované?

Index lomu vody je  $4/3$ , vzduchu  $1$ , tedy  $\text{tg}\alpha=4/3$ ,  $\alpha=53^\circ 7' 49''$ . Slunce je tedy ve výšce  $36^\circ 52' 11''$  nad obzorem. Podle astronomických tabulek dojde k jevu nejdříve 10.3. v poledne, nejpozději 4.10. v poledne, v tomto období se denní hodina mění, například 30.6. jev nastane krátce před 8.00 a před 16,00.

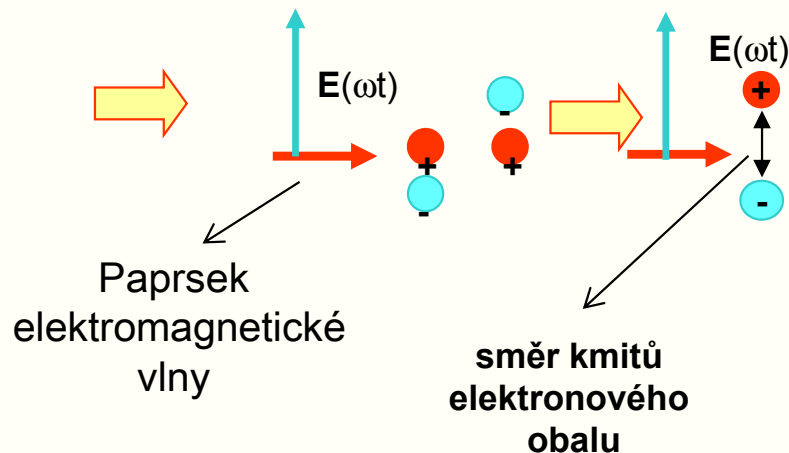
# Interakce světla s atomem

## Thomsonův rozptyl



Jádro zůstává na místě, pohybuje se významně jen elektronový obal (jádro má hmotnost 1000 x větší než elektronový obal).

## zjednodušeně



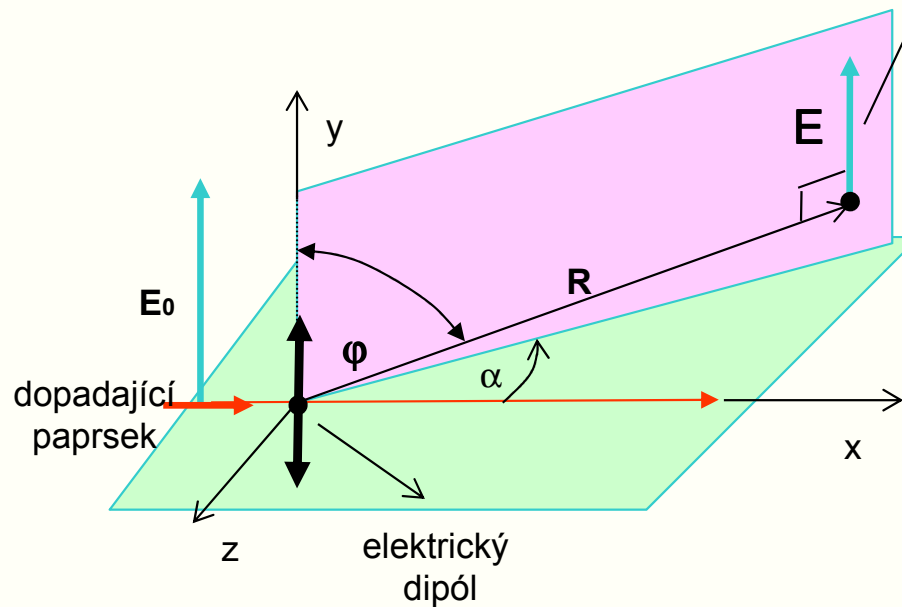
## Jde o interakci elektrické vlny s elektrony

Vznikne kmitající elektrický dipól, který generuje dipólové vlny podobně jako dipól televizního vysílače.

Toto je **základní princip** interakce EM vln s atomy. Tak vzniká difrakce rtg. záření na krystalech, lomená a odražená vlna v optickém prostředí a v nehomogenním prostředí ještě **rozptyl světla (Rayleighův rozptyl)**.

# Dipólová světelná vlna

Frekvence dipólové vlny je **stejná** jako vlny budící



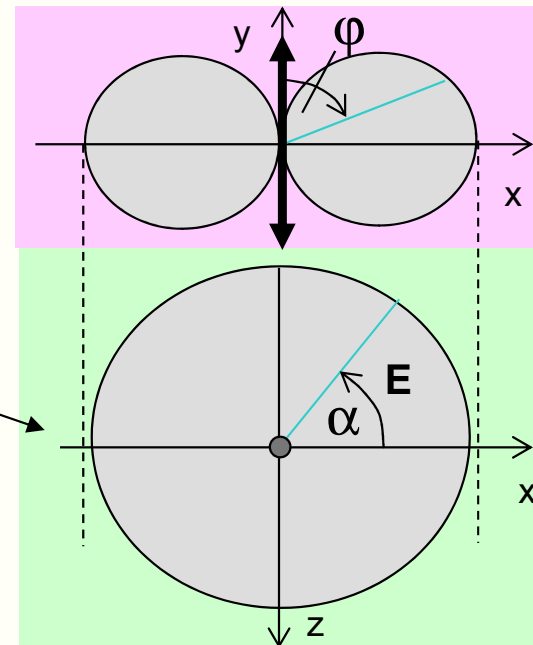
Velikost vektoru amplitudy dipólové vlny **E** je dána vztahem

$$E(\varphi) = \frac{E_0 \sin \varphi}{R}$$

Amplituda závisí na  $\varphi$

Jeho směr E je určen směrem kmitů dipólu

## Vyzařovací diagram dipólu

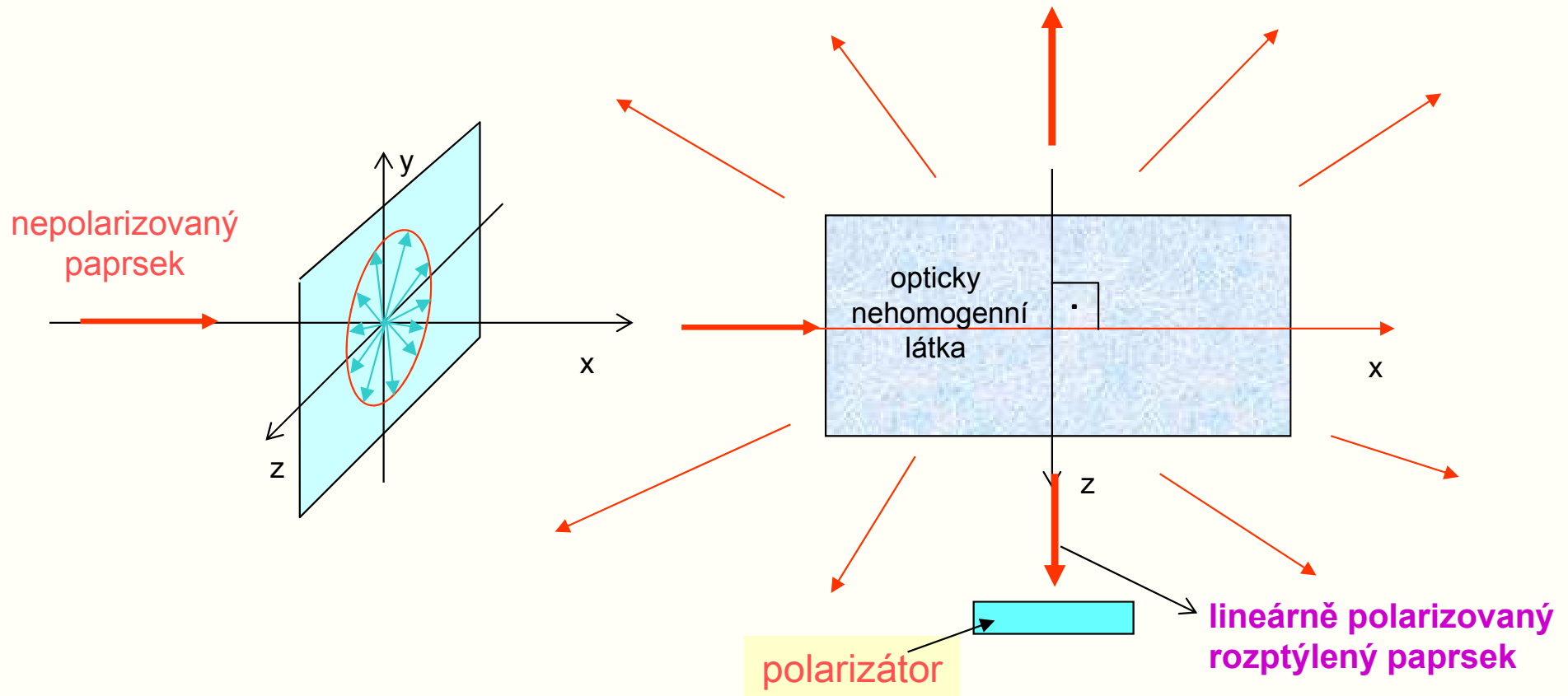


Vyzařovací diagram je geometrické místo koncových bodů amplitudy E pro všechny možné úhly  $\alpha$  a  $\varphi$ .

pohled ve směru kmitů dipólu

Amplituda dipólové vlny **nezávisí** na úhlu  $\alpha$

# Polarizace rozptýleného světla



- 1) Výrazný rozptyl světla (**Rayleighův rozptyl**) se pozoruje v opticky **nehomogenním prostředí**, kde **rozměr  $\Lambda$**  nehomogenit indexu lomu je menší než vlnová délka světla (kouř, kalná voda, makromolekuly plexiskla, aj.).
- 2) Rozptýlené paprsky (dipólové vlny) se šíří všemi směry. Ve směrech **kolmo** na primární paprsek jsou však lineárně polarizované, (vektory **E** leží v **rovině kolmé na budící svazek**).
- 3) **Fluorescenční záření** buzené v látce, **na rozdíl od rozptylu**, není v žádné směru lineárně polarizované (ve všech směrech je nepolarizované).

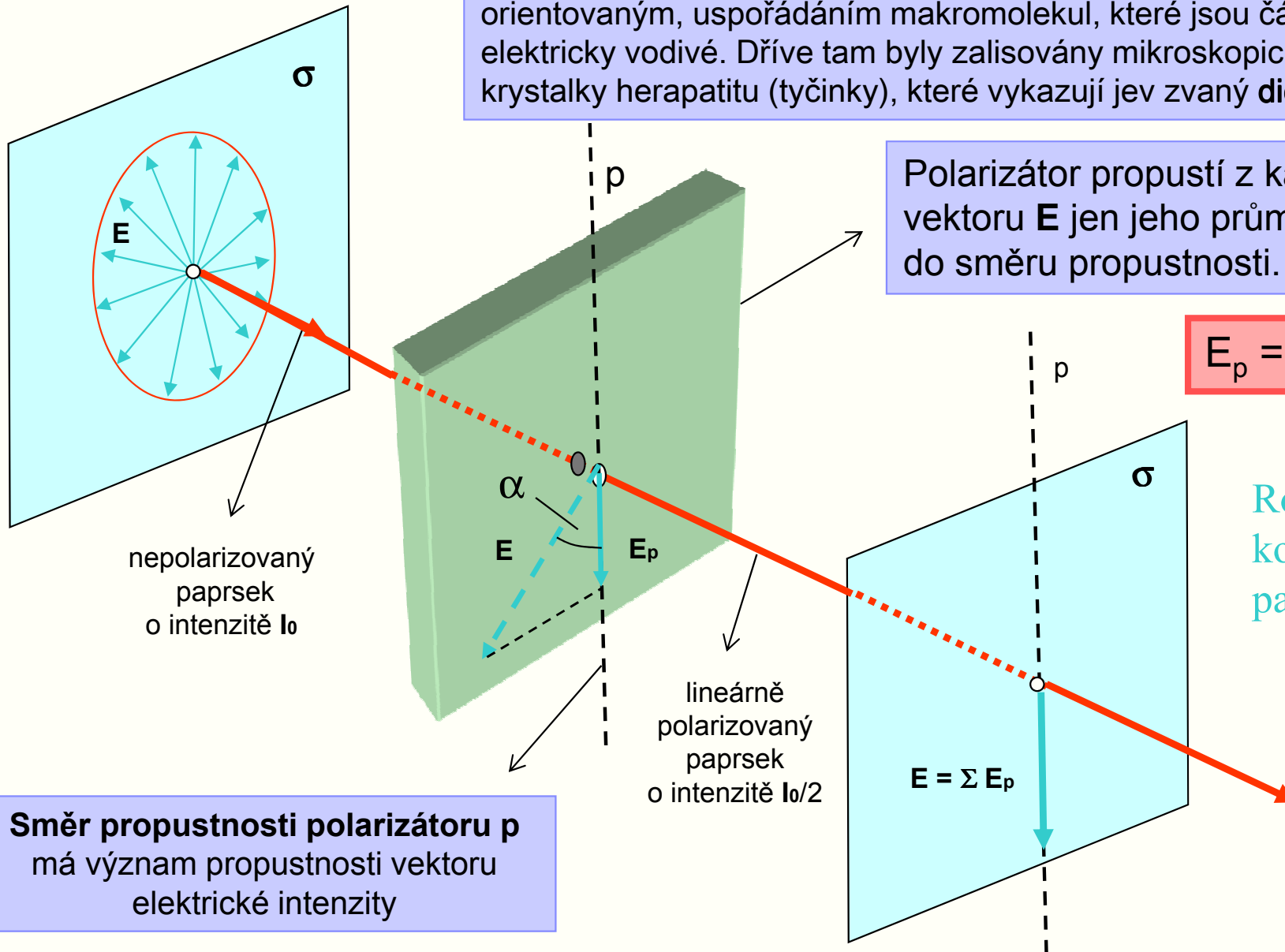
# Polarizátor

Polarizátor je obvykle umělohmotná fólie, která se vyznačuje orientovaným, uspořádáním makromolekul, které jsou částečně elektricky vodivé. Dříve tam byly zalisovány mikroskopické krystalky herapatitu (tyčinky), které vykazují jev zvaný **dichroizmus**.

Polarizátor propustí z každého vektoru  $\mathbf{E}$  jen jeho průmět do  $\mathbf{E}_p$  do směru propustnosti.

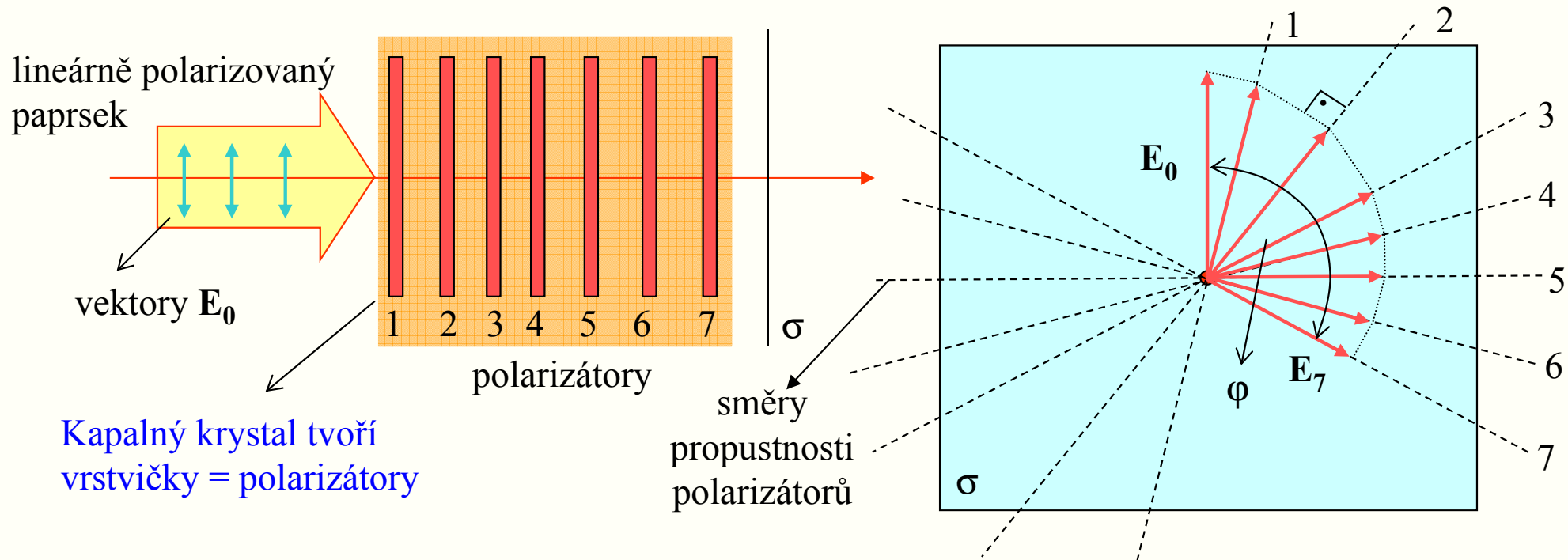
$$E_p = E \cos \alpha$$

Roviny  $\sigma$  jsou kolmé na paprsek



Směr propustnosti polarizátoru  $p$  má význam propustnosti vektoru elektrické intenzity

# Stáčení polarizační roviny



Do série 7 polarizátorů s vyznačenými směry propustnosti vstupuje lineárně polarizované světlo s amplitudou  $E_0$ . Každý polarizátor propustí jen **průmět amplitudy do svého směru**. Polarizační rovina se průchodem světla **stočila o úhel  $\varphi$**  a paprsek je neustále lineárně polarizovaný.

$$E_1 = E_0 \cos \alpha_1$$

$$E_2 = E_1 \cos \alpha_2 = E_0 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$$

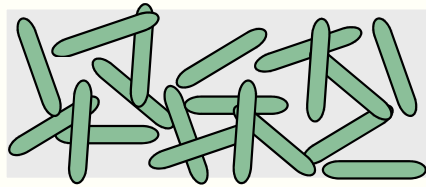
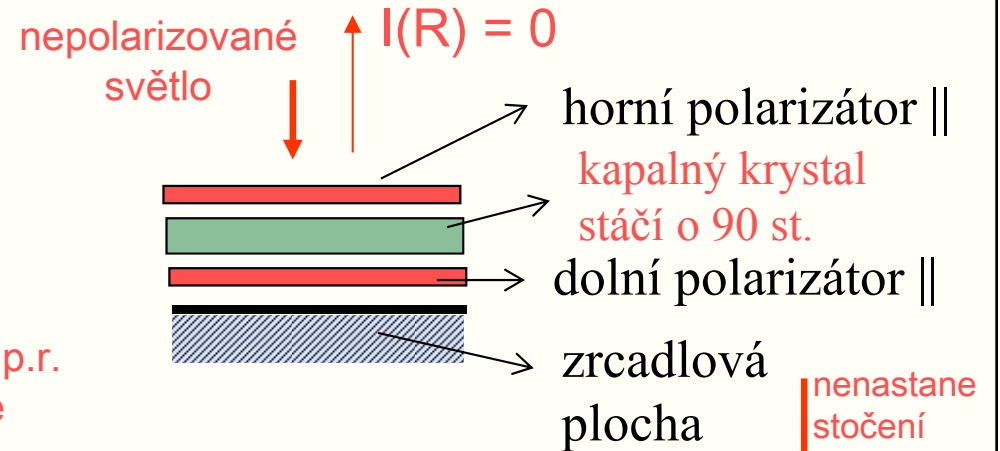
$$\varphi = \sum \alpha_i$$

Displeje (mobilní telefony) pracují na principu kapalných krystalů.

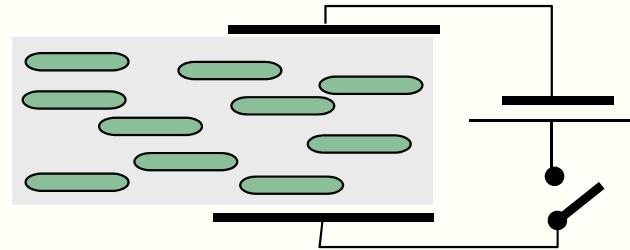
Co **vrstvička kapalného krystalu**, to **polarizátor** s trochu pootočeným směrem. Celkové otočení polarizační roviny závisí na počtu vrstviček, to je na tloušťce kapalného krystalu.

# Pasivní displeje mobilů

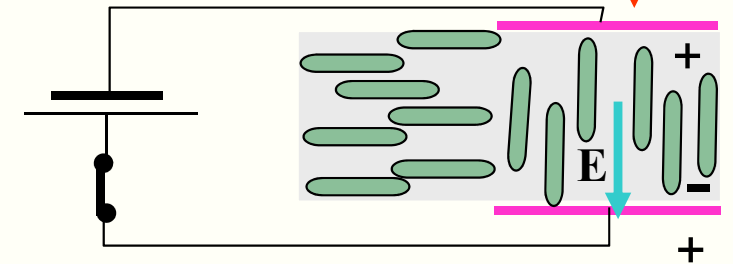
Existují některé látky, nazývají se **kapalné krystaly**, jejichž molekuly mají tvar **tyčinek** a za pokojové teploty jsou už částečně uspořádané do jakýchsi **vrstviček**. V každé vrstvičce jsou ale trochu pootočený.



Neuspořádané molekuly obvyčejné kapaliny



Částečné uspořádání **molekul kapalného krystalu** do vrstev. Elektrody jsou průhledné.

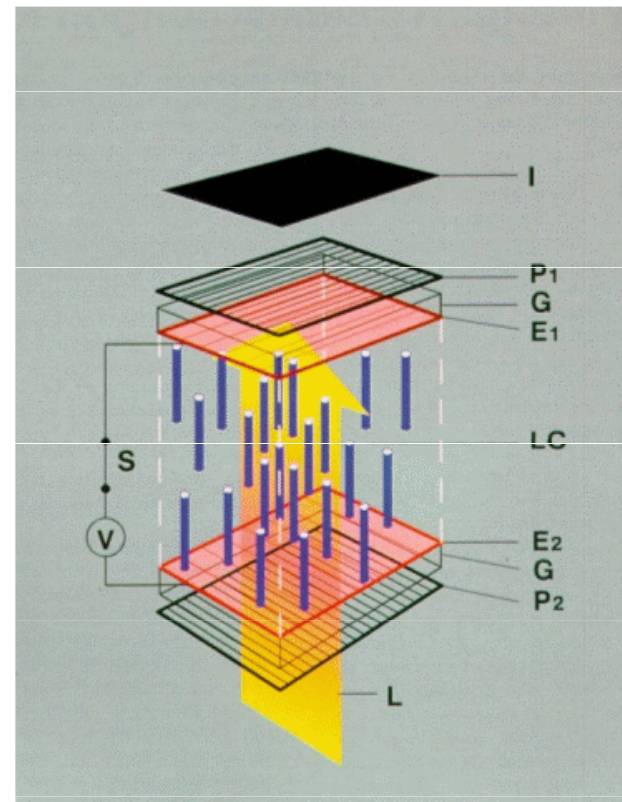
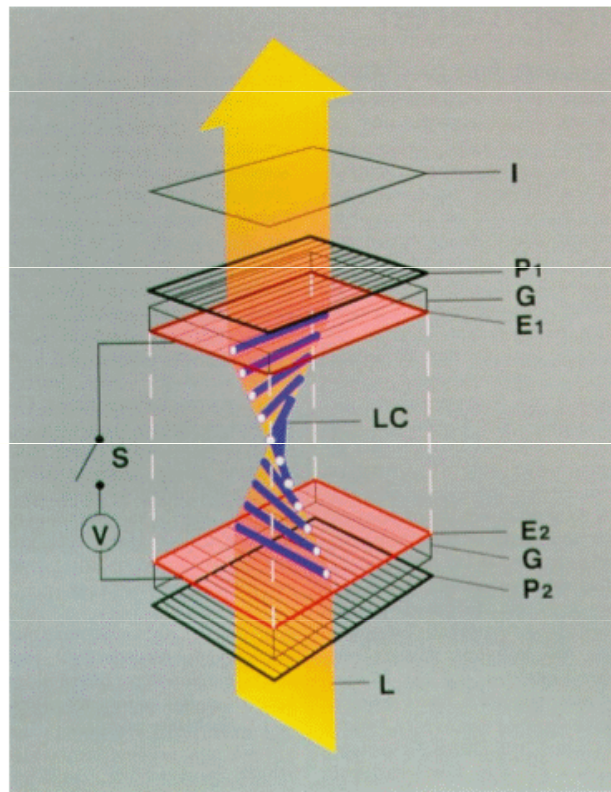


Při zapnutí klíče se mezi elektrodami vytvoří **elektrické pole**. Tím se molekuly natočí do jeho směru a vrstevnatá struktura kapalného krystalu zanikne.

Každá vrstvička funguje jako velice tenký **polarizátor**. Mnoho vrstviček molekul způsobí **stáčení polarizační roviny** procházejícího světla.

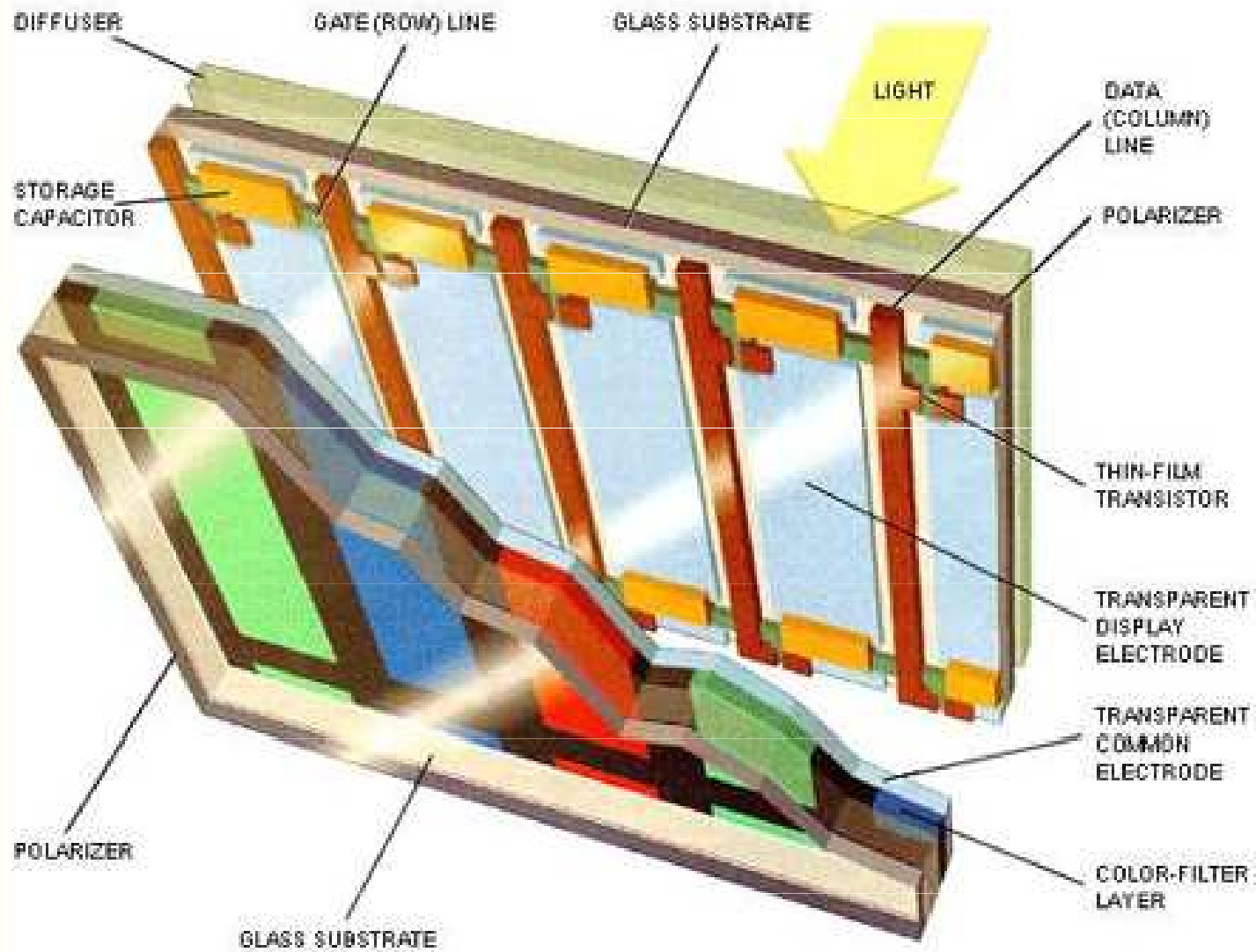


# Polarizační (LCD) display



Digitální hodinky, kalkulačky, mobilní telefony, měřící přístroje,....., monitory, TV

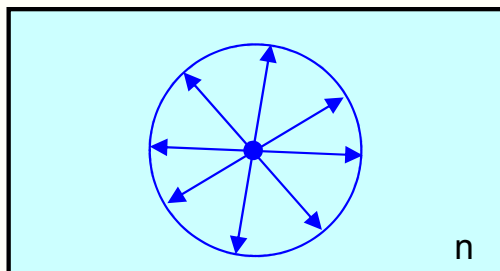
# Řez LCD



# Optické prostředí

## Izotropní látky

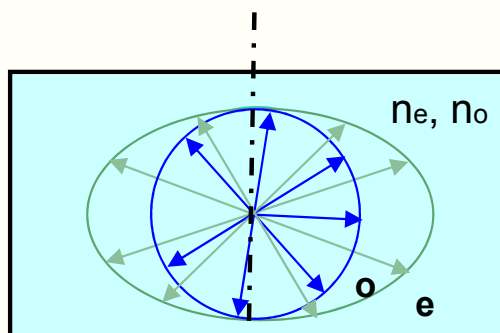
plyny, kapaliny, amorfní látky



**Plocha indexů lomu:**

**Délka šipek je úměrná velikosti indexu lomu v daném směru šíření světla. Koncové body leží na kouli.**

## Anizotropní látky - dvojlomné (některé krystaly)



optická osa

Dvojlomná látka je charakterizována dvěma indexy lomu  $n_o$  a  $n_e$  a dále **optickou osou**

**Plocha indexů lomu:**

Koncové body  $n_o$  leží na kouli, zatím co  $n_e$  leží na **rotačním elipsoidu**.

Indexy lomu pro  $\lambda 0,63 \mu\text{m}$ :

	$n_o$	$n_e$	$n_o - n_e$	
TiO <sub>2</sub>	2,583	2,865	-0,282	hexagon.
CaCO <sub>3</sub>	1,656	1,485	+0,171	rhomb.
SiO <sub>2</sub>	1,543	1,552	-0,009	hexagon.

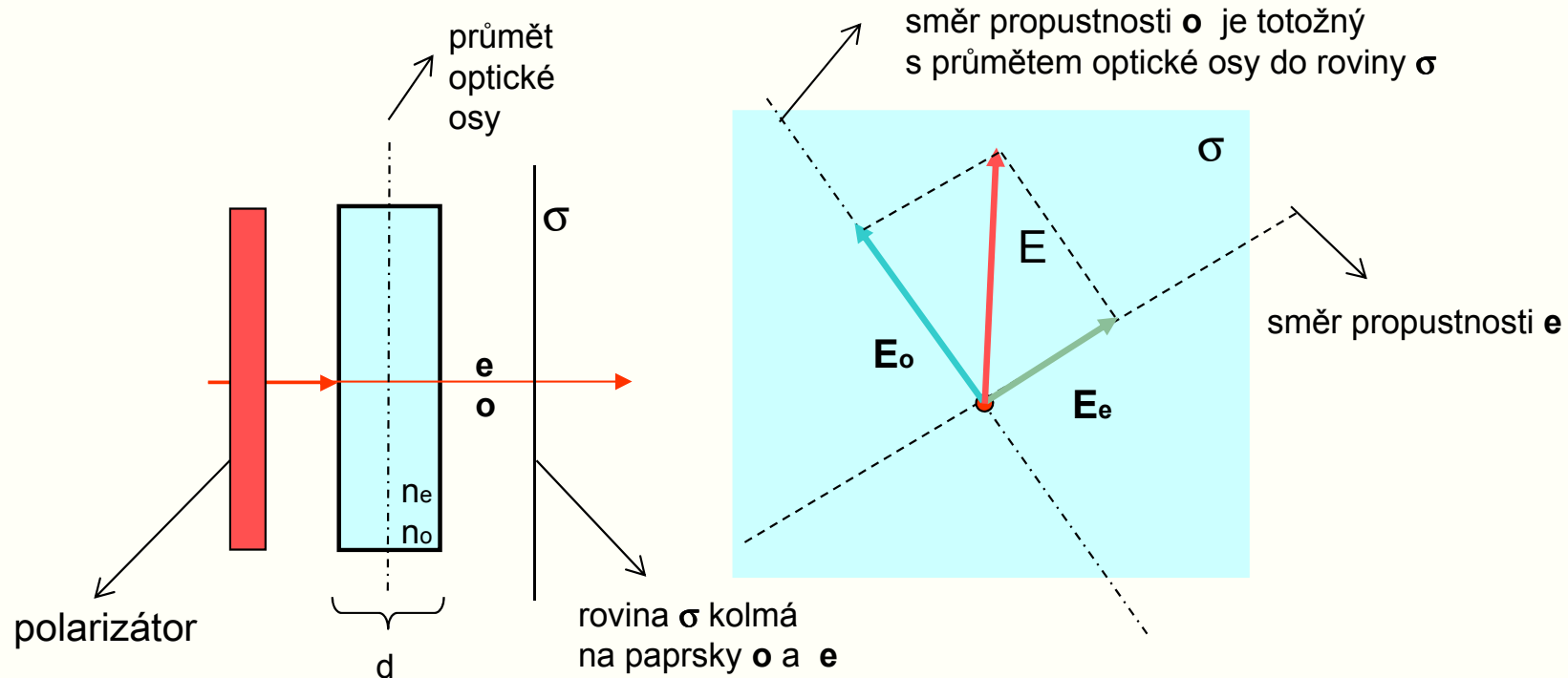
V tabulkách jsou pro danou vlnovou délku uváděny hodnoty  $n_o$  a  $n_e$ , které odpovídají poloosám rotačního elipsoidu.

# Dvojlomné látky

Každému dopadajícímu paprsku odpovídají ve dvojlomné látce **dva paprsky**:  
řádný (**ordinarius**) a mimořádný (**extraordinarius**):

- a) látkou šíří různou **fázovou rychlostí**, protože mají různý index lomu
- b) jsou **lineárně polarizované** navzájem kolmo (uvažujeme vektory  $\mathbf{E}_o$  a  $\mathbf{E}_e$ )

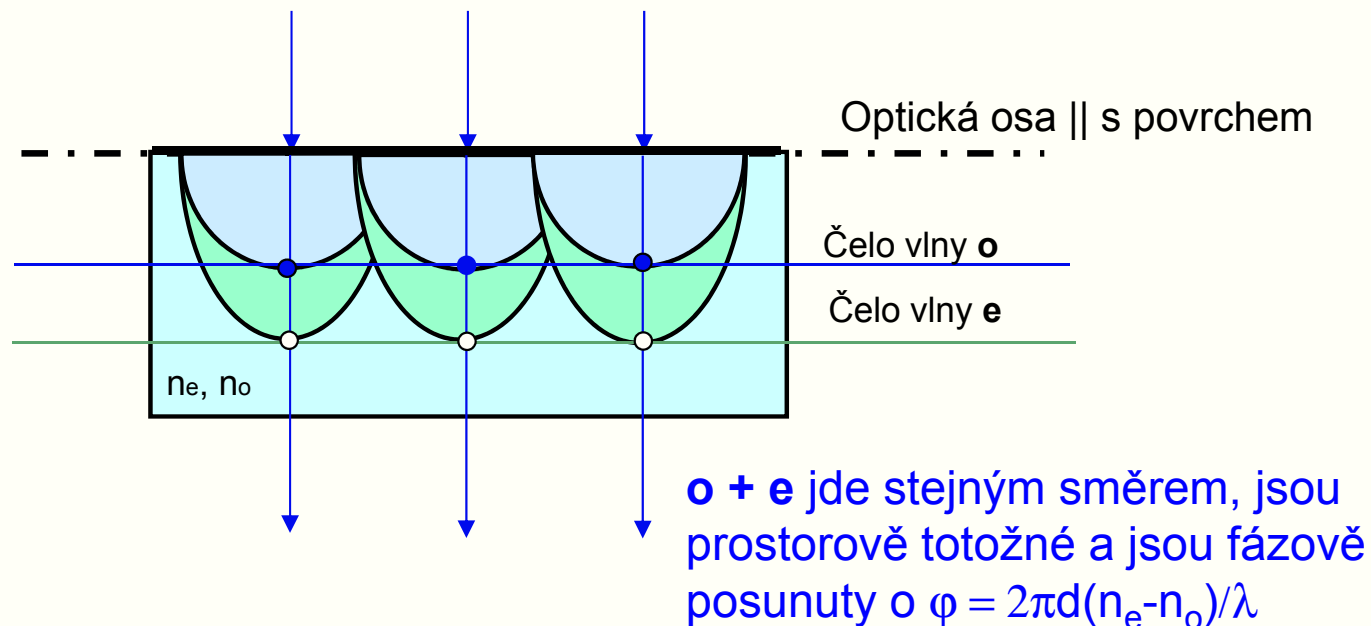
Optická osa rovnoběžná s povrchem preparátu



V tomto případě jdou paprsky  $o$  a  $e$  stejným směrem, ale mají různou polarizaci a fázový posuv mezi paprsky  $o$  a  $e$  je:  $\varphi = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$

# Průchod světla dvojlomnou látkou (1)

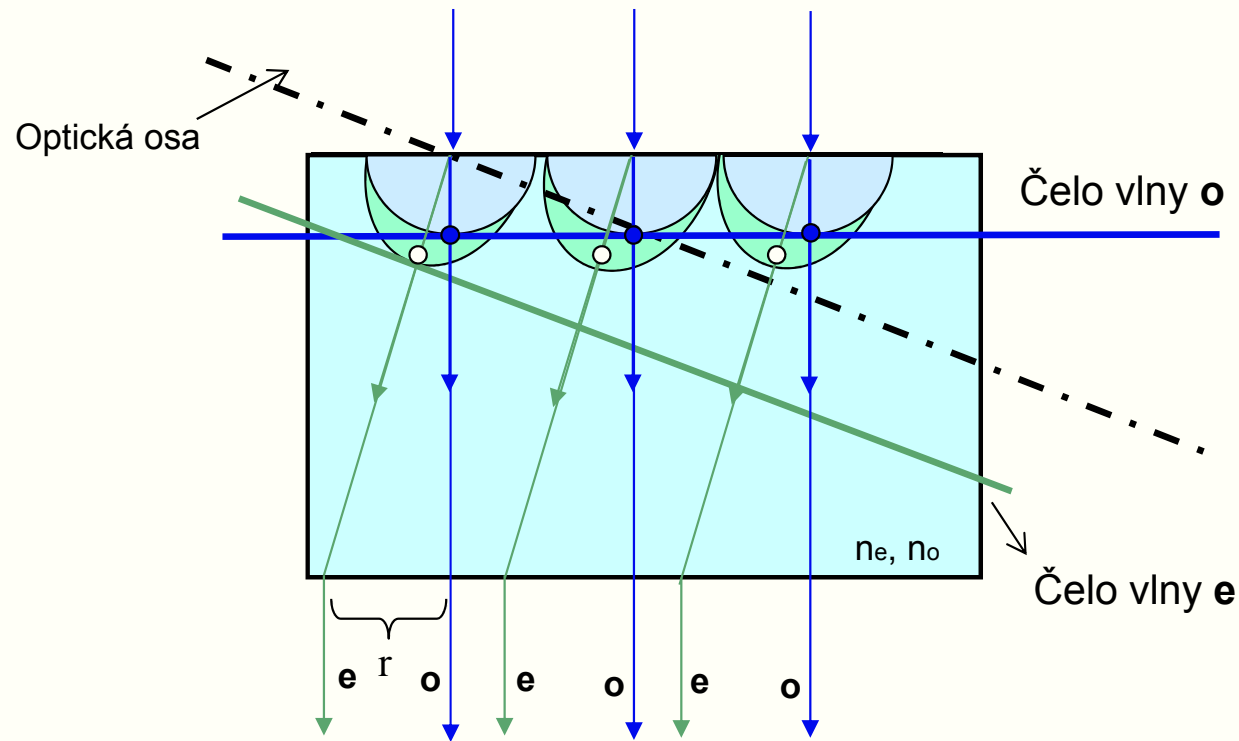
## a) Optická osa rovnoběžná s povrchem



Podle Huygensova principu každý dopadající paprsek vybudí v látce sekundární vlnu. Kolmice k čelu těchto vln určuje směr dalšího šíření paprsku v prostředí.

# Průchod světla dvojlomnou látkou (2)

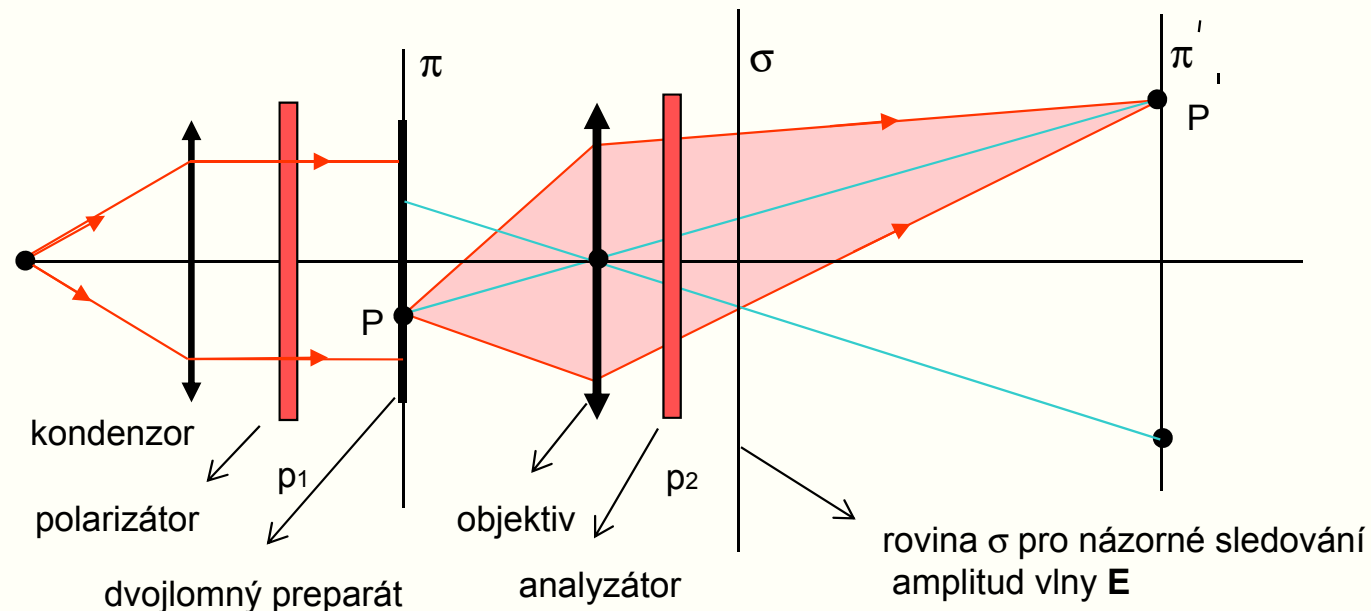
## b) Optická osa neleží v rovině povrchu



- 1) Když optická osa **není rovnoběžná s povrchem**, pak se uvnitř planparalelní destičky z dvojlomné látky šíří paprsky **o** a **e** různými směry.
- 2) Mimo tuto látku jdou pak zase rovnoběžně (**fázový posuv** zachován).
- 3) Na výstupu z dvojlomné látky jsou paprsky **o** a **e** **laterálně rozštěpeny** o **r**. Je důležité si uvědomit, že rozštěpení je úměrné tloušťce preparátu **d** a rozdílu  $n_o - n_e$ .

# Polarizační mikroskop

Schéma polarizačního mikroskopu je v podstatě stejné jako projektoru (zřízení pro fotoelasticimetrii). Kontrast obrazu vzniká **interferencí** řádného a mimořádného paprsku.



1. Použije se koherentní osvětlení preparátu.
2. U polarizátorů  $p_1$  a  $p_2$  jsou známy **směry propustnosti vektorů  $E$** . Analyzátor zajistí, aby stupeň polarizační koherence byl roven 1.
3. Maximální kontrast nastane, když paprsky řádný a mimořádný budou mít stejnou amplitudu.

# Polarizační koherence

Stupeň polarizační koherence souvisí se stavem polarizace interferujících paprsků.

$\gamma_p = 1$  , když interferující paprsky jsou **nepolarizované**, nebo když jsou **lineárně polarizované a jejich polarizační roviny jsou totožné**

$\gamma_p = 0$  , když jsou lineárně polarizovány v rovinách na sebe **kolmých**

Stupeň polarizační koherence hraje významnou roli při vzniku obrazu v polarizačních projektorech (mikroskopech), kde dochází k interferenci paprsku řádného a mimořádného, které jsou lineárně polarizovány v rovinách na sebe kolmých.

Když ale oba paprsky projdou analyzátozem, pak kmitají jejich vektory  $\mathbf{E}$  v jedné rovině, a stupeň polarizační koherence  $\gamma_p = 1$ .

Pro zviditelnění polarizační interference je tedy potřeba použít polarizátor i analyzátor.



# Amplitudy koherentních vln

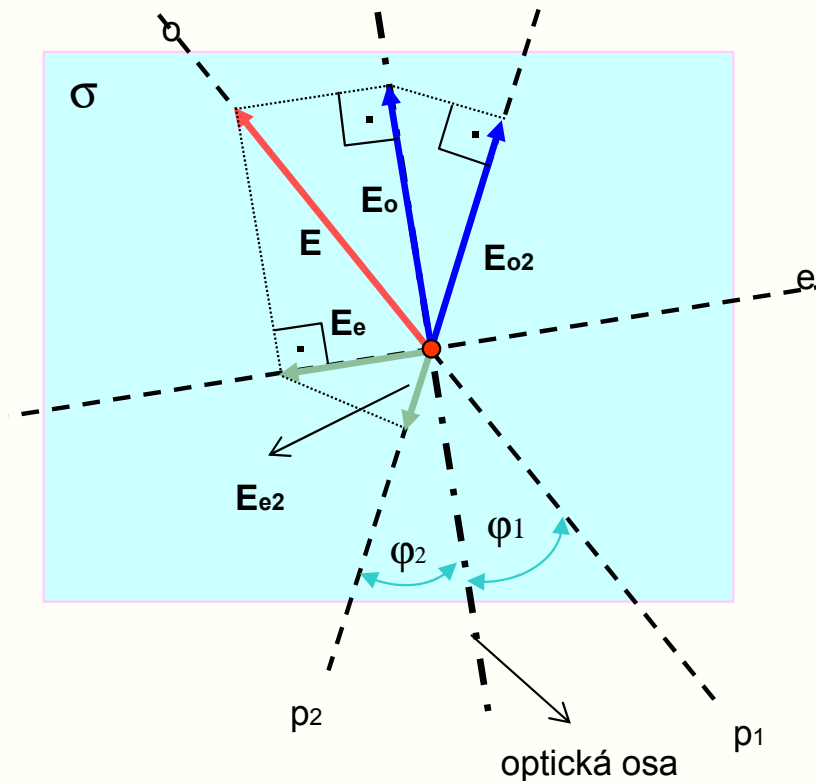
V rovině  $\sigma$  postupně sledujeme, jak se mění amplitudy, když procházejí polarizačním mikroskopem, to znamená postupně polarizátorem, dvojlomným preparátem a analyzátozem

$$E_o = E \cos \varphi_1$$

$$E_e = E \sin \varphi_1$$

$$E_{o2} = E_o \cos \varphi_2 = E \cos \varphi_1 \cos \varphi_2$$

$$E_{e2} = E_e \sin \varphi_2 = E \sin \varphi_1 \sin \varphi_2$$



- 1) Do roviny  $\sigma$  jsou zakresleny směry **propustnosti vektorů  $E$**  pro 1. polarizátor  $p_1$ , pro řádný paprsek  $o$  a mimořádný  $e$  dvojlomné látky a pro 2. polarizátor (analyzátozem)  $p_2$ .
- 2) Jak paprsek prochází danou soustavou, tak se **vektor  $E$  postupně promítá** do příslušných směrů propustnosti.
- 3) Na stínítku **interferují paprsky  $E_{o2}$  a  $E_{e2}$** , pro něž **stupeň polarizační koherence** už není roven nule, ale jedničce. Interferenční intenzita závisí na fázovém posuvu mezi paprsky  $o$  a  $e$  a na jejich amplitudách.

# Polarizace – dodatky

Lepící páska má rozdíl indexů lomu řádného a mimořádného paprsku 0,008 a tloušťku 0,045mm. 1. Určete, zda je možné uvidět interferenční barvy pro bílé světlo, pokud ano, která barva se zesílí. 2. Určete, kolik vrstev lepící pásky lze na sebe nalepit, aby bylo při interferenci stále vidět barvy.

1. Dráhový rozdíl paprsků v pásce je třeba porovnat s koherenční délkou bílého světla. Dráhový rozdíl je roven  $\Delta x = (n_o - n_e)d = 0,009 \cdot 45 \mu\text{m} = 0,405 \mu\text{m}$ . Koherenční délka bílého světla je  $\delta = \lambda_0^2 / \Delta\lambda = 550^2 / 200 \text{ nm} = 1,5 \mu\text{m}$ , dráhový rozdíl je menší, k interferenci dojde. Pro interferenční zesílení platí podmínka  $\Delta x = m\lambda$ , tedy  $\lambda = \Delta x / m = 405 \text{ nm}$  ve viditelné oblasti – modrá barva.
2. Počet vrstev získáme z nerovnosti  $\Delta x_{1 \text{ vrstva}} \leq \delta$ , odkud  $z \leq \delta / \Delta x_{1 \text{ vrstva}} = 1,5 / 0,405 = 3,7$ , čili nejvýše 3 vrstvy.

Další příklady týkající se polarizace jsou v souboru [prikklady/Příklady polarizace.pps](#).

Animace týkající se polarizační interference je v souboru [animace/polarint.pps](#).

zpět