

Simulace činnosti systému M/M/1/∞/FIFO

Výchozí situace:

Na lékařskou pohotovostní službu přichází v průměru jeden pacient za 8 minut a jeho ošetření trvá v průměru 6 minut. Předpokládáme, že vstupní proud pacientů je Poissonův proces a doba ošetření se řídí exponenciálním rozložením.

Úkol 1.: Zjistěte charakteristiky systému a zapište je do tabulky. Použijte funkci `neomezeny_1.m`.

Charakteristika	hodnota charakteristiky
Střední hodnota doby mezi příchody zákazníků	
Střední hodnota celkové doby strávené v systému	
Střední hodnota doby čekání	
Střední hodnota doby obsluhy	
Střední hodnota počtu zákazníků v systému	
Střední hodnota počtu zákazníků ve frontě	
Střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků	
Využití systému	

Pravděpodobnostní rozložení počtu zákazníků v systému:

Počet zákazníků	pravděpodobnost	kumulovaná pravděpodobnost
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Úkol 2.: Pro počet zákazníků 0 až 10 vytvořte graf závislosti pravděpodobnosti (resp. kumulované pravděpodobnosti) na počtu zákazníků.

Úkol 3.: Simulujte průchod 20, 200, 2000 zákazníků systémem. Použijte funkci `simulace_1.m`.

- Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že intervaly mezi příchody zákazníků (resp. doby obsluhy) se řídí exponenciálním rozložením. K testování použijte funkci `darling.m`.
- Zjištěné charakteristiky systému zapište do tabulky.

Charakteristika	hodnota charakteristiky		
	n=20	n=200	n=2000
Průměrná doba mezi příchody zákazníků			
Průměrná doba strávená v systému			
Průměrná doba čekání			
Průměrná doba obsluhy			
Průměrný počet zákazníků v systému			
Průměrný počet zákazníků ve frontě			
Průměrný počet obsluhovaných zákazníků			
Využití systému			

Úkol 4. (nepovinný): Napište funkci, která bude simulovat činnost systému M/M/1/1.

Příklady pro studenty, kteří neřeší úkol 4.

Příklad 1.: K poštovní přepážce přichází v průměru 15 klientů za 1 h. Průměrná doba obsluhy u přepážky činí 3 minuty. Předpokládáme, že doba mezi příchody zákazníků i doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením. Zjistěte, zda se provoz u poštovní přepážky může stabilizovat. Pokud ano, vyřešte tyto úlohy:

- Jaká je pravděpodobnost, že klient bude muset čekat ve frontě?
- Jaká je pravděpodobnost, že ve frontě budou více než 3 klienti?
- Jaká je průměrná doba pobytu zákazníka na poště? (Výsledek udejte v minutách.)

Výsledky: ad a) 0,75, ad b) 0,3164, ad c) 12 min

Příklad 2.: K benzínové stanici se dvěma čerpadly přijíždí za hodinu průměrně 40 aut, přičemž u každého čerpadla může čerpat benzín jenom jedno auto a průměrná doba čerpání je 2 minuty. Jsou-li obě čerpadla obsazena, další auta nečekají a odjíždějí pryč.

- Jaká je pravděpodobnost, že přijíždějící auto bude odmítnuto?
- Na kolik procent je benzínová stanice využita?

Výsledky: ad a) 0,2759, ad b) 48,3%

Příklad 3.: V dílně je 6 strojů, které v náhodných okamžicích vyžadují seřízení. Doba mezi výskytu požadavků na seřízení se řídí exponenciálním rozložením, přičemž během jedné hodiny vyžaduje každý ze strojů průměrně jedno seřízení. K seřízení strojů je určen jeden opravář. Doba, kterou opravář potřebuje k seřízení jednoho stroje, se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 6 minut. V kolika procentech své pracovní doby je opravář průměrně využit?

Výsledek: Opravář je průměrně využit v 51,55% své pracovní doby.

Příklad 4.: V dílně pracují tři opraváři. Do dílny přichází v průměru 24 zákazníků za 1 hodinu a průměrná doba opravy je 5 minut. Předpokládáme, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces a doba opravy se řídí exponenciálním rozložením.

- Zjistěte, zda se systém může stabilizovat.
- Kolik procent přicházejících zákazníků bude muset čekat na opravu?
- Jaký je průměrný počet volných opravářů?
- Kolik minut bude v průměru čekat zákazník na opravu?

Výsledky:

ad a) Systém se může stabilizovat. ad b) Asi 44,4% zákazníků bude muset čekat na obsluhu. ad c) Průměrně je volný jeden opravář. ad d) Zákazník bude čekat ve frontě průměrně 2 min 13 s.