

CAPM a APT modely

Osnova

- Úvod do teorie portfolia
 - CML
- CAPM model
 - SML
 - Beta faktor
- APT model
- Výhody vs. nevýhody modelů

Úvod do teorie portfolia

- Množina dostupných portfolií
 - Všechna možná portfolia, která mohou být vytvořena ze skupiny investorem nakupovaných instrumentů
- Efektivní hranice
 - Leží zde portfolia, u nichž je vztah mezi výnosem a rizikem optimalizován = efektivní portfolia
- Optimální portfolio

CML (Capital Market Line)

- V portfoliu není bezrizikové aktivum
 - Tvar CML konkávní (efektivní hranice)
- V portfoliu je bezrizikové aktivum

- rozptyl nulový a výnosová míra se dá považovat za konstantní

$$E(r_p) = R_F + \left(\frac{E(r_m) - R_F}{\sigma_m} \right) \sigma_p$$

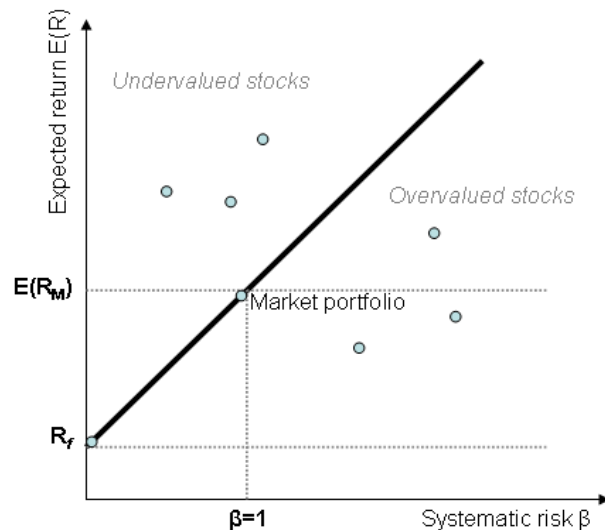
- Tvar CML přímka
- CML lze využít pouze pro oceňování efektivních portfolií
 - (tj. portfolií, které mají optimalizovaný vztah výnos/riziko)

CAPM (Capital Asset Pricing Model)

- Model pro oceňování kapitálových aktiv
 - Jack Treynor (1961, 1962), William Sharpe (1964), John Lintner (1965) a Jan Mossin (1966) publikovali nezávisle na sobě články o CAPM. Tyto články vycházely z předchozí práce Harryho Markowitze, která se zabírala teorií portfolia a diverzifikací rizika. Sharpe, Markowitz a Merton Miller společně dostali Nobelovu cenu za ekonomii za přínos v oblasti finanční ekonomie.
- Vhodný pro ohodnocování i neefektivních portfolií
- Vyjadřuje vztah mezi očekávanou výnosovou mírou a systematickým rizikem
- Grafickým vyjádřením modelu je přímka SML (přímka trhu cenných papírů)

SML (Security Market Line)

- Vyjadřuje rovnovážný vztah mezi očekávanou výnosovou mírou a systematickým rizikem (měřeným faktorem beta) instrumentu nebo portfolia



$$\text{SML: } E[R_i] = R_F + \beta_i (R_M - R_F)$$

$E(R_i)$ - očekávaná výnosová míra z aktiva i

R_F - bezriziková výnosová míra

β_i - beta faktor aktiva i , který zohledňuje systematické riziko

R_M - očekávaná výnosová míra z tržního portfolia

Koeficient beta

- lze vyjádřit jako $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$, kde σ_{iM} je kovariance instrumentu s tržním portfoliem a σ_M^2 je rozptyl tržního portfolia
- Pro bezrizikové aktivum platí $\beta_f=0$, pro tržní portfolio platí $\beta_M=1$
- $\beta_i=1$
 - odpovídá systematickému riziku trhu
 - výnosy kolísají spolu s trhem
- $\beta_i < 1$
 - defenzivní instrumenty s nižším systematickým rizikem
 - výnosy kolísají méně než trh
- $\beta_i > 1$
 - agresivní instrumenty s vyšším systematickým rizikem
 - výnosy rostou rychleji než trh
- Hodnoty β_i pod 0,5 a nad 2 jsou považovány za neobvyklé a dlouhodobě neudržitelné.

Koeficient beta

- Mnoho způsobů pro stanovení bety:
 - Historická tržní beta
 - nejčastější přístup
 - využívá se lineární regrese : $r_i = a + b \cdot r_M$
 - Účetní beta faktor
 - Multifaktorový beta faktor
 - Upravený beta faktor
 - je váženým průměrem historického (regresního) beta faktoru s vahou 66% a beta faktoru rovného 1 s vahou 33%
 - předpokládá tendenci beta faktoru v čase se přibližovat 1

CAPM – předpoklady modelu

- 1) investoři investují v jednom určitém časovém období
 - 2) investoři hodnotí portfolia podle očekávaného výnosu a očekávaného rizika
 - 3) platí předpoklad nenasycenosti investora, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným rizikem si vybere to s vyšším výnosem
 - 4) investoři mají odpor k riziku, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným výnosem si vyberou to s nižším rizikem
 - 5) jednotlivá aktiva se dají libovolně dělit, tj. lze koupit i zlomek akcie
 - 6) existuje bezrizikové aktivum se sazbou r_f
 - 7) zanedbáváme daně, poplatky a další transakční náklady
 - 8) investoři mají stejné jedno období
 - 9) bezriziková sazba je pro všechny stejná
 - 10) informace jsou volné a okamžitě dostupné všem investorům stejně
 - 11) investoři mají homogenní očekávání, tj. mají stejně odhadnuté očekávané výnosnosti, rizika a kovariance cenných papírů
- Tyto předpoklady splňuje pouze modelový trh

Modifikace modelu CAPM

- modifikace vznikaly jako reakce na předpoklady modelu, které více či méně neodpovídají praxi → problémy při praktické aplikaci modelu CAPM
- modifikace mají představovat zlepšení modelu a jeho přiblížení praxi

T-CAPM model

- řeší předpoklad neexistence daní a transakčních nákladů (ty však výrazně ovlivňují čistou výnosovou míru)
- zahrnuje existenci daní z kapitálových zisků a dividend a zároveň uvažuje rozdíly mezi těmito daňovými sazbami
- rovnice:
$$E(r_i) = R_F + \beta_i[E(r_M) - R_F] - T(D_m - R_F) + T(D_i - R_F)$$
 - T je koeficient zohledňující rozdílné výše daňových sazeb pro důchody (dividendy) a kapitálové zisky
 - D_m je dividendový výnos z tržního portfolia
 - D_i je dividendový výnos z akcie i

Zero-beta CAPM model

- pro oceňování kapitálových aktiv s nulovým beta faktorem
- vytvořeno v reakci na předpoklad, že existuje bezrizikové aktivum a je všem dostupné
- bezrizikové aktivum je nahrazeno portfoliem s nulovým beta faktorem
- rovnice: $E(r_i) = E(r_Z) + \beta_i[E(r_M) - E(r_Z)]$
 - $E(r_Z)$ je očekávaná míra zero-beta portfolia, které má nejnížší směrodatnou odchylku

Spotřební CAPM model

- předpokládá, že investoři se snaží maximalizovat svůj celoživotní užitek ze spotřeby (opouští předpoklad, že všichni investoři mají stejný investiční horizont jednoho období)
- pracuje se zde se spotřebním beta faktorem, který udává citlivost instrumentu na změnu ve spotřebě investora
- model zmiňuje několik faktorů, které determinují budoucí spotřebu investora (budoucí příjem, relativní ceny a investiční příležitosti)
- nové problémy modelu
 - obtížné vymežit a kvantifikovat pojetí spotřeby investora
 - zboží a služby nemusí být spotřebovány hned a spotřeba probíhá nepřetržitě

IP-CAPM model

- Sharpeova verze CAPM nezohledňuje likviditu (přesto likvidita výrazně ovlivňuje výnosovou míru a ceny instrumentů)
- základní faktory ovlivňující likviditu instrumentu
 - druh investičního instrumentu
 - časový horizont investice
- v modelu jsou uvažovány 3 skupiny investičních instrumentů
 - pokladniční poukázky s nulovými nebo téměř nulovými transakčními náklady
 - likvidní instrumenty s transakčními náklady , vyšší než u PP
 - nelikvidní instrumenty, s nimiž jsou spojeny nejvyšší transakční náklady
- transakční náklady pak v tomto modelu ovlivňují čistou výnosovou míru

Faktorové modely

- Tyto modely tvrdí, že výnosnost CP je citlivá na změnu různých faktorů
- Makroekonomické faktory:
 - Inflace (očekávaná neočekávaná)
 - Neočekávané změny v časové struktuře úrokových sazeb
 - Výnos tržního portfolia
 - Roční výnos do doby splatnosti
 - Růst HNP
- Mikroekonomické faktory:
 - Přírodní podmínky
 - Psychologické
 - Válečné konflikty

APT (Arbitrage Pricing Theory)

- Arbitrážní cenová teorie je obdobně jako CAPM oceňovacím modelem, který lze využít k oceňování aktiv.
 - Vznikl jako reakce na kritiku a nedostatky modelu CAPM.
- APT je faktorový model
- Výnosová míra aktiva je funkcí jednoho nebo více faktorů, které determinují jeho výši.
 - U každého z těchto faktorů je třeba určit úroveň rizika a stanovit odpovídající rizikovou prémii.

APT (Arbitrage Pricing Theory)

- Rovnováhy na trhu v modelu APT je dosahováno arbitrážními procesy, které nejsou omezovány.
- Zatímco model CAPM je založen na teorii užitku, model APT je založen na teorii jedné ceny.
- Pokud se tedy ceny identických zboží liší, začnou arbitrážéři nakupovat zboží za nižší cenu a prodávat zboží za cenu vyšší, čímž dosahují zisku a svými nákupy a prodeji tlačí ceny zboží k rovnováze.

APT (Arbitrage Pricing Theory)

- Základní věta arbitrážní teorie:
 - Rovnovážná pravděpodobnostní míra existuje, právě tehdy pokud neexistuje arbitráž.

Definice: Pravděpodobnostní míra $\pi_i = \pi(\omega_i)$ na množině Ω všech scénářů je *rovnovážná pravděpodobnostní míra* (neboli risk-neutrální míra), jestliže pro všechna A^j je hodnota podílu v čase $t = 0$ rovna diskontovanému očekávání vzhledem k pravděpodobnostní míře π hodnoty podílu v čase $t = 1$. Tedy $S_0^j = e^{-r} \sum_{i=1}^N \pi(\omega_i) \cdot S_1^j(\omega_i)$ pro všechna $j = 1, \dots, K$, kde e^{-r} je diskont.

APT (Arbitrage Pricing Theory)

■ Jednofaktorová verze APT

- pracuje s jediným rizikovým faktorem, který ovlivňuje výnosovou míru aktiva

- rovnice:
$$E(r_i) = R_Z + b_i \cdot F + e_i$$

- R_Z je bezriziková úroková míra
- b_i je citlivost výnosové míry aktiva na rizikový faktor F
- F je riziková prémie plynoucí z působení uvažovaného faktoru na dané aktivum
- e_i je náhodná chyba, vyjadřuje specifickou část výnosové úrokové míry aktiva i , která není vysvětlena faktorem F
- Jako faktor F determinující očekávanou míru aktiva je v jednofaktorovém modelu APT zpravidla uvažováno tržní riziko.

APT (Arbitrage Pricing Theory)

■ Multifaktorová verze APT:

■ rovnice:
$$E(r_i) = R_Z + b_{i1} \cdot F_{1t} + b_{i2} \cdot F_{2t} + \dots + b_{iN} \cdot F_{Nt} + e_{it}$$

- R_Z je bezriziková úroková míra
 - $B_{1...N}$ jsou citlivosti výnosové míry aktiva i na jednotlivé rizikové faktory
 - $F_{1...N}$ jsou rizikové prémie plynoucí z působení uvažovaných faktorů na dané aktivum
 - e_{it} reprezentuje výnosovou míru specifickou pro aktivum i v období t
- APT není založena na myšlence, že všichni investoři pohlížení na portfolio ve smyslu očekávaných výnosností a směrodatných odchylek, ale předpokládá, že investoři dají přednost vyšší výnosnosti před nižší úrovní bohatství.

Vypovídací schopnost modelů

■ CAPM

- v modelu nejsou zohledněny všechny faktory → vypovídací schopnost do jisté míry omezená a je schopen vysvětlit pouze malé množství pohybů výnosových měř
- celková jednoduchost a nenáročnost na vstupní data

■ Nedostatky CAPM

- definice a zpracování vstupních dat použitelných v modelu
- kalkulace beta faktoru
- v praxi kolísavost beta velmi vysoká
- problém s určením veličiny r_M
- velikost bezrizikové výnosové míry
- přímka SML je plošší než předpokládá teorie
- opomíjí celou řadu relevantních faktorů

Vypovídací schopnost modelů

■ APT

- schopen odstranit některé nedostatky modelu CAPM , schopen vysvětlit mnohem větší část pohybů výnosové míry než CAPM
- není závislý na volbě tržního portfolia
- s jeho praktickým užitím spojeny jisté problémy
 - Počet a druh identifikovaných faktorů není možné považovat za neměnný.
 - Struktura významných systematických faktorů, které determinují výnosovou míru akcií, se mění v závislosti na velikosti a struktuře vzorku akcií použitých k jejich identifikaci, umístění trhu, zvolené časové periodě a jiných okolnostech.
- multifaktorová verze modelu APT
 - problém identifikace nejdůležitějších faktorů, které determinují výnosovou míru aktiva

Použité zdroje

- [1] VESELÁ, Jitka. *Investování na kapitálových trzích*. 2.aktualizované vydání. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2011. 792 s. ISBN: 978-80-7357-647-9
- [2] ČÁMSKÝ, František. *Teorie portfolia*. 2. přepracované a rozšířené vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2007. 123 s. ISBN 978-80-210-4252-0
- [3] Studijní texty k předmětu *Analýza cenných papírů 1*
- [4] Studijní text k předmětu *Stochastické procesy ve finanční matematice*

Děkuji za pozornost