Value at Risk

Karolína Maňáková

Obsah

- Value at risk
- Historická metoda
- Model-Building přístup
- Lineární model – variance a kovariance
- Metoda Monte Carlo
- Stress testing a Back testing

Hodnota Value at Risk

- Potenciální ztráta s danou pravděpodobností během určité následující doby držení, stanovenou na základě určitého historického období, kterou instituce můžou mít u svého portfolia při nepříznivých tržních změnách
- Nejhorší možná ztráta, která může nastat v daném časovém období na dané hladině spolehlivosti
- „Jistých *X* procent takových, že nebude větší ztráta než *V* USD v následujících *N* dnech.“

- Podle BASEL II bankovní regulátoři požadují, aby finanční instituce kalkulovaly VaR na 10 dní s hladinou spolehlivosti 99% pro tržní riziko.

- Postup výpočtu: určení časového horizontu, určit hladinu spolehlivosti, určení distribuční funkce pozorovaného jevu a výpočet VaR.

Časový horizont

- Pro usnadnění práce, analytici počítají pro jednodenní VaR.
- Předpoklad na přepočet dnů:

$$n - \text{denní VaR} = 1 - \text{denní VaR} \cdot \sqrt{n}$$

Pravděpodobnostní rozdělení možných ztrát

- Dále mějme portfolio s časovým horizontem *n*. Označme *L* jako možnou ztrát a *l* jako maximální možnou ztrátu.

$$F_L(l) = P(L \leq l).$$

- Pravděpodobnost, že možná ztráta *L* bude menší nebo rovna maximální možné ztrátě *l*. *FL(l)* je pravděpodobnostní rozdělení možných ztrát.

Omezení maximální možné ztráty

- Všechny ztráty budou menší nebo rovny maximální možné ztrátě s pravděpodobností 1.

$$inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) = 1\}$$

Definice VaR

- Pokud si označíme hladinu spolehlivosti $\alpha \in (0,1)$, pak VaR je na úrovni hladiny spolehlivosti α a je dán nejmenším číslem *l*. Dále pravděpodobnost, že ztráta *L* bude větší než *l* je $(1-\alpha)$.

$$VaR_\alpha = inf\{l \in \mathbb{R} : P(L > l) = 1 - \alpha\} = inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq \alpha\}$$

Historická simulace

- Budeme předpokládat, že chceme vypočítat VaR pro portfolio užívající 1-denní časový horizont a hladinu spolehlivosti 99% a dále máme k dispozici data za posledních 501 dní.
- Nejprve identifikujeme tržní proměnné ovlivňující portfolio.
- První den pro, který máme data, označíme jako Den 0, druhý označíme jako Den 1 atd.
- Vypočítáme si procentní změny mezi dny.
- Scenářem 1 označíme všechny procentní změny mezi dny, které měly stejnou procentní změnu jako byla mezi Dnem 0 a Dnem 1 atd.

Historická metoda

- Všechny možné scénáře, které se mohou stát mez dneškem a zítřkem
- Tímto definujeme pravděpodobnostní rozdělení pro denní ztráty.
- Ztráty seřadíme od nejmenších až po největší
- Odhad VaR je pátá (1% z 500 dat) nejhorší ztráta

Model–Building přístup

- Denní volatilita ceny aktiva je definována jako rovnost se standardní odchylkou z procentních změn v jednom dni.
- Obvykle je uváděna roční volatilita, ale pro výpočet odhadu VaR je nutností přepočítat na denní volatilitu.
- Předpokládáme, že rok má 252 obchodních dnů:

$$\sigma_{year} = \sigma_{day}\sqrt{252}$$

Model-Building přístup

- Tento přístup si ukážeme na jednoduchém příkladu
- Chceme vypočítat desetidenní VaR s hladinou spolehlivosti 99%. Předpokládejme, že naše portoflio je složeno pouze z jedné investice do akcie. Portfolio má hodnotu $10milionů a investovali jsme do akcií Microsoftu.
- Denní volatilita je 2%.
- Denní návratnost této investice je 0,08%.

Model-Building přístup

- Nejprve budeme počítat pro jednodenní časový horizont.
- Denní odchylka je v hodnotě:

$10 000 000x0,02= $200 000.

- Předpokládáme, že změny v portfoliu jsou $200 000, což je standardní odchylka a její střední hodnota je nulová.
- Z tabulek normálního rozdělení zjistíme N(k)=0,01, kde k=-2,33.

Model–Building přístup

- Potom jednodenní VaR našeho portfolia bude:

$$2,33 \cdot 200000 = \$466000$$

- Pokud chceme desetidenní VaR s hladinou spolehlivosti 99%:

$$466000 \cdot \sqrt{10} = \$1473621$$

Nerovnost součtu

- Pokud máme portfolio složeno z více aktiv, pak odhad VaR tohoto portfolia je menší než součet odhadů VaR jednotlivých aktiv. Je to z důvodů jiné početní cesty.

$$VAR \leq \sum_{i=1}^{n} |VAR_i|$$

Lineární model – variance a kovarinace

- Předpokládáme, že máme portfolio *P* složené z *n* aktiv s množstvím αi investované do *i*–tého aktiva.
- Definujme Δxi jako změny v aktivu *xi* v jednom dni. Pak peněžní změny v hodnotě celého portfolia v jednom dni jsou:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \Delta x_i$$

Lineární model – variance a kovariance

- Pro výpočet VaR stačí vypočítat střední hodnotu a standardní směrodatnou odchylku z ∆P.
- Předpokládejme, že střední hodnota každé ∆*xi* je nulová, potom střední hodnota ∆P je také nulová.
- Výpočet odchylky ∆P definujeme rozptyl a vypočítáme:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j$$

Lineární model – variance a kovariance

- Místo práce s korelací a volatilitou analytici často využívají variance a kovariance.
- Denní variance proměnné je druhá mocnina denní volatility.
- Pak rovnici můžeme přepsat

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j cov_{i,j}$$

Lineární model – variance a kovariance

- Kovarianční matice je symetrická a má na diagonále variance

$$C = \begin{pmatrix} var_1 & cov_{1,2} & \dots & cov_{1,n} \\ cov_{2,1} & var_2 & \dots & cov_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ cov_{n,1} & cov_{n,2} & \dots & var_n \end{pmatrix}$$

- Při užití matice je standardní odchylka portfolia:

$$VAR = \alpha^T C \alpha$$

Metoda Monte Carlo

- K odhadu VaR se používá velký počet simulací vývoje portfolia.
- Ten je určen velkým počtem náhodně generovaných rizikových faktorů, u nichž existují známá rozdělení.
- Postup při odhadování VaR:

1. Určíme hodnotu portfolia v dnešních cenách
2. Vezmeme změny hodnoty jednoho z aktiv v portfoliu a předpokládáme, že má normální rozdělení

Metoda Monte Carlo

3. Předpokládáme, že všechny hodnoty změn jsou vzorově ovlivňovány změnami stanoveného aktiva.
4. Přehodnotíme portfolio na konci každého dne.
5. Odečteme hodnotu počítanou v prvním kroku od hodnoty vypočítané ve čtvrtém kroku a dostaneme vzorové změny portfolia.
6. Opakovat kroky 2-5 na vytvořeném pravděpodobnostním rozdělení pro ΔP.

Stress testing a Back testing

- Stress testing je testování odhadu VaR, jak vykonává svou funkci při extrémních tržních pohybech aktiv v našem portfoliu.

- Back testing je určitou kontrolou pro odhad VaR, ať už použijeme jakoukoli simulaci.

Literatura

- Jílek, Josef. *Finanční rizika.*Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2000. 640s. ISBN 80-7169-579-3.
- Hull, J. *Options, futures, and other derivatives*. Vydání 1. Boston: Pearson, 2012. 847s. ISBN 9780273759072.
- McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. *Quantitative risk management. Vydání 1. Princeton, N.J. : Princeton University Press, 2005. 538s. ISBN 0691122555.*
- Bakalářská práce *Řízení rizika společností poskytujících spotřebitelské úvěry* dostupná z http://mendelu.cz/lide/clovek.pl?id=26500;zalozka=13;studium=32394;lang=cz

Děkuji za pozornost!!