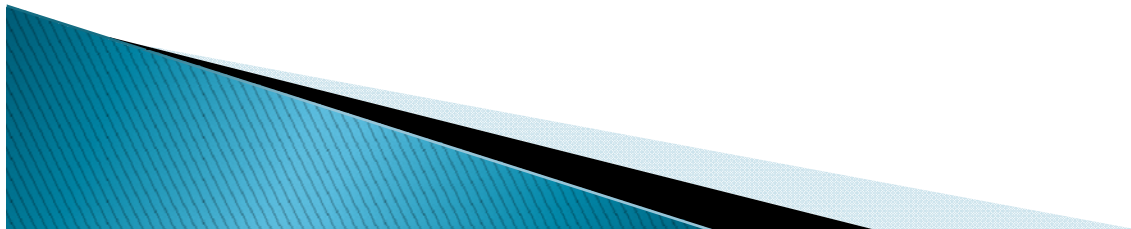


Value at Risk

Karolína Maňáková

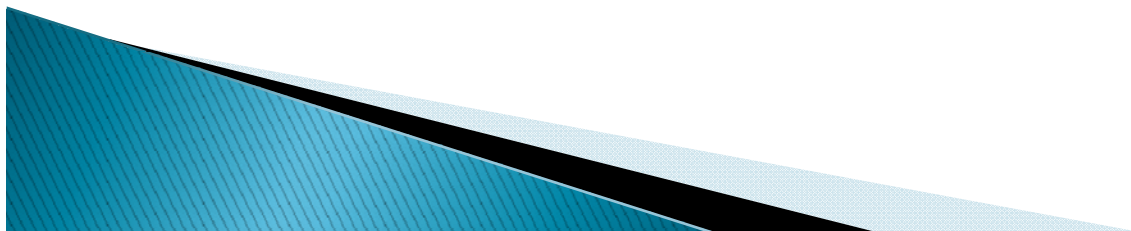
Obsah

- ▶ Value at risk
- ▶ Historická metoda
- ▶ Model-Building přístup
- ▶ Lineární model – variance a kovariance
- ▶ Metoda Monte Carlo
- ▶ Stress testing a Back testing

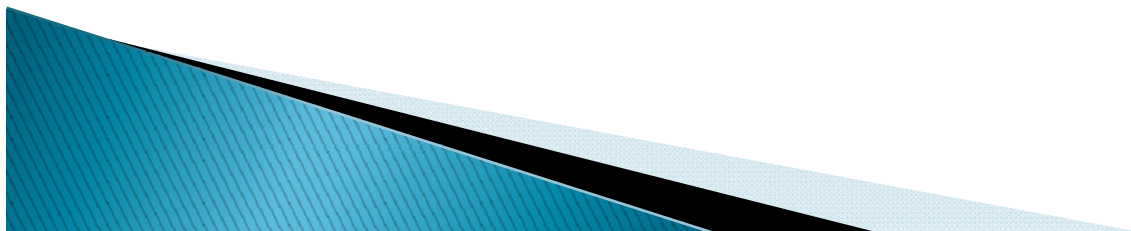


Hodnota Value at Risk

- ▶ Potenciální ztráta s danou pravděpodobností během určité následující doby držení, stanovenou na základě určitého historického období, kterou instituce mohou mít u svého portfolia při nepříznivých tržních změnách
- ▶ Nejhorší možná ztráta, která může nastat v daném časovém období na dané hladině spolehlivosti
- ▶ „Jistých X procent takových, že nebude větší ztráta než V USD v následujících N dnech.“



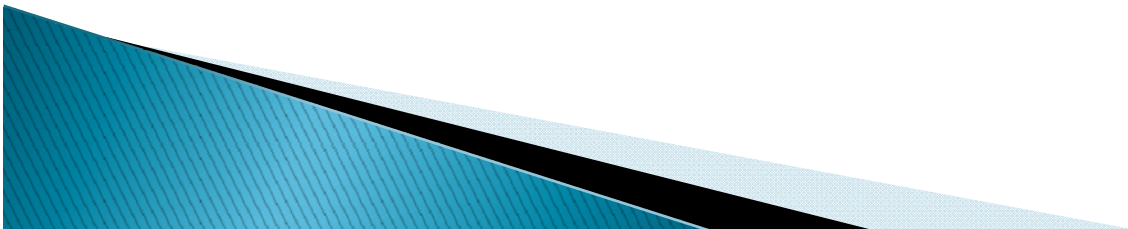
- ▶ Podle BASEL II bankovní regulátoři požadují, aby finanční instituce kalkulovaly VaR na 10 dní s hladinou spolehlivosti 99% pro tržní riziko.
- ▶ Postup výpočtu: určení časového horizontu, určit hladinu spolehlivosti, určení distribuční funkce pozorovaného jevu a výpočet VaR.



Časový horizont

- ▶ Pro usnadnění práce, analytici počítají pro jednodenní VaR.
- ▶ Předpoklad na přepočet dnů:

$$n - \text{denní VaR} = 1 - \text{denní VaR} \cdot \sqrt{n}$$

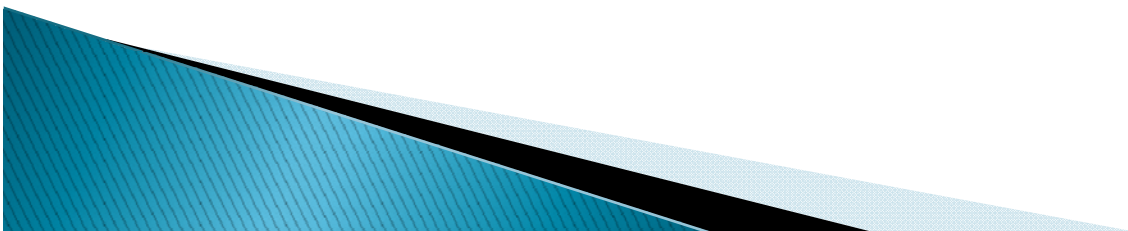


Pravděpodobnostní rozdělení možných ztrát

- ▶ Dále mějme portfolio s časovým horizontem n . Označme L jako možnou ztrát a l jako maximální možnou ztrátu.

$$F_L(l) = P(L \leq l);$$

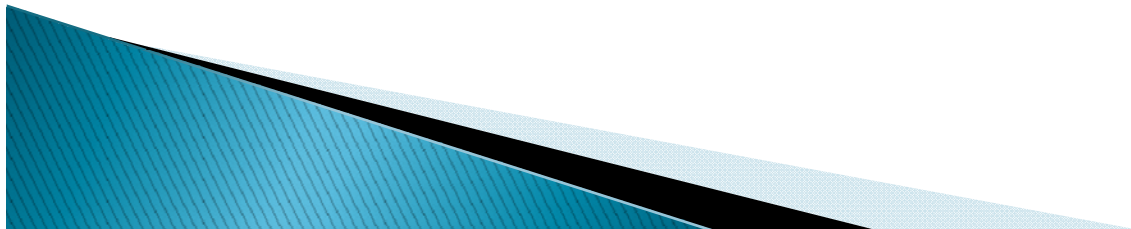
- ▶ Pravděpodobnost, že možná ztráta L bude menší nebo rovna maximální možné ztrátě l . $F_L(l)$ je pravděpodobnostní rozdělení možných ztrát.



Omezení maximální možné ztráty

- ▶ Všechny ztráty budou menší nebo rovny maximální možné ztrátě s pravděpodobností 1.

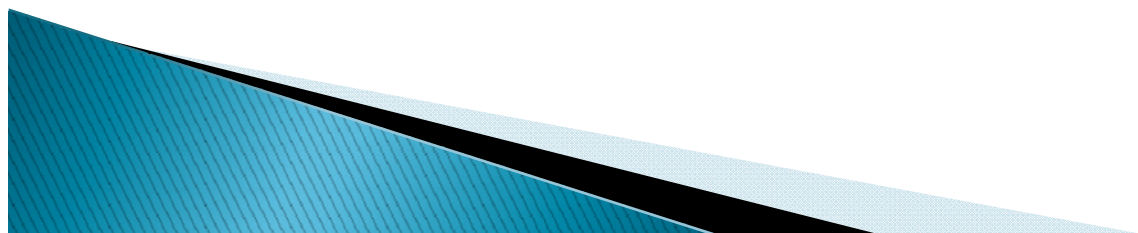
$$\inf \{l \in \mathbb{R} : F_L(l) = 1\}$$



Definice VaR

- ▶ Pokud si označíme hladinu spolehlivosti $\alpha \in (0, 1)$, pak VaR je na úrovni hladiny spolehlivosti α a je dán nejmenším číslem l . Dále pravděpodobnost, že ztráta L bude větší než l je $(1 - \alpha)$.

$$VaR_\alpha = \inf\{l \in \mathbb{R} : P(L > l) = 1 - \alpha\} = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq \alpha\}$$



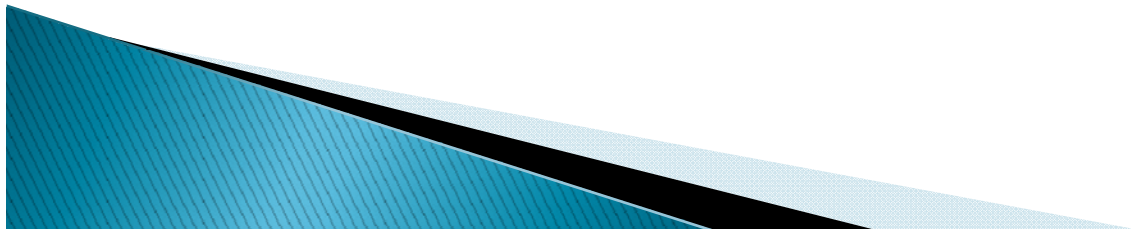
Historická simulace

- ▶ Budeme předpokládat, že chceme vypočítat VaR pro portfolio užívající 1-denní časový horizont a hladinu spolehlivosti 99% a dále máme k dispozici data za posledních 501 dní.
- ▶ Nejprve identifikujeme tržní proměnné ovlivňující portfolio.
- ▶ První den pro, který máme data, označíme jako Den 0, druhý označíme jako Den 1 atd.
- ▶ Vypočítáme si procentní změny mezi dny.
- ▶ Scenářem 1 označíme všechny procentní změny mezi dny, které měly stejnou procentní změnu jako byla mezi Dnem 0 a Dnem 1 atd.



Historická metoda

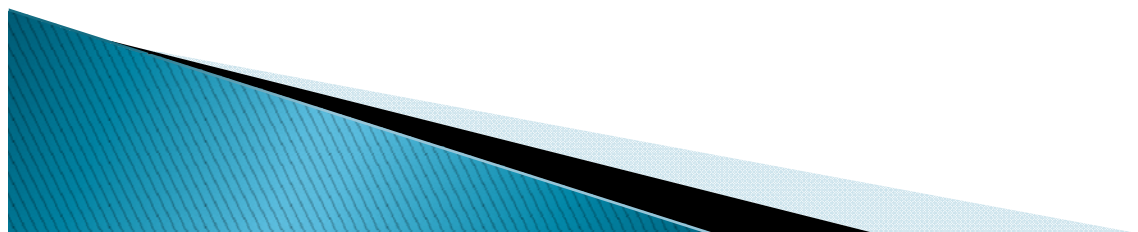
- ▶ Všechny možné scénáře, které se mohou stát mez dneškem a zítřkem
- ▶ Tímto definujeme pravděpodobnostní rozdělení pro denní ztráty.
- ▶ Ztráty seřadíme od nejmenších až po největší
- ▶ Odhad VaR je pátá (1% z 500 dat) nejhorší ztráta



Model-Building přístup

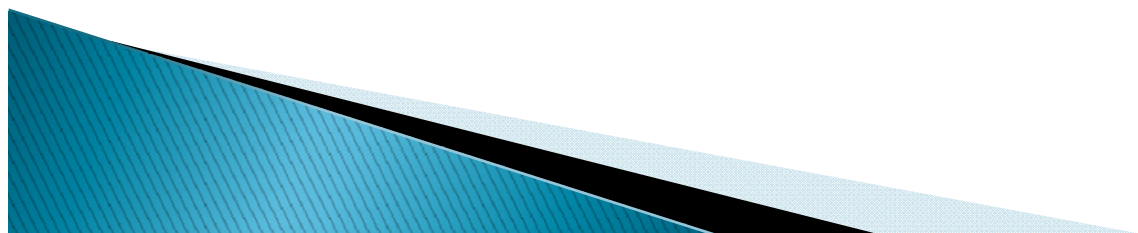
- ▶ Denní volatilita ceny aktiva je definována jako rovnost se standardní odchylkou z procentních změn v jednom dni.
- ▶ Obvykle je uváděna roční volatilita, ale pro výpočet odhadu VaR je nutností přepočítat na denní volatilitu.
- ▶ Předpokládáme, že rok má 252 obchodních dnů:

$$\sigma_{year} = \sigma_{day} \sqrt{252}$$



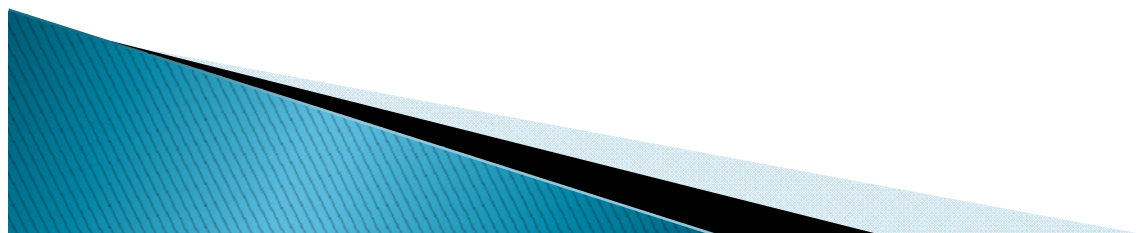
Model-Building přístup

- ▶ Tento přístup si ukážeme na jednoduchém příkladu
- ▶ Chceme vypočítat desetidenní VaR s hladinou spolehlivosti 99%. Předpokládejme, že naše portoflio je složeno pouze z jedné investice do akcie. Portoflio má hodnotu \$10milionů a investovali jsme do akcií Microsoftu.
- ▶ Denní volatilita je 2%.
- ▶ Denní návratnost této investice je 0,08%.



Model-Building přístup

- ▶ Nejprve budeme počítat pro jednodenní časový horizont.
- ▶ Denní odchylka je v hodnotě:
 $\$10\,000\,000 \times 0,02 = \$200\,000$.
- ▶ Předpokládáme, že změny v portfoliu jsou \$200 000, což je standardní odchylka a její střední hodnota je nulová.
- ▶ Z tabulek normálního rozdělení zjistíme $N(k)=0,01$, kde $k=-2,33$.



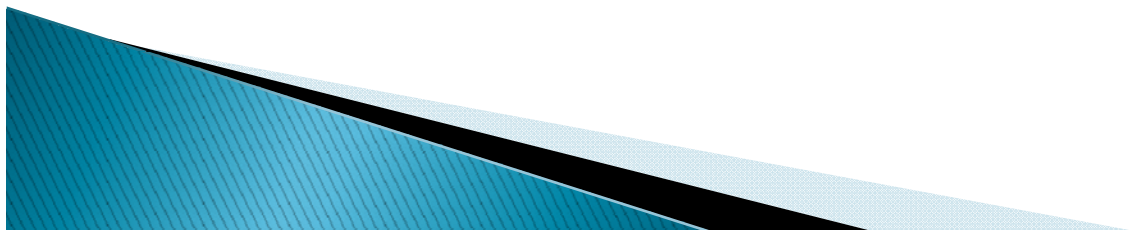
Model-Building přístup

- ▶ Potom jednodenní VaR našeho portfolia bude:

$$2,33 \cdot 200000 = \$466000.$$

- ▶ Pokud chceme desetidenní VaR s hladinou spolehlivosti 99%:

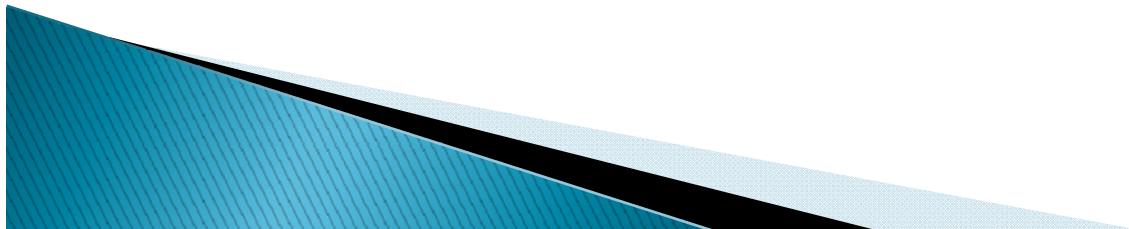
$$466000 \cdot \sqrt{10} = \$1473621$$



Nerovnost součtu

- ▶ Pokud máme portfolio složeno z více aktiv, pak odhad VaR tohoto portfolia je menší než součet odhadů VaR jednotlivých aktiv. Je to z důvodů jiné početní cesty.

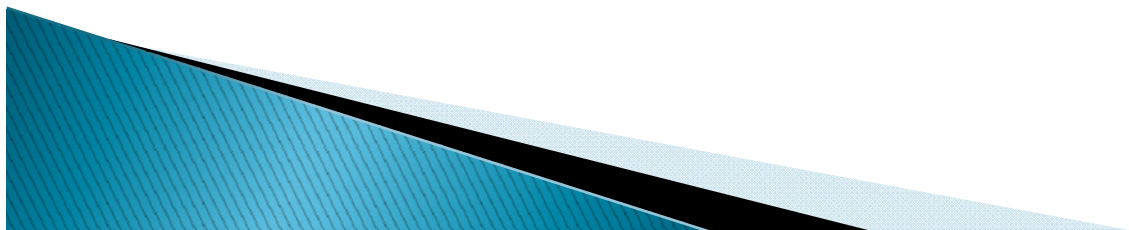
$$VAR \leq \sum_{i=1}^n |VAR_i|$$



Lineární model – variance a kovariance

- ▶ Předpokládáme, že máme portfolio P složené z n aktiv s množstvím α_i investované do i -tého aktiva.
- ▶ Definujme Δx_i jako změny v aktivu x_i v jednom dni. Pak peněžní změny v hodnotě celého portfolia v jednom dni jsou:

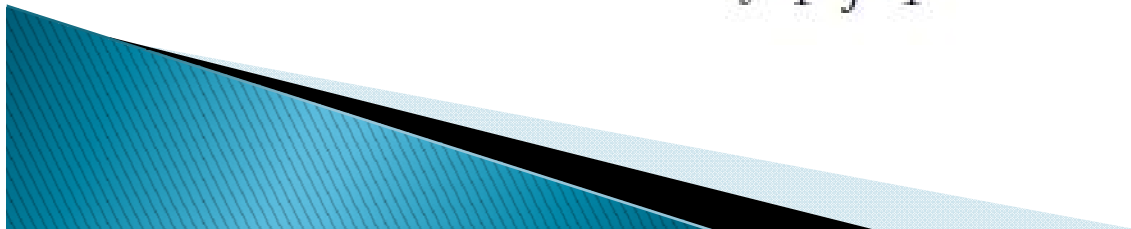
$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \Delta x_i$$



Lineární model – variance a kovariance

- ▶ Pro výpočet VaR stačí vypočítat střední hodnotu a standardní směrodatnou odchylku z ΔP .
- ▶ Předpokládejme, že střední hodnota každé Δx_i je nulová, potom střední hodnota ΔP je také nulová.
- ▶ Výpočet odchylky ΔP definujeme rozptyl a vypočítáme:

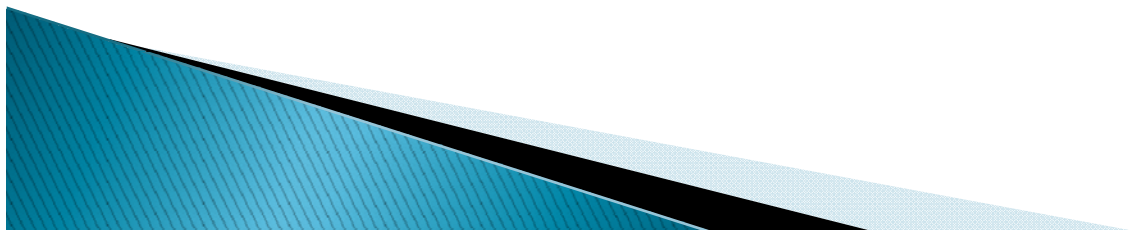
$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{i,j} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j$$



Lineární model – variance a kovariance

- ▶ Místo práce s korelací a volatilitou analytici často využívají variance a kovariance.
- ▶ Denní variance proměnné je druhá mocnina denní volatility.
- ▶ Pak rovnici můžeme přepsat

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \text{COV}_{i,j}$$



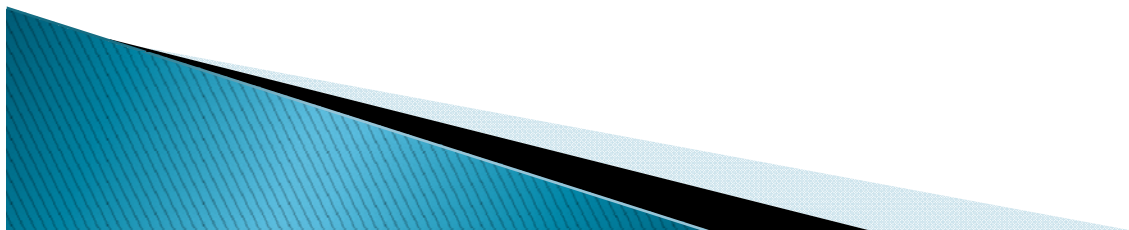
Lineární model – variance a kovariance

- ▶ Kovarianční matice je symetrická a má na diagonále variance

$$C = \begin{pmatrix} \text{var}_1 & \text{cov}_{1,2} & \dots & \text{cov}_{1,n} \\ \text{cov}_{2,1} & \text{var}_2 & \dots & \text{cov}_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}_{n,1} & \text{cov}_{n,2} & \dots & \text{var}_n \end{pmatrix}$$

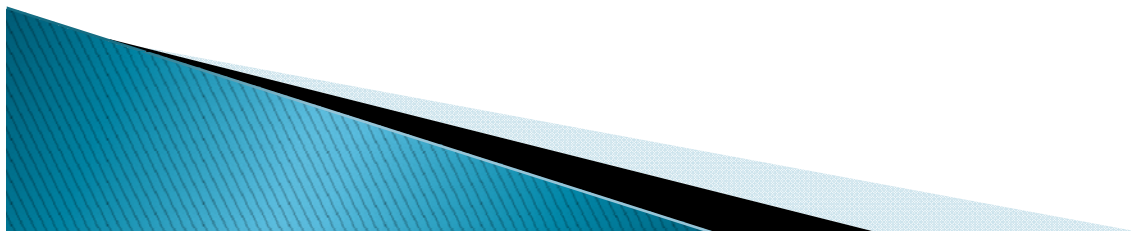
- ▶ Při užití matice je standardní odchylka portfolia:

$$VAR = \alpha^T C \alpha$$



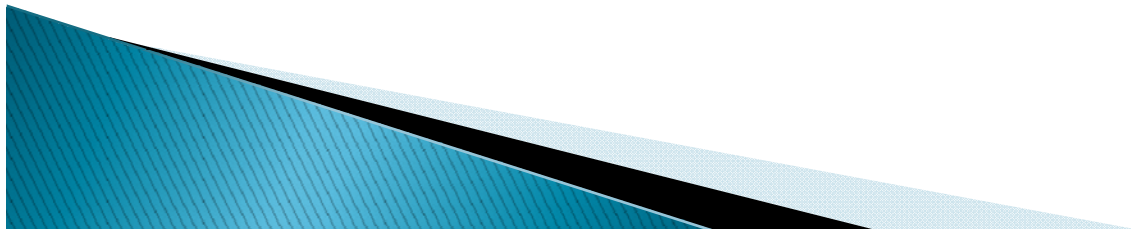
Metoda Monte Carlo

- ▶ K odhadu VaR se používá velký počet simulací vývoje portfolia.
- ▶ Ten je určen velkým počtem náhodně generovaných rizikových faktorů, u nichž existují známá rozdělení.
- ▶ Postup při odhadování VaR:
 1. Určíme hodnotu portfolia v dnešních cenách
 2. Vezmeme změny hodnoty jednoho z aktiv v portfoliu a předpokládáme, že má normální rozdělení



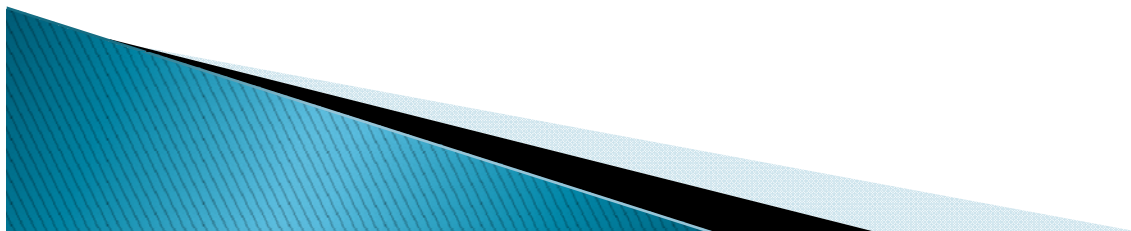
Metoda Monte Carlo

3. Předpokládáme, že všechny hodnoty změn jsou vzorově ovlivňovány změnami stanoveného aktiva.
4. Přehodnotíme portfolio na konci každého dne.
5. Odečteme hodnotu počítanou v prvním kroku od hodnoty vypočítané ve čtvrtém kroku a dostaneme vzorové změny portfolio.
6. Opakovat kroky 2–5 na vytvořeném pravděpodobnostním rozdělení pro ΔP .



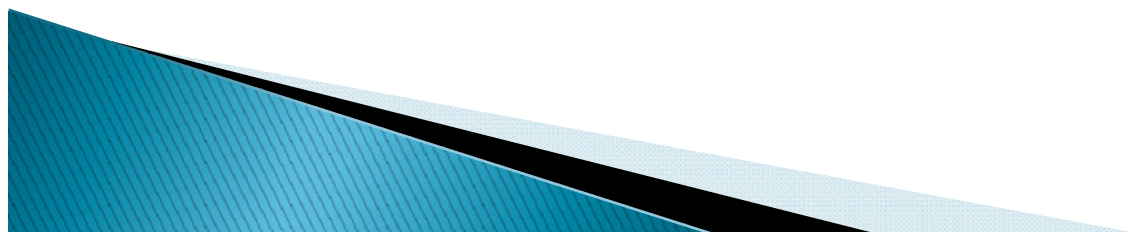
Stress testing a Back testing

- ▶ Stress testing je testování odhadu VaR, jak vykonává svou funkci při extrémních tržních pohybech aktiv v našem portfoliu.
- ▶ Back testing je určitou kontrolou pro odhad VaR, ať už použijeme jakoukoli simulaci.



Literatura

- ▶ Jílek, Josef. *Finanční rizika*. Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2000. 640s. ISBN 80-7169-579-3.
- ▶ Hull, J. *Options, futures, and other derivatives*. Vydání 1. Boston: Pearson, 2012. 847s. ISBN 9780273759072.
- ▶ McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. *Quantitative risk management*. Vydání 1. Princeton, N.J. : Princeton University Press, 2005. 538s. ISBN 0691122555.
- ▶ Bakalářská práce *Řízení rizika společností poskytujících spotřebitelské úvěry* dostupná z <http://mendelu.cz/lide/clovek.pl?id=26500;zalozka=13;studium=32394;lang=cz>



Děkuji za pozornost!!

