

# Výpočet pojistného v životním pojištění

Adam Krajíček



# Dělení životního pojištění

- pojištění riziková - jedná se o pojištění, u kterých se předem neví, zda dojde k pojistné události a následně výplatě pojistného plnění.
- pojištění rezervotvorná – v případě tohoto druhu pojištění musí pojišťovna počítat s výplatou pojistného plnění vždy. Ať dříve v případě smrti nebo později při dožití konce pojištění.

# Pojištění pro případ úmrtí

- rizikové pojištění
- výplata pouze v případě úmrtí

# Smíšené životní pojištění

- pojištění pro případ smrti nebo dožití
- pojistná částka je vyplacena vždy
- může být kladen větší důraz na jedno z rizik a podle toho mohou být nastaveny pojistné částky pro každé riziko zvlášť
- může být sjednáno na zvyšující se pojistnou částku při dožití se v průběhu pojistné doby, nebo může být sjednáno pro dvojici osob apod.
- varianty smíšeného pojištění, kdy oprávněným osobám je vyplaceno plnění v případě úmrtí pojištěného a poté ještě jedno plnění v době smlouveného konce pojištění
- bývá rozšiřováno o krytí dalších pojistných rizik neživotního charakteru (úraz, invalidita, vážná nemoc apod.)

# Důchodové pojištění

- kryje pouze riziko dožití
- výplata jednorázově nebo pravidelné důchodové splátky
- varianty
  - **Základní doživotní důchod** – vyplácen od data nároku na starobní důchod
  - **Dočasný důchod** – výplata v případě trvalé invalidity

# Finanční matematika v pojištění

- a) Spojité úročení
  
- b) Hodnota důchodů
  - systém opakujících se plateb, jejichž výše zůstává v čase stejná nebo se mění dle určitého schématu
  - ocenění důchodu vztažením všech jeho plateb ke stejnému časovému okamžiku s použitím úrokové míry

# Pojistné

= úplata za poskytnutou pojistnou ochranu

- a) Netto pojistné
- b) Brutto pojistné

# Netto pojistné

- označované taky jako ryzí, představuje hodnotu veškerých závazků pojišťovny, které připadají na všechny klienty vzhledem k jejich předpokládaným pojistným událostem.

Při stanovování výše netto pojistného se přihlíží zejména k následujícím faktorům:

- výši sjednané pojistné částky
- ohodnocení rizika
- výši technické úrokové míry



# Faktory ovlivňují výši netto pojistného

- výši sjednané pojistné částky

Platí zde vztah přímé úměry mezi pojistnou částkou a pojistným, tzn. čím vyšší pojistná částka, tím vyšší pojistné. Předcházení jejího znehodnocování by mělo zabránit sjednání dynamizace pojistné smlouvy.

- ohodnocení rizika – riziko úmrtí nebo dožití

Výše pojistného se odvíjí především od pohlaví a věku pojištěného. Do ceny pojištění vstupuje taky zohlednění zdravotního stavu, výše pojistné částky a délka trvání pojištění. Ohodnocování rizika slouží k určení velikosti netto pojistného v životním pojištění, v některých případech může vést k odmítnutí sjednání životního pojištění ze strany pojišťovny. K určení pravděpodobnosti dožití určitého věku a pravděpodobnosti úmrtí před dosažením určitého věku slouží pojišťovným úmrtnostní tabulky.

# Faktory ovlivňují výši netto pojistného

- výše technické úrokové míry

V případě technické úrokové míry se jedná o garantovanou výnosnost pro klienta, se kterou musí pojistní matematici počítat, aby se nestala situace, že v případě pojišťovny, která bude počítat s vyšším zhodnocením rezerv se dostane do nerovnovážné situace v důsledku toho, že od klientů vybírá nižší pojistné. V současné době je horní limita výše technické úrokové míry regulovaná státem vyhláškou č. 303/2004 Sb., kterou se provádí některá ustanovení zákona o pojišťovnictví, ve znění pozdějších předpisů.

- Aktuálně 2,4 % p.a.

# Úmrtnostní tabulka

**Skládá se ze sloupců a řádků. Ve sloupcích jsou uvedeny jednotlivé veličiny (počet osob, počet žijících osob v daném věku,...). Řádky představují hodnoty veličin uvedených ve sloupcích pro konkrétní věk.**

# Úmrtnostní tabulka

x	$l_x$	$d_x$	$P_x$	$q_x$	$D_x$	$C_x$	$N_x$	$M_x$	$S_x$	$R_x$	$L_x$	$T_x$	$e_x$
3	99554	25	0,9997488800	0,0002511200	93 811,96	23,10	3 609 095,24	23 045,38	103 437 600,62	1 580 906,99	99 541	7 208 709	72,41
4	99529	14	0,9998593375	0,0001406625	91 949,41	12,68	3 515 283,28	23 022,29	99 828 505,38	1 557 861,61	99 522	7 109 168	71,43
5	99515	13	0,9998693664	0,0001306336	90 133,80	11,54	3 423 333,87	23 009,61	96 313 222,10	1 534 839,32	99 509	7 009 646	70,44
6	99502	11	0,9998894495	0,0001105505	88 354,93	9,58	3 333 200,07	22 998,06	92 889 888,23	1 511 829,71	99 497	6 910 137	69,45
7	99491	13	0,9998693349	0,0001306651	86 612,90	11,10	3 244 845,14	22 988,49	89 556 688,16	1 488 831,65	99 484	6 810 640	68,45
8	99478	16	0,9998391604	0,0001608396	84 903,52	13,39	3 158 232,24	22 977,39	86 311 843,02	1 465 843,16	99 470	6 711 156	67,46
9	99462	15	0,9998491886	0,0001508114	83 225,35	12,31	3 073 328,72	22 964,00	83 153 610,78	1 442 865,77	99 454	6 611 686	66,47
10	99447	14	0,9998592215	0,0001407785	81 581,18	11,26	2 990 103,37	22 951,70	80 080 282,06	1 419 901,76	99 440	6 512 232	65,48
11	99433	14	0,9998592017	0,0001407983	79 970,29	11,04	2 908 522,19	22 940,44	77 090 178,69	1 396 950,06	99 426	6 412 792	64,49
12	99419	16	0,9998390650	0,0001609350	78 391,20	12,37	2 828 551,91	22 929,40	74 181 656,50	1 374 009,62	99 411	6 313 365	63,50
13	99403	19	0,9998088589	0,0001911411	76 841,75	14,40	2 750 160,70	22 917,03	71 353 104,59	1 351 080,22	99 394	6 213 954	62,51
14	99384	20	0,9997987604	0,0002012396	75 320,65	14,86	2 673 318,95	22 902,63	68 602 943,89	1 328 163,19	99 374	6 114 560	61,52
15	99364	25	0,9997483998	0,0002516002	73 828,92	18,21	2 597 998,30	22 887,77	65 929 624,94	1 305 260,56	99 352	6 015 186	60,54
16	99339	29	0,9997080703	0,0002919297	72 363,08	20,71	2 524 169,38	22 869,56	63 331 626,64	1 282 372,78	99 325	5 915 835	59,55
17	99310	43	0,9995670124	0,0004329876	70 923,48	30,11	2 451 806,30	22 848,85	60 807 457,26	1 259 503,22	99 288	5 816 510	58,57
18	99267	52	0,9994761603	0,0005238397	69 502,72	35,69	2 380 882,82	22 818,74	58 355 650,95	1 236 654,37	99 241	5 717 222	57,59
19	99215	58	0,9994154110	0,0005845890	68 104,23	39,03	2 311 380,10	22 783,05	55 974 768,13	1 213 835,63	99 186	5 617 981	56,62
20	99157	62	0,9993747290	0,0006252710	66 729,82	40,91	2 243 275,87	22 744,02	53 663 388,03	1 191 052,58	99 126	5 518 796	55,66
21	99095	63	0,9993642464	0,0006357536	65 380,48	40,75	2 176 546,05	22 703,11	51 420 112,16	1 168 308,56	99 064	5 419 669	54,69
22	99032	67	0,9993234510	0,0006765490	64 057,76	42,49	2 111 165,57	22 662,36	49 243 566,10	1 145 605,45	98 999	5 320 606	53,73
23	98965	71	0,9992825746	0,0007174254	62 759,24	44,14	2 047 107,81	22 619,87	47 132 400,54	1 122 943,09	98 930	5 221 607	52,76
24	98894	69	0,9993022833	0,0006977167	61 484,52	42,06	1 984 348,57	22 575,73	45 085 292,73	1 100 323,22	98 859	5 122 677	51,80
25	98825	67	0,9993220339	0,0006779661	60 236,89	40,04	1 922 864,04	22 533,67	43 100 944,16	1 077 747,49	98 791	5 023 818	50,84
26	98758	65	0,9993418255	0,0006581745	59 015,74	38,08	1 862 627,15	22 493,63	41 178 080,12	1 055 213,82	98 725	4 925 027	49,87
27	98693	63	0,9993616569	0,0006383431	57 820,48	36,19	1 803 611,42	22 455,55	39 315 452,97	1 032 720,18	98 662	4 826 301	48,90
28	98630	67	0,9993206935	0,0006793065	56 650,56	37,73	1 745 790,93	22 419,37	37 511 841,55	1 010 264,63	98 597	4 727 640	47,93
29	98563	69	0,9992999401	0,0007000599	55 502,04	38,09	1 689 140,37	22 381,64	35 766 050,62	987 845,26	98 528	4 629 043	46,97

# Popis úmrtnostní tabulky

$q_x$  je pravděpodobnost úmrtí  $x$ -letých (před  $x + 1$  narozeninami)

$p_x$  je pravděpodobnost dožití se  $x + 1$  narozenin (přežití věku  $x$ )

$l_x$  je počet osob dožívajících se věku  $x$  (pojištění na doživotní důchod)

$d_x$  je počet zemřelých ve věku  $x$  »  $l_x - l_{x+1}$  (pojištění na dožití a pro případ úmrtí)

# Komutační čísla

Slouží pro zrychlení výpočtů z důvodu často se opakujících součtů a součinů

$D_x$  – diskontovaný počet osob dožívajících se věku  $x$

$C_x$  – diskontovaný počet zemřelých ve věku  $x$

$N_x$  - součet  $D_x$  až do konce tabulky

$$N_x = \sum_{K=0}^{\omega-x} D_{x+K} = \sum_{K=0}^{\omega-x} l_{x+K} \cdot v^{x+K}$$

$M_x$  - součet  $C_x$  až do konce tabulky

$S_x$  – součet  $N_x$  až do konce tabulky

$R_x$  - součet  $M_x$  až do konce tabulky

# Brutto pojistné

Brutto (celkové) Pojistné		
Netto (ryzí) pojistné		správní náklady
rezervotvorná (spořicí) složka	riziková složka	správní náklady

# Brutto pojistné

$$PB = PN + \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$$

PB – brutto pojistné

PN – netto pojistné

$\alpha$  – jednorázové počáteční náklady

$\beta$  – běžné správní náklady po celou dobu pojištění

$\gamma$  – běžné inkasní náklady

$\delta$  – běžné správní náklady spojené s výplatou důchodu

$\varepsilon$  – bezpečnostní přírážka



# Náklady pojištění

- **jednorázové počáteční náklady ( $\alpha$ )** – bývají vynakládány pojišťovnou hned na počátku pojistné doby, při sjednání pojistné smlouvy. Těmito náklady pojišťovna pokrývá provize prodejců životního pojištění, výdaje na vystavení pojistné smlouvy, lékařskou vstupní prohlídku apod. a zpravidla bývají úměrné sjednané pojistné částce nebo důchodu ve formě nějaké výše procenta z pojistné částky,
- **běžné správní náklady ( $\beta$ )** – vynakládány během celého trvání pojištění nezahrnuté v ostatních nákladových položkách a jsou spojeny s udržováním daného pojištění, korespondenci s pojištěným, administrativou apod. a udávají se opět jako procenta z pojistné částky nebo důchodu, ale bývají o řád nižší než náklady počáteční
- **inkasní náklady ( $\gamma$ )** – jsou spojené s inkasem běžného pojistného ale tentokrát jsou stanovena jako procenta z ročního brutto pojistného,
- **náklady při výplatě důchodu ( $\delta$ )** – týkají se pouze pojištění, kde dochází k výplatě důchodu a tedy souvisí pouze s výplatami důchodu. V současné době dochází ke zmenšování  $\gamma$  a  $\delta$  nákladů díky bezhotovostním platbám.
- **Bezpečnostní přírážku** si pojišťovna většinou připočítává pro případ nepříznivých výkyvů náhodné povahy v souboru pojištěných, kterými mohou být např. náhlé zvýšení úmrtnosti v některých věkových kategoriích, hromadné rušení pojistných smluv klienty, epidemie atd. Pojišťovna by měla dbát na to, aby se tato bezpečnostní přírážka nestávala dodatečným zdrojem nadměrných zisků pojišťovny.

# Principy při výpočtu netto pojistného

## Fiktivní soubor

pojišťovna předpokládá, že všechny osoby se narodily 1.1. a zemřeli 31.12. předpoklad, že počet osob, které ve věku  $x$  uzavřou stejný typ pojištění, je  $l_x$  z použité úmrtnostní tabulky. Tedy, že daný typ pojištění uzavřou všechny osoby, které jsou ve věku  $x$  naživu. Ačkoliv je skutečnost zcela jiná, jde o značné zjednodušení, které vede k dostatečně přesným výsledkům a k jeho praktickému využití.

## Princip ekvivalence

příjmy a výdaje pojišťovny jsou v rovnováze  
zohlednění:

a) časové rozložení příjmů a výdajů – finanční matematika

finanční toky rozložené v čase se vztáhnou diskontováním do jejich počáteční hodnoty nebo naopak

b) náhodný charakter fin. toků – očekávání (stř. hodnota)

# Princip ekvivalence

očekávaná počáteční hodnota pojistného  
=  
očekávaná počáteční hodnota pojistného plnění

Předpoklady:

P – jednorázové pojistné

O – běžné pojistné

PČ = 1

v .... Diskontní faktor =  $1/(1+i)$

# Pojištění pro případ smrti

Pravděpodobnostní vzorec – vznik vydělením  $I_x$

$$P = \sum_{t=0}^{\omega-x} {}_tP_x \cdot q_{x+t} \cdot v^{t+1}$$

Vzorec pomocí komutačních čísel - vznik vynásobením  $v^x$

$$P = \frac{M_x}{D_x}$$

# Pojištění pro případ dožití

- X-letá osoba dostane PČ v případě, že bude naživu
  - Rovnice ekvivalence
- a) Vzorec pomocí komutačních čísel

$$P = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot v^n = \frac{l_{x+n} \cdot v^n}{l_x} = \frac{l_{x+n} \cdot v^{x+n}}{l_x \cdot v^x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

- b) Praviděpodobnostní vzorec

$$P = {}_n p_x \cdot v^n$$

# Doživotní důchod předlhůtní

X-letá osoba dostane vyplacenu PČ v případě, že je vždy na začátku období naživu

- Vzorec pomocí komutačních čísel

$$P = \frac{N_x}{D_x}$$

- Pravděpodobnostní vzorec

$$P = \sum_{t=0}^{\infty} {}_t p_x \cdot v^t$$

# Doživotní důchod polhůtní

Výpočet pomocí komutačních čísel

$$P = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

# Doživotní důchod s garancí vyplácení n let

x-letá osoba se pojistí tak, že po dobu n let mu bude vyplácena PČ, ať už je na živu nebo ne

$$l_x \cdot v^x \cdot P = 1 \cdot l_x \cdot v^x + 1 \cdot l_x \cdot v^1 \cdot v^x + \dots + 1 \cdot l_x \cdot v^{n-1} \cdot v^x + 1 \cdot l_{x+n} \cdot v^n \cdot v^x + \dots + 1 \cdot l_{\omega} \cdot v^{\omega-x} \cdot v^x$$

$$l_x \cdot v^x \cdot P = 1 \cdot l_x \cdot v^x + 1 \cdot l_x \cdot v^1 \cdot v^x + \dots + 1 \cdot l_x \cdot v^{n-1} \cdot v^x + 1 \cdot l_{x+n} \cdot v^{x+n} + \dots + 1 \cdot l_{\omega} \cdot v^{\omega}$$

$$D_x \cdot P = D_x \cdot (1 + v + \dots + v^{n-1}) + D_{x+n} + D_{x+n+1} + D_{x+n+2} + \dots + D_{\omega}$$

$$D_x \cdot P = D_x \cdot \frac{v^n - 1}{v - 1} + N_{x+n}$$

$$P = \frac{v^n - 1}{v - 1} \cdot \frac{1}{D_x} + \frac{N_{x+n}}{D_x} = \ddot{a}_{\overline{n}|} + {}_n\ddot{a}_x$$



# Doživotní důchod rostoucí lineárně

x-leté osobě je 1. rok vyplacena 1 p.j., 2.rok 2 p.j.,...

$$l_x \cdot v^x \cdot P = 1 \cdot l_x \cdot v^x + 2 \cdot l_{x+1} \cdot v^x \cdot v^1 + \dots + n \cdot l_{x+n-1} \cdot v^x \cdot v^{n-1} + \dots + (\omega - x + 1) \cdot l_\omega \cdot v^x \cdot v^{\omega-x}$$

$$D_x \cdot P = 1 \cdot D_x + 2 \cdot D_{x+1} + \dots + n \cdot D_{x+n-1} + \dots + (\omega - x + 1) \cdot D_\omega$$

$$D_x \cdot P = S_x$$

$$P = \frac{S_x}{D_x}$$

# Smíšené pojištění

PČ je vyplacena v případě že kdykoliv do doby  $x+n$  zemře nebo se dožije věku  $x+n$

$$l_x \cdot v^x \cdot P = 1 \cdot d_x \cdot v^x \cdot v + 1 \cdot d_{x+1} \cdot v^x \cdot v^2 + \dots + 1 \cdot d_{x+n-1} \cdot v^x \cdot v^n + 1 \cdot l_{x+n} \cdot v^x \cdot v^n$$

$$l_x \cdot v^x \cdot P = 1 \cdot d_x \cdot v^{x+1} + 1 \cdot d_{x+1} \cdot v^{x+2} + \dots + 1 \cdot d_{x+n-1} \cdot v^{x+n} + l_{x+n} \cdot v^{x+n}$$

$$D_x \cdot P = 1 \cdot C_x + 1 \cdot C_{x+1} + \dots + 1 \cdot C_{x+n-1} + 1 \cdot D_{x+n}$$

$$D_x \cdot P = M_x - M_{x+n} + D_{x+n}$$

$$P = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

# Běžné netto pojistné

Předpokládáme, že doba placení je kratší než doba trvání pojištění

Pojištění na dožití

$$O = \frac{D_{x|n}}{N_x - N_{x+n}}$$

# Motivační příklad

Jaké bude běžné netto pojistné pokud budete 15 let platit pojistné a chcete od 40. roku prvních 10 let garanci důchodu 12 000 Kč ročně, poté chcete, aby 10 let důchod rostl o 500 Kč, poté chcete opět garanci 10 let ve výši narostlého ročního důchodu a poté chcete, aby od 70. roku života důchod 5 roků klesal o 5 % z výše důchodu, kterou obdržíte v 69. roku života? (výpočet viz tabule)