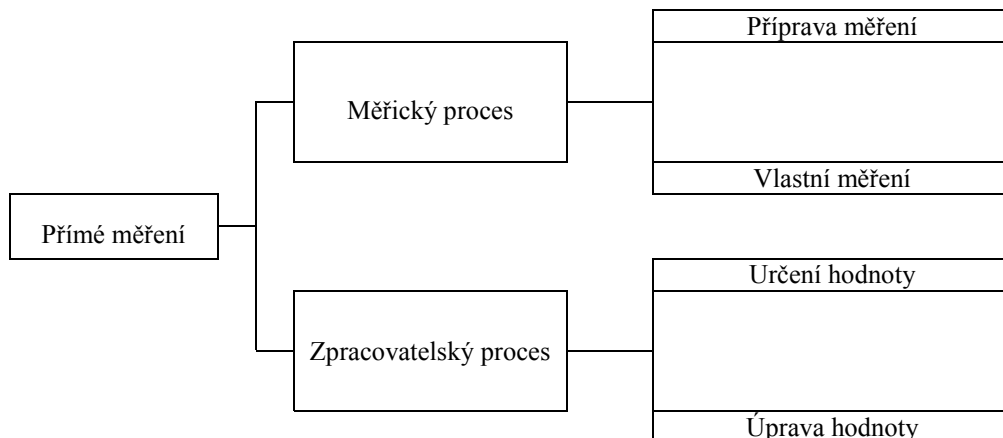


Měření

- Přímé měření
- Nepřímé měření



Podmínky působící na přímé měření:

1. **Metoda měření** (deterministické podmínky)
 - měřicí zařízení
 - postup měření
2. **Podmínky při měření** (stochastické podmínky)
 - skutečný stav měřicího zařízení
 - vliv prostředí na měření
 - vliv lidského faktoru při měření

1. Metoda měření vyžaduje:

a) měřicí zařízení, což je komplex měřicích přístrojů s jejich přídatnými zařízeními a dalšími nezbytnými pomůckami a doplňky. Měřicí zařízení musí splňovat parametry požadované *kvality*. Kvalitou se z hlediska teorie chyb rozumí u přístrojů především

- *citlivost* – nejmenší diference hodnot měřené veličiny, která koresponduje s příslušným dílkem stupnice přístroje,
- *replikovatelnost*, (schopnost opakovat údaje), stálost distribuční funkce chyb měření při opakování měření
- *přesnost* (vnitřní a vnější).

Do parametrů kvality patří i řada dalších, např. složitost obsluhy, poruchovost, energetická náročnost aj. Zvláštní pozornost si zaslouží zejména možnost pravidelné kontroly některých parametrů kvality měřicího zařízení, např. porovnávání měřicího zařízení s předepsanými etalony tzv. *komparace*.

b) postup měření (technologický postup), což je souhrn postupů, pravidel a podmínek předepsaných pro danou metodu měření. Postup měření vyžaduje zejména použití všech předepsaných přístrojů a pomůcek v souladu s návodem či předpisem pro jejich používání. Důležité je dodržení pořadí a návazností jednotlivých úkonů, dodržení předepsaného či přiměřeného tempa měření, důsledná registrace všech požadovaných údajů atd.

2 Podmínky při měření

a) Vliv měřícího zařízení

Vliv měřícího zařízení (jeho skutečného stavu) na výsledky měření záleží na:

- celkovém stavu přístrojů, zařízení a pomůcek, zejména na kvalitě prováděné i provedené údržby (seřízení přístrojů, rektifikace libel aj.),
- "okamžitém" stavu (urovnání přístrojů a měřických latí, zaostření dalekohledu, vnitřní pnutí v přístrojích a stojanech, vliv nastavení indexů a stupnic a jejich osvětlení, vliv tzv. mrtvých chodů ustanovek, vliv napětí v bateriích aj.). Velké riziko pro zhoršení aktuálního stavu přináší rovněž nešetrný transport přístrojů a pomůcek na lokalitu a zpět. I správně a dobře provedená rektifikace přístroje v laboratoři může být znehodnocena otřesy při jeho nešetrném transportu na lokalitu.

b) Vliv prostředí

Prostředí ve kterém se měření uskutečňuje se řadí k jednomu z nejvýznamnějších faktorů ovlivňujících výsledky měření:

- Ovlivnění měřického paprsku nebo signálu. Velká část geodetických měření využívá některého z druhů elektromagnetické záření (světelné vlny, radiové vlny), které je výrazně ovlivňováno prostředím, kterým se šíří. Rychlost a směr šíření elektromagnetických vln jsou závislé na indexech lomu daného prostředí, kde zejména okamžitý stav atmosféry (troposféry, případně i ionosféry) způsobuje celou řadu jevů (např. refrakci, difrakci, zpoždění signálu aj.), které jsou proměnlivé s časem a místem. Vlivem jiných elektromagnetických zdrojů záření působí prostředí na elektromagnetický signál a způsobuje jeho zašumění, rušení či degradaci. Nezanedbatelný může být i vliv falešných odrazů signálu, či ohyb světelného paprsku vlivem blízkých objektů a překážek. Mohou nastat situace, kdy při snížené viditelnosti (opar, smog, déšť, sněžení, mlha či silné chvění obrazu) se zmenší dosah měřícího zařízení nebo je měření zcela znemožněno.
- Působení prostředí na měřící zařízení. Prostředí dále působí přímo na měřící přístroje a některé pomůcky, např. při osvětlení přístroje či stojanu přímým sluncem nebo za mrazu v nich nastávají různá pnutí. Teplota vzduchu ovlivňuje teplotu měřidel (pásem, latí,..) a tím mění i jejich délku. Silnější vítr způsobuje chvění přístrojů a latí, zvětšuje průhyb pásma, způsobuje kývání olovnice, či znemožňuje použití slunečníku pro ochranu přístroje před přímým slunečním zářením. Rovněž málo únosný terén (bláto, sníh, led, rozměklý asfalt, oranice, tráva apod.) výrazně snižuje stabilitu přístrojů a pomůcek v průběhu měření. Podobný charakter mají i vibrace v průmyslových závodech či silný dopravní ruch, které způsobují chvění přístrojů a snižují jejich stabilitu.
- Prostředí působí i na měřiče a jeho pomocníky, zejména je-li nepříznivé (velké vedro či chlad, silný vítr, mrholení, déšť, sníh, hluk apod.).
- Slapové změny. Mezi vlivy prostředí řadíme i působení dalších jevů, jako jsou změny v tíhovém poli vyvolané např. proměnlivou polohou Slunce a Měsíce, působení magnetického pole Země, vlnění zemské kůry aj., které mají velmi často periodický charakter.

Při studiu vlivu prostředí na výsledky měření se zkoumají vlivy jednotlivých jejich složek pokud možno odděleně. Toto studium má obvykle jak teoretickou, tak i experimentální část, která může mít laboratorní nebo terénní charakter.

c) Vliv lidského faktoru.

Měřič a jeho pomocníci vnášejí do procesu měření lidský faktor. Ten se může projevit příznivě i nepříznivě. Především se od měřiče očekává, že umí měřit. K tomu účelu musí být vybaven schopnostmi, znalostmi a zkušenostmi:

- Schopnost. Ne každý člověk je schopen kvalitně měřit. Například při vyhodnocování fotogrammetrických snímků musí být jejich vyhodnocovatel obdařen schopností stereoskopického vidění. Při náročných měřeních v komplikovaném terénu musejí být měřiči i pomocníci dostatečně fyzicky zdatní apod. S pojmem schopnost bezprostředně souvisí i pojem dovednost. Dovednost je zjednodušeně řečeno rozvinutá a využitá schopnost. Schopnost a dovednost ovlivňují výsledky měření obvykle přímo.
- Znalosti se získávají především studiem, ať již řádným, v rámci příslušného odborného vzdělávání, tak i studiem při řešení teoretických a praktických problémů. Znalosti působí na kvalitu měření velmi často nepřímo, většinou se projeví již při výběru vhodné metody měření či volbě postupu měření.
- Zkušenosti jsou užitečné zejména při řešení nestandardních problémů. Měřické zkušenosti obvykle přinášejí efektivní, ale někdy i netradiční řešení. Nejsou-li zkušenosti dostatečně doplněné znalostmi, mohou někdy působit i negativně, neboť svádí k přeceňování praxe na úkor teorie.
- Aktuální fyzický a psychický stav. Lidské jednání je ovlivňováno nejen povahou člověka a jeho fyzickou kondicí, ale též jeho okamžitým psychickým stavem. Toto jednání může být ovlivněno momentálními starostmi, problémy, povinnostmi či potřebami. Určitou roli zde hraje i motivace jedince či skupiny k získání kvalitních výsledků.

Je-li měřický proces dostatečně citlivý (přesný), pak je schopen změny podmínek registrovat ve výsledcích měření. Důsledkem je, že při opakovaném měření za vymezených podmínek obdržíme rozdílné výsledky měření, které se navzájem v malých mezích liší.

Měřické chyby

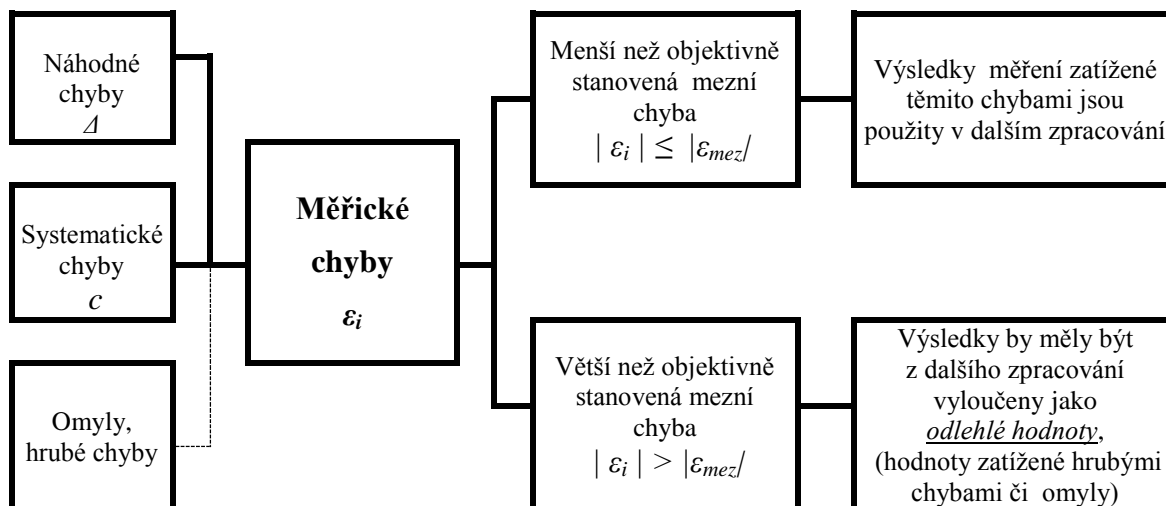
Pravé chyby

$$\varepsilon_i = x_i - \tilde{x},$$

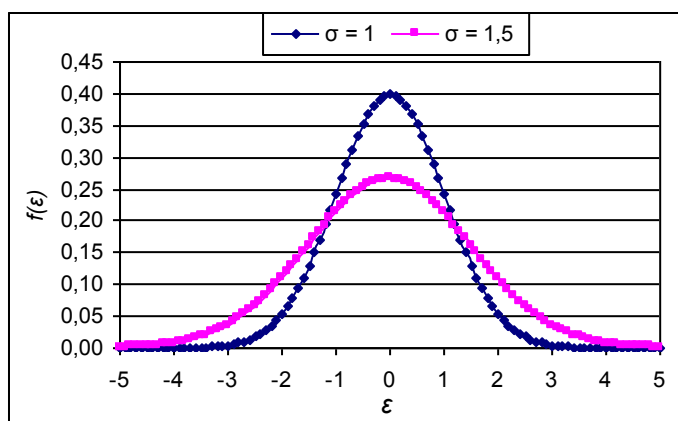
Opravy

$$v_i = \bar{x} - x_i.$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum x}{n}$$



Úplné chyby $\varepsilon_i = \Delta_i + c_i$



$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\Delta^2 / 2\sigma^2}$$

Charakteristiky měření

Střední hodnota

$$E(X) = \int_{\Omega} xf(x)dx ,$$

$$E(X) = \sum_{x \in \Omega} xf''(x) ,$$

$$\bar{x} = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i l_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = \frac{\sum pl}{\sum p}$$

Variance

$$V(X) = E((X - E(x))^2)$$

Směrodatná odchylka

$$\sigma = +\sqrt{V(X)}.$$

Výběrová variance

$$s^2 = E((l_i - E(X))^2) = E(\varepsilon_i^2) = \frac{\sum \varepsilon^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - l_i)^2}{n-1} = \frac{\sum v^2}{n-1}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}, \quad \text{přesnost jednoho měření}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{přesnost aritmetického průměru}$$

Základní střední chyba

$$\bar{m} = \sqrt{\sigma^2 + \bar{c}^2}$$

Intervaly spolehlivosti

$\pm 1 \sigma$	0,68	68%	riziko	32%
$\pm 2 \sigma$	0,95	95%		5%
$\pm 2,5 \sigma$	0,99	99%		1%

Zákony přenášení chyb

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$\tilde{y} + \varepsilon_y = f(\tilde{x}_1 + \varepsilon_1, \tilde{x}_2 + \varepsilon_2, \dots, \tilde{x}_k + \varepsilon_k).$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1} \varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2} \varepsilon_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_k} \varepsilon_k$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_2} \right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_k} \right)^2 \sigma_k^2$$

Příklad 1

Vypočítejte varianci a směrodatnou odchylku funkce součtu n proměnných, které mají stejné směrodatné odchylky $\sigma_i = \sigma$, pro $i=1,2,\dots,n$.

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n, \quad \sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 = \sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2 = n\sigma^2,$$

$$\sigma_y = \sigma\sqrt{n}$$

Příklad 2

Vypočítejte varianci a směrodatnou odchylku pro funkci aritmetického průměru z n proměnných, které mají stejné variance:

$$Y = \bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n), \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n},$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Příklad 3

V rovinném trojúhelníku byly změřeny následující veličiny:

strana $a = 125,45$ m s přesností $m_a = 12$ mm,

strana $b = 86,48$ m s přesností $m_b = 10$ mm,

úhel mezi oběma stranami $\gamma = 58,5685^\circ$ s přesností $1''$.

Připomeňme, že $1'' = 100'' = 0,01'' = 10$ mgon.

Vypočítejte střední chybu m_P obsahu plochy P určené podle vzorce

$$P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma.$$

Střední chybu určíme ze zákona hromadění středních chyb. Pro její výpočet podle (5.19) musíme nejprve určit parciální derivace funkce P podle proměnných a , b , γ .

$$\frac{\partial P}{\partial a} = \frac{1}{2}b \sin \gamma = \frac{P}{a} = f_a, \quad \frac{\partial P}{\partial b} = \frac{1}{2}a \sin \gamma = \frac{P}{b} = f_b, \quad \frac{\partial P}{\partial \gamma} = \frac{1}{2}ab \cos \gamma = P \cot \gamma = f_\gamma.$$

Číselné hodnoty parciálních derivací vypočteme tak, že do jejich vztahů dosadíme měřené veličiny.

$$P = 4315,68 [m^2]; \quad f_a = 34,4016; \quad f_b = 49,9038; \quad f_\gamma = 3286,28.$$

U parciálních derivací nejsou uvedeny jednotky $[m]$ a $[m^2]$, ale musí pro ně platit poznámka 5.1. Protože je střední chyba m_γ vyjádřena v jednotkách mgon, musíme ji převést na obloukovou míru pomocí ρ ($\rho^{\text{mgon}} = 63662$ mgon).

$$m_p^2 = f_a^2 m_a^2 + f_b^2 m_b^2 + f_\gamma^2 \left(\frac{m_\gamma}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{P}{a}\right)^2 m_a^2 + \left(\frac{P}{b}\right)^2 m_b^2 + (P \cot \gamma)^2 \frac{m_\gamma^2}{\rho^2}.$$

$$m_p^2 = (34,4016)^2 \cdot (0,012)^2 + (49,9038)^2 \cdot (0,010)^2 + (3286,28)^2 \cdot (0,000157)^2 = \\ = 0,17042 + 0,24904 + 0,26620 = 0,68566.$$

$$m_p = \sqrt{0,68566} = 0,82 [m^2].$$

Vzhledem k velikosti střední chyby obsah plochy zaokrouhlíme na celé m^2 ,

Výsledek je také možno psát ve tvaru $P = (4316 \pm 0,8) m^2$.