Přednáška II.
Vztah pravděpodobnosti, statistiky a biostatistiky

- Statistika vychází z pravděpodobnosti
- Podmíněná pravděpodobnost, Bayesův vzorec
- Senzitivita, specificita, prediktivní hodnoty
- Frekventistická a Bayesovská statistika

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Opakování – klíčové principy biostatistiky

Opakování – příčina a důsledek

- **Příklad**: Farmaceutická společnost se snaží o kategorizaci nového přípravku proti běžné rýmě. Jako důkaz účinnosti přípravku provedla společnost experiment, kdy byl její přípravek podán velkému množství pacientů s rýmou. S potěšením pak firma reportovala Státnímu ústavu pro kontrolu léčiv, že 90 % pacientů se po 10 dnech užívání cítilo lépe. SÚKL přesto přípravek neschválil.

- Proč?

Statistika, biostatistika a analýza dat

Statistika	Biostatistika	Analýza dat
▪ Primárně je zaměřena na vývoj metod a algoritmů pro řešení teoretických problémů. ▪ Nicméně i statistika je vždy primárně motivována reálnými problémy. ▪ Vychází z teorie pravděpodobnosti.	▪ Propojení znalosti statistických metod a dané problematiky v řešení biologických a klinických úloh. ▪ Na prvním místě není teoretický vývoj, ale aplikace.	▪ Velmi obecná oblast bez jasné definice. ▪ Prostupuje různými odvětvími. ▪ Zahrnuje komplexní postupy hodnocení dat (čištění, kódování). ▪ Nemusí být založena na statistice.

Biostatistika vychází ze statistiky

- Biostatistika je **aplikace statistických metod** v řešení biologických a klinických problémů.

- Snahou je **získat z pozorovaných dat užitečnou informaci**. V popředí zájmu je pozorovaná variabilita mezi studovanými subjekty, kterou chceme vysvětlit.

Statistický pohled na problém

- **Cílová populace** – chceme postihnout konkrétní problém.
- Získáme **experimentální vzorek** cílové populace (pozorování), která převedeme na **číselné vyjádření** (data). Vzorek by měl být reprezentativní a náhodný.
- Předpokládáme **pravděpodobnostní chování** (model) tohoto vzorku (tedy i cílové populace).
- Konkrétní problém vyjádříme ve vybraném modelu jako **hypotézu**.
- **Zhodnotíme hypotézu** na základě vybraného modelu a pozorovaných dat.

Statistika vychází z pravděpodobnosti

- Teorie pravděpodobnosti se zabývá **modelováním náhody**.
- Lze nějak ale vyjádřit, co je to náhoda?

Statistika vychází z pravděpodobnosti

- Teorie pravděpodobnosti se zabývá **modelováním náhody**.
- Lze nějak ale vyjádřit, co je to náhoda?

Objektivní nepředvídatelnost?

Nedostatek informací?

Statistika vychází z pravděpodobnosti

- Teorie pravděpodobnosti se zabývá **modelováním náhody**.
- Lze nějak ale vyjádřit, co je to náhoda?

Objektivní nepředvídatelnost?

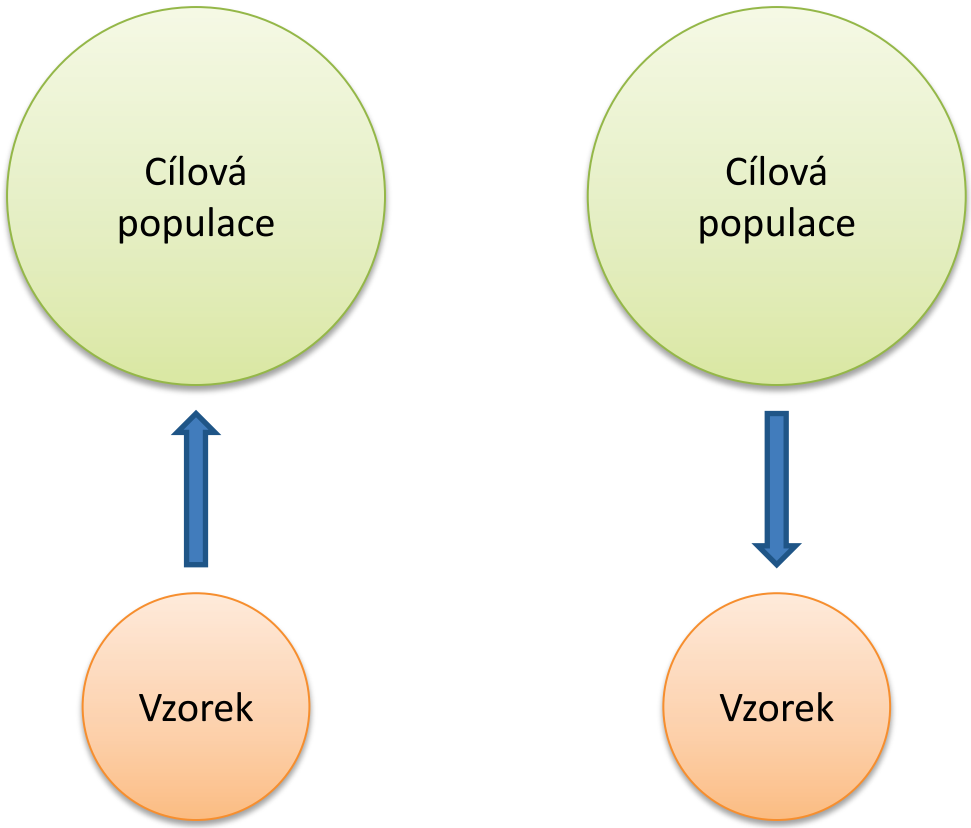
Nedostatek informací?

"Chance is only ignorance of the connections between phenomena."

Pierre Simon de Laplace

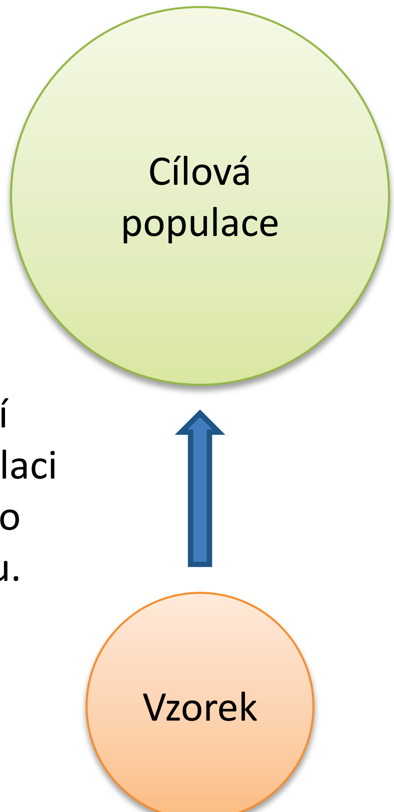
Statistika vs. pravděpodobnost

Statistika | **Pravděpodobnost**



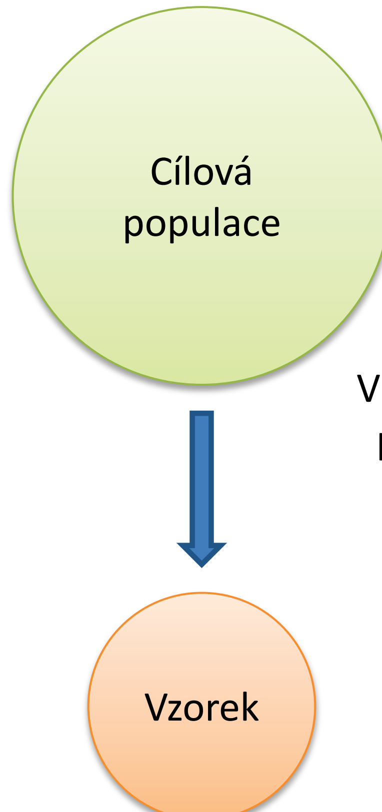
Statistika vs. pravděpodobnost

Statistika



Cílem statistiky je získání informace o cílové populaci na základě pozorovaného experimentálního vzorku.

Pravděpodobnost



V teorii pravděpodobnosti se ptáme na pravděpodobnost získání konkrétního výsledku, máme-li danou strukturu cílové populace.

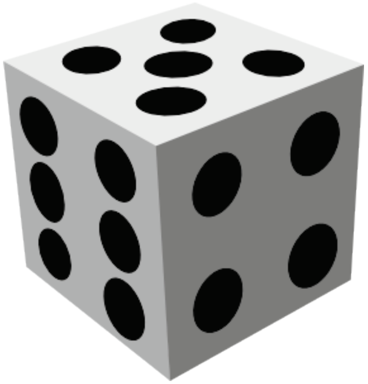
Značení

- **Základní prostor** (Ω) – množina všech možných výsledků experimentu
- **Elementární jev** (ω) – konkrétní výsledek experimentu
- **Náhodný jev** (A) – podmnožina základního prostoru
- **Množina všech jevů** (**A**) – množina (všech) podmnožin základního prostoru
- Ø představuje jev nemožný, Ω zase jev jistý
- Množinové operace mají v teorii pravděpodobnosti svůj význam:

1. $\omega \in A$ - jev A nastane, když nastane ω
2. $\omega \notin A$ - jev A nenastane, když nastane ω
3. $A \subset B$ - nastání jevu A implikuje nastání jevu B
4. $A \cap B$ - nastání jevu A a zároveň jevu B
5. $A \cup B$ - nastání jevu A nebo jevu B
6. $A \cap B = 0$ - jevy A a B se navzájem vylučují, jsou *disjunktní*
7. A^c - nastání jevu opačného k jevu A

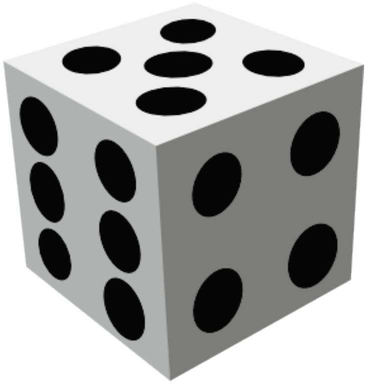
Příklad – hod kostkou

- Jak vypadá základní prostor



Příklad – hod kostkou

- Jak vypadá základní prostor: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Jaké jsou elementární jevy příznivé jevu A, padne liché číslo



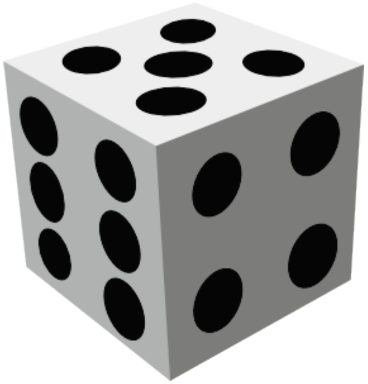
Příklad – hod kostkou

- Jak vypadá základní prostor: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Jaké jsou elementární jevy příznivé jevu A, padne liché číslo: A = {1, 3, 5}
- Uvažujme A = {1, 3, 5}, B = {4, 5, 6}. Jak vypadá

  $A \cap B$

  $A \cup B$

  $\overline{A}$



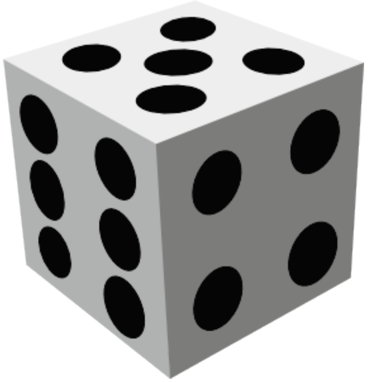
Příklad – hod kostkou

- Jak vypadá základní prostor: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Jaké jsou elementární jevy příznivé jevu A, padne liché číslo: A = {1, 3, 5}
- Uvažujme A = {1, 3, 5}, B = {4, 5, 6}. Jak vypadá

$A \cap B$ = {5}

$A \cup B$ = {1, 3, 4, 5, 6}

$\overline{A}$ = {2, 4, 6}



DeMorganova pravidla

$$1.\ (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$2.\ (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

- **Příklad**: Uvažujme opět hod kostkou a jevy A = {1, 3, 5} a B = {4, 5, 6}.

$$1.\ (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6\} = \{2, 4, 6\} \cup \{1, 2, 3\} = A^c \cup B^c$$

$$2.\ (A \cup B)^c = \{2\} = \{2, 4, 6\} \cap \{1, 2, 3\} = A^c \cap B^c$$

Pravděpodobnost

- Pravděpodobnost lze definovat jako funkci, která přiřazuje náhodnému jevu reálné číslo mezi 0 a 1. Je to tedy funkce P: **A** → [0,1]. Musí platit následující:

$$1.\ P(\phi) = 0, P(\Omega) = 1$$

$$2.\ A \subseteq \Omega \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$3.\ A \cap B = \phi \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Definice pravděpodobnosti

- **Klasická definice pravděpodobnosti**: předpokládáme, že Ω je konečná a všechny ω jsou stejně pravděpodobné. Pak

$$A \subseteq \Omega \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

kde |A| je počet prvků množiny A (počet elementárních jevů jevu A).

- **Axiomatická definice pravděpodobnosti**: Ω je libovolná množina elementárních jevů, **A'** je množina měřitelných jevů (**A'** je podmnožina **A**). Funkce P: **A'** → [0,1], která splňuje

$$1.\ P(\Omega) = 1$$

$$2.\ A_1, A_2, \ldots \in \Omega : A_i \cap A_j = \phi, \forall i \neq j \Rightarrow P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

se nazývá pravděpodobnost. Trojice (Ω, **A'**, P) se nazývá pravděpodobnostní prostor.

Definice pravděpodobnosti – najděte rozdíly

- **Klasická definice pravděpodobnosti**: předpokládáme, že Ω je konečná a všechny ω jsou stejně pravděpodobné. Pak

$$A \subseteq \Omega \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

kde |A| je počet prvků množiny A (počet elementárních jevů jevu A).

- **Axiomatická definice pravděpodobnosti**: Ω je libovolná množina elementárních jevů, **A’** je množina měřitelných jevů (**A’** je podmnožina **A**). Funkce P: **A’** → [0,1], která splňuje

$$1.\ P(\Omega) = 1$$

$$2.\ A_1, A_2, \ldots \in \Omega : A_i \cap A_j = \phi, \forall i \neq j \Rightarrow P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

se nazývá pravděpodobnost. Trojice (Ω, **A’**, P) se nazývá pravděpodobnostní prostor.

Co to znamená?

- Axiomatická definice připouští i **nespočetný základní prostor**, tedy nespočetnou množinu elementárních jevů.
- **Příklady**: hod kostkou × měření výšky lidské postavy

- Axiomatická definice připouští **různou pravděpodobnost** různých **elementárních jevů**.
- **Příklady**: hod kostkou × měření výšky lidské postavy

Nezávislost jevů

- Dva jevy *A* a *B* jsou nezávislé právě tehdy, když platí

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- Jsou-li dva jevy *A* a *B* nezávislé, pak i

A^c je nezávislé na B

A je nezávislé na B^c

A^c je nezávislé na B^c

Nezávislost jevů

- Dva jevy *A* a *B* jsou nezávislé právě tehdy, když platí

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- Jsou-li dva jevy *A* a *B* nezávislé, pak i

A^c je nezávislé na B

A je nezávislé na B^c

A^c je nezávislé na B^c

- **Příklad**: Uvažujme opět hod kostkou a jevy $A = \{1, 3, 5\}$ a $B = \{4, 5, 6\}$.

$$P(A \cap B) = 1/6 \neq 1/4 = P(A)P(B)$$

- Jevy *A* a *B* tedy nejsou nezávislé.

Podmíněná pravděpodobnost

- Máme-li jev *B* s pravděpodobností *P*(*B*) > 0, pak podmíněnou pravděpodobnost jevu *A* za podmínky nastoupení jevu *B* definujeme jako

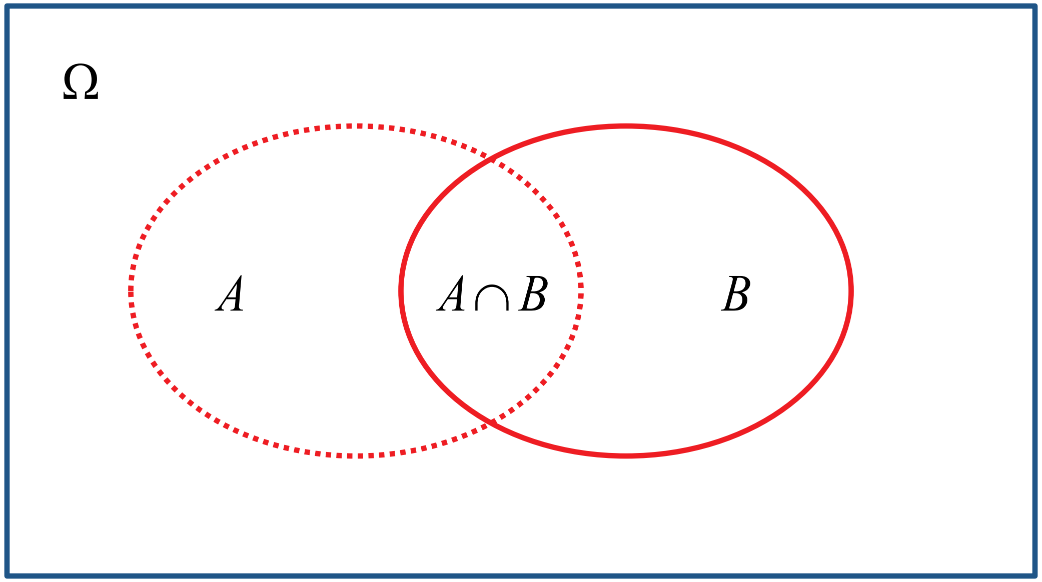
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Pro nezávislé jevy *A* a *B* platí

$$P(A \mid B) = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Podmíněná pravděpodobnost

- **Příklad**: Osoba X má všechny typické příznaky chřipky. Pravděpodobnost, že se jedná o klasickou chřipku je 0,7 (jev *A*), prasečí chřipku 0,2 (jev *B*), ptačí chřipku 0,05 (jev *C*) a dosud neznámou formu 0,05 (jev *D*). Diagnostický test prokázal, že klasická chřipka to není. Jaká je nyní pravděpodobnost, že se jedná o novou formu chřipky?

Podmíněná pravděpodobnost

- **Příklad**: Osoba X má všechny typické příznaky chřipky. Pravděpodobnost, že se jedná o klasickou chřipku je 0,7 (jev *A*), prasečí chřipku 0,2 (jev *B*), ptačí chřipku 0,05 (jev *C*) a dosud neznámou formu 0,05 (jev *D*). Diagnostický test prokázal, že klasická chřipka to není. Jaká je nyní pravděpodobnost, že se jedná o novou formu chřipky?

- **Řešení**:

$$P(D \mid A^c) = \frac{P(D \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{P(D)}{P(A^c)} = \frac{0{,}05}{0{,}3} = 0{,}167$$

Celková pravděpodobnost a Bayesův vzorec

- Můžeme-li rozdělit základní prostor na *k* po dvou disjunktních podmnožin (H_i, $i = 1, \ldots, k$), pro které zároveň platí, že jejich sjednocení je celý základní prostor (tzv. systém hypotéz), pak pravděpodobnost jevu *A* lze získat jako

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \mid H_i) P(H_i)$$

Vzorec pro celkovou pravděpodobnost

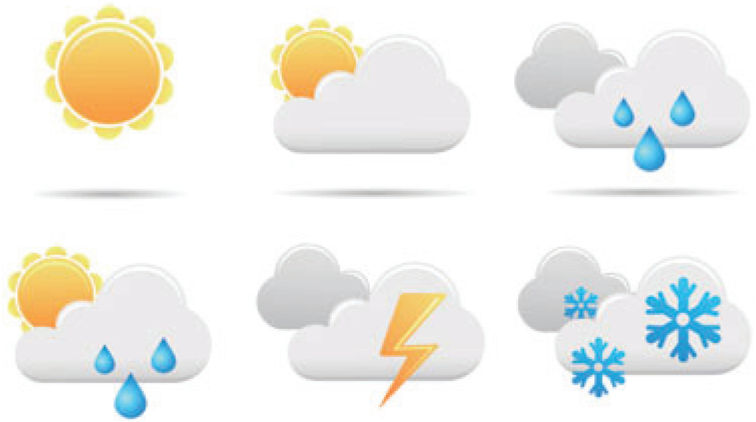
- Dále platí

$$P(H_j \mid A) = \frac{P(A \cap H_j)}{P(A)} = \frac{P(A \mid H_j) P(H_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A \mid H_i) P(H_i)}$$

Bayesův vzorec

Počasí a celková pravděpodobnost

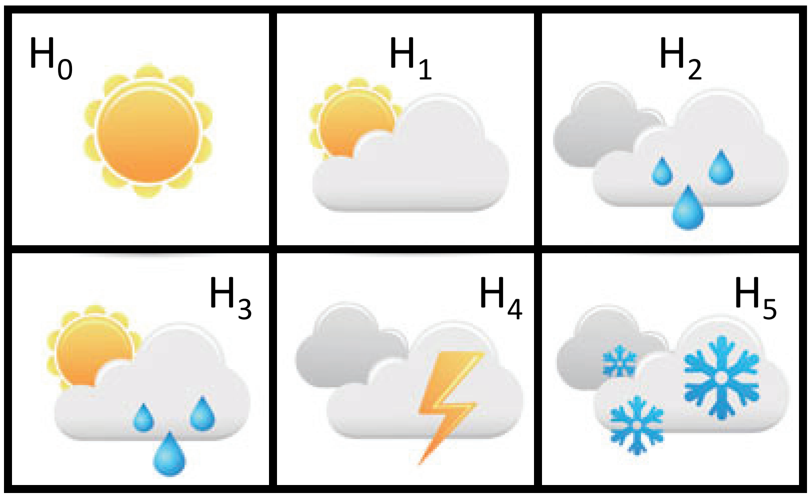
- Co má počasí společného s pravděpodobností?



Počasí a celková pravděpodobnost

- Co má počasí společného s pravděpodobností?
- U každého jevu (A) se můžeme ptát na jeho pravděpodobnost za slunečného počasí, za deště, za bouřky, atd. Celkovou pravděpodobnost jevu A potom můžeme získat jako součet přes tyto možnosti.
- Tyto stavy lze chápat jako **výchozí hypotézy** ovlivňující výsledek, přičemž vždy nastává (platí) pouze jeden z těchto stavů (hypotéz). **Pokud pozorujeme jev *A*, můžeme se zpětně ptát na platnost těchto hypotéz (s použitím Bayesova vzorce)**.

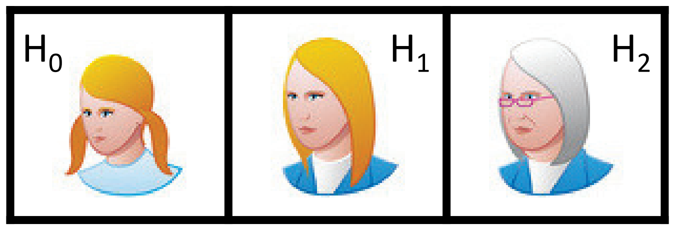
Ω



Celková pravděpodobnost – jiný příklad

- Populaci můžeme rozdělit dle věku na tři skupiny: děti (H_0), dospělé v produktivním věku (H_1) a dospělé v postproduktivním věku (H_2), přičemž známe rozdělení populace, tedy známe $P(H_0)$, $P(H_1)$ a $P(H_2)$.

Ω



- Označme jev A: stane se úraz.
- Známe-li pravděpodobnost úrazu u dítěte, $P(A|H_0)$, u dospělého v produktivním věku, $P(A|H_1)$, a u dospělého v postproduktivním věku, $P(A|H_2)$, jsme schopni pomocí vzorce pro celkovou pravděpodobnost spočítat $P(A)$.

Bayesův vzorec

- **Příklad**: Uvažujme populaci mužů nekuřáků ve věku 50 – 60 let, u kterých sledujeme výskyt chronického kašle (jev A). Dle stavu plic můžeme muže zjednodušeně rozdělit na zdravé (jev H_1), nemocné plicním karcinomem (jev H_2) a nemocné sarkoidózou (jev H_3). Pravděpodobnosti výskytu jednotlivých plicních onemocnění jsou známé, navíc známe i pravděpodobnosti výskytu chronického kašle dle stavu plic:

$$P(H_1) = 0{,}991, \quad P(H_2) = 0{,}001, \quad P(H_3) = 0{,}008$$

$$P(A|H_1)=0{,}002, \quad P(A|H_2)=0{,}900, \quad P(A|H_3)=0{,}950$$

- Zajímá nás, s jakou pravděpodobností bude u pacienta s chronickým kašlem při podrobnějším vyšetření diagnostikován karcinom plic.

Bayesův vzorec

- **Příklad**: Uvažujme populaci mužů nekuřáků ve věku 50 – 60 let, u kterých sledujeme výskyt chronického kašle (jev A). Dle stavu plic můžeme muže zjednodušeně rozdělit na zdravé (jev H_1), nemocné plicním karcinomem (jev H_2) a nemocné sarkoidózou (jev H_3). Pravděpodobnosti výskytu jednotlivých plicních onemocnění jsou známé, navíc známe i pravděpodobnosti výskytu chronického kašle dle stavu plic:

$$P(H_1) = 0{,}991, \quad P(H_2) = 0{,}001, \quad P(H_3) = 0{,}008$$

$$P(A|H_1)=0{,}002, \quad P(A|H_2)=0{,}900, \quad P(A|H_3)=0{,}950$$

- Zajímá nás, s jakou pravděpodobností bude u pacienta s chronickým kašlem při podrobnějším vyšetření diagnostikován karcinom plic.

- **Řešení**:

$$P(H_2 \mid A) = \frac{P(A \cap H_2)}{P(A)} = \frac{P(A \mid H_2)P(H_2)}{\sum_{i=1}^{3} P(A \mid H_i)P(H_i)}$$

$$P(H_2 \mid A) = \frac{0{,}900 \times 0{,}001}{0{,}002 \times 0{,}991 + 0{,}900 \times 0{,}001 + 0{,}950 \times 0{,}008} = 0{,}086$$

Význam podmíněné pravděpodobnosti v biostatistice

- Princip podmíněné pravděpodobnosti je v biostatistice velmi častý – máme **systém hypotéz** (nejčastěji dvou) o vlastnostech cílové populace a pozorovaná data. Na jejich základě pak rozhodujeme o platnosti stanovených hypotéz.

- Přímé použití podmíněné pravděpodobnosti lze demonstrovat na příkladu binárních **diagnostických testů**:
  - Osoba ve skutečnosti má (jev H) nebo nemá (jev H^c) sledované onemocnění.
  - Diagnostický test u dané osoby indikuje přítomnost (jev A^+) nebo nepřítomnost (jev A^-) sledovaného onemocnění.
  - Nás zajímají diagnostické schopnosti testu.

Senzitivita, specificita

		Skutečnost – přítomnost nemoci	
		Ano (H)	Ne (H^c)
Výsledek diagnostického testu	Pozitivní (A^+)	T	U
	Negativní (A^-)	V	W

- **Senzitivita testu**: schopnost testu rozpoznat skutečně nemocné osoby, tedy pravděpodobnost, že test bude pozitivní, když je osoba skutečně nemocná.
- Senzitivita testu = $P(A^+|H)$ = T / (T + V).

- **Specificita testu**: schopnost testu rozpoznat osoby bez nemoci, tedy pravděpodobnost, že test bude negativní, když osoba není nemocná.
- Specificita testu = $P(A^-|H^c)$ = W / (U + W).

Pozitivní a negativní prediktivní hodnota

		Skutečnost – přítomnost nemoci	
		Ano (H)	Ne (H^c)
Výsledek diagnostického testu	Pozitivní (A^+)	T	U
	Negativní (A^-)	V	W

- **Prediktivní hodnota pozitivního testu**: pravděpodobnost, že osoba je skutečně nemocná, když je test pozitivní.
- Prediktivní hodnota pozitivního testu = $P(H|A^+)$ = T / (T + U).

- **Prediktivní hodnota negativního testu**: pravděpodobnost, že osoba není nemocná, když je test negativní.
- Prediktivní hodnota negativního testu = $P(H^c|A^-)$ = W / (V + W).

Shrnutí

		Skutečnost – přítomnost nemoci		
		Ano (H)	Ne (H^c)	
Výsledek diagnostického testu	Pozitivní (A^+)	T	U	T + U → **Prediktivní hodnota pozitivního testu**
	Negativní (A^-)	V	W	V + W → **Prediktivní hodnota negativního testu**
		T + V	U + W	
		↓	↓	
		Senzitivita testu	**Specificita testu**	

Senzitivita, specificita

- **Příklad**: Zajímá nás přesnost vyšetření jater ultrazvukem, tedy schopnost vyšetření UTZ identifikovat maligní ložisko v pacientových játrech. Přesnost je vztažena k histologickému ověření odebrané tkáně. Výsledky jsou dány tabulkou:

Vyšetření UTZ	Histologické ověření		
	Maligní	Benigní	Celkem
Maligní	32	2	34
Benigní	3	24	27
Celkem	35	26	61

- Senzitivita testu = $P(A^+|H)$ = ?
- Specificita testu = $P(A^-|H^c)$ = ?

Senzitivita, specificita

- **Příklad**: Zajímá nás přesnost vyšetření jater ultrazvukem, tedy schopnost vyšetření UTZ identifikovat maligní ložisko v pacientových játrech. Přesnost je vztažena k histologickému ověření odebrané tkáně. Výsledky jsou dány tabulkou:

Vyšetření UTZ	Histologické ověření		
	Maligní	Benigní	Celkem
Maligní	32	2	34
Benigní	3	24	27
Celkem	35	26	61

- **Senzitivita testu** = $P(A^{+}|H)$ = **32 / 35** = **91,4 %** (IS = 75,8 – 97,8)
- **Specificita testu** = $P(A^{-}|H^{c})$ = **24 / 26** = **92,3 %** (IS = 73,4 – 98,7)

Bayesův vzorec pro výpočet prediktivních hodnot

- Obě prediktivní hodnoty testu lze vypočítat s pomocí charakteristik testu, senzitivity a specificity, a celkové prevalence onemocnění v cílové populaci.

Senzitivita testu $P(A^+ | H)$ **Specificita testu** $P(A^- | H^c)$ **Prevalence** $P(H)$

Prediktivní hodnota pozitivního testu

$$P(H | A^+) = \frac{P(A^+ | H)P(H)}{P(A^+ | H)P(H) + P(A^+ | H^c)P(H^c)}$$

Prediktivní hodnota negativního testu

$$P(H^c | A^-) = \frac{P(A^- | H^c)P(H^c)}{P(A^- | H^c)P(H^c) + P(A^- | H)P(H)}$$

Pozitivní a negativní prediktivní hodnota

- **Příklad**: Zajímají nás pozitivní a negativní prediktivní hodnoty diagnostického testu na HIV pozitivitu, u kterého výrobce garantuje 98% senzitivitu a 99% specificitu.

1. Uvažujme jihoafrickou zemi s prevalencí HIV pozitivních cca 20 %:
   $P(A^+|H) = 0{,}98$; $P(A^-|H^c) = 0{,}99$; $P(H) = 0{,}2$.

Pozitivní a negativní prediktivní hodnota

- **Příklad**: Zajímají nás pozitivní a negativní prediktivní hodnoty diagnostického testu na HIV pozitivitu, u kterého výrobce garantuje 98% senzitivitu a 99% specificitu.

1. Uvažujme jihoafrickou zemi s prevalencí HIV pozitivních cca 20 %:
   $P(A^+|H) = 0{,}98$; $P(A^-|H^c) = 0{,}99$; **$P(H) = 0{,}2$**.

Prediktivní hodnota pozitivního testu

$$P(H \mid A^+) = \frac{P(A^+ \mid H)P(H)}{P(A^+ \mid H)P(H) + P(A^+ \mid H^c)P(H^c)} = \frac{0{,}98 \times 0{,}20}{0{,}98 \times 0{,}20 + (1-0{,}99) \times (1-0{,}20)} = 96{,}1\%$$

Prediktivní hodnota negativního testu

$$P(H^c \mid A^-) = \frac{P(A^- \mid H^c)P(H^c)}{P(A^- \mid H^c)P(H^c) + P(A^- \mid H)P(H)} = \frac{0{,}99 \times (1-0{,}20)}{0{,}99 \times (1-0{,}20) + (1-0{,}98) \times 0{,}20} = 99{,}5\%$$

Pozitivní a negativní prediktivní hodnota

- **Příklad**: Zajímají nás pozitivní a negativní prediktivní hodnoty diagnostického testu na HIV pozitivitu, u kterého výrobce garantuje 98% senzitivitu a 99% specificitu.

2. Uvažujme evropskou zemi s prevalencí HIV pozitivních cca 0,2 %:
   $P(A^+|H) = 0{,}98$; $P(A^-|H^c) = 0{,}99$; $P(H) = 0{,}002$.

Pozitivní a negativní prediktivní hodnota

- **Příklad**: Zajímají nás pozitivní a negativní prediktivní hodnoty diagnostického testu na HIV pozitivitu, u kterého výrobce garantuje 98% senzitivitu a 99% specificitu.

2. Uvažujme evropskou zemi s prevalencí HIV pozitivních cca 0,2 %:
   $P(A^+|H) = 0,98$; $P(A^-|H^c) = 0,99$; **$P(H) = 0,002$**.

Prediktivní hodnota pozitivního testu

$$P(H \mid A^+) = \frac{P(A^+ \mid H)P(H)}{P(A^+ \mid H)P(H) + P(A^+ \mid H^c)P(H^c)} = \frac{0,98 \times 0,002}{0,98 \times 0,002 + (1-0,99) \times (1-0,002)} = 16,4\%$$

Prediktivní hodnota negativního testu

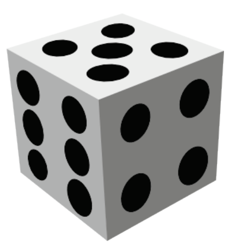
$$P(H^c \mid A^-) = \frac{P(A^- \mid H^c)P(H^c)}{P(A^- \mid H^c)P(H^c) + P(A^- \mid H)P(H)} = \frac{0,99 \times (1-0,002)}{0,99 \times (1-0,002) + (1-0,98) \times 0,002} = 99,9\%$$

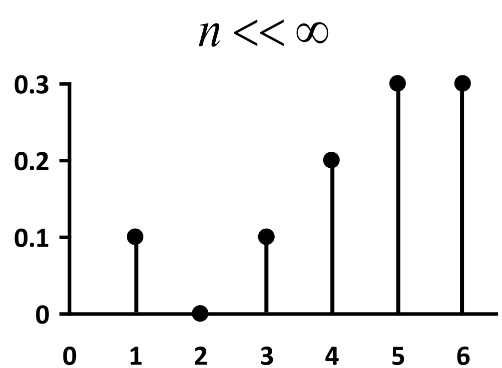
Dva směry statistiky

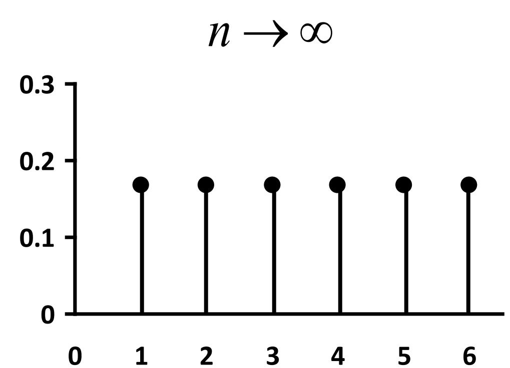
- Ve statistice existují dva hlavní filozofické směry: **frekventistický** a **Bayesovský**.
- Liší se v pohledu na pravděpodobnostní chování neznámých hodnot, které se snažíme odhadnout.
- **Frekventistická statistika**: všechny neznámé hodnoty považujeme za konstantní (parametry). Na základě dat se snažíme tuto hodnotu „lokalizovat“.
- **Bayesovská statistika**: všechny neznámé hodnoty mají pravděpodobnostní chování (rozdělení pravděpodobnosti). Na základě dat se snažíme toto pravděpodobnostní chování „upřesnit“.

Frekventistická statistika

- Neznámou charakteristiku cílové populace (konstantu) se snažíme **odhadnout** pouze na základě pozorovaných dat.
- Důležitý je předpoklad reprezentativnosti vzorku – **pracujeme pouze s daty** jako obrazem neznámé charakteristiky. Bude-li špatný vzorek, bude špatný i odhad (výsledky mohou být velmi odlišné od známých hodnot).
- Často pracuje s **asymptotickým chováním**, kdy velikost vzorku jde do nekonečna; řada odhadů a testů je odvozena právě pro tyto situace.







Bayesovská statistika

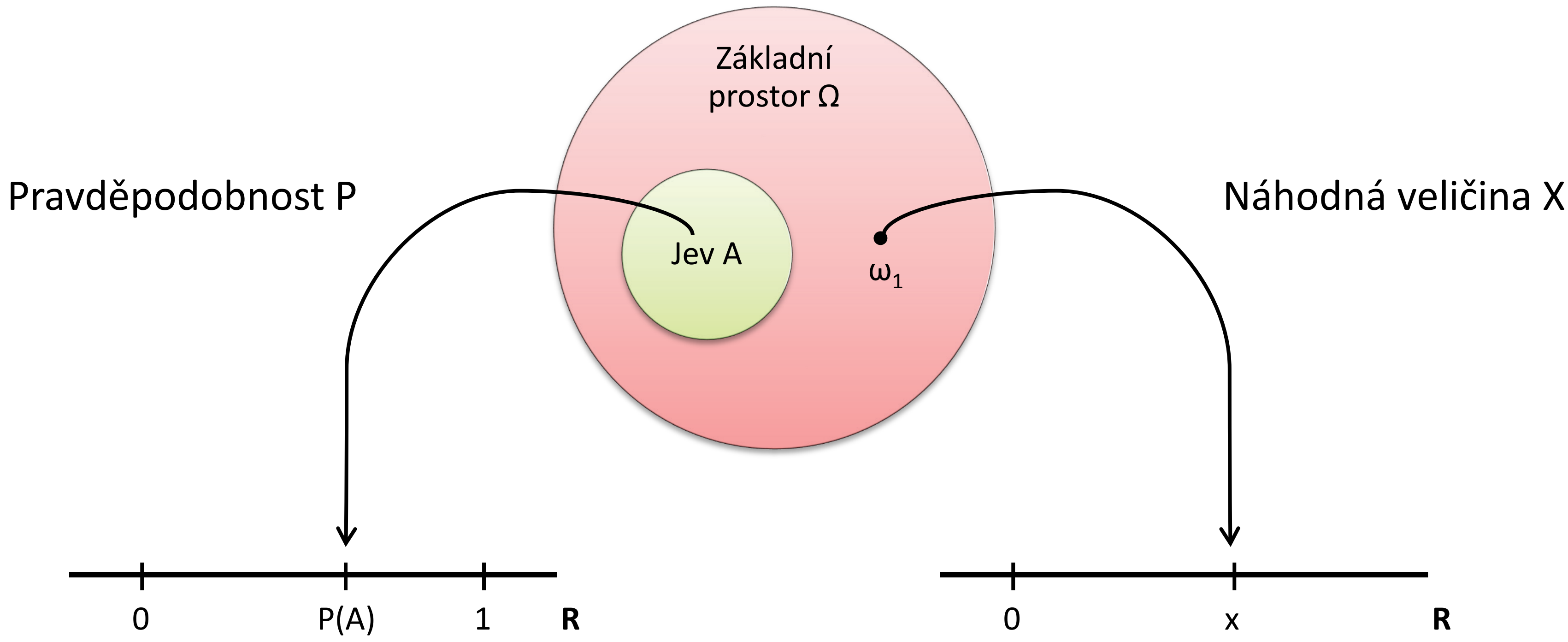
- Neznámá charakteristika cílové populace má pravděpodobnostní chování, které se snažíme pomocí pozorovaných dat **upřesnit**.

$$P(H \mid A) = \frac{P(A \mid H)P(H)}{P(A)} \propto P(A \mid H)P(H)$$

- Předpoklad reprezentativnosti vzorku je stále důležitý, ale již nepracujeme pouze s daty – pracujeme i s tzv. **apriorní pravděpodobností**, P(H), což je náš vstupní předpoklad o chování neznámé charakteristiky.
- Nevýhodou je neznalost apriorní pravděpodobnosti.

Reklama na další týdny…

Středem zájmu statistiky a biostatistiky je tzv. náhodná veličina.



Poděkování…

Rozvoj studijního oboru „Matematická biologie“ PřF MU Brno je finančně podporován prostředky projektu ESF č. CZ.1.07/2.2.00/07.0318 „Víceoborová inovace studia Matematické biologie“ a státním rozpočtem České republiky

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ