# Zadání DU do BI 7440

# Předpovídání kulminace výskytu sezónní chřipky

Jedna z nejběžnějších nemocí (v mírném pásmu / na severní polokouli), kterou prodělal ve svém životě snad každý člověk, se pravidelně ve větší míře vyskytuje v období od listopadu do dubna. Například v USA dostane podle odhadů chřipku mezi 5 až 20 procenty populace, přičemž přibližně 36 000 lidí nemoci podlehne. V ČR onemocní chřipkou přibližně stejné procento populace jako v USA, počet úmrtí se přitom pohybuje v desítkách (až k jednomu stu) [2, 3].

Pro předpovídání kulminace výskytu chřipky u obyvatel České republiky vytvoříme klasický kompartmentový model, v němž rozdělíme populaci do skupin. Budeme používat následující označení:

*S ...* počet náchylných lidí, tj. zdravých lidí, kteří nemají proti chřipce imunitu a mohou jí onemocnět

*A ...* počet infekčních lidí bez symptomů nemoci

*I ...* počet infekčních lidí se symptomy nemoci

*R ...* počet uzdravených lidí, tj. těch, kteří nemoc již prodělali a jsou proti nemoci nadále imunní

*V ...* počet očkovaných lidí, tj. lidí, kteří nemoc neprodělali, ale díky očkování jsou vůči ní imunní

*D ...* počet zesnulých lidí, tj. těch, kteří nemoci podlehli

## Předpoklady:

*•* člověk může během sledovaného období (listopad až duben) onemocnět chřipkou nejvýše jednou,

*•* očkovaný člověk je během sledovaného období plně imunní (nemůže onemocnět chřipkou)

*•* všichni lidé z libovolné (ale pevně zvolené) skupiny jsou si rovni (tj. např. nehledě na jejich věk či zdravotní stav)

*• N* , tj. počet obyvatel ČR, je během sledovaného období konstantní a platí pro něj:

*N* = *S*(*t*) + *A*(*t*) + *I* (*t*) + *R*(*t*) + *D*(*t*) pro libovolné *t ∈* R*, t ≥* 0.

*•* přechod člověka z jedné skupiny do jiné závisí pouze na konstantním parametru a velikosti skupiny, z níž přechází, s výjimkou přechodu ze skupiny náchylných lidí do skupiny infekčních lidí bez symptomů nemoci, který je tím častější, čím více je infekčních lidí.

## Vytvořte program v Maple (Matlab), který vykreslí grafy řešení:

*•* jaký sezónní průběh bude chřipka mít

*•* kolik lidí celkem prodělá onemocnění

*•* jak bude ovlivněn počet nemocných (případně průběh onemocnění) počtem očkovaných lidí a jak na tom bude záviset počet zesnulých (při různé „síle" nemoci)

*•* citlivosti parametrů modelu a neurčitost vypočteného řešení

# Matematický model

Na základě zmíněných předpokladů sestavíme model. Čas budeme přitom chápat jako spojitou veličinu1. Parametry *α, β, γ, δ, κ* a *µ* vystupující v modelu nechť jsou nezáporná reálná čísla nejvýše rovná jedné (z příslušné skupiny se nemůže přesunout do jiné více lidí, než kolik jich tam je).

*S´*(*t*) = *− β · S*(*t*) *· A*(*t*)+*I* (*t*) *− µ · S*(*t*)

*N*

*A´*(*t*) = *β · S*(*t*) *· A*(*t*)+*I* (*t*) *−* (*α* + *κ* + *µ*) *· A*(*t*)

*N*

*I´* (*t*) = *α · A*(*t*) *−* (*γ* + *δ*) *· I* (*t*)

*R´*(*t*) = *γ · I* (*t*) + *κ · A*(*t*) *V´*(*t*) = *µ ·* (*S*(*t*) + *A*(*t*)) *D´*(*t*) = *δ · I* (*t*)

(1)

Počáteční podmínka bude tvořena stavem na začátku sledovaného období, pro něž *t* = 0. Nechť

*S*(0) = *S*0 (107)*, A*(0) = *A*0 (104)*, I* (0) = *I* 0 (0.5 105)*,
R*(0) = *R*0 (0)*, V*(0) = *V*0 (150)*, D*(0) = *D*0 (0)*.*

Hodnoty parametrů byly odhadnuty na základě existující literatury: SZU, UZIS, MZCR, Hygienu, CZSO (ČSÚ), [3].

α = 0.5, β = 0.4166667, γ = 0.2, δ = 0.1190476 10-4, κ = 0.9 a µ = 0.2873563 10-3

# Literatura

[1] Hřebíček, J., Pospíšil, Z., Urbánek, J.: Úvod do matematického modelování s využitím

Maple. CERM, Brno (2010)

[2] Petráš, M.: Očkování proti chřipce. [http://www.vakciny.net/doporucene\_ockovani/](http://www.vakciny.net/doporucene_ockovani/chripka.html)

[chripka.html](http://www.vakciny.net/doporucene_ockovani/chripka.html)

[3] Prosper, O., Saucedo, O., Thompson, D., Torres-Garcia, G., Wang, X., Castillo- Chavez, C.: Modeling Control Strategies for Concurrent Epidemics of Seasonal and Pandemic H1N1 Influenza. Mathematical Biosciences and Engineering (2011)