

9. Lineární transformace v prostorech se skalárním součinem

Pojmy: Ortogonální transformace, symetrická transformace, spektrální reprezentace symetrické lineární transformace.

1. Uveďte příklady

- symetrické lineární transformace a transformace, která není symetrická,
- ortogonální lineární transformace a transformace, která není ortogonální,
- lineární transformace, která je symetrická a současně ortogonální.

2.-3. Symetrické lineární transformace jsou v ortonormální bázi zadány následujícími maticemi. Najděte jejich spektrální reprezentace (oběma způsoby). Pro odevzdání stačí vybrat tři příklady.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

4. NEPOVINNÉ

Dokažte, že ortogonální projekce na podprostor je symetrická.

5. Zjistěte nutné a postačující podmínky pro to, aby složení (resp. součet, resp. násobek skalárem) dvou symetrických lineárních transformací byla opět symetrická lineární transformace.

Domácí úkol

IX. Nechť matice A reprezentuje ortogonální lineární transformaci v obecné bázi. Jaký je vztah mezi A^{-1} a A^T , je-li skalární součin reprezentován v téže bázi maticí G .